

수학 영역(나형)

제 2 교시

1

1. $5^3 \times 5^{-2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = x^4$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \times 4^n}{4^n + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2\}$ 에 대하여
집합 $A - B$ 의 모든 원소의 합은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

2

5. 함수 $f(x) = x - 2$ 에 대하여 $f^{-1}(0)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 A 에 대하여
 $\{3, 4, 5\} \cap A = \emptyset$ 을 만족시키는 모든 집합 A 의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

7. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : x^2 - a = 0$$

$$q : x = 2$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 양수 a 의
값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{3h} = 5$ 를 만족시킬 때,
 $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

9. $x > 0$ 인 실수 x 에 대하여

$$4x + \frac{a}{x} \quad (a > 0)$$

의 최솟값이 2일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

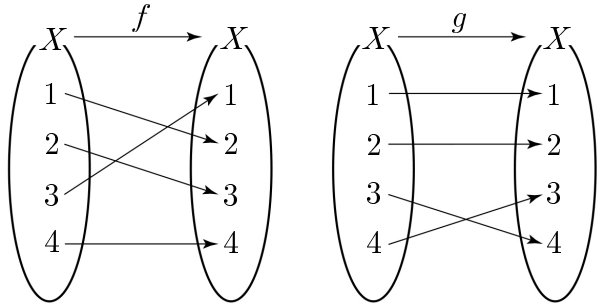
10. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{2n}{3n+1} \right) = 11$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

4

11. 그림은 집합 X 에서 X 로의 두 함수 f, g 를 나타낸 것이다.



$(f \circ g)(1) + (g \circ f)(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

12. 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ 이 $x = \alpha$ 에서 극댓값 M 을 가질 때, $\alpha + M$ 의 값은? [3점]

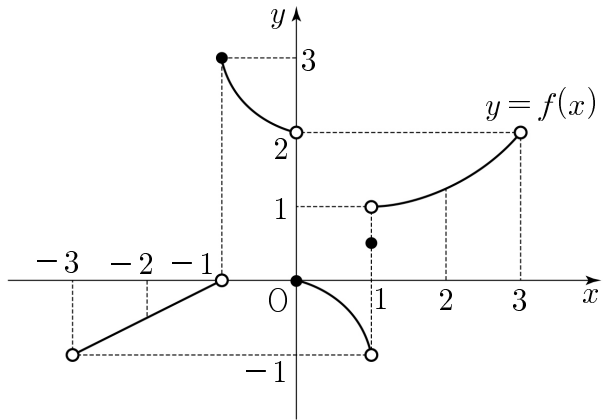
- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

13. 유리함수 $f(x) = \frac{3x+1}{x-k}$ 의 그래프의 두 점근선의 교점이 직선 $y = x$ 위에 있을 때, 상수 k 의 값은? (단, $k \neq -\frac{1}{3}$) [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_6 - a_2 = a_4$, $a_1 + a_3 = 20$ 일 때, a_{10} 의 값은? [4점]
- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

6

15. $-3 < x < 3$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



부등식 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) > \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 를 만족시키는 상수 a 의 값은?
(단, $-3 < a < 3$) [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

16. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가 $x = -t^2 + 6t$ 이다. 점 P의 속도가 2일 때, 점 P의 위치는? [4점]

- ① 8 ② $\frac{17}{2}$ ③ 9 ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ 10

17. 어떤 자연수 m 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^m a_k = -1, \quad \sum_{k=1}^m a_k^2 = 3$$

을 만족시킨다. $\sum_{k=1}^m (a_k + 3)^2 = 60$ 일 때, m 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

18. 다음은 $\sum_{k=1}^{14} \log_2 \{\log_{k+1}(k+2)\}$ 의 값을 구하는 과정이다.

자연수 n 에 대하여

$$\log_{n+1}(n+2) = \frac{\boxed{\text{(가)}}}{\log_2(n+1)} \text{ 이므로}$$

$$\sum_{k=1}^{14} \log_2 \{\log_{k+1}(k+2)\}$$

$$= \log_2 \left(\frac{\boxed{\text{(나)}}}{\log_2 2} \right)$$

따라서

$$\sum_{k=1}^{14} \log_2 \{\log_{k+1}(k+2)\} = \boxed{\text{(다)}}$$

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $f(p+q)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

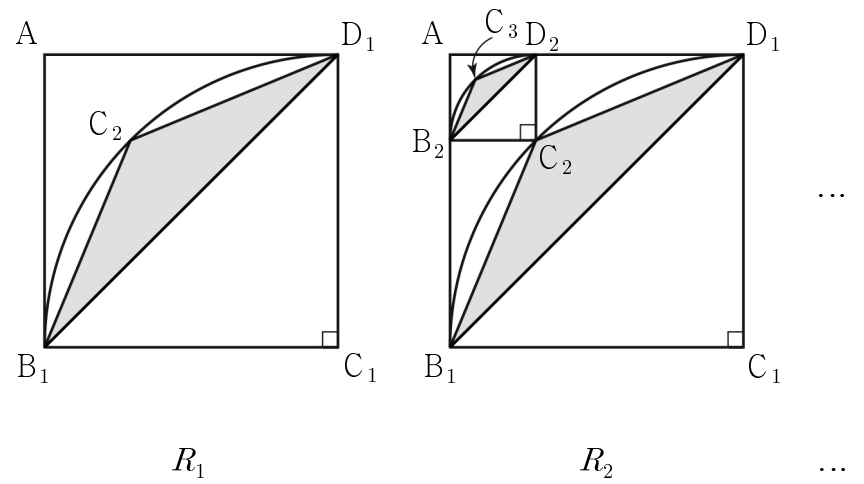
19. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} + a_n = 2n^2$$

을 만족시킨다. $a_3 + a_5 = 26$ 일 때, a_2 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $AB_1C_1D_1$ 안에 꼭짓점 C_1 을 중심으로 하고 선분 C_1B_1 을 반지름으로 하는 사분원을 그린다. 호 B_1D_1 을 이등분하는 점을 C_2 라 하고 삼각형 $C_2B_1D_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 선분 AB_1 위의 점 B_2 , 선분 AD_1 위의 점 D_2 와 두 점 A, C_2 를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $AB_2C_2D_2$ 를 그리고, 정사각형 $AB_2C_2D_2$ 안에 꼭짓점 C_2 를 중심으로 하고 선분 C_2B_2 를 반지름으로 하는 사분원을 그린다. 호 B_2D_2 를 이등분하는 점을 C_3 이라 하고 삼각형 $C_3B_2D_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{12-5\sqrt{2}}{7}$ ② $\frac{11-4\sqrt{2}}{7}$ ③ $\frac{10-3\sqrt{2}}{7}$
 ④ $\frac{12-4\sqrt{2}}{7}$ ⑤ $\frac{12-3\sqrt{2}}{7}$

21. 실수 t 에 대하여 좌표평면에서 집합

$$\{(x, y) \mid y = x \text{ 또는 } y = (x-a)^2 - a\} \text{ (단, } a \text{는 실수)}$$

가 나타내는 도형이 직선 $x+y=t$ 와 만나는 점의 개수를 $f(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

< 보기 >

- ㄱ. $a=0$ 일 때, $f(0)=2$ 이다.
 ㄴ. 함수 $f(t)$ 는 $t=-\frac{1}{4}$ 에서 불연속이다.
 ㄷ. 함수 $f(t)$ 가 $t=\alpha$ 에서 불연속이 되는 실수 α 의 개수가 2인 모든 a 의 값의 합은 $\frac{1}{4}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. $\log_2 a = 3$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동시킨 그래프가 함수 $y = \sqrt{3x-27}$ 의 그래프와 일치하였다. 상수 m 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a-2)n^2 + bn}{2n-1} = 5$ 일 때,
 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-3}{x-1} = 2$ 를 만족시킨다.
 $g(x) = x^3 f(x)$ 라 할 때, $g'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 함수 $f(x)$ 의 그래프 위의 임의의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의
기울기가 $4x-1$ 이고 $f(0)=1$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오.
[3점]

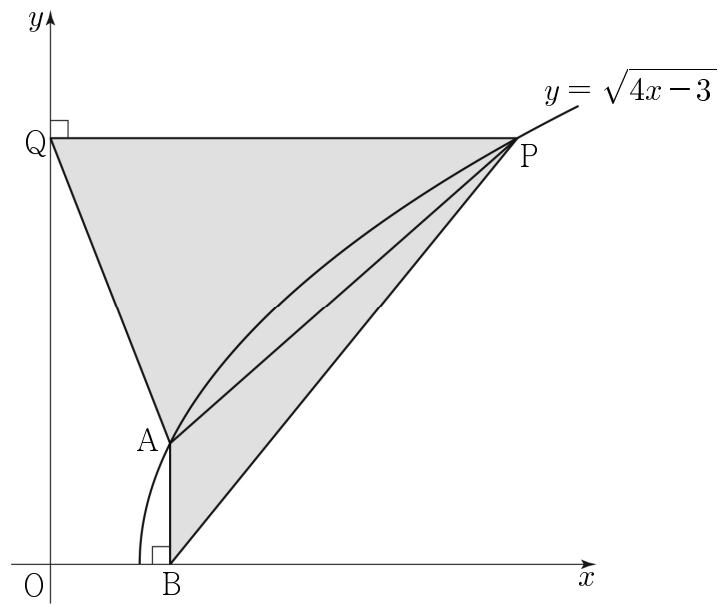
27. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,
 a_3 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) a_1 \times a_2 = 2a_3$$

$$(나) \sum_{k=1}^{20} a_k = \frac{a_{21} - a_1}{3}$$

28. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{4x-3}$ 위에 두 점 A(1, 1)과
 $P(t, \sqrt{4t-3})$ 이 있다. 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 B,
 점 P에서 y 축에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, 삼각형 PAB와
 삼각형 PQA의 넓이를 각각 $S(t)$, $T(t)$ 라 하자.

$\lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{T(t)}{S(t)}$ 의 값을 구하시오. (단, $t > 1$) [4점]



29. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 함수

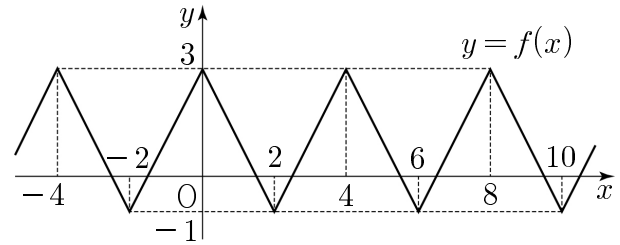
$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-4} & (x \neq 4) \\ 2 & (x = 4) \end{cases}$$

에 대하여 $h(x) = f(x)g(x)$ 라 할 때, 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $h'(4) = 6$ 이다. $f(0)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

30. 그림은 다음 조건을 만족시키는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 일부이다.

- (가) $0 \leq x < 4$ 일 때, $f(x) = 2|x-2| - 1$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 이다.



함수

$$g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^{2n+1} - 1}{\{f(x)\}^{2n} + 1}$$

이라 할 때, 자연수 m 에 대하여 방정식 $mg(x) = x + m$ 의

실근의 개수를 a_m 이라 하자. $\sum_{m=1}^{21} a_m$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.