

# 수학 영역(가형)

## 제 2 교시

1

1.  $\sin \frac{3}{2}\pi$ 의 값은? [2점]

- ①  $-1$     ②  $-\frac{1}{2}$     ③  $0$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤  $1$

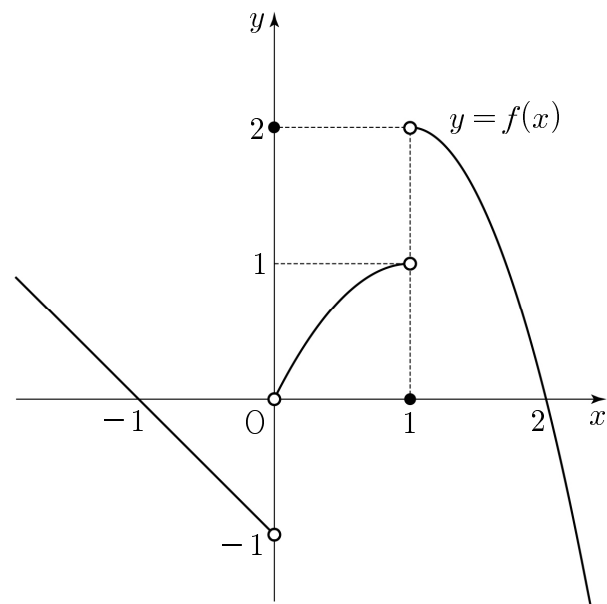
2. 함수  $f(x) = e^x + x$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값은? [2점]

- ①  $1$     ②  $2$     ③  $3$     ④  $4$     ⑤  $5$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{4x}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{3}{4}$     ④  $1$     ⑤  $\frac{5}{4}$

4. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ①  $-1$     ②  $0$     ③  $1$     ④  $2$     ⑤  $3$

5. 곡선  $y = -2x^3 + 5x$  위의 점  $(1, 3)$ 에서의 접선의 기울기는?

[3점]

- ① -9      ② -7      ③ -5      ④ -3      ⑤ -1

7.  $\int_{-1}^1 \left(4x^3 + x^2 - \frac{1}{2}x + a\right) dx = 2$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③ 1      ④  $\frac{4}{3}$       ⑤  $\frac{5}{3}$

6. 공비가 3인 등비수열  $\{a_n\}$ 이

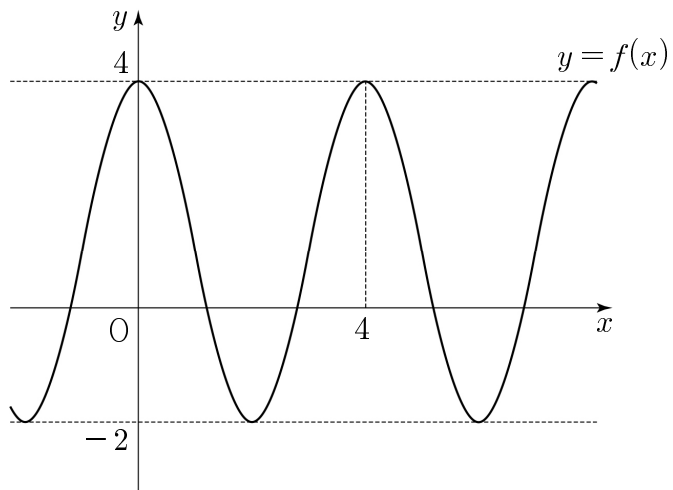
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - 2}{3^{n+1} + 2a_n} = \frac{2}{5}$$

를 만족시킬 때, 첫째항  $a_1$ 의 값은? [3점]

- ① 10      ② 12      ③ 14      ④ 16      ⑤ 18

8. 그림은 함수  $f(x) = a \cos \frac{\pi}{2b} x + 1$ 의 그래프이다.

두 양수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{7}{2}$     ② 4    ③  $\frac{9}{2}$     ④ 5    ⑤  $\frac{11}{2}$

9. 부등식  $2 - \log_{\frac{1}{2}}(x-2) < \log_2(3x+4)$ 를 만족시키는

정수  $x$ 의 개수는? [3점]

- ① 6    ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

10. 다항함수  $f(x)$ 가

$$\frac{d}{dx} \int \{f(x) - x^2 + 4\} dx = \int \frac{d}{dx} \{2f(x) - 3x + 1\} dx$$

를 만족시킨다.  $f(1) = 3$ 일 때,  $f(0)$ 의 값은? [3점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

11. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 + b & (x < 2) \\ 4x^2 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,  $f(1)$ 의 값은?  
(단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

12. 함수  $f(x) = 3x^2 - 4x + 6$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{2k}{n}\right)$ 의

값은? [3점]

- ① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13

13. 두 등비수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여  $a_1 = b_1 = 1$ 이고

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4, \sum_{n=1}^{\infty} b_n = 2 \text{ 일 때, } \sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n \text{의 값은? [3점]}$$

- ①  $\frac{6}{5}$     ②  $\frac{7}{5}$     ③  $\frac{8}{5}$     ④  $\frac{9}{5}$     ⑤ 2

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = t^2 - 2t - 3$$

이다.  $t=0$ 부터  $t=4$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

- ①  $\frac{26}{3}$     ②  $\frac{28}{3}$     ③ 10    ④  $\frac{32}{3}$     ⑤  $\frac{34}{3}$

## 6

## 수학 영역(가형)

15. 함수  $y = \log_3 x$ 의 그래프 위에 두 점  $A(a, 1)$ ,  $B(27, b)$ 가 있다.

함수  $y = \log_3 x$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼  
평행이동한 그래프가 두 점  $A$ ,  $B$ 의 중점을 지날 때,  
상수  $m$ 의 값은? [4점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

16.  $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, 방정식

$$2\cos^2 x + (2 + \sqrt{3})\sin x - (2 + \sqrt{3}) = 0$$

의 모든 해의 합은? [4점]

- ①  $\frac{3}{4}\pi$       ②  $\pi$       ③  $\frac{5}{4}\pi$       ④  $\frac{3}{2}\pi$       ⑤  $\frac{7}{4}\pi$

17. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수  $f(x)$ 의 도함수  $f'(x)$ 에 대하여 방정식  $f'(x)=0$ 이 세 실근  $\alpha, 0, \beta(\alpha < 0 < \beta)$ 를 갖는다.

$$S = \int_{\alpha}^0 |f'(x)| dx, \quad T = \int_0^{\beta} |f'(x)| dx$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

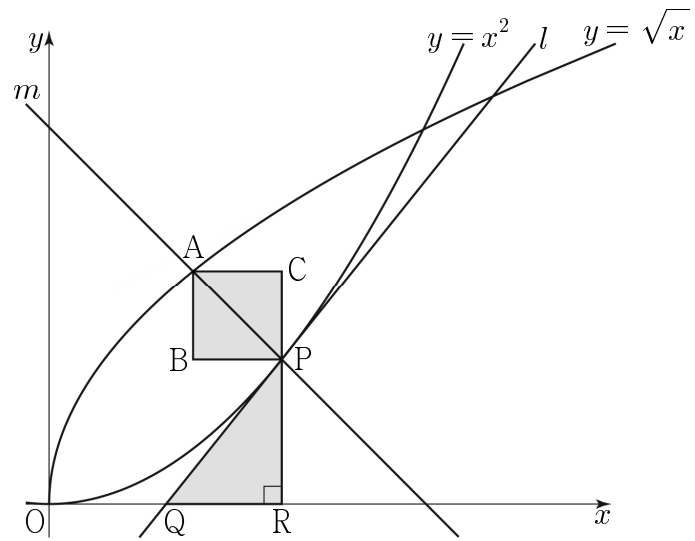
< 보 기 >

- ㄱ. 함수  $f(x)$ 는  $x=0$ 에서 극댓값을 갖는다.
- ㄴ.  $\alpha + \beta = 0$ 이면  $S = T$ 이다.
- ㄷ.  $S < T$ 이고  $f(\alpha) = 0$ 이면 방정식  $f(x) = 0$ 의 양의 실근의 개수는 2이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 그림과 같이 곡선  $y=x^2$  위의 점  $P(t, t^2)(0 < t < 1)$ 에서의 접선  $l$ 이  $x$ 축과 만나는 점을  $Q$ , 점  $P$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을  $R$ 라 할 때, 삼각형  $PQR$ 의 넓이를  $f(t)$ 라 하자.

또한, 점  $P$ 를 지나고 기울기가  $-1$ 인 직선  $m$ 이 곡선  $y = \sqrt{x}$ 와 만나는 점을  $A$ 라 할 때, 선분  $PA$ 를 대각선으로 하는 정사각형  $PCAB$ 의 넓이를  $g(t)$ 라 하자.  $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{t \times g(t)}{f(t)}$ 의 값은? [4점]



- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

19. 양수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x) = 2kx^3 - 3(3k+1)x^2 + 18x - 2$ 가 닫힌 구간  $[0, 3]$ 에서 최댓값 12를 가질 때,  $k$ 의 값을 구하는 과정이다.

함수  $f(x)$ 에서

$$f'(x) = 6kx^2 - 6(3k+1)x + 18 = 6(kx-1)(x-3)$$

$k = \boxed{\text{(가)}}$ 인 경우를 제외하고 함수  $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 극댓값과 극솟값을 모두 가지므로

(i)  $0 < k \leq \boxed{\text{(가)}}$ 일 때,

$0 < x < 3$ 에서  $f'(x) > 0$ 이므로 함수  $f(x)$ 는 증가한다. 따라서 닫힌 구간  $[0, 3]$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최댓값은  $\boxed{\text{(나)}}$ 이다. 그러나  $\boxed{\text{(나)}} = 12$ 를 만족하는  $k$ 의 값은  $0 < k \leq \boxed{\text{(가)}}$ 에 존재하지 않는다.

(ii)  $k > \boxed{\text{(가)}}$ 일 때,

닫힌 구간  $[0, 3]$ 에서 함수  $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

$x$	0	...	$\frac{1}{k}$	...	3
$f'(x)$	+	+	0	-	0
$f(x)$		↗	극대	↘	

따라서 함수  $f(x)$ 는  $x = \frac{1}{k}$ 에서 극대이면서 최대이다.

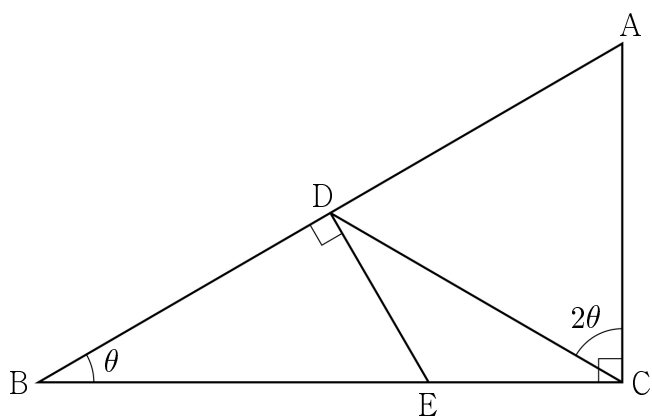
(i), (ii)에 의하여 함수  $f(x)$ 가 닫힌 구간  $[0, 3]$ 에서 최댓값 12를 가질 때,  $k = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각  $a, b$ 라 하고,

(나)에 알맞은 식을  $g(k)$ 라 할 때,  $\frac{g(a)}{b}$ 의 값은? [4점]

- ① 24      ② 26      ③ 28      ④ 30      ⑤ 32

20. 그림과 같이  $\overline{AB} = 4$ ,  $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ ,  $\angle CBA = \theta$ 인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 AB 위에  $\angle ACD = 2\theta$ 가 되도록 점 D를 잡고, 선분 BC 위에  $\angle BDE = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 점 E를 잡는다. 삼각형 CDE의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) [4점]



- ① 8      ②  $\frac{17}{2}$       ③ 9      ④  $\frac{19}{2}$       ⑤ 10

21. 삼차함수  $f(x) = 4x^3 - 24x^2 + 36x - 8k$  ( $k$ 는 정수)에 대하여  
 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \int_0^x f(t)dt & (x \leq a \text{ 또는 } x \geq b) \\ c & (a < x < b) \end{cases}$$

라 하자. 어떤 정수  $k$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 가 오직 한 점에서만  
 미분가능하지 않도록 세 실수  $a, b, c$ 를 정할 때,  
 $k+a+b+c$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

단답형

22. 함수  $f(x) = \int (2x+1)dx$ 에 대하여  $f(0) = 0$ 일 때,  
 $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 닫힌 구간  $[1, 5]$ 에서 함수  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-5}$ 의 최댓값을  
 구하시오. [3점]

24. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{4} - 9\right) = 6$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 다항함수  $f(x), g(x)$ 에 대하여

$f(1)=2, f'(1)=3, g(1)=5, g'(1)=2$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f\left(1 + \frac{1}{n}\right)g\left(1 + \frac{3}{n}\right) - f(1)g(1) \right\}$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 함수  $f(x) = \cos x - 3\sin x$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\pi + 3h) - f(\pi)}{h}$ 의

값을 구하시오. [3점]

27. 자연수  $n$ 에 대하여 점  $(4n, 3n)$ 을 중심으로 하고,  $x$ 축에 접하는 원  $C_n$ 이 있다. 원  $C_n$  위의 점  $P$ 에 대하여 선분  $OP$ 의 길이가 자연수가 되도록 하는 점  $P$ 의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n a_k \text{의 값을 구하시오. (단, } O \text{는 원점이다.) [4점]}$$

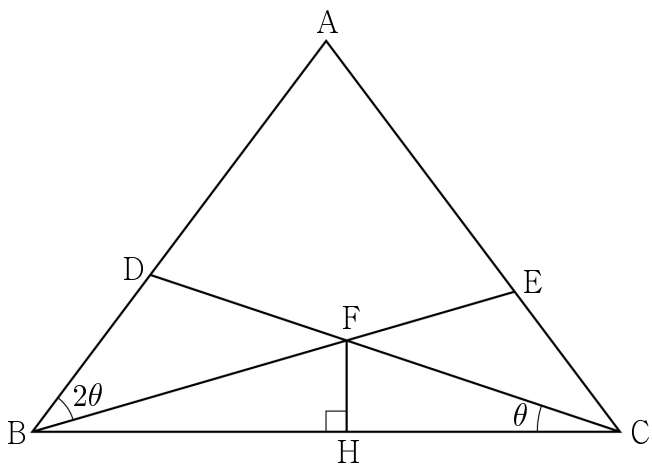
28. 실수  $t$ 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3kx + 2 & (x < 0) \\ x^2 + \frac{4}{3k}x - 2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

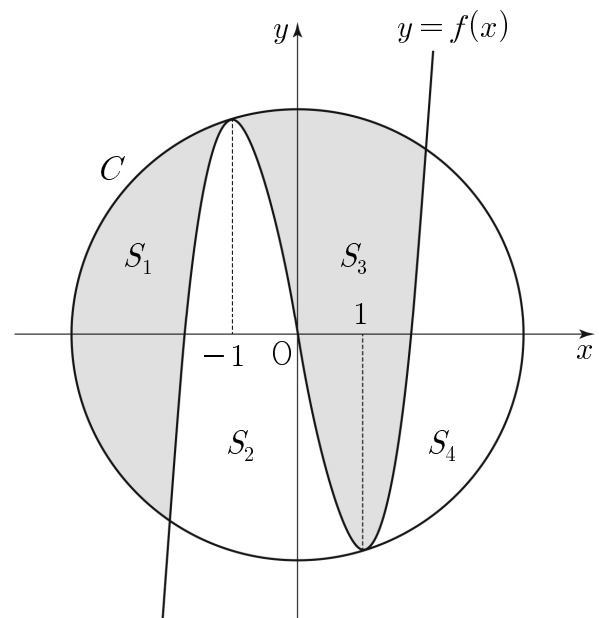
$$g(x) = 2x + t$$

의 그래프가 만나는 점의 개수를  $h(t)$ 라 하자. 함수  $h(t)$ 가  $t = \alpha$ 에서 불연속이 되는 실수  $\alpha$ 의 개수가 2가 되도록 양수  $k$ 를 정할 때,  $150k$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이  $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ,  $\overline{BC} = 12$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB 위에  $\angle DCB = \theta$ ,  $\sin\theta = \frac{\sqrt{10}}{10}$ 이 되도록 점 D를 잡고, 선분 AC 위에  $\angle EBA = 2\theta$ 가 되도록 점 E를 잡는다. 선분 BE와 선분 CD가 만나는 점을 F, 점 F에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 선분 FH의 길이는  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 3보다 큰 자연수  $n$ 에 대하여 원  $C: x^2 + y^2 = n$ 이 있다. 삼차함수  $y = f(x)$ 가  $x = -1$ 에서 극대,  $x = 1$ 에서 극소이고, 두 점  $(-1, f(-1))$ ,  $(1, f(1))$ 이 모두 원  $C$  위에 있을 때, 그림과 같이 원  $C$ 의 내부는 곡선  $y = f(x)$ 에 의해 4개의 영역  $S_1, S_2, S_3, S_4$ 로 나눈다. 각 영역  $S_k (k=1, 2, 3, 4)$ 의 내부의 점들 중  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점의 개수를  $g_k(n)$ 이라 할 때,  $g_1(n) > g_3(n)$ 을 만족시키는  $n$ 의 최솟값은  $a$ 이다.  $a + \{g_1(a) \times g_3(a)\}$ 의 값을 구하시오. (단, 각 영역은 경계선을 포함하지 않는다.) [4점]



※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.