

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터  $\vec{a}=(5, 3)$ ,  $\vec{b}=(1, 2)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a}-\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x}-1}{x(x+2)}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

3. 좌표공간에서 직선  $\frac{x+a}{2}=z+2$ ,  $y=b$ 가 원점을 지날 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [2점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

4. 두 사건  $A, B$ 가 서로 배반사건이고,

$$P(A)=\frac{1}{6}, P(A \cup B)=\frac{2}{3}$$

일 때,  $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{5}{12}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{7}{12}$       ⑤  $\frac{2}{3}$

5. 곡선  $y = x\sqrt{x}$  위의 점 (4, 8)에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ①  $\sqrt{2}$     ②  $\sqrt{3}$     ③ 2    ④  $2\sqrt{2}$     ⑤ 3

7.  $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\cos\beta = \frac{\sqrt{5}}{5}$  일 때,  $\sin(\beta - \alpha)$ 의 값은? (단,  $\alpha$ ,  $\beta$ 는 예각이다.) [3점]

- ①  $\frac{3\sqrt{5}}{20}$     ②  $\frac{\sqrt{5}}{5}$     ③  $\frac{\sqrt{5}}{4}$     ④  $\frac{3\sqrt{5}}{10}$     ⑤  $\frac{7\sqrt{5}}{20}$

6. 한 개의 주사위를 36번 던질 때, 3의 배수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수  $X$ 라 하자.  $V(X)$ 의 값은? [3점]

- ① 6    ② 8    ③ 10    ④ 12    ⑤ 14

8. 자연수 7의 분할 중 짝수인 자연수가 오직 하나만 포함된 분할의 수는? [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

9.  $\int_1^e (1+\ln x) dx$ 의 값은? [3점]

- ①  $e$       ②  $e+1$       ③  $e+2$       ④  $2e$       ⑤  $2e+1$

10. 직선  $y=mx$ 가 두 쌍곡선  $x^2-y^2=1$ ,  $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{64}=-1$  중 어느 것과도 만나지 않도록 하는 정수  $m$ 의 개수는? [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

11. 평면 위에 길이가 1인 선분 AB와 점 C가 있다.

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ 이고  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 4$ 일 때,  $|\overrightarrow{BC}|$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ②  $2\sqrt{2}$       ③ 3      ④  $2\sqrt{3}$       ⑤ 4

12. 열린 구간  $(0, \pi)$ 에서 부등식

$$(2^x - 8)\left(\cos x - \frac{1}{2}\right) < 0$$

의 해가  $a < x < b$  또는  $c < x < d$ 일 때,  $(b-a) + (d-c)$ 의 값은?  
(단,  $b < c$ ) [3점]

- ①  $\pi - 3$       ②  $\frac{7\pi}{6} - 3$       ③  $\frac{4\pi}{3} - 3$       ④  $3 - \frac{\pi}{3}$       ⑤  $3 - \frac{\pi}{6}$

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \int_0^x \frac{2t-1}{t^2-t+1} dt$$

의 최솟값은? [3점]

- ①  $\ln \frac{1}{2}$     ②  $\ln \frac{2}{3}$     ③  $\ln \frac{3}{4}$     ④  $\ln \frac{4}{5}$     ⑤  $\ln \frac{5}{6}$

14. 어느 도시에서 방학 기간에 봉사활동을 한 경험이 있는

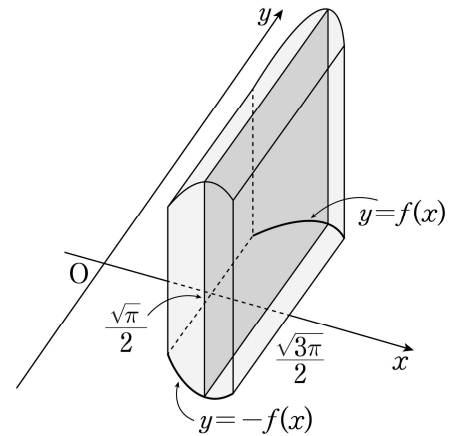
고등학생의 비율을 알아보기 위하여 이 도시의 고등학생 중 400명을 임의추출하여 조사한 결과 20%의 학생이 방학 기간에 봉사활동을 한 경험이 있는 것으로 나타났다. 이 결과를 이용하여 이 도시 전체 고등학생 중 방학 기간에 봉사활동을 한 경험이 있는 고등학생의 비율  $p$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면  $a \leq p \leq b$ 이다.  $b-a$ 의 값은? (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 0.0196    ② 0.0392    ③ 0.0588    ④ 0.0784    ⑤ 0.0980

15. 흰 공 3개, 검은 공 2개가 들어 있는 주머니에서 같이  
임의로 2개의 공을 동시에 꺼내고, 남아 있는 3개의 공 중에서  
을이 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낸다. 같이 꺼낸 흰 공의  
개수가 을이 꺼낸 흰 공의 개수보다 많을 때, 을이 꺼낸 공이  
모두 검은 공일 확률은? [4점]

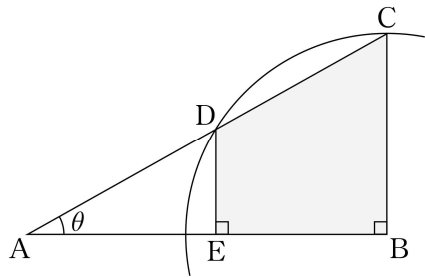
- ①  $\frac{1}{15}$     ②  $\frac{2}{15}$     ③  $\frac{1}{5}$     ④  $\frac{4}{15}$     ⑤  $\frac{1}{3}$

16. 그림과 같이 함수  $f(x) = \sqrt{x \sin x^2}$  ( $\frac{\sqrt{\pi}}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{3\pi}}{2}$ )에  
대하여 곡선  $y=f(x)$ 와 곡선  $y=-f(x)$  및 두 직선  $x = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ,  
 $x = \frac{\sqrt{3\pi}}{2}$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다.  
이 입체도형을  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두  
정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [4점]



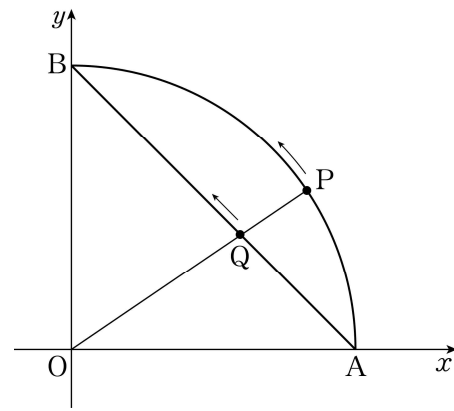
- ①  $2\sqrt{2}$     ②  $2\sqrt{3}$     ③ 4    ④  $4\sqrt{2}$     ⑤  $4\sqrt{3}$

17. 그림과 같이 빗변 AC의 길이가 1이고  $\angle BAC = \theta$ 인 직각삼각형 ABC가 있다. 점 B를 중심으로 하고 점 C를 지나는 원이 선분 AC와 만나는 점 중 점 C가 아닌 점을 D라 하고, 점 D에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 E라 하자. 사각형 BCDE의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은?  
(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) [4점]



- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③ 1    ④ 2    ⑤ 4

18. 원점 O를 중심으로 하고 두 점 A(1, 0), B(0, 1)을 지나는 사분원이 있다. 그림과 같이 점 P는 점 A에서 출발하여 호 AB를 따라 점 B를 향하여 매초 1의 일정한 속력으로 움직인다. 선분 OP와 선분 AB가 만나는 점을 Q라 하자. 점 P의 x좌표가  $\frac{4}{5}$ 인 순간 점 Q의 속도는 (a, b)이다. b-a의 값은? [4점]



- ①  $\frac{2}{49}$     ②  $\frac{8}{49}$     ③  $\frac{18}{49}$     ④  $\frac{32}{49}$     ⑤  $\frac{50}{49}$

19. 다음은 4 이상의 자연수  $n$ 에 대하여 등식

$$a \times b \times c \times d = 2^n \times 3^n$$

을 만족시키는 2 이상의 자연수  $a, b, c, d$ 의 순서쌍  $(a, b, c, d)$  중에서  $a+b+c+d$ 가 짝수가 되도록 하는 모든 순서쌍의 개수를 구하는 과정이다.

$a = 2^{x_1} \times 3^{y_1}, b = 2^{x_2} \times 3^{y_2}, c = 2^{x_3} \times 3^{y_3}, d = 2^{x_4} \times 3^{y_4}$ 이라 하면

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = n, y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = n$$

(단,  $i=1, 2, 3, 4$ 에 대하여  $x_i, y_i$ 는 음이 아닌 정수)

이다. 이때  $a+b+c+d$ 가 짝수이므로  $a, b, c, d$ 가 모두 짝수이거나  $a, b, c, d$  중에서 2개만 짝수이다.

(i)  $a, b, c, d$ 가 모두 짝수인 경우

$x_1, x_2, x_3, x_4$ 가 모두 자연수이고  $y_1, y_2, y_3, y_4$ 는 음이 아닌 정수이므로 순서쌍

$(x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4)$ 의 개수는

$${}_4H_{\boxed{\text{(가)}}} \times {}_4H_n \quad \dots \textcircled{\text{㉠}}$$

(ii)  $a, b, c, d$  중에서 2개만 짝수인 경우

$x_1, x_2, x_3, x_4$  중에서 자연수가 2개이고 0이 2개이므로 순서쌍  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$ 의 개수는

$${}_4C_2 \times \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 이때  $a, b, c, d$  중 홀수인 두 수는 1이 될 수 없으므로 순서쌍  $(y_1, y_2, y_3, y_4)$ 의 개수는

$${}_4H_{\boxed{\text{(다)}}}$$

이다. 따라서 순서쌍

$(x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4)$ 의 개수는

$${}_4C_2 \times \boxed{\text{(나)}} \times {}_4H_{\boxed{\text{(다)}}} \quad \dots \textcircled{\text{㉡}}$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는  $\textcircled{\text{㉠}} + \textcircled{\text{㉡}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(n), g(n), h(n)$ 이라 할 때,  $f(6)+g(7)+h(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 13      ② 14      ③ 15      ④ 16      ⑤ 17

20. 공간에서 서로 다른 5개의 점 A, B, C, D, E가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = 1$

(나)  $\overline{AB} \perp \overline{BC}, \overline{CD} \perp \overline{DE}$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄱ.  $|\overline{AE}|$ 의 최댓값은  $2\sqrt{2}$ 이다.

ㄴ.  $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 이면  $\overline{BC} \perp \overline{CD}$ 이다.

ㄷ.  $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이고  $\overline{BC} \perp \overline{CD}$ 이면  $\overline{AC} \cdot \overline{AE}$ 의 최댓값은  $1+2\sqrt{2}$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄴ, ㄷ

21. 함수  $f(x) = -\frac{kx^3}{x^2+1}$  ( $k > 1$ )에 대하여 곡선  $y = f(x)$ 와 곡선

$y = f^{-1}(x)$ 가 만나는 점의  $x$ 좌표 중 가장 작은 값을  $\alpha$ , 가장 큰 값을  $\beta$ 라 하자. 함수  $y = f(x-2\beta) + 2\alpha$ 의 역함수  $g(x)$ 에 대하여  $f'(\beta) = 2g'(\alpha)$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{5+2\sqrt{2}}{7}$       ②  $\frac{6+2\sqrt{2}}{7}$       ③  $\frac{4+2\sqrt{2}}{5}$   
 ④  $\frac{5+2\sqrt{2}}{5}$       ⑤  $\frac{6+2\sqrt{2}}{5}$

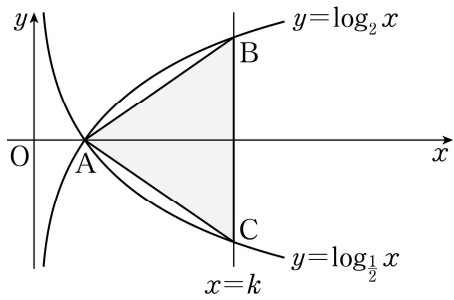
단답형

22. 4명의 학생을 일렬로 세우는 경우의 수를 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = 4e^{3x-3}$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 그림과 같이 두 곡선  $y = \log_2 x$ ,  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 가 만나는 점을

A라 하고, 직선  $x = k$  ( $k > 1$ )이 두 곡선과 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 삼각형 ACB의 무게중심의 좌표가 (3, 0)일 때, 삼각형 ACB의 넓이를 구하시오. [3점]



25. 매개변수  $t$  ( $t > 0$ )으로 나타내어진 함수

$$x = \ln t, \quad y = \ln(t^2 + 1)$$

에 대하여  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하시오. [3점]

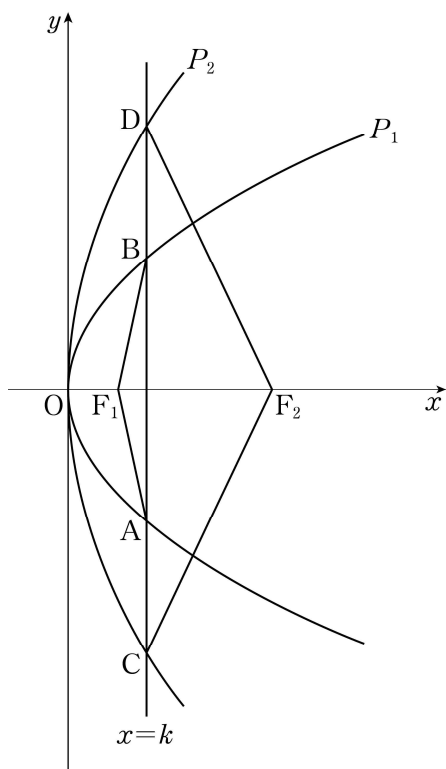
26. 두 연속확률변수  $X$ 와  $Y$ 는 각각 정규분포  $N(50, \sigma^2)$ ,  $N(65, 4\sigma^2)$ 을 따른다.

$$P(X \geq k) = P(Y \leq k) = 0.1056$$

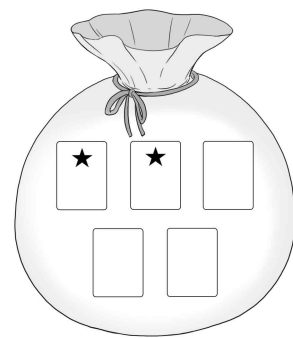
일 때,  $k + \sigma$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. (단,  $\sigma > 0$ ) [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.25	0.3944
1.50	0.4332
1.75	0.4599
2.00	0.4772

27. 그림과 같이 원점을 꼭짓점으로 하고 초점이  $F_1(1, 0)$ ,  $F_2(4, 0)$ 인 두 포물선을 각각  $P_1$ ,  $P_2$ 라 하자. 직선  $x=k$  ( $1 < k < 4$ )가 포물선  $P_1$ 과 만나는 두 점을 A, B라 하고, 포물선  $P_2$ 와 만나는 두 점을 C, D라 하자. 삼각형  $F_1AB$ 의 둘레의 길이를  $l_1$ , 삼각형  $F_2DC$ 의 둘레의 길이를  $l_2$ 라 하자.  $l_2 - l_1 = 11$ 일 때,  $32k$ 의 값을 구하시오. [4점]



28. 그림과 같이 주머니에 ★ 모양의 스티커가 각각 1개씩 붙어 있는 카드 2장과 스티커가 붙어 있지 않은 카드 3장이 들어 있다.



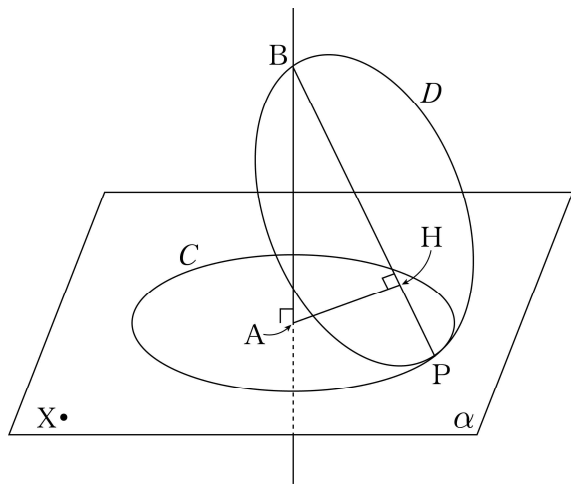
이 주머니를 사용하여 다음의 시행을 한다.

주머니에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낸 다음, 꺼낸 카드에 ★ 모양의 스티커를 각각 1개씩 붙인 후 다시 주머니에 넣는다.

위의 시행을 2번 반복한 뒤 주머니 속에 ★ 모양의 스티커가 3개 붙어 있는 카드가 들어 있을 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 그림과 같이 평면  $\alpha$  위에 중심이 점 A이고 반지름의 길이가  $\sqrt{3}$ 인 원 C가 있다. 점 A를 지나고 평면  $\alpha$ 에 수직인 직선 위의 점 B에 대하여  $\overline{AB}=3$ 이다. 원 C 위의 점 P에 대하여 원 D가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 선분 BP는 원 D의 지름이다.
- (나) 점 A에서 원 D를 포함하는 평면에 내린 수선의 발 H는 선분 BP 위에 있다.



평면  $\alpha$  위에  $\overline{AX}=5$ 인 점 X가 있다. 점 P가 원 C 위를 움직일 때, 원 D 위의 점 Q에 대하여 선분 XQ의 길이의 최댓값은  $m + \sqrt{n}$ 이다.  $m+n$ 의 값을 구하시오. (단,  $m, n$ 은 자연수이다.) [4점]

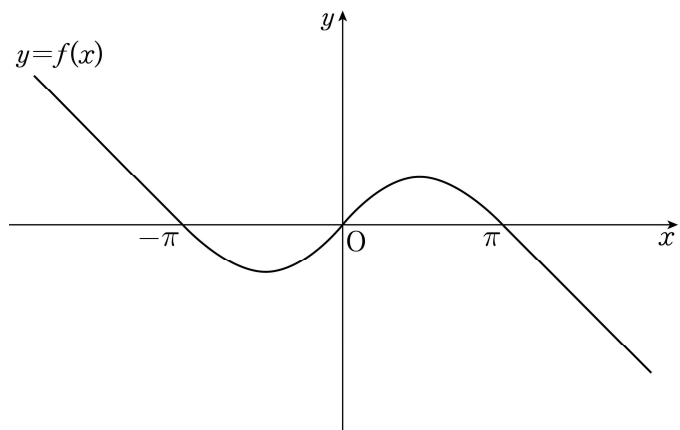
30. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x - \pi & (x < -\pi) \\ \sin x & (-\pi \leq x \leq \pi) \\ -x + \pi & (x > \pi) \end{cases}$$

가 있다. 실수  $t$ 에 대하여 부등식  $f(x) \leq f(t)$ 를 만족시키는 실수  $x$ 의 최솟값을  $g(t)$ 라 하자. 예를 들어,  $g(\pi) = -\pi$ 이다. 함수  $g(t)$ 가  $t = \alpha$ 에서 불연속일 때,

$$\int_{-\pi}^{\alpha} g(t) dt = -\frac{7}{4}\pi^2 + p\pi + q$$

이다.  $100 \times |p+q|$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 유리수이다.) [4점]



- ※ 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.