Ⅲ.통계

1.이산확률분포

중단원 기출문제

[난이도 : ★★★] [2018 학년도 대수능]

1 확률변수 X가 평균이 m, 표준편차가 σ인 정규분포를 따르고 $P(X \le 3) = P(3 \le X \le 80) = 0.3$일 때, $m+\sigma$의 값을 구하시오. (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 0.25) = 0.1$, $P(0 \le Z \le 0.52) = 0.2$로 계산한다.) [4점]

[난이도 : ★★★] [2018 학년도 대수능]

2 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0.121	0.221	0.321	합계
$P(X=x)$	a	b	$\frac{2}{3}$	1

다음은 $E(X) = 0.271$일 때, $V(X)$를 구하는 과정이다.

> $Y = 10X - 2.21$이라 하자. 확률변수 Y의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.
> $E(Y) = 10E(X) - 2.21 = 0.5$이므로
> $a =$ (가), $b =$ (나)
> 이고 $V(Y) = \frac{7}{12}$이다.
> 한편, $Y = 10X - 2.21$이므로
> $V(Y) = 100 \times V(X)$이다.
> 따라서 $V(X) = \frac{1}{(\text{다})} \times \frac{7}{12}$이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, pqr의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① $\frac{13}{9}$ ② $\frac{16}{9}$ ③ $\frac{19}{9}$
④ $\frac{22}{9}$ ⑤ $\frac{25}{9}$

[난이도 : ★★☆] [2017 학년도 대수능]

3 [*공통]확률변수 X는 평균이 m, 표준편차가 5인 정규분포를 따르고, 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(10) > f(20)$
> (나) $f(4) < f(22)$

m이 자연수일 때, $P(17 \le X \le 18)$의 값을 아래 정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341
1.2	0.385
1.4	0.419

① 0.044 ② 0.053 ③ 0.62
④ 0.078 ⑤ 0.097

[난이도 : ★★★] [2017 학년도 대수능]

4 [*공통]좌표평면 위의 한 점 (x, y)에서 세 점 $(x+1, y)$, $(x, y+1)$, $(x+1, y+1)$중 한 점으로 이동하는 것을 점프라 하자.

점프를 반복하여 점 $(0, 0)$에서 점 $(4, 3)$까지 이동하는 모든 경우 중에서, 임의로 한 경우를 선택할 때 나오는 점프의 횟수를 확률변수 X라 하자. 다음은 확률변수 X의 평균 $E(X)$를 구하는 과정이다. (단, 각 경우가 선택되는 확률은 동일하다.)

> 점프를 반복하여 점 $(0, 0)$에서 점 $(4, 3)$까지 이동하는 모든 경우의 수를 N이라 하자. 확률변수 X가 가질 수 있는 값 중 가장 작은 값을 k라 하면 $k=$ (가)이고, 가장 큰 값은 $k+3$이다.
>
> $P(X=k)=\frac{1}{N}\times\frac{4!}{3!}=\frac{4}{N}$
>
> $P(X=k+1)=\frac{1}{N}\times\frac{5!}{2!2!}=\frac{30}{N}$
>
> $P(X=k+2)=\frac{1}{N}\times$ (나)
>
> $P(X=k+3)=\frac{1}{N}\times\frac{7!}{3!4!}=\frac{35}{N}$
>
> 이고
>
> $\sum_{i=k}^{k+3}P(X=i)=1$
>
> 이므로 $N=$ (다)이다.
>
> 따라서 확률변수 X의 평균 $E(X)$는 다음과 같다.
>
> $E(X)=\sum_{i=k}^{k+3}\{i\times P(X=i)\}=\frac{257}{43}$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c라 할 때, $a+b+c$의 값은? [4점]

① 190 ② 193 ③ 196
④ 199 ⑤ 202

[난이도 : ★★☆] [2016 학년도 대수능]

5 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

…	-5	0	5	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	1

$E(4X+3)$의 값을 구하시오.[3점][2016(A) /수능 25]

[난이도 : ★★☆] [2016 학년도 대수능]

6 어느 쌀 모으기 행사에 참여한 각 학생이 기부한 쌀의 무게는 평균이 $1.5kg$, 표준편차가 $0.2kg$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 행사에 참여한 학생 중 임의로 1명을 선택할 때, 이 학생이 기부한 쌀의 무게가 $1.3kg$ 이상이고 $1.8kg$ 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?[3점][2016(A) /수능 12]

z	$P(0\le Z\le z)$
1.00	0.3413
1.25	0.3944
1.50	0.4332
1.75	0.4599

① 0.8543 ② 0.8012 ③ 0.7745
④ 0.7357 ⑤ 0.6826

[난이도 : ★★☆] [2016 학년도 대수능]

7 닫힌구간 $[0, 1]$의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)=kx(1-x^3)(0\le x\le 1)$일 때, $24k$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [3점][2016(B) /수능 24]

[난이도 : ★★☆] [2015 학년도 대수능]

8 확률변수 X가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$을 따르고 $V(3X)=40$일 때, n의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2015 학년도 대수능]

9 어느 연구소에서 토마토 모종을 심은 지 3주가 지났을 때 토마토 줄기의 길이를 조사한 결과 토마토 줄기의 길이는 평균이 $30cm$, 표준편차가 $2cm$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 연구소에서 토마토 모종을 심은 지 3주가 지났을 때 토마토 줄기 중 임의로 선택한 줄기의 길이가 $27cm$ 이상이고 $32cm$이하일 확률을 오른쪽 표준 정규분포 표를 이용하여 구한 것은?[3점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.6826 ② 0.7745 ③ 0.8185
④ 0.9104 ⑤ 0.9270

[난이도 : ★★☆] [2015 학년도 대수능]

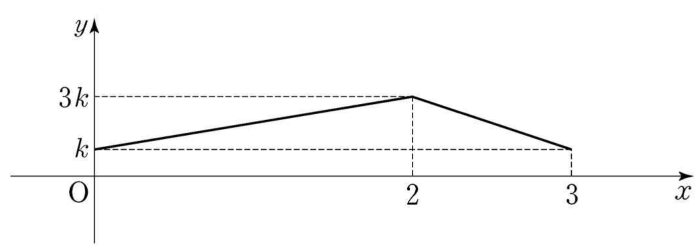
10 어느 공장에서 생산되는 과자 1봉지의 무게는 평균이 $75g$, 표준편차가 $2g$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 과자 중 임의로 선택한 과자 1봉지의 무게가 $76g$ 이상이고 $78g$ 이하일 확률을 아래 표준 정규분포표를 이용하여 구한 것은?[3점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0440 ② 0.0919 ③ 0.1359
④ 0.1498 ⑤ 0.2417

[난이도 : ★★★] [2015 학년도 대수능]

11 구간 $[0, 3]$의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X에 대하여 X의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



$P(0 \le X \le 2)=\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, k는 상수이고, p와 q는 서로 소인 자연수이다.) [4점]

[난이도 : ★★☆] [2014 학년도 대수능]

12 어느 약품 회사가 생산하는 약품 1병의 용량은 평균이 m, 표준편차가 10인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사가 생산한 약품 중에서 임의로 추출한 25병의 용량의 표본평균이 2000 이상일 확률이 0.9772일 때, m의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 용량의 단위는 mL이다.) [3점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

① 2003 ② 2004 ③ 2005
④ 2006 ⑤ 2007

[난이도 : ★★☆] [2014 학년도 대수능]

13 확률변수 X가 이항분포 $B(9, p)$를 따르고 $\{E(X)\}^2 = V(X)$일 때, p의 값은? (단, $0 < p < 1$) [3점]

① $\frac{1}{13}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{11}$
④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

[난이도 : ★★★] [2014 학년도 대수능]

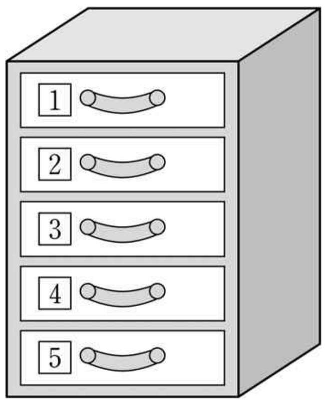
14 닫힌 구간 $[0, a]$에서 정의된 확률변수 X의 확률밀도함수가 연속이다. 확률변수 X가 다음 조건을 만족시킬 때, 상수 k의 값은? [4점]

(가) $0 \le x \le a$인 모든 x에 대하여 $P(0 \le X \le x) = kx^2$이다.
(나) $E(X) = 1$

① $\frac{9}{16}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{16}$

[난이도 : ★★★] [2014 학년도 대수능]

15 1부터 5까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 5개의 서랍이 있다. 5개의 서랍 중 영희에게 임의로 2개를 배정해 주려고 한다. 영희에게 배정되는 서랍에 적혀 있는 자연수 중 작은 수를 확률변수 X라 할 때, $E(10X)$의 값을 구하시오. [4점]



[난이도 : ★★☆] [2013 학년도 대수능]

16 확률변수 X가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따르고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $P(X \ge 64) = P(x \le 56)$
(나) $E(X^2) = 3616$

$P(X \le 68)$의 값을 아래 표를 이용하여 구한 것은? [3점][2013학년도 수능]

x	$P(m \le X \le x)$
$m+1.5\sigma$	0.4332
$m+2\sigma$	0.4772
$m+2.5\sigma$	0.4938

① 0.9104 ② 0.9332 ③ 0.9544
④ 0.9772 ⑤ 0.9938

[난이도 : ★★☆] [2013 학년도 대수능]

17 어느 학교 전체 학생의 시험 점수는 평균이 500점, 표준편차가 25점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 학생 중 임의로 1명을 선택할 때, 이 학생의 시험 점수가 475점 이상이고 550점 이하일 확률을 아래 표준정규 분포표를 이용하여 구한 것은?[3점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.7745 ② 0.8185 ③ 0.9104
④ 0.9270 ⑤ 0.9710

[난이도 : ★★☆] [2013 학년도 대수능]

18 확률변수 X 가 이항분포 $B(n,\ p)$를 따른다.

확률변수 $2X-5$의 평균과 표준편차가 각각 175와 12일 때, n의 값은?[3점]

① 130 ② 135 ③ 140
④ 145 ⑤ 150

[난이도 : ★☆☆] [2012 학년도 대수능]

19 확률변수 X가 이항분포 $B(200,\ p)$를 따르고 X의 평균이 40일 때, X의 분산은?[2점]

① 32 ② 33 ③ 34
④ 35 ⑤ 36

[난이도 : ★★☆] [2012 학년도 대수능]

20 확률변수 X의 확률변수를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	a	$2a$	1

$E(4X+10)$의 값은?[3점]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

[난이도 : ★★☆] [2011 학년도 대수능]

21 확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	계
$P(X=x)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	1

확률변수 $7X$의 분산 $V(7X)$의 값은?[3점]

① 14 ② 21 ③ 28
④ 35 ⑤ 42

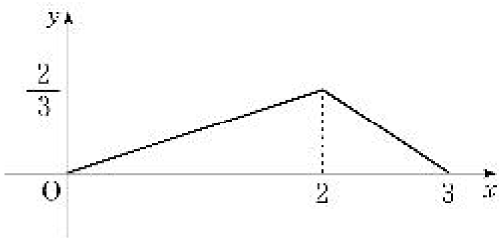
[난이도 : ★★☆] [2007 학년도 대수능]

22 [문과]확률변수 X가 이항분포 $B\left(100,\ \frac{1}{5}\right)$을 따를 때, 확률변수 $3X-4$의 표준편차는?[3점]

① 12 ② 15 ③ 18
④ 21 ⑤ 24

[난이도 : ★★☆] [2007 학년도 대수능]

23 [문과]연속확률변수 X가 갖는 값의 범위가 $0 \le X \le 3$이고, 확률밀도함수의 그래프는 다음과 같다.



$P(m \le X \le 2) = P(2 \le X <= 3)$일 때, m의 값은?(단, $0 < m < 2$이다.)[3점]

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 1
④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

[난이도 : ★★☆] [2006 학년도 대수능]

24 [문과]확률변수 X의 확률분포표가 아래와 같을 때, 확률변수 $Y = 10X + 5$의 분산을 구하시오.[3점]

X	0	1	2	3	계
P(X)	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	1

[난이도 : ★★☆] [2006 학년도 대수능]

25 [공통]다음은 어느 백화점에서 판매하고 있는 등산화에 대한 제조회사별 고객의 선호도를 조사한 표이다.

제조회사	A	B	C	D	계
선호도(%)	20	28	25	27	100

192명의 고객이 각각 한 켤레씩 등산화를 산다고 할 때, C회사 제품을 선택할 고객이 42명 이상일 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?[3점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915 ② 0.7745 ③ 0.8256
④ 0.8332 ⑤ 0.8413

[난이도 : ★★★] [2004 학년도 대수능]

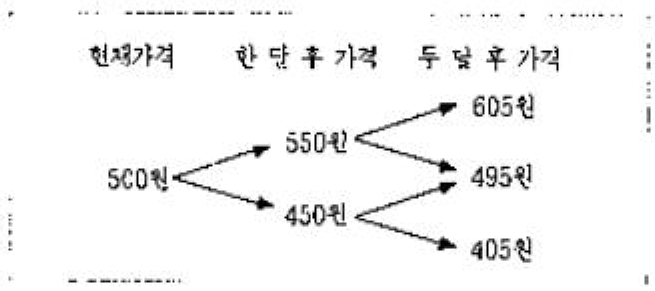
26 [공통]다음은 첫째 항이 $a-15d$, 공차가 d, 항의 개수가 31인 등차수열이다.

$a-15d,\ \cdots,\ a-d,\ a,\ a+d,\ \cdots,\ a+15d$

위 항들의 값의 표준편차를 σ라고 할 때, $\frac{\sigma}{d}$의 값을 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림한 값을 구하시오.(단, $d>0$이고 $\sqrt{5}=2.24$로 계산한다.)[3점]

[난이도 : ★★☆] [2003 학년도 대수능]

27 [공통]어떤 상품의 가격은 매달 0.5의 확률로 10% 상승하거나 0.5의 확률로 10% 하락한다. 이 상품의 현재가격이 500원이다. 두 달 후 이 상품의 가격이 500원 이하이면 500원에서 두 달 후 상품가격을 뺀 금액을 받고, 500원 이상이면 받지 않기로 하였다. 두 달 후 받을 수 있는 금액의 기대값을 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림한 값을 구하시오.(단, 첫 번째 달의 가격변동과 두 번째 달의 가격변동은 서로 독립이다.)[3점]



[난이도 : ★☆☆] [2002 학년도 대수능]

28 [공통]구간 $[0, 1]$에서 정의된 연속확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)=ax+a$로 주어졌을 때, 상수 a의 값은?[3점]

① 2 ② $\frac{3}{2}$ ③ 1

④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

[난이도 : ★★☆] [2001 학년도 대수능]

29 [공통]주사위를 한 번 던져 나오는 눈의 수를 4로 나눈 나머지를 확률변수 X라 하자. X의 평균은?(단, 주사위의 각 눈이 나올 확률은 모두 같다.)[3점]

① 2 ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 1

[난이도 : ★★☆] [2000 학년도 대수능]

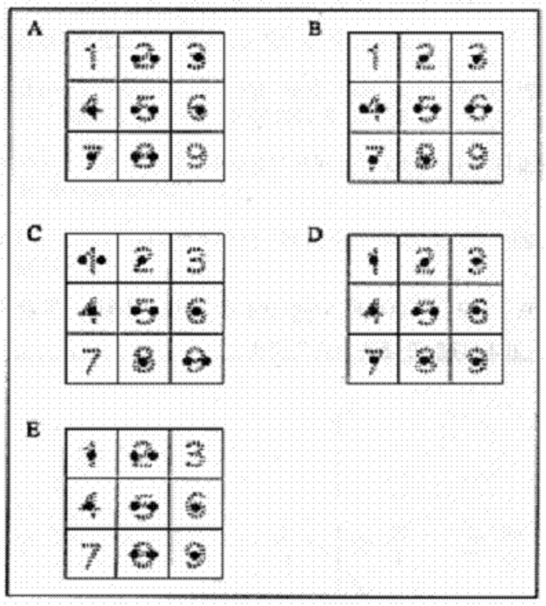
30 [공통]어떤 고등학교 3학년 남학생 수는 여학생 수의 1.5배이다. 대학수학능력시험 모의고사 성적의 통계에 따르면 남학생의 평균 점수는 점 400만점에 225점이고 여학생의 평균 점수는 235점이다. 3학년 전체 학생의 평균 점수는 몇 점인가?

① 229 ② 230 ③ 231

④ 232 ⑤ 233

[난이도 : ★★★] [1999 학년도 대수능]

31 [공통]아래 그림과 같이 1부터 9까지 숫자가 쓰여진 표적이 있다. 5명의 사격선수 A, B, C, D, E가 10발씩 사격하여 맞춘 10개의 수의 평균이 모두 5가 되었다. 5명이 사격한 결과는 다음과 같다.



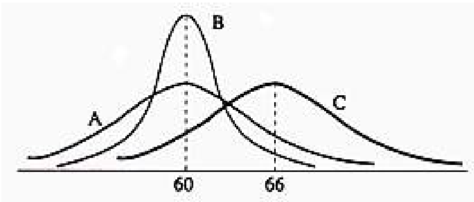
5명 중 맞춘 10개 수의 표준편차가 가장 작은 사람은?

① A ② B ③ C

④ D ⑤ E

[난이도 : ★☆☆] [1998 학년도 대수능]

32 3학년 재학생 수가 500명인 같은 지역 세 고등학교 (A, B, C)3학년 학생의 수학 성적 분포가 각각 정규분포를 이루고 아래 그림과 같을 때, 다음 [보기]중 옳은 것을 모두 고른 것은?



[보기]
Ⅰ.성적이 우수한 학생들이 B고등학교 보다 A고등학교에 많이 있다. Ⅱ. B고등학교 학생들은 평균적으로 A고등학교 학생들보다 성적이 더 우수하다. Ⅲ. C고등학교 학생들보다 B고등학교 학생들의 성적이 더 고른 편이다.

① Ⅰ ② Ⅱ ③ Ⅲ
④ Ⅰ, Ⅲ ⑤ Ⅱ, Ⅲ

[난이도 : ★★★] [1997 학년도 대수능]

33 [공통]다음 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 것은?

① 1, 5, 1, 5, 1, 5, 1, 5, 1, 5
② 1, 5, 1, 5, 1, 5, 3, 3, 3, 3
③ 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4
④ 2, 4, 2, 4, 2, 4, 3, 3, 3, 3
⑤ 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4

[난이도 : ★★☆] [2015년 9월 모의평가]

34 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-4	0	4	8	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	1

$E(3X)$의 값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

[난이도 : ★★★] [2015년 9월 모의평가]

35 확률변수 X는 정규분포 $N(10,\ 4^2)$, 확률변수 Y는 정규분포 $N(m,\ 4^2)$을 따르고, 확률변수 X와 Y의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$, $g(x)$이다.

$f(12)=g(26)$, $P(Y\geq 26)\geq 0.5$일 때, $P(Y\leq 20)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0\leq Z\leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0896
④ 0.1587 ⑤ 0.2255

[난이도 : ★★★] [2015년 9월 모의평가]

36 확률변수 X가 정규분포 $N(4,\ 3^2)$을 따를 때,

$\sum_{n=1}^{7} P(X\leq n)=a$이다. $10a$의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★★] [2014년 9월 모의평가]

37 구간 $[0, 3]$의 모든 실수값을 가지는 연속확률변수 X에 대하여 $P(x \le X \le 3) = a(3-x)$ $(0 \le x \le 3)$이 성립할 때, $P(0 \le X < a) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, a는 상수이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2014년 9월 모의평가]

38 어느 학교 3학년 학생의 A과목 시험 점수는 평균이 m, 표준편차가 σ인 정규분포를 따르고, B과목 시험 점수는 평균이 $m+3$, 표준편차가 σ인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 3학년 학생 중에서 A과목 시험 점수가 80점 이상인 학생의 비율이 9%이고 B과목 시험 점수가 80점 이상인 학생의 비율이 15%일 때, $m+\sigma$의 값은?

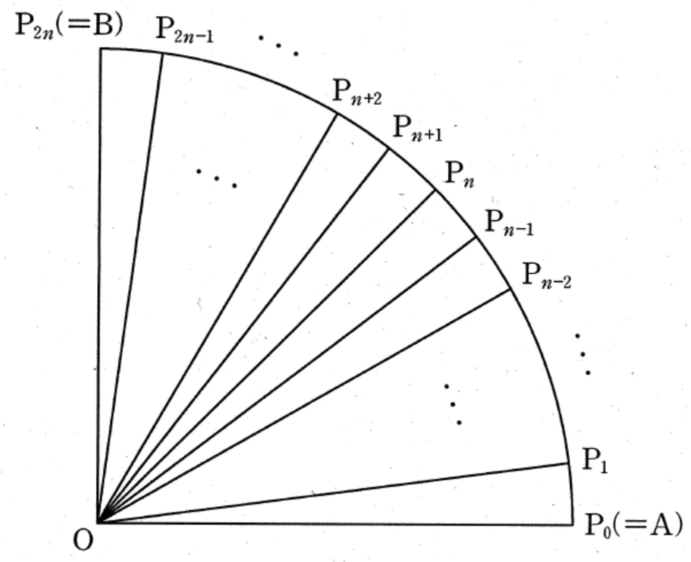
(단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 1.04) = 0.35$, $P(0 \le Z \le 1.34) = 0.41$로 계산한다.)[4점]

① 68.6 ② 70.6 ③ 72.6
④ 74.6 ⑤ 76.6

[난이도 : ★★★] [2014년 09월 모의평가]

39 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB 가 있다.

자연수 n에 대하여 호 AB 를 $2n$ 등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로 $P_0(=A), P_1, P_2, \cdots, P_{2n-1}, P_{2n}(=B)$라 하자.



$n=3$ 일 때, 점 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 중에서 임의로 선택한 한 개의 점을 P라 하자. 부채꼴 OPA의 넓이와 부채꼴 OPB의 넓이의 차를 확률변수 X 라 할 때, $E(X)$ 의 값은? [4점]

① $\frac{\pi}{11}$ ② $\frac{\pi}{10}$ ③ $\frac{\pi}{9}$
④ $\frac{\pi}{8}$ ⑤ $\frac{\pi}{7}$

[난이도 : ★★☆] [2011년 9월 모의평가]

40 확률변수 X의 확률분포표가 다음과 같다.

X	1	3	7	계
$P(X=x)$	a	$\frac{1}{4}$	b	1

$E(X)=5$일 때, b의 값은?(단, a와 b는 상수이다.)[3점][2011년 9월 평가원]

[난이도 : ★★★] [2011년 9월 모의평가]

41 어느 공장에서 생산되는 제품 A의 무게는 정규분포 $N(m,\ 1)$을 따르고, 제품 B의 무게는 정규분포 $N(2m,\ 4)$를 따른다.

이 공장에서 생산된 제품 A와 제품 B에서 임의로 제품을 1개씩 선택할 때, 선택된 제품 A의 무게가 k이상일 확률과 선택된 제품 B의 무게가 k이하일 확률이 같다. $\frac{k}{m}$의 값은?[4점][2011년 9월 평가원]

① $\frac{11}{9}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{23}{18}$
④ $\frac{47}{36}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

[난이도 : ★★☆] [2010년 9월 모의평가]

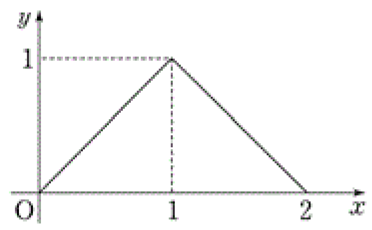
42 어느 동물의 특정 자극에 대한 반응 시간은 평균이 m, 표준편차가 1인 정규분포를 따른다고 한다. 반응 시간이 2.93미만일 확률이 0.1003일 때, m의 값을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?[3점]

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.91	0.3186
1.28	0.3997
1.65	0.4505
2.02	0.4783

① 3.47 ② 3.84 ③ 4.21
④ 4.58 ⑤ 4.95

[난이도 : ★★☆] [2010년 9월 모의평가]

43 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 2$이고, X의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다. 확률 $P\left(a \leq X \leq a+\frac{1}{2}\right)$의 값이 최대가 되도록 하는 상수 a의 값은?[3점]



① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

[난이도 : ★★★] [2010년 9월 모의평가]

44 [공통]두 사람 A와 B가 각각 주사위를 한 개씩 동시에 던지는 시행을 한다.

이 시행에서 나온 두 주사위의 눈의 수의 차가 3보다 작으면 A가 1점을 얻고, 그렇지 않으면 B가 1점을 얻는다. 이와 같은 시행을 15회 반복할 때, A가 얻는 점수의 합의 기댓값과 B가 얻는 점수의 합의 기댓값의 차는?[4점]

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

[난이도 : ★★☆] [2009년 9월 모의평가]

45 확률변수 X가 이항분포 $B(10,\ p)$를 따르고, $P(X=4)=\frac{1}{3}P(X=5)$일 때, $E(7X)$의 값을 구하시오.(단, $0<p<1$)[3점]

[난이도 : ★★★] [2009년 9월 모의평가]

46 양의 실수 전체의 집합을 정의역으로 하는 함수 $H(t)$는 평균 20, 표준편차 t인 정규분포를 따르는 확률변수 X에 대하여 $H(t)=P(X\le 15)$이다.

옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은 ?

(단, 표준정규분포를 따르는 확률변수 Z에 대하여 $P(0\le Z\le 1)=0.3413$, $P(0\le Z\le 2)=0.4772$이다.)[4점]

[보기]

ㄱ. $H(2.5)=P(Z\ge 2)$
ㄴ. $H(2)<H(2.5)$
ㄷ. $H(5)<5H(2)$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2008년 9월 모의평가]

47 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가 다음과 같다.

$f(x)=\frac{1}{2}x\,(0\le x\le 2)$

매회의 시행에서 사건 A가 일어날 확률이 $P(0\le X\le 1)$로 일정할 때, 3회의 독립시행에서 사건 A가 2회 이상 일어날 확률을 $\frac{q}{p}$라 하자.

$p+q$의 값을 구하시오.(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)[4점]

[난이도 : ★★☆] [2006년 9월 모의평가]

48 [공통]각 면에 1, 1, 2, 2, 2, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 정육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자를 던졌을 때, 윗면에 적힌 수를 확률변수 X라 하자. 확률변수 $5X+3$의 평균을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2006년 9월 모의평가]

49 이산확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	3	계
$P(X=x)$	p	$\frac{1}{4}$	q	$\frac{1}{12}$	1

X의 분산이 1이 되는 p와 q에 대하여 $3p+q$의 값은?[4점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

[난이도 : ★★☆] [2005년 9월 모의평가]

50 [공통]다음과 같이 정의된 확률변수 X, Y, Z의 분산의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?(단, $V(X)$는 확률변수 X의 분산이다.)[3점]

X:연속하는 100개의 자연수에서 임의로 뽑은 두 수의 차
Y:연속하는 100개의 홀수에서 임의로 뽑은 두 수의 차
Z:연속하는 100개의 짝수에서 임의로 뽑은 두 수의 차

① $V(X)<V(Y)<V(Z)$
② $V(X)=V(Y)=V(Z)$
③ $V(X)>V(Y)=V(Z)$
④ $V(X)=V(Y)<V(Z)$
⑤ $V(X)<V(Y)=V(Z)$

[난이도 : ★★☆] [2005년 9월 모의평가]

51 이산확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	4	8	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{1}{8}$	b	1

확률변수 X의 평균이 5일 때, X의 분산은?[4점]

① 9.75 ② 8.5 ③ 7.25
④ 6.5 ⑤ 4.25

[난이도 : ★★★] [2005년 09월 모의평가]

52 어느 회사에서 만든 휴대전화 배터리의 지속 시간은 평균 60시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 만든 8개의 배터리 중에서 지속 시간이 60시간 이상인 배터리가 2개 이상일 확률은? [4점]

① $\frac{101}{256}$ ② $\frac{129}{256}$ ③ $\frac{197}{256}$
④ $\frac{219}{256}$ ⑤ $\frac{247}{256}$

[난이도 : ★★★] [2005년 06월 모의평가]

53 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(2+x)=f(2-x)$ 를 만족시킨다. 두 양수 a와 $b(a<b)$에 대하여
$P(2-a \le X \le 2+b)=p_1$, $P(2+a \le X \le 2+b)=p_2$일 때, 확률 $P(2-b \le X \le 2+b)$를 p_1과 p_2로 나타낸 것은? (단, $p_1>0$, $p_2>0$이다.) [4점]

① p_1+p_2 ② $\frac{p_1+p_2}{2}$ ③ $\frac{p_1-p_2}{2}$
④ p_1-p_2 ⑤ p_2-p_1

[난이도 : ★★★] [2004년 6월 모의평가]

54 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(2+x)=f(2-x)$를 만족시킨다. 두 양수 a와 $b(a<b)$에 대하여
$P(2-a \le X \le +b)=p_1$, $P(2+a \le X \le 2+b)=p_2$일 때, 확률 $P(2-b \le X \le 2+b)$를 p_1과 p_2로 나타낸 것은?(단, $p_1>0$, $p_2>0$이다.)[4점]

① p_1+p_2 ② $\frac{p_1+p_2}{2}$
③ $\frac{p_1-p_2}{2}$ ④ p_1-p_2
⑤ p_2-p_1

[난이도 : ★★★] [2004년 9월 모의평가]

55 이산확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	4	8	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{1}{8}$	b	1

확률변수 X의 평균이 5일 때, X의 분산은?[4점]

① 9.75 ② 8.5 ③ 7.25
④ 6.5 ⑤ 4.25

[난이도 : ★★☆] [2016년 7월 학력평가]

56 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	2	4	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1

$E(6X+1)$의 값은? [3점]

① 9 ② 11 ③ 13
④ 15 ⑤ 17

[난이도 : ★★★] [2016년 7월 학력평가]

57 (공통)어느 공장에서 생산되는 휴대전화 1대의 무게는 평균이 $153g$이고 표준편차가 $2g$인 정규분포를 따른다고 한다.

이 공장에서 생산된 휴대전화 중에서 임의로 선택한 휴대전화 1대의 무게가 $151g$ 이상이고 $154g$ 이하일 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.3830 ② 0.5328 ③ 0.7745
④ 0.8185 ⑤ 0.9104

[난이도 : ★★☆] [2015년 10월 학력평가]

58 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	계
$P(X=x)$	k	$2k$	$3k$	1

$E(6X+1)$의 값은?(단, k는 상수이다.)[3점]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

[난이도 : ★★★] [2015년 10월 학력평가]

59 확률변수 X가 이항분포 $B(n, p)$를 따르고 $E(3X)=18$, $E(3X^2)=120$일 때, n의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★☆] [2012년 10월 학력평가]

60 확률변수 X의 확률분포표가 다음과 같을 때, 확률변수 $10X$의 평균 $E(10X)$의 값을 구하시오. [3점]

X	1	2	3	계
$P(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	1

[난이도 : ★★☆] [2012년 10월 학력평가]

61 연속확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)=\frac{1}{2}x\,(0 \le x \le 2)$일 때, $P(0 \le X \le 1)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

[난이도 : ★★☆] [2012년 3월 학력평가]

62 무리방정식 $\sqrt{x+4}=|x|-2$의 모든 실근의 곱은?[3점]

① -15 ② -12 ③ -10
④ -5 ⑤ 0

[난이도 : ★★☆] [2012년 10월 학력평가]

63 확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	3	4	계
$P(X=x)$	a	$2a$	$3a$	$4a$	1

확률변수 $4X+7$의 평균 $E(4X+7)$의 값을 구하시오.(단, a는 상수이다.)[3점]

[난이도 : ★★☆] [2012년 10월 학력평가]

64 어느 과수원에서 수확한 사과의 무게는 평균 $400g$, 표준편차 $50g$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 사과 중 무게가 $442g$ 이상인 것을 1등급 상품으로 정한다.

이 과수원에서 수확한 사과 중 100개를 임의로 선택할 때, 1등급 상품이 24개 이상일 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

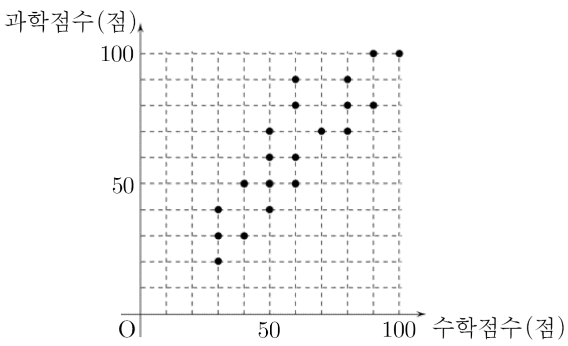
표준정규분포표

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.64	0.24
0.84	0.30
1.00	0.34
1.28	0.40

① 0.10 ② 0.10 ③ 0.20
④ 0.26 ⑤ 0.34

[난이도 : ★★☆] [2011년 3월 학력평가]

65 어느 고등학교 학생 20명의 수학점수와 과학점수를 조사하여 나타낸 상관도이다. 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?[3점]



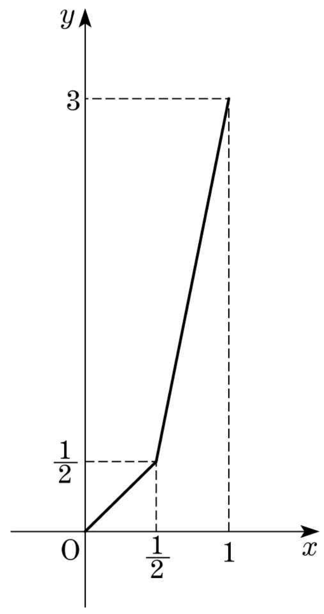
[보기]

ㄱ.수학점수와 과학점수 사이에는 양의 상관관계가 있다.
ㄴ.수학점수와 과학점수가 모두 80점 이상인 학생들의 상대도수는 0.25이다.
ㄷ.수학점수가 70점 이상인 학생들의 과학점수의 평균은 85점이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2011년 10월 학력평가]

66 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위가 $0 \le X \le 1$이고 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다. 확률변수 X의 평균이 $E(X)=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)[4점]



[난이도 : ★★☆] [2010년 11월 학력평가]

67 확률변수 X의 평균과 분산은 각각 10, 16이다. 두 실수 a, b에 대하여 확률변수 $Y=aX+b$의 평균과 분산이 각각 9, 4일 때, ab의 값은?(단, $a>0$)[3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2010년 3월 학력평가]

68 모집인원이 200명인 어느 대학의 입학시험에 1000명의 수험생이 응시하였다.

수험생의 점수는 평균이 156점이고 표준편차가 20점인 정규분포를 따른다고 할 때, 합격하기 위한 최저 점수를 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?[3점]

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.52	0.20
0.67	0.25
0.84	0.30
1.00	0.34

① 166.4점 ② 168.8점 ③ 169.4점
④ 170.8점 ⑤ 172.8점

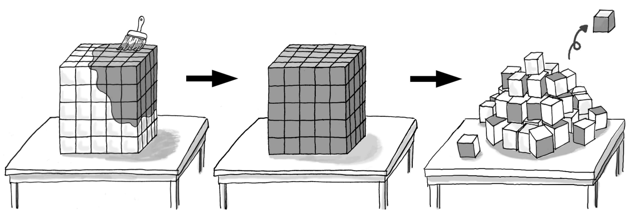
[난이도 : ★★☆] [2010년 3월 학력평가]

69 다음 과정을 차례로 시행한다.

[과정 1]한 모서리의 길이가 1인 정육면체 125개를 그림과 같이 빈틈없이 쌓아 한 변의 길이가 5인 정육면체 한 개를 만든다.
[과정 2]한 모서리의 길이가 5인 정육면체의 한 밑면을 제외한 다섯 개의 면 전체에 색칠을 한다.
[과정 3]모두 흩뜨린 후, 한 모서리의 길이가 1인 125개의 정육면체 중에서 한 개를 임의로 선택한다.

위의[과정 3]에서 적어도 한 면이 색칠 되어져 있는 정육면체를 선택할 확률은 $\frac{q}{p}$이다. 이때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)[3점]



[난이도 : ★★★] [2010년 10월 학력평가]

70 [공통]확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	계
$\mathrm{P}(X=x)$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	1

$p_5-p_1=\frac{8}{25}$, $p_{n+2}-2p_{n+1}+p_n=0\,(n=1, 2, 3)$일 때, 확률변수 $100X$의 기댓값 $E(100X)$의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2010년 7월 학력평가]

71 어느 공장에서 생산되는 제품의 무게 X는 평균이 $60g$, 표준편차가 $5g$인 정규분포를 따른다고 한다. 제품의 무게가 $50g$이하인 제품은 불량품으로 판정한다. 이 공장에서 생산된 제품 중에서 2500개를 임의로 추출할 때, 2500개 무게의 평균을 $\overline{X}$, 불량품의 개수를 Y라고 하자.

위의 표준정규분포표를 이용하여 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?[4점]

[보 기]

ㄱ. $P(\overline{X} \geq 60)=\frac{1}{2}$
ㄴ. $P(Y \geq 57)=P(\overline{X} \leq 59.9)$
ㄷ. 임의의 양수 k에 대하여 $P(60-k \leq X \leq 60+k) > P(60-k \leq \overline{X} \leq 60+k)$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2009년 3월 학력평가]

72 갑과 을이 가위바위보를 두 번 할 때, 첫 번째에서는 비기고 두 번째에서 승부가 날 확률은?[3점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

[난이도 : ★★☆] [2009년 3월 학력평가]

73 표는 확률변수 X의 확률분포를 나타낸 것이다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{2}{5}$	$20a^2$	$10a^2$	$3a$	1

확률변수 X의 평균을 $\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오.(단, p, q는 서로소인 자연수이다.)[3점]

[난이도 : ★★☆] [2009년 3월 학력평가]

74 표는 체력검사에서 어느 반 학생 25명의 "다리 뻗고 허리 굽히기" 기록을 나타낸 도수분포표이다.

이 도수분포표에서 구한 학생 25명의 기록의 평균을 $m$cm라 할 때, $10m$의 값을 구하시오.[3점]

<다리 뻗고 허리 굽히기>

기록(cm)	학생 수(명)
이상 -8 ~ 미만 -4	3
-4 ~ 0	5
0 ~ 4	5
4 ~ 8	8
8 ~ 12	4
합계	25

[난이도 : ★★☆] [2009년 3월 학력평가]

75 한 개의 동전을 400번 던질 때, 앞면이 나온 횟수를 확률변수 X라 하자.

$P(X \le k) = 0.9772$를 만족시키는 상수 k의 값을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2009년 10월 학력평가]

76 [공통]각 면에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 정사면체 모양의 상자 2개를 동시에 던졌을 때 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 두 눈의 수의 곱이 홀수인 사건을 A라 하자.

이 시행을 1200번 하였을 때 사건 A가 일어나는 횟수가 270이하일 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 값을 p라 하자.

$1000p$의 값을 구하시오.[3점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477
2.5	0.494

[난이도 : ★★★] [2009년 10월 학력평가]

77 확률변수 X는 1, 2, 3, 4, 5의 값을 갖고

$X \le k\,(k=1, 2, 3, 4, 5)$일 확률이 $P(X \le k) = ak^2$ (a는 상수)이다. 확률변수 X의 기댓값이 m일 때, $20m$의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2008년 3월 학력평가]

78 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$을 따르는 확률변수 X의 분산이 20일 때, 자연수 n의 값은?[2점]

① 30 ② 60 ③ 90
④ 120 ⑤ 150

[난이도 : ★☆☆] [2008년 3월 학력평가]

79 어느 동아리 회원 5명 중에서 회장 1명과 부회장 2명을 뽑는 방법의 수는?[3점]

① 30 ② 24 ③ 20
④ 18 ⑤ 10

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

80 [공통]5지선다형 문항 50개가 있다. 모든 문항 각각에 대하여을 임의로 하나씩만 택할 때, 맞힌 문항의 개수를 확률변수 X라 하자.

이때, X^2의 평균을 구하여라.(단, 각 문항의은 1개다.)[3점]

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

81 5개의 변량 a, b, c, d, e의 평균이 1이고 분산이 2일 때, 변량 $3a, 3b, 3c, 3d, 3e$의 분산은?

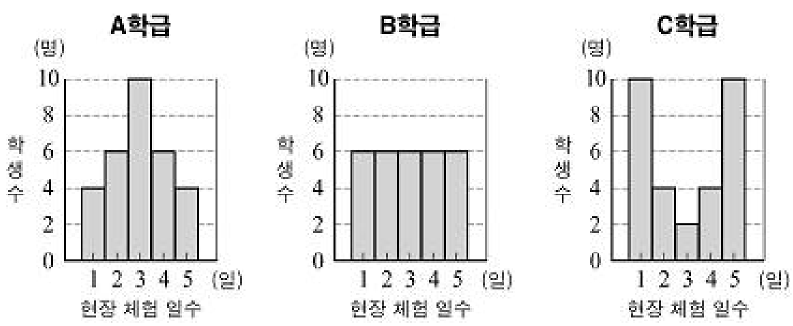
① 2 ② 3 ③ 6
④ 15 ⑤ 18

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

82 [공통]확률변수 X는 이항분포 $B(3, p)$를 따르고 확률변수 Y는 이항분포 $B(4, 2p)$를 따른다고 한다. 이때, $10P(X=3)=P(Y\geq 3)$을 만족시키는 양수 p의 값은 $\frac{n}{m}$이다. $m+n$의 값을 구하시오.(단, m, n은 서로소인 자연수이다.)[3점]

[난이도 : ★★☆] [2008년 9월 학력평가]

83 학생수가 30명씩인 세 학급 A, B, C가 있다. 세 학급 학생들의 여름 방학 동안 현장 체험 일수를 조사한 결과를 그림과 같이 그래프로 나타내었다. 세 학급 학생들의 현장 체험 일수에 대한 분산을 각각 $V(A), V(B), V(C)$라 할 때, 다음 중 옳은 것은?[3점]



① $V(A)< V(B)< V(C)$ ② $V(A)< V(C)< V(B)$
③ $V(B)< V(A)< V(C)$ ④ $V(C)< V(A)< V(B)$
⑤ $V(C)< V(B)< V(A)$

[난이도 : ★★☆] [2008년 6월 학력평가]

84 세 수 a, b, c의 평균이 10일 때, $5a+3, 5b+3, 5c+3$의 평균을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2008년 4월 학력평가]

85 한 번의 시행에서 일어날 확률이 $\frac{1}{4}$인 사건 A가 있다. 80번의 독립시행에서 사건 A가 일어나는 횟수를 확률변수 X라 할 때, X^2의 평균 $E(X^2)$을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

86 표는 학생 A가 홈페이지를 개설한 후 월요일에서 토요일까지 6일 동안의 방문자의 수를 나타낸 것이다. 6일 동안의 방문자 수의 평균이 5이고 표준편차가 $\sqrt{6}$일 때, 두 수의 곱 xy의 값을 구하시오.[4점]

요일	월	화	수	목	금	토
방문자의 수 (명)	2	2	5	6	x	y

[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

87 한 개의 주사위를 n번 던져서 1의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라 하자.

확률변수 X가 $P(X=n-1)=20P(X=n)$을 만족할 때, X^2의 기댓값은 ?

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{7}{9}$ ③ 1

④ $\frac{11}{9}$ ⑤ 2

[난이도 : ★★★] [2008년 6월 학력평가]

88 [공통]다음은 중간고사 성적이다.

과목	국어	영어	수학	과학	사회
점수	84	78	a	86	87

다섯 과목의 평균이 85점일 때, 분산을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

89 표는 어느 학급 학생 35명의 영어와 수학 두 과목의 수행평가 성적에 대한 상관표이다.

영어, 수학 수행평가 성적

영어 \ 수학	6	7	8	9	10	합계
10			1	1	2	4
9			2	3	3	8
8		2	4	4		10
7	1	3	3			7
6	3	3				6
합계	4	8	10	8	5	35

이 상관표에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?[4점]

① 수학성적과 영어성적이 같은 학생은 15명이다.
② 수학성적이 영어성적보다 높은 학생은 13명이다.
③ 수학성적과 영어성적 사이에는 양의 상관관계가 있다.
④ 영어와 수학성적의 평균이 9점 이상인 학생은 10명이다.
⑤ 수학성적이 8점인 학생들의 영어성적의 평균은 8.5점이다.

[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

90 표는 A반 20명의 수학 점수를 나타낸 도수분포표이다.

점수가 80점 이상 90점 미만인 학생 2명이 다른 반으로 옮겼다.

반의 옮기기 전 20명의 평균을 M, 옮긴 후 18명의 평균을 N이라 할 때, $M-N$의 값은?[4점]

계급(점)	도수(명)
60^{이상} ~ 70^{미만}	1
70 ~ 80	7
80 ~ 90	7
90 ~ 100	5
계	20

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

[난이도 : ★★★] [2008년 4월 학력평가]

91 정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따르는 확률변수 X에 대하여 확률밀도함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(100-x)=f(100+x)$를 만족한다. $P(m \le X \le m+8)=0.4772$일 때, 표준정규분포표를 이용하여 $P(94 \le X \le 110)$을 구하면?[4점]

<표준정규분포표>

z	$P(0 \le Z \le z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

① 0.9104 ② 0.9270 ③ 0.9710
④ 0.9725 ⑤ 0.9759

[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

92 서로 다른 10개의 수가 있다. 가장 작은 수를 제외한 9개의 수의 평균은 41이고, 가장 큰 수를 제외한 9개의 수의 평균은 33이다. 가장 작은 수와 가장 큰 수의 합이 74일 때, 10개의 수의 평균을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2008년 10월 학력평가]

93 한 개의 주사위를 던져 6의 눈이 나오면 900원의 이익을 얻고, 그 이외의 눈이 나오면 100원의 손해를 보는 게임이 있다. 이 게임을 180회 시행했을 때, 당첨금으로 22, 000원 이상을 받게 될 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구하면?[4점]

<표준정규분포표>

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

① 0.1587 ② 0.0668 ③ 0.0456
④ 0.0292 ⑤ 0.0228

[난이도 : ★★☆] [2007년 10월 학력평가]

94 어느 고등학교 3학년 학생들의 한 달 동안 참고서 구입비용을 조사하였다.

그 결과 구입비용은 평균 6만원, 표준편차 2만원인 정규분포를 따른다.

임의로 한 학생을 선택하였을 때, 이 학생이 한 달 동안 참고서 구입비용으로 4만원 이상 지출 할 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?[3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
2.0	0.4772
3.0	0.4987

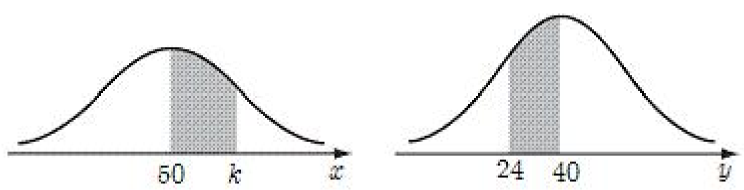
① 0.1587 ② 0.3413 ③ 0.6826
④ 0.8413 ⑤ 0.9987

[난이도 : ★★☆] [2007년 7월 학력평가]

95 동전 2개를 100번 던질 때, 모두 앞면이 나올 횟수를 X라 하자. $Y=2X+3$일 때, $E(Y)$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2007년 5월 학력평가]

96 두 확률변수 X, Y가 각각 정규분포 $N(50,\ 10^2)$, $N(40,\ 8^2)$을 따른다고 한다.



이때, $P(50 \leq X \leq k) = P(24 \leq Y \leq 40)$을 만족시키는 k의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2007년 10월 학력평가]

97 작년 H기업 직원의 임금 X는 최저 80에서 최고 400이고, $N(200,\ 50^2)$인 정규분포를 따른다. 이 기업은 작년 말 수출호조와 높은 부가가치 창출로 많은 이윤을 얻었다. 올해 직원의 임금인상에 대한 노사 간의 협의 중 $Y=\frac{3}{2}X-50$인 식이 포함된 새로운 임금교섭안이 결정된다고 가정할 때, 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[3점](단, $P(0 \leq z \leq 2)=0.477$이고 단위는 만원이다.)

[보기]
ㄱ. 올해의 평균임금은 250으로 오른다.
ㄴ. 상위 2.3%인 직원의 올해 임금은 380이다.
ㄷ. 올해 임금이 전혀 오르지 않거나 삭감된 사람도 있다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2007년 9월 학력평가]

98 변량 a, b, c의 분산이 10이고 변량 a^2, b^2, c^2의 평균이 25이다.

변량 a, b, c의 평균을 m이라 할 때, m^2의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2007년 6월 학력평가]

99 집합 $A=\{x|-4 \leq x \leq 4,\ x$는 정수 $\}$의 부분집합 중에서 임의로 하나를 택할 때, 그 부분집합이 집합 $B=\{1, 2, 3, 4\}$와 서로소일 확률은 $\frac{b}{a}$이다.

이때, $a+b$의 값을 구하시오.(단, a, b는 서로소인 자연수)[4점]

[난이도 : ★★★] [2007년 3월 학력평가]

100 어느 고등학교에서 1, 2학년을 대상으로 교내 수학경시대회가 열렸다.

이 대회에 참가한 학생은 1학년이 2학년보다 40% 많았고, 2학년 학생의 평균점수는 1학년 학생의 평균점수보다 20% 높았다.

참가한 1, 2학년 전체의 평균점수가 65점일 때, 1학년 학생의 평균점수는 A점이었다.

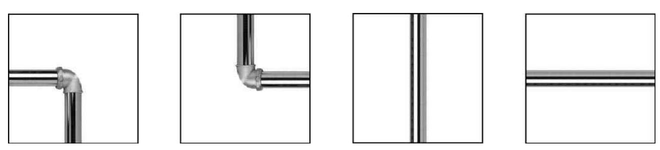
A의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2007년 6월 학력평가]

101 [그림 1]은 두 종류의 파이프이다.

[그림 1]

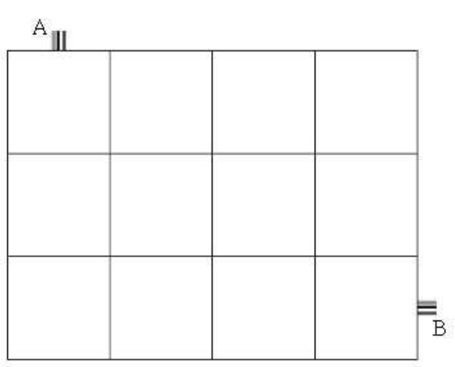
[그림 1]의 파이프를 사용하여[그림 2]와 같이 네 가지 방법으로만 배치한다.



[그림 2]

아래 그림에서 가장 작은 정사각형에[그림 2]의 방법을 이용하여 A지점에서 B지점까지 연결할 수 있는 방법의 수를 구하시오.

(단, 같은 종류의 파이프를 여러 번 사용할 수 있다.)[4점]



[난이도 : ★☆☆] [2006년 6월 학력평가]

102 [공통]다음 수들의 평균은?[3점]

log1, log2, log4, log8, log16, log32

① $\sqrt{2}\log 2$ ② $\frac{3}{2}\log 2$ ③ $2\log 2$

④ $\frac{5}{2}\log 2$ ⑤ $3\log 2$

[난이도 : ★★☆] [2006년 5월 학력평가]

103 5명을 모집하는 A기획사의 가수 오디션에 500명이 참가하였다. 참가자들의 점수분포는 100점 만점에 평균이 67점, 표준편차가 10점인 정규분포를 따른다고 한다. 1차 합격자로 2배수를 선발한다고 할 때, 아래의 표준정규분포표를 이용하여 1차 합격자의 최저점수를 구하면?[3점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
1.5	0.43
1.9	0.47
2.0	0.48
2.3	0.49

① 79 ② 82 ③ 86

④ 87 ⑤ 90

[난이도 : ★★☆] [2006년 3월 학력평가]

104 고속도로의 어느 지점을 통과하는 자동차들의 속력은 평균이 $104km/$시, 표준편차가 $8km/$시인 정규분포를 따른다고 한다.

이 지점에서의 속력이 $120km/$시를 초과하면 과속으로 단속된다고 할 때, 이 지점을 통과하는 두 자동차 A, B가 모두 과속으로 단속될 확률을 주어진 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?(단, A와 B의 속력은 서로 독립이다.)[3 점]

< 표준정규분포표 >

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

① $\frac{1}{2500}$ ② $\frac{1}{400}$ ③ $\frac{49}{10000}$
④ $\frac{9}{2500}$ ⑤ $\frac{16}{625}$

[난이도 : ★★☆] [2006년 10월 학력평가]

105 정육면체 모양의 주사위를 90번 던져 3의 배수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 할 때, 확률변수 X^2의 평균 $E(X^2)$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2006년 6월 학력평가]

106 표는 어느 학급 32명을 대상으로 두 번 실시한 수행평가의 점수 결과를 분석한 상관표이다.

점수가 향상된 학생의 수는?[3점]

2회 (점) \ 1회 (점)	6	7	8	9	10	합계(명)
10			2		1	3
9		2	4	2		8
8		3	2	3	2	10
7		3	4	2		9
6	1	1				2
합계(명)	1	9	12	7	3	32

① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 14

[난이도 : ★★☆] [2006년 4월 학력평가]

107 어떤 책을 임의로 펼쳤을 때, 그림이 나올 확률이 $\frac{1}{3}$이라고 한다. 이 책을 임의로 180번 펼쳐 그림이 나오는 횟수를 X라고 할 때, X의 분산을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2006년 3월 학력평가]

108 확률변수 X는 $1, 2, 3, \cdots, n$의 값을 취하고, $X=k(1 \le k \le n)$일 확률이 $P(X=k)=ck$(단, c는 상수)라 한다. 확률변수 X의 표준편차가 $\sqrt{6}$이 되도록 하는 자연수 n의 값을 구하시오.[4 점]

[난이도 : ★★☆] [2006년 3월 학력평가]

109 다음 확률분포표에서 확률변수 X의 평균은?[2 점]

X	2	3	4	6	계
$\mathrm{P}(X)$	a	$\frac{1}{3}$	a	$\frac{1}{6}$	1

① 5　② $\frac{9}{2}$　③ $\frac{17}{4}$
④ $\frac{7}{2}$　⑤ $\frac{13}{4}$

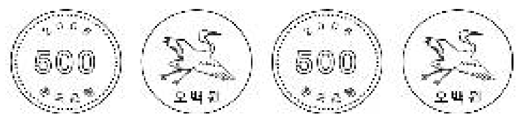
[난이도 : ★★☆] [2006년 4월 학력평가]

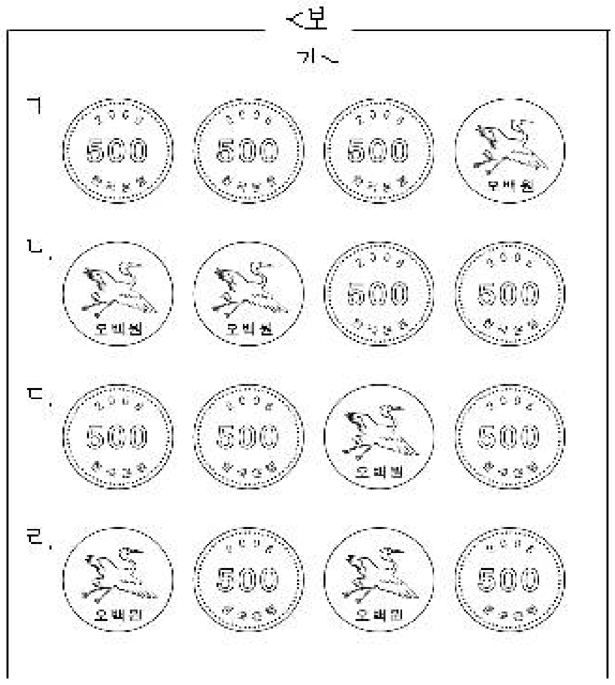
110 확률변수 X는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따른다. $\frac{1}{5}X$의 분산이 1이고 $P(X \leq 80) = P(X \geq 120)$일 때, $m+\sigma^2$의 값은?[3점]

① 105　② 110　③ 115
④ 120　⑤ 125

[난이도 : ★★☆] [2006년 6월 학력평가]

111 500원 짜리 동전 4개를 나열한 다음 한 번에 동전 한 개만 뒤집을 수 있고, 뒤집은 동전을 다시 뒤집을 수도 있다. 그림과 같이 나열된 동전을 11번 뒤집었을 때 다음 [보기]에서 가능한 것을 모두 고른 것은?[3점]





① ㄱ, ㄴ　② ㄱ, ㄷ　③ ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄷ, ㄹ　⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

[난이도 : ★★★] [2006년 5월 학력평가]

112 어느 과자 공장에서 생산되는 과자의 무게는 평균이 $16g$, 표준편차가 0.43인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서는 과자의 무게가 $15.25g$이하이면 불량품으로 판정한다.
표준정규분포표를 이용하여 이 공장에서 생산된 과자가 불량품일 확률을 구하면 p라 할 때, $10000p$의 값을 구하시오.[4점]

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

[난이도 : ★★★] [2006년 5월 학력평가]

113 책상 위에 서로 다른 7개의 동전이 앞면 4개, 뒷면 3개가 보이도록 놓여 있다.

이 중에서 임의로 3개를 뒤집어 놓을 때, 앞면이 보이는 동전의 개수를 확률변수 X라 하자. 확률변수 X의 평균을 $\frac{n}{m}$이라 할 때, $m+n$의 값을 구하시오.(단, m, n은 서로소인 자연수이다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2006년 10월 학력평가]

114 어느 양궁 종목에서 사용하는 표적지는 원의 반지름의 길이가 각각 $4cm, 8cm, 12cm, \cdots, 40cm$로 $4cm$씩 증가하는 10개의 동심원으로 되어 있다. 표적지의 중심에서 화살이 꽂힌 곳까지 거리?? X라고 할 때, $0 \le X \le 4$이면 10점, $4 < X \le 8$이면 9점, $8 < X \le 12$이면 8점, ..., $36 < X \le 40$이면 1점, $X > 40$이면 0점을 득점한다. 기록에 의하면 양궁 선수 A가 화살을 쏘았을 때 표적지의 중심에서 화살이 꽂힌 곳까지 거리는 평균 $8cm$, 표준편차 $2cm$인 정규분포를 따른다고 한다. A가 12발의 화살을 쏘았을 때 8점을 득점한 화살의 개수 Y의 기대값 $E(Y)$는?[4점]

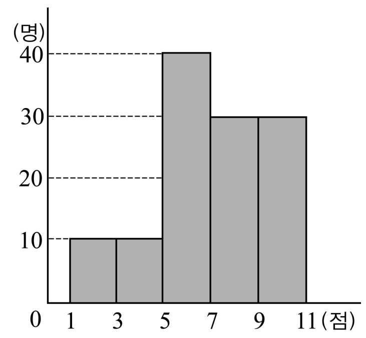
<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
2.0	0.4772
3.0	0.4987

① 4.0956 ② 4.9112 ③ 5.7264
④ 5.8554 ⑤ 5.9844

[난이도 : ★★★] [2006년 3월 학력평가]

115 그림은 학생 120명의 수학 수행평가 점수를 히스토그램으로 나타낸 것이다.

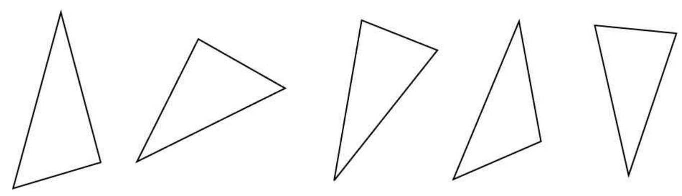


120명의 수학 수행평가 점수의 분산은?[3 점]

① $\frac{17}{6}$ ② $\frac{17}{5}$ ③ $\frac{17}{4}$
④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{17}{2}$

[난이도 : ★★★] [2006년 10월 학력평가]

116 그림과 같은 삼각형 5개의 넓이의 평균이 10일 때, 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[3점]



[보기]

ㄱ. 모든 삼각형의 넓이를 각각 5씩 증가시키면 넓이의 평균은 15가 된다.
ㄴ. 모든 삼각형의 높이를 각각 2배하면 넓이의 평균은 20이 된다.
ㄷ. 모든 삼각형의 모든 변을 각각 3배하면 넓이의 평균은 30이 된다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2006년 9월 학력평가]

117 다음 표는 5명의 학생 A, B, C, D, E의 수학 점수의 평균을 구한 후 각 학생의 수학 점수의 편차를 나타낸 것이다.

학생	A	B	C	D	E
편차	-3	x	-5	3	1

이때, 수학 점수의 분산을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2005년 3월 학력평가]

118 양궁선수인 정민이가 10회에 걸쳐 활을 쏜 점수를 나타낸 도수분포표이다.

정민이의 평균 점수는?[2점]

점 수	7	8	9	10	합계
도 수	1	2	3	4	10

① 7.5 ② 8 ③ 8.5
④ 9 ⑤ 9.5

[난이도 : ★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

119 [공통] 10개의 자료 중에서 7개 자료의 평균은 17이고 나머지 3개 자료의 평균이 7일 때, 전체 평균을 구하시오.[2점]

[난이도 : ★★☆] [2005년 5월 학력평가]

120 확률변수 Z가 표준정규분포 $N(0, 1)$을 따를 때, 표준점수 $T=20Z+100$이라고 하자. 어느 고등학교 3학년을 대상으로 한 학업성취도평가 점수는 정규분포를 따르고, 어느 한 학생의 원점수와 각 영역의 평균, 표준편차는 표와 같다.

구분 \ 영역	A	B	C
원점수	70	65	57
평균	60	55	45
표준편차	20	10	16

원점수에 대한 표준점수가 가장 큰 영역과 가장 작은 영역의 표준점수의 차는?[3점]

① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

[난이도 : ★★☆] [2005년 5월 학력평가]

121 다음은 어느 학급 학생 40명의 수학 성적과 국어 성적을 조사하여 만든 상관표이다.

수학 \ 국어	이상 이만 50 ~ 60	60 ~ 70	70 ~ 80	80 ~ 90	90 ~ 100	합 계
이상 이만 90 ~ 100				1		1
80 ~ 90			A	B	2	C
70 ~ 80		3	7	3		13
60 ~ 70	1	4	5	2		12
50 ~ 60	1	2				3
합 계	2	9	D	E	2	40

수학 성적과 국어 성적이 모두 70점 이상인 학생이 n명일 때, n의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

122 어느 시험에 응시한 수험생 10만명의 시험 점수가 정규분포 $N(50,\ 20^2)$을 이룬다고 한다. 아래 표준정규분포표를 이용할 때 성적이 상위 4% 이내에 속하려면 시험 점수가 최소 몇 점 이상이어야 하는가?[3점]

<표준정규분포표>

z	$P(0 \le Z \le z)$
1.28	0.40
1.75	0.46
2.05	0.48

① 85 ② 87 ③ 89
④ 91 ⑤ 93

[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

123 다음은 이항분포 $B(n,\ p)$를 이루는 확률변수 X에 대하여, $E(X)=np$임을 증명한 것이다.

<증명>

$E(X)=\sum_{r=0}^{n}[(가)]\cdot {}_nC_r p^r q^{n-r}$ (단, $q=1-p$)

$=1\cdot {}_nC_1 pq^{n-1}+2\cdot {}_nC_2 p^2q^{n-2}+\cdots$

$+r\cdot {}_nC_r p^r q^{n-r}+\cdots+n\cdot {}_nC_n p^n$ 에서

$r\cdot {}_nC_r=r\cdot\dfrac{n!}{(n-r)!\,r!}=\dfrac{n!}{(n-r)!\,(r-1)!}=[(나)]$ 이므로

$n\cdot {}_{n-1}C_0\, pq^{n-1}+n\cdot {}_{n-1}C_1\, p^2q^{n-2}+\cdots$

$+n\cdot {}_{n-1}C_{r-1}\, p^r q^{n-r}+\cdots+n\cdot {}_{n-1}C_{n-1}\, p^n$

$=[(다)]\left({}_{n-1}C_0\, q^{n-1}+{}_{n-1}C_1\, pq^{n-2}+\cdots+{}_{n-1}C_{n-1}p^{n-1}\right)$

$=np(q+p)^{n-1}=np$

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[3점]

① $r,\ n\cdot {}_{n-1}C_r,\ npq$
② $r^2,\ n\cdot {}_nC_{r-1},\ np$
③ $r,\ (n-1)\cdot {}_{n-1}C_{r-1},\ np$
④ $r^2,\ n\cdot {}_{n-1}C_{r-1},\ npq$
⑤ $r,\ n\cdot {}_{n-1}C_{r-1},\ np$

[난이도 : ★★★] [2005년 0월 학력평가]

124 [공통]어떤 해운회사의 통계자료에 의하면 예약고객 10명 중 8명의 비율로 승선한다고 한다. 정원이 340명인 여객선의 예약고객이 400명일 때, 승선한 고객이 예약고객만으로 정원을 초과하지 않을 확률을 표준정규분포표를 이용하여 구하면?[3점]

<표준정규분포표>

z	$P(0 \le Z \le z)$
2.1	0.4821
2.2	0.4861
2.3	0.4893
2.4	0.4918
2.5	0.4938

① 0.9938 ② 0.9918 ③ 0.9893
④ 0.9861 ⑤ 0.9821

[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

125 두 지점 $A,\ B$를 갈 때에는 시속 $60km$로, 올 때에는 시속 $40km$로 왕복하였다. 두 지점 $A,\ B$사이를 왕복할 때의 평균속력은 시속 몇 km인지 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2004년 10월 학력평가]

126 연속확률변수 X가 취하는 값의 범위가 $0 \le X \le 2$이고, 확률밀도함수 $f(x)$가 $f(x)=kx\,(0 \le x \le 2)$일 때, 확률 $P(0 \le X \le k)$의 값은?(단, k는 상수)[4점]

① $\frac{1}{32}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{8}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

[난이도 : ★★☆] [2004년 11월 학력평가]

127 사차방정식 $(x^2-5x)^2+10(x^2-5x)+24=0$의 네 근의 분산을 V라 할 때, $12V$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2004년 11월 학력평가]

128 다음은 어느 고등학교 학생 20명에게 지난 일주일 동안 EBS 수능 강의를 시청한 날짜 수에 대한 학생 수를 조사하여 나타낸 표이다.

날짜 수(일)	0	1	2	3	4	5	6	7	계
학생 수(명)	3	2	3	a	3	2	b	0	20

수능 강의를 시청한 날짜 수의 평균이 3일이라고 할 때, $a-b$의 값은?[3점]

① -5 ② -3 ③ -1
④ 1 ⑤ 3

[난이도 : ★★☆] [2004년 04월 학력평가]

129 다음은 확률변수 X가 이항분포 $B(n,\ p)$를 따를 때, X의 평균이 $E(X)=np$임을 증명하는 과정이다.

(단, $n \neq n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times2\times1$)

<증명>

확률 $P(X=k)={}_nC_kp^kq^{n-k}$

(단, $q=1-p$, $k=0,1,2,\cdots,n$)이므로

$E(X)=\sum_{k=0}^{n}[(가)]=\sum_{k=1}^{n}[(가)]$

여기서,

$$k\,{}_nC_k=k\times\frac{n!}{k!(n-k)!}$$
$$=n\times\frac{(n-1)!}{(k-1)!\{(n-1)-(k-1)\}!}$$
$$=n[(나)]$$

이므로,

$$E(X)=\sum_{k=1}^{n}n\,{}_{n-1}C_{k-1}p^kq^{n-k}$$
$$=np\sum_{k=1}^{n}{}_{n-1}C_{k-1}p^{k-1}q^{(n-1)-(k-1)}$$
$$=np[(다)]^{n-1}$$
$$=np$$

따라서 확률변수 X가 이항분포 $B(n,\ p)$를 따를 때, X의 평균은 $E(X)=np$이다.

위의 빈칸(가), (나), (다)에 들어가기에 알맞은 것은? [3점]

① $kP(X=k)$, ${}_{n-1}C_{k-1}$, $p+q$
② $kP(X=k)$, ${}_{n-1}C_k$, $p+q$
③ $kP(X=k)$, ${}_{n-1}C_{k-1}$, $p-q$
④ $P(X=k)$, ${}_nC_{k-1}$, $p-q$
⑤ $P(X=k)$, ${}_{n-1}C_{k-1}$, $p+q$

[난이도 : ★★★] [2004년 5월 학력평가]

130 다음 표는 확률변수 X의 확률분포를 나타낸 것이다.

$P(1 \le X \le 3)$은?[2점]

X	1	2	3	4	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{1}{5}$	1

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{5}{12}$
④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{7}{15}$

[난이도 : ★★★] [2004년 3월 학력평가]

131 2005학년도 대학수학능력시험 수리영역의 원점수 X의 평균을 m, 표준편차를 σ라 할 때 표준점수 T는 $T=a\left(\frac{X-m}{\sigma}\right)+b$(단, $a>0$)꼴로 나타내어진다. 수리영역의 표준점수 T가 평균이 100, 표준편차가 20인 분포를 이룬다고 할 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?[4점]

① 80 ② 90 ③ 100
④ 110 ⑤ 120

[난이도 : ★★★] [2004년 5월 학력평가]

132 어느 농장에서 생산되는 포도 한 송이의 무게는 평균 $500g$, 표준편차 $50g$인 정규분포를 따른다고 한다. 한편, 포도 한 송이의 가격은 표와 같이 무게를 기준으로 정하였다.

무게(g)	가격(원)
500 미만	1000
500 이상 550 미만	1100
550 이상	1200

이때, 포도 한 송이 가격의 기대값은?(단, $P(0 \le Z \le 1)=0.34$, Z는 표준화된 확률변수)[4점]

① 1,066원 ② 1,100원 ③ 1,160원
④ 1,200원 ⑤ 1,300원

[난이도 : ★★★] [2004년 10월 학력평가]

133 확률변수 X에 대하여 확률변수 $Y=\frac{1}{2}X+5$의 평균이 30일 때, X의 평균은?[3점]

① 20 ② 35 ③ 40
④ 45 ⑤ 50

정답 및 해설

1.이산확률분포

중단원 기출문제

1) 답 : 155

[해설]

[출제 의도] 정규분포의 특성을 이해하고 있는가?

확률변수 X가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따르므로

$P(X \le 3) = P\left(\frac{X-m}{\sigma} \le \frac{3-m}{\sigma}\right) = P\left(Z \le \frac{3-m}{\sigma}\right) = 0.3$

즉, $0.5 - P\left(0 \le Z \le \frac{m-3}{\sigma}\right) = 0.3$ 이다.

따라서 $P\left(0 \le Z \le \frac{m-3}{\sigma}\right) = 0.2$이므로

$\frac{m-3}{\sigma} = 0.52$

따라서 $m = 3 + 0.52\sigma \dots$㉠ 이다.

이때

[중간 계산] $= P(3 \le X \le 80) = P\left(\frac{3-m}{\sigma} \le \frac{X-m}{\sigma} \le \frac{80-m}{\sigma}\right)$

$= P\left(\frac{3-m}{\sigma} \le Z \le \frac{80-m}{\sigma}\right)$

$= P\left(\frac{3-m}{\sigma} \le Z \le 0\right) + P\left(0 \le Z \le \frac{80-m}{\sigma}\right)$

$= 0.2 + P\left(0 \le Z \le \frac{80-m}{\sigma}\right) = 0.3$ 에서

$P\left(0 \le Z \le \frac{80-m}{\sigma}\right) = 0.1$ 이므로

$\frac{80-m}{\sigma} = 0.25$

즉, $m = 80 - 0.25\sigma \dots$㉡

㉠, ㉡에서

$3 + .52\sigma = 80 - 0.25\sigma$

$0.77\sigma = 77$

$\sigma = 100$

따라서 $m = 3 + 0.52 \times 100 = 55$이므로

$m + \sigma = 55 + 100 = 155$

2) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 이산확률변수의 평균을 구할 수 있고 평균, 분산, 표준편차의 성질을 이해하는가?

$Y = 10X - 2.21$이라 하자.

확률변수 Y의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

Y	-2	0	1	합계
$P(Y=$	a	b	$\frac{2}{3}$	1

확률의 총합이 1이므로 $a + b + \frac{2}{3} = 1$ 이며 정리하면

$a + b = \frac{1}{3} \dots$㉠

또, $E(Y) = 10E(X) - 2.21 = 0.5$이므로

$E(Y) = (-1) \times a + 0 \times b + 1 \times \frac{2}{3}$

$= -a + \frac{2}{3}$

$= \frac{1}{2} \dots$㉡

그러므로 ㉠과 ㉡에서 $a = \frac{1}{6}$, $b = \frac{1}{6}$

이고 $V(Y) = \frac{7}{12}$이다.

한편, $Y = 10X - 2.21$이므로

$V(Y) = 100 \times V(X)$이다.

따라서 $V(X) = \frac{1}{100} \times \frac{7}{12}$ 이다.

그러므로 $p = \frac{1}{6}$, $q = \frac{1}{6}$, $r = 100$이므로

$pqr = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times 100 = \frac{25}{9}$

3) 답 : ③

[해설]

조건 (가)에서 $f(10) > f(20)$이므로 $m < 15$이어야 한다.

조건 (나)에서 $f(4) < f(22)$이므로 $m > 13$이어야 한다.

$13 < m < 15$에서 $m = 14$

[구하는 값]$= P(17 \le X \le 18)$

$= P\left(17 - \frac{14}{5} \le Z \le 18 - \frac{14}{5}\right)$

$= P(0.6 \le Z \le 0.8)$

$= 0.288 - 0.226 = 0.062$

4) 답 : ②

[해설]

세 점 $(x+1, y)$, $(x, y+1)$, $(x+1, y+1)$로 이동하는 것을 각각 p, q, r로 나타내면

점 $(0, 0)$에서 점 $(4, 3)$까지 이동하는 횟수가 최소가 되는 경우의 수는 p, r, r, r를

일렬로 나열하는 경우이므로 $k = \frac{4!}{3!} = 4$

이동하는 횟수가 $k+2$인 경우는 6번 이동하는 경우이므로

p, p, p, q, q, r를 일렬로 나열하는 경우이므로

$\frac{6!}{3! \times 2!} = 60$

$P(X = 6) = \frac{1}{N} \times 60$

이때, 확률의 총합은 1이므로

$\frac{4 + 30 + 60 + 35}{N} = 1$이므로 $N = 129$

$\therefore\ a + b + c = 4 + 60 + 129 = 193$

5) 답 : 11

[해설]

[출제 의도] 이산확률변수에서 기댓값을 구할 수 있는가?

$E(X) = -5 \times \frac{1}{5} + 0 \times \frac{1}{5} + 5 \times \frac{3}{5} = -1 + 3 = 2$

$\therefore\ E(4X+3) = 4E(X) + 3 = 4 \times 2 + 3 = 11$

정답 및 해설

6) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 정규분포를 따르는 확률변수에 대하여 확률을 구할 수 있는가?

쌀의 무게를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $N(1.5,\ 0.2^2)$을 따르고,

$Z=\dfrac{X-1.5}{0.2}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

[구하는 값] $=P(1.3\le X\le 1.8)$

$$=P\left(\frac{1.3-1.5}{0.2}\le\frac{X-1.5}{0.2}\le\frac{1.8-1.5}{0.2}\right)$$
$$=P(-1\le Z\le 1.5)$$
$$=P(0\le Z\le 1)+P(0\le Z\le 1.5)$$
$$=0.3413+.4331=0.7745$$

7) 답 : 80

[해설]

[출제 의도] 확률밀도함수의 성질을 이해할 수 있는가?

[중간계산] $=\displaystyle\int_0^1 f(x)dx$

$$=k\int_0^1(x-x^4)dx$$
$$=k\left[\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{5}x^5\right]_0^1$$
$$=k\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)$$
$$=\frac{3}{10}k\ =1$$

에서

$$k=\frac{10}{3}$$
$$\therefore\ 24k=24\times\frac{10}{3}=80$$

8) 답 : 20

[해설]

확률변수 X가 이항분포 $B\left(n,\ \dfrac{1}{3}\right)$을 따르므로

분산은 $V(X)=n\cdot\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{2}{3}=\dfrac{2}{9}n$

$$\therefore\ V(3X)=3^2V(X)=9\cdot\frac{2}{9}n=2n=40$$
$$\therefore\ n=20$$

9) 답 : ②

[해설]

토마토 모종을 심은 지 3주가 지났을 때의 토마토 줄기의 길이를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $N(30,\ 2^2)$을 따른다.

표준화하여 $Z=\dfrac{X-30}{2}$라 하면

Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1^2)$을 따르므로 구하는 확률은

$$P(27\le X\le 32)=P\left(\frac{27-30}{2}\le\frac{X-30}{2}\le\frac{32-30}{2}\right)$$
$$=P(-1.5\le Z\le 1)$$
$$=P(-1.5\le Z\le 0)+P(0\le Z\le 1)$$
$$=P(0\le Z\le 1.5)+P(0\le Z\le 1)$$
$$=0.4332+0.3413=0.7745$$

10) 답 : ⑤

[해설]

과자 1봉지의 무게를 확률변수 X라 하면

X는 정규분포 $N(75,\ 2^2)$을 따른다.

표준화하여 $Z=\dfrac{X-75}{2}$라 하면

Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1^2)$을 따르므로

구하는 확률은

$P(76\le X\le 78)$

$$=P\left(\frac{76-75}{2}\le\frac{X-75}{2}\le\frac{78-75}{2}\right)$$
$$=P(0.5\le Z\le 1.5)$$
$$=P(0\le Z\le 1.5)-P(0\le Z\le 0.5)$$
$$=0.4332-0.1915=0.2417$$

11) 답 : 5

[해설]

$P(0\le X\le 3)=3k+\dfrac{1}{2}\cdot 3\cdot 2k=6k=1$이므로

$$\therefore\ k=\frac{1}{6}$$

$P(0\le X\le 2)=2k+\dfrac{1}{2}\cdot 2\cdot 2k=4k=4\cdot\dfrac{1}{6}=\dfrac{2}{3}$

$$\therefore\ p+q=3+2=5$$

12) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 표본평균이 정규분포를 따르는 분포에서 확률을 구할 수 있는가?

한 병의 용량을 X라고 하면 X는 정규분포 $N(m,\ 10^2)$을 따른다.

이때, 크기 25인 표본의 평균을 $\overline{X}$라고 하면

$\overline{X}$는 정규분포 $N(m,\ 2^2)$을 따른다.

[구하는 값] $=P(\overline{X}\ge 2000)$

$$=P\left(Z\ge\frac{2000-m}{2}\right)$$
$$=0.9772\ =0.5+0.4772$$
$$=0.5+P(0\le Z\le 2)$$
$$=0.5+P(-2\le Z\le 0)$$
$$\therefore\ \frac{2000-m}{2}=-2$$
$$\therefore\ m=2004$$

13) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 이항분포에서의 평균과 분산을 구하여 이항분포에서의 확률을 구할 수 있는가?

X가 이항분포 $B(9,\ p)$를 따르므로

$E(X)=9\cdot p$, $V(X)=9\cdot p\cdot(1-p)$

정답 및 해설

$\therefore\ (9 \cdot p)^2 = 9 \cdot p \cdot (1-p)$에서 $9p = 1-p$ ($\because 0 < p < 1$)

$\therefore\ p = \dfrac{1}{10}$

14) 답 : ②

[해설]

$P(0 \le X \le a) = 1$이므로 $ka^2 = 1$ …… ㉠

확률변수 X의 확률밀도함수를 $f(x)$라 하면

$P(0 \le Z \le x) = \int_0^2 f(t)dt = kx^2$

등식의 양변을 x에 대하여 미분하면 $f(x) = 2kx$

$\therefore\ E(X) = \int_0^a xf(x)dx = \int_0^a 2kx^2 dx = \left[\dfrac{2}{3}kx^3\right]_0^a$

$= \dfrac{2}{3}ka^3 = 1$

$\therefore\ ka^3 = \dfrac{3}{2}$ …… ㉡

㉡÷㉠에서 $a = \dfrac{3}{2}$, ㉠에서 $\dfrac{9}{4}k = 1$

$\therefore\ k = \dfrac{4}{9}$

[다른 풀이]

닫힌구간 $[0,\ a]$에서 정의된 확률변수 X의 확률밀도함수를 $f(x)$라 하자.

$P(0 \le X \le x) = kx^2$에서 $\int_0^x f(x)dx = kx^2$ …… ㉠

$\int_0^a f(x)dx = 1$이므로 $ka^2 = 1$ …… ㉡

㉠의 양변을 미분하면 $f(x) = 2kx$

$E(X) = \int_0^a xf(x)dx = \int_0^a 2kx^3 dx$

$= \dfrac{2}{3}ka^3 = 1$ …… ㉢

㉡, ㉢을 연립하면 $a = \dfrac{3}{2}$, $k = \dfrac{4}{9}$

15) 답 : 20

[해설]

[출제 의도] 이산확률분포를 구하여 평균을 구할 수 있는가?

5개 중 임의로 2개를 배정하는 전체 방법의 수는 ${}_5C_2 = 10$

i) $X=1$인 경우

배정된 서랍의 번호를 순서쌍으로 나타내면

$(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)$이므로

$P(X=1) = \dfrac{4}{10}$

ii) $X=2$인 경우

$(2, 3), (2, 4), (2, 5)$이므로

$P(X=2) = \dfrac{3}{10}$

iii) $X=3$인 경우

$(3, 4), (3, 5)$이므로

$P(X=3) = \dfrac{2}{10}$

iv) $X=4$인 경우

$(4, 5)$이므로

$P(X=4) = \dfrac{1}{10}$

i), ii), iii), iv)에서 확률변수 X의 확률분포는

X	1	2	3	4	계
P(X)	$\dfrac{4}{10}$	$\dfrac{3}{10}$	$\dfrac{2}{10}$	$\dfrac{1}{10}$	1

$\therefore\ E(X) = 1 \times \dfrac{4}{10} + 2 \times \dfrac{3}{10} + 3 \times \dfrac{2}{10} + 4 \times \dfrac{1}{10} = 2$

$\therefore\ E(10X) = 10 \times E(X) = 20$

16) 답 : ④

[해설]

(가)에서 $P(X \ge 64) = P(X \le 56)$이므로 $m = 64 + \dfrac{56}{2} = 60$

이때, $V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$이므로

$V(X) = 3616 - 60^2 = 16$ ∴ $\sigma(X) = 4$

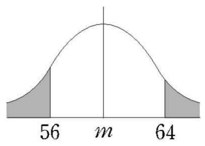
[중간 계산]= $P(X \le 68) = P\left(Z \le \dfrac{68-60}{4}\right) = P(Z \le 2)$

$= 0.5 + P(0 \le Z \le 2) = 0.5 + .4772$

$= P(m \le X \le m + 2\sigma))$ (∵ $P(0 \le Z \le 2)$

[다른 풀이]

(가)조건에서



그래프의 대칭의 중심은 60이므로 $m = 60$

(나)조건에서 $E(X^2) = V(X) + \{E(X)\}^2 = 6^2 + 60^2 = 3616$

$\therefore\ \sigma^2 = 16, \sigma = 4$

$P(X \le 68) = P(X \le m + 2\sigma)$

$= 0.5 + P(0 \le X \le m + 2\sigma) = 0.9772$

17) 답 : ②

[해설]

학생의 시험 점수를 확률변수 X라 하면

X는 정규분포 $N(500,\ 25^2)$을 따르므로

$P(475 \le X \le 550)$

$= P\left(\dfrac{475-500}{25} \le Z \le \dfrac{550-500}{25}\right)$

$= P(-1 \le Z \le 2)$

$= P(0 \le Z \le 1) + P(0 \le Z \le 2)$

$= 0.3413 + 0.4772 = 0.8185$

18) 답 : ⑤

[해설]

$B(n, p)$에서 $E(X) = np$, $V(X) = np(1-p)$,

$\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$

$\therefore\ E(2X-5) = 2E(X) - 5 = 2np - 5 = 175$

$\therefore\ np = 90$ …㉠

$\sigma(2X-5) = 2\sigma(X) = 2\sqrt{np(1-p)} = 12$ …㉡

㉠, ㉡에서 $p = \dfrac{3}{5}$

$\therefore\ n=150$

[다른 풀이]

$E(2X-5)=175$에서

$2E(X)-5=175 \Rightarrow 2E(X)=180$

$\therefore\ E(X)=90$

$V(2x-5)=12^2$에서 $4V(X)=144$

$\therefore\ V(X)=36$

이때, 확률변수 X가 이항분포 $B(n,\ p)$를 따르므로

$$\begin{cases} np=90 \\ np(1-p)=36 \end{cases}$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $p=\dfrac{3}{5},\ n=150$

19) 답 : ①

[해설]

확률변수 X가 이항분포 $B(200,\ p)$를 따르고

X의 평균이 40이므로 $E(X)=np$에서

$200p=40$이며 $p=\dfrac{1}{5}\ \ldots$①

$p+q=1$에서 $q=\dfrac{4}{5}\ \ldots$②

X의 분산인 $V(X)=npq=200\times\dfrac{1}{5}\times\dfrac{4}{5}=32$

20) 답 : ⑤

[해설]

(확률의 총합) $=\dfrac{1}{4}+a+2a=1$

$\therefore\ a=\dfrac{1}{4}$

$E(X)=0\times\dfrac{1}{4}+1\times\dfrac{1}{4}+2\times\dfrac{2}{4}=\dfrac{5}{4}$

$\therefore\ E(4X+10)=4E(X)+10=4\times\dfrac{5}{4}+10=15$

21) 답 : ③

[해설]

$E(X)=0\times\dfrac{2}{7}+1\times\dfrac{3}{7}+2\times\dfrac{2}{7}=1$

$E(X^2)=0^2\times\dfrac{2}{7}+1^2\times\dfrac{3}{7}+2^2\times\dfrac{2}{7}=\dfrac{11}{7}$

[구하는 값] $=V(7X)=49V(X)$

$=49\left[E(X^2)-\{E(X)\}^2\right]$

$=49\left(\dfrac{11}{7}-1\right)=28$

22) 답 : ①

[해설]

이항분포 $B\left(100,\ \dfrac{1}{5}\right)$을 따르는 확률변수 X의 표준편차는

$\sigma(X)=\sqrt{100\times\dfrac{1}{5}\times\dfrac{4}{5}}=\dfrac{20}{5}=4$

$\therefore\ \sigma(3X-4)=3\sigma(X)=12$

23) 답 : ④

[해설]

$P(2\le X\le 3)=\dfrac{1}{3}$이고 $P(m\le X\le 2)=\dfrac{1}{3}$이므로

$P(0\le X\le m)=\dfrac{1}{3}$이다.

$\therefore\ \dfrac{1}{2}\cdot m\cdot\dfrac{1}{3}m=\dfrac{1}{3}$

$\therefore\ m=\sqrt{2}\ (\because\ m>0)$

24) 답 : 105

[해설]

$E(X)=0\times\dfrac{2}{10}+1\times\dfrac{3}{10}+2\times\dfrac{3}{10}+3\times\dfrac{2}{10}=\dfrac{3}{2}$

$E(X^2)=0\times\dfrac{2}{10}+1\times\dfrac{3}{10}+4\times\dfrac{3}{10}+9\times\dfrac{2}{10}=\dfrac{33}{10}$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\dfrac{33}{10}-\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{21}{20}$

$V(Y)=V(10X+5)=10^2V(X)=100\times\dfrac{21}{20}=105$

25) 답 : ⑤

[해설]

C회사 제품을 선택할 확률은 $\dfrac{25}{100}=\dfrac{1}{4}$이므로

$B\left(192,\ \dfrac{1}{4}\right)$을 따른다.

이때, 192는 충분히 큰 수이므로 정규분포로 근사시키면

$m=192\times\dfrac{1}{4}=48,\ \sigma^2=192\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{3}{4}=36$

즉, $N(48,\ 6^2)$이 된다.

$P(X\ge 42)=P\left(Z\ge\dfrac{42-48}{6}\right)$

$=P(Z\ge -1)$

$=0.5+P(0\le Z\le 1)$

$=0.5+0.3413=0.8413$

26) 답 : 9

[해설]

주어진 31개의 항의 값의 평균을 구하면

$$\frac{(a-15d)+\cdots+a+\cdots+(a+15d)}{31}=a$$

$$(\text{표준편차 } \sigma)=\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{31}(X-m)^2}{31}}$$

$$=\sqrt{\frac{(-15d)^2+(-14d)^2+\cdots+(15d)^2}{31}}$$

$$=\sqrt{\frac{2d^2\sum_{k=1}^{15}k^2}{31}}=\sqrt{\frac{2d^2\times\frac{15\cdot 16\cdot 31}{6}}{31}}=4d\sqrt{5}$$

$\dfrac{\sigma}{d}=4\sqrt{5}=4\times 2.24=8.96$

27) 답 : 26

[해설]

한 달 후의 가격이 550원 일 확률은 0.5이다.
계속해서 다음달에 605원이 될 확률이 0.5이므로,
결국 현재 500원인 상품이 두 달 후에 605원이 될 확률은
$0.5\times0.5=0.25$이다.
나머지 가격도 같은 방법으로 계산하면, 두 달 후의 가격에 대한 확률은 다음 표와 같다.

가격	605	495	405
확률	0.25	0.5	0.25

따라서, 두달 후 받을수 있는 금액의 기대값은
$0\times0.25+5\times0.5+95\times0.25=26.25$

28) 답 : ②
[해설]
확률밀도함수의 정의에 따라
$$\int_0^1 f(x)dx=1$$
$$\int_0^1 (ax+a)=1$$
$$\left[\frac{a}{2}x^2+ax\right]_0^1=\frac{3}{2}a=1$$
$$\therefore\ a=\frac{2}{3}$$

29) 답 : ③
[해설]
주사위를 던져서 나온 눈 1, 2, 3, 4, 5, 6을 4로 나눈 나머지는 차례로 1, 2, 3, 0, 1, 2이므로

X	0	1	2	3	계
P(X)	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

X의 확률분포표를 구하면 오른쪽과 같다.
$$[\text{구하는 값}]=E(X)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{2}{6}+2\times\frac{2}{6}+3\times\frac{1}{6}$$
$$=\frac{2+4+3}{6}=\frac{3}{2}$$

30) 답 : ①
[해설]
남학생의 수가 여학생의 수의 1.5배이므로
여학생의 수를 $2x$라 하면 남학생의 수는 $3x$이다.
$$\therefore\ (\text{전체의 평균})=\frac{225\times3x+225\times2x}{2x+3x}=\frac{1145}{5}=229$$

31) 답 : ②
[해설]
5명의 사격 결과는 다음과 같다.
A: 2, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 9
B: 2, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 8
C: 1, 1, 2, 4, 5, 5, 6, 8, 9, 9
D: 1, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 9
E: 1, 2, 2, 4, 5, 5, 6, 8, 8, 9
분산 $\sigma^2=\sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-m)^2}{n}=\sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-5)^2}{10}$

즉, 표준편차가 가장 작은 사람은 B이다.

32) 답 : ④
[해설]
평균과 비교하여 상위 성적의 표준편차가 B고등학교보다 A고등학교가 더 크다.
A고등학교와 B고등학교는 평균이 같다.
C고등학교보다 B고등학교가 표준편차가 작으므로 B고등학교 학생들의 성적이
더 고른 편이다.
따라서, 옳은 것은 Ⅰ, Ⅲ 이다.

33) 답 : ①
[해설]
표준편차가 가장 큰 것은 ①이다.

34) 답 : ⑤
[해설]
$$E(X)=-4\times\frac{1}{5}+0\times\frac{1}{10}+4\times\frac{1}{5}+8\times\frac{1}{2}=4$$
$\therefore\ E(3X)=3E(X)=12$

35) 답 : ②
[해설]
표준정규분포곡선을 $h(x)$라고 하자.
$f(12)=g(26)$, $P(Y\geq26)\geq0.5$
X의 정규분포에서 변수를 Z로 표준화하면 $f(12)=h\left(\frac{12-10}{4}\right)$
마찬가지로 Y의 정규분포에서 변수를 Z로 표준화하면
$g(26)=h\left(\frac{26-m}{4}\right)$
$P(Y\geq26)\geq0.5$이므로 $\frac{26-m}{4}<0$
$\therefore\ \frac{12-10}{4}=-\frac{26-m}{4}$ $\therefore\ m=28$
$$P(Y\leq20)$$
$$=P\left(Z\leq\frac{20-28}{4}\right)$$
$$=P(Z\leq-2)$$
$$=0.5-P(0\leq Z\leq2)$$
$$=0.0228$$

36) 답 : 35
[해설]
$P(X\leq1)+P(X\leq7)=1$, $P(X\leq2)+P(X\leq6)=1$,
$P(X\leq3)+P(X\leq5)=1$, $P(X\leq4)=\frac{1}{2}$
이므로 $\sum_{n=1}^{7}P(X\leq n)=1+1+1+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$
$\therefore\ 10a=35$

37) 답 : 10
[해설]
$P(0\leq X\leq3)=1$이어야 하므로

$P(0 \le X \le 3) = 3a = 1 \therefore \quad a = \frac{1}{3}$

$\therefore \; P(0 \le X < a) = P\left(0 \le X < \frac{1}{3}\right)$

$= P(0 \le X \le 3) - P\left(\frac{1}{3} \le X \le 3\right)$

$= 1 - \frac{1}{3} \times \frac{8}{3} = \frac{1}{9}$

$\therefore \quad p+q = 10$

[MIM EDU 다른 풀이]

확률밀도함수를 $f(x)$라고 하면

주어진 $P(x \le X \le 3) = a(3-x) \; (0 \le x \le 3)$을

$\int_x^3 f(x)dx = a(3-x) \; (0 \le x \le 3) \ldots$ ㉮

㉮에서 $f(x)$를 구하기 위해 양변을 x에 대하여 미분하면

$f(3) \times 3' - f(x) \times x' = -a$이며 정리하면

$f(x) = a \ldots$ ㉯

확률밀도함수 $f(x)$이므로

$\int_0^3 f(x)dx = 1 \Leftrightarrow \int_0^3 a dx = 1$

$a = \frac{1}{3} \ldots$ ㉰

구하는 값인 $\therefore \quad P(0 \le X < a) = P\left(0 \le X < \frac{1}{3}\right)$

$= P(0 \le X \le 3) - P\left(\frac{1}{3} \le X \le 3\right)$

$= 1 - \frac{1}{3} \times \frac{8}{3} = \frac{1}{9}$

$\therefore \quad p+q = 10$

38) 답 : ⑤

[해설]

A과목 점수 $X : N(m, \sigma^2)$

B과목 점수 $Y : N(m+3, \sigma^2)$

$P(X \ge 80) = P\left(Z \ge \frac{80-m}{\sigma}\right) = 0.09$에서

$P\left(0 \le z \le \frac{80-m}{\sigma}\right) = 0.41$

$P(Y \ge 80) = P\left(Z \ge \frac{80-m-3}{\sigma}\right) = 0.15$에서

$P\left(0 \le z \le \frac{80-m-3}{\sigma}\right) = 0.35$

$P(0 \le z \le 1.34) = 0.41$, $P(0 \le z \le 1.04) = 0.35$이므로

$\frac{80-m}{\sigma} = 1.34$, $\frac{80-m-3}{\sigma} = 1.04$

두 식을 연립하여 풀면

$\sigma = 10, \, m = 66.6$이다.

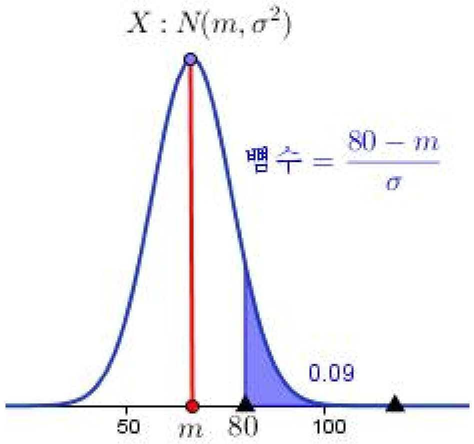
따라서 $m + \sigma = 76.6$

[MIM edu:자세한 풀이]

A, B 두 과목의 시험 점수를 각각 확률변수 X, Y라 하면

$X : N(m, \sigma^2), \; Y : N(m+3, \sigma^2)$을 그려서 풀자.

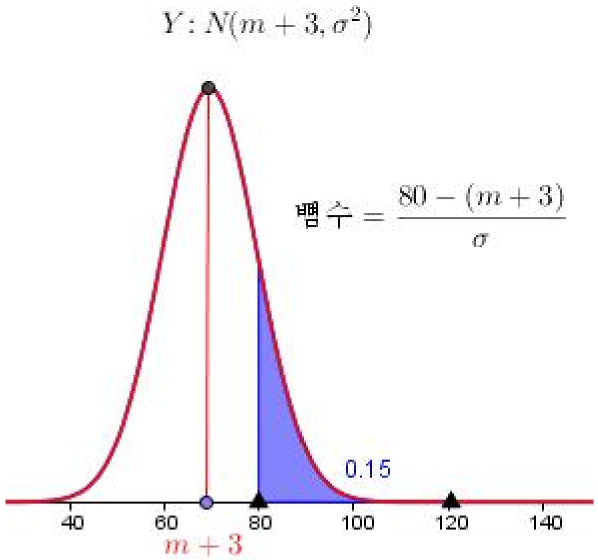
A과목 시험 점수가 80점 이상인 학생의 비율이 9%



$P(X \ge 80) = 0.09$이며 $P(Z \ge 1.34) = 0.5 - 0.41 = 0.09$에서

$\frac{80-m}{\sigma} = 1.34 \cdots$ ㉠

B과목 시험 점수가 80점 이상인 학생의 비율이 15%



$P(Y \ge 80) = 0.15$이며 $P(Z \ge 1.04) = 0.15$에서

$\frac{77-m}{\sigma} = 1.04 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$\therefore \begin{cases} \sigma = 10 \\ m = 66.6 \end{cases}$

따라서 구하는 값인 $m + \sigma = 76.6$

[MIM edu:다른 풀이]

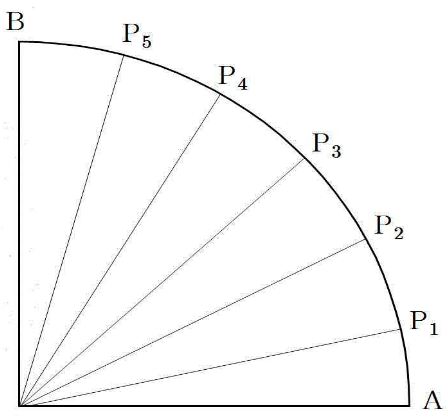
확률밀도함수(정규분포)의 정의를 이용하면 쉽게 문제를 풀 수 있다.

$\begin{cases} 77 - m = 1.04\sigma \\ 80 - m = 1.34\sigma \end{cases}$를 풀면, $m = 66.6, \, \sigma = 10$

$\therefore \; m + \sigma = 76.6$

39) 답 : ②

[해설]



부채꼴 OPA의 넓이와 부채꼴 OPB의 넓이의 차가 확률변수 X 이므로

P_3를 선택할 때 넓이의 차는 0

P_1또는 P_5를 선택할 때 넓이의 차는 $\frac{\pi}{12}$

P_2또는 P_4를 선택할 때 넓이의 차는 $\frac{\pi}{6}$

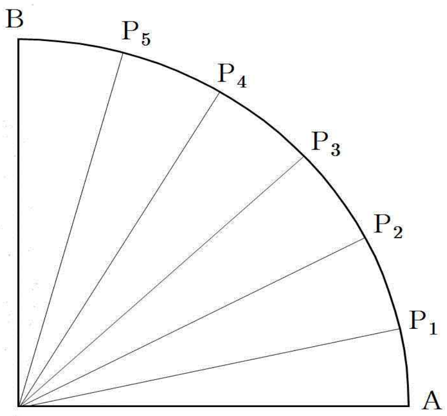
확률분포표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	합계
$P(X)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	1

X 0 $\frac{\pi}{12}$ $\frac{\pi}{6}$ 합계 $P(X)$ $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{5}$ 1

따라서 $E(X)=0\times\frac{1}{5}+\frac{\pi}{12}\times\frac{2}{5}+\frac{\pi}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{\pi}{10}$ 이다.

[다른 풀이]



위의 그림에서 부채꼴 OAB의 넓이는 사분원인 $\frac{\pi}{4}$이다.

$n=6$이므로 부채꼴 OAB를 6등분한다.

따라서 등분된 각각의 부채꼴의 넓이는

$\frac{\pi}{4}\times\frac{1}{6}=\frac{\pi}{24}$ ...㉮

부채꼴 OPA안에 있는 작은 부채꼴의 개수와 부채꼴 OPB안에 있는 작은 부채꼴의 개수의 차를 확률 변수 Y라 하여 확률 분포표를 그리면 아래와 같다.

Y	0	2	4	계
$\mathrm{P}(Y)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	1

$E(Y)=\frac{2\times2+4\times2}{5}=\frac{12}{5}$ ...㉯

문제에서 $X=\frac{\pi}{24}Y$ 이므로 평균의 성질을 이용하면

$E(X)=E\left(\frac{\pi}{24}Y\right)=\frac{\pi}{24}\times E(Y)=\frac{\pi}{24}\times\frac{12}{5}=\frac{\pi}{10}$

[MIM edu:자세한 풀이]

각각의 넓이의 차에 대하여,

X	$\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{12}$	계
$P(X)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	1

(P_1, P_4), (P_2, P_5)는 대칭적이다.

이 사실을 이용하여, 확률분포표를 만들면 아래와 같다.

따라서, $E(X)=\frac{\pi}{10}$

40) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]확률분포표에서 평균을 구할 수 있는가?

주어진 확률분포표에서 확률의 합은 1이므로

$a+\frac{1}{4}+b=1,\ a+b=\frac{3}{4}$ ⋯①

또 확률변수 X의 평균 $E(X)=5$이므로

$1\times a+3\times\frac{1}{4}+7\times b=5,\ a+7b=\frac{17}{4}$ ⋯②

② − ① 을 계산하면

$6b=\frac{14}{4}$ ∴ $b=\frac{7}{12}$

41) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]정규분포에서의 확률을 구할 수 있는가 ?

제품 A의 무게를 X라 하면 확률변수 X는 정규분포 $N(m, 1)$을 따르고,

제품 B의 무게를 Y라 하면 확률변수 Y는 정규분포 $N(2m, 2^2)$을 따른다.

이때,

$P(X\ge k)=P\left(\frac{X-m}{1}\ge\frac{k-m}{1}\right)=P(Z\ge k-m)$이고,

$P(Y\le k)=P\left(\frac{Y-2m}{2}\le\frac{k-2m}{2}\right)$

$=P\left(Z\le\frac{k-2m}{2}\right)=P\left(Z\ge-\frac{k-2m}{2}\right)$이므로

두 확률이 같으려면

$k-m=-\frac{k-2m}{2}$이 성립해야 한다.

이때, $2k-2m=-k+2m$즉, $3k=4m$이므로

$\frac{k}{m}=\frac{4}{3}$ 이다.

42) 답 : ③

[해설]

반응 시간을 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $N(m, 1^2)$을 따른다.

따라서 $P(X<2.93)=0.1003$이므로

$P(X<2.93)=P\left(Z<\frac{2.93-m}{1}\right)$

$=P(Z>m-2.93)$

$=0.5-P(0\le Z\le m-2.93)=0.1003$

$P(0\le Z\le m-2.93)=0.3997$

즉, $m-2.93=1.28$이므로 $m=4.21$

43) 답 : ④

[해설]

확률 $P\left(a\le X\le a+\frac{1}{2}\right)$의 확률 변수 X값은 일정한 너비 $\frac{1}{2}$를 유

지하며

x축 위를 움직이고 이때의 확률은 넓이에 비례하므로,

확률밀도함수가 최대인 $x=1$을 기준으로 좌우대칭인 구간에서,

확률은 최댓값을 갖게 된다.

따라서 $a=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

44) 답 : ③

[해설]

두 주사위의 눈의 수의 차가 3보다 크거나 같은 경우는 모두 12가지 이므로

1번의 시행에서 A가 점수를 얻을 확률은 $\frac{24}{36}=\frac{2}{3}$이고

B가 점수를 얻을 확률은 $\frac{1}{3}$이다.

따라서 15회 시행에서 A가 얻는 점수의 합을 확률변수 X라고 하면

X는 이항분포 $B\left(15, \frac{2}{3}\right)$를 따른다.

$\therefore\ E(X)=15\times\frac{2}{3}=10$

한편 15회 시행에서 B가 얻는 점수의 합을

확률변수 Y라고 하면 Y는 이항분포 $B\left(15, \frac{1}{3}\right)$를 따르므로

$E(Y)=15\times\frac{1}{3}=5$

따라서 두 기댓값의 차는 5이다.

45) 답 : 50

[해설]

$P(X=r)={}_nC_r p^r q^{n-r}$ (단, $q=1-p$)이므로

$P(X=4)=\frac{1}{3}P(X=5)$

$\therefore\ {}_{10}C_4 p^4 q^6=\frac{1}{3}\times{}_{10}C_5 p^5 q^5$을 정리하면 $p=\frac{5}{7}$

$B\left(10, \frac{5}{7}\right)$에서 $E(7X)=7E(X)=7\times\frac{50}{7}=50$

46) 답 : ③

[해설]

확률변수 $X: N(20, t^2)$을 따르므로

$H(t)=P\left(\frac{X-20}{t}\le\frac{15-20}{t}\right)=P\left(z\le-\frac{5}{t}\right)$

ㄱ. $H(2.5)=P\left(z\le-\frac{5}{2.5}\right)=P(z\le-2)=P(z\ge2)$ ∴ 참

ㄴ. $H(2)=P(z\le-2.5)$이므로 $\therefore\ H(2)<H(2.5)$ ∴ 참

ㄷ. $H(5)=P(z\le-1)=0.5-P(0\le z\le1)=0.1587$

$5H(2)<5H(2.5)=5\times P(z\le-2)$

$=5\times(0.5-P(0\le z\le2))=5\times0.0228=0.1140$ ∴ 거짓

47) 답 : 37

[해설]

확률밀도함수 $f(x)=\frac{1}{2}x\,(0\le x\le2)$에 대하여

사건 A가 일어날 확률 $P(0\le x\le1)=\frac{1}{4}$로 일정하므로

3회의 독립시행에서 사건 A가 2회 이상 일어날 확률은

${}_3C_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)+{}_3C_3\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{9}{64}+\frac{1}{64}=\frac{5}{32}$

$\therefore\ p+q=37$

48) 답 : 13

[해설]

확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	4	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	1

$\therefore\ E(X)=1\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{2}+4\times\frac{1}{6}=2$

$\therefore\ E(5X+3)=5E(X)+3=13$ [정답] 13

49) 답 : ④

[해설]

모든 확률의 합이 1이므로

$p+\frac{1}{4}+q+\frac{1}{12}=1$

$\therefore\ p+q=\frac{2}{3}$

$E(X)=\frac{1}{4}+2q+\frac{1}{4}=2q+\frac{1}{2}$

$V(X)=\frac{1}{4}+4q+\frac{3}{4}-\left(2q+\frac{1}{2}\right)^2=1$

$4q-\left(2q+\frac{1}{2}\right)^2=0$

$16q^2-8q+1=(4q-1)^2=0$

$\therefore\ q=\frac{1}{4},\ p=\frac{5}{12}$

$\therefore\ 3p+q=3\times\frac{5}{12}+\frac{1}{4}=\frac{3}{2}$

[정답]④

50) 답 : ⑤

[해설]

확률분포와 통계적 추정[정답]⑤

(ⅰ)연속하는 100개의 자연수를 a_1, a_2, $\cdots$, a_{100}으로 놓으면

$1\le|a_i-a_j|\le99$ (i, $j=1$, 2, $\cdots$, 100, $i\ne j$)

따라서, 확률변수 X가 취할 수 있는 값은 1, 2, 3, $\cdots$, 99이다.

(ⅱ)연속하는 100개의 홀수를 b_1, b_2, $\cdots$, b_{100}으로 놓으면

$2\le|b_k-b_l|\le198$ (k, $l=1, 2, \cdots, 100, k\ne l$)

따라서, 확률변수 Y가 취할 수 있는 값은 2, 4, 6, $\cdots$, 198이다.

(ⅲ)연속하는 100개의 짝수를 c_1, c_2, $\cdots$, c_{100}으로 놓으면

$2\le|c_m-c_n|\le198$ ($m, n=1, 2, \cdots, 100, m\ne n$)

따라서, 확률변수 Z가 취할 수 있는 값은 2, 4, 6, $\cdots$, 198 이다.

따라서, $Y=Z=2X$이므로 $V(Y)=V(Z)=4V(X)$

$\therefore\ V(X)<V(Y)=V(Z)$

51) 답 : ①

[해설]

확률분포표에서의 확률의 총합이 1이므로

$\frac{1}{4}+a+\frac{1}{8}+b=1$

$\therefore\ a+b=\frac{5}{8}$ ... ①

또한 확률변수 X의 평균이 5이므로

$1\times\frac{1}{4}+2\times a+4\times\frac{1}{8}+8\times b=5$

$8a+32b=17$ ... ②

① , ②을 연립하여 풀면

$\therefore\ a=\frac{1}{8},\ b=\frac{1}{2}$

[구하는 값]$=V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\left(1^2\times\frac{1}{4}+2^2\times\frac{1}{8}+4^2\times\frac{1}{8}+8^2\times\frac{1}{2}\right)-5^2$

$=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+2+32-25$

$=9+\frac{3}{4}$

$=9.75$

52) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]확률

휴대전화 배터리의 지속 시간이 평균 60인 정규분포를 따르므로

지속 시간이 60시간 이상일 확률은 $\frac{1}{2}$이고, 60시간 미만일 확률은 $\frac{1}{2}$이다.

이때, 8개의 배터리 중에서 지속 시간이 60시간 이상인 배터리가 2개 이상일 확률은 60시간 이상인 배터리가 하나도 없거나 1개가 나오는 사건의 여사건이므로

$1-\left\{{}_8C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^8+{}_8C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^7\right\}$

$=1-\left(\frac{1}{2}\right)^8-8\left(\frac{1}{2}\right)^8$

$=1-\frac{1}{256}-\frac{8}{256}$

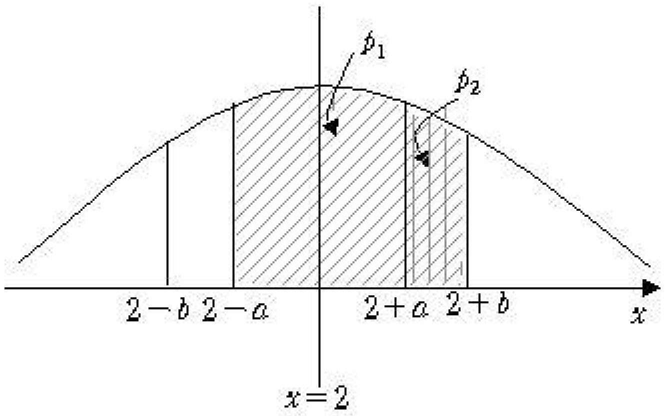
$=\frac{247}{256}$

53) 답 : ①

[해설]

$f(x)$ 가 $f\ (2+x)=f\ (2-x)$을 만족하므로

X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에 대하여 대칭이다.



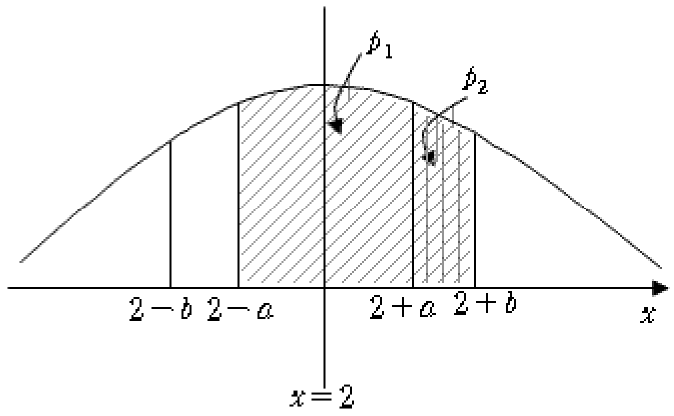
위의 그림에서

$\therefore\ P(2-b\le X\le 2+b)=p_1+p_2$

54) 답 : ①

[해설]

$f(x)$가 $f(2+x)=f(2-x)$을 만족하므로 X의 확률밀도함수 $f(x)$는 $x=2$에 대하여 대칭이다.



위의 그림에서

$\therefore\ P(2-b\le X\le 2+b)=p_1+p_2$

55) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]통계

확률분포표에서의 확률의 총합이 1이므로

$\frac{1}{4}+a+\frac{1}{8}+b=1$

$\therefore\ a+b=\frac{5}{8}$ ...①

또한 확률변수 X의 평균이 5이므로

$1\times\frac{1}{4}+2\times a+4\times\frac{1}{8}+8\times b=5$

$8a+32b=17$ ...②

① , ②을 연립하여 풀면

$\therefore\ a=\frac{1}{8},\ b=\frac{1}{2}$

$\therefore\ V(X)=V(X^2)-E(X)^2$

$=\left(1^2\times\frac{1}{4}+2^2\times\frac{1}{8}+4^2\times\frac{1}{8}+8^2\times\frac{1}{2}\right)-5^2$

$=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+2+32-25$

$=9+\frac{3}{4}$

$=9.75$

56) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 기댓값의 성질 이해하기

$E(X)=0\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{3}+4\times\frac{1}{2}=\frac{8}{3}$

따라서 $E(6X+1)=6E(X)+1=17$

57) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 표준정규분포를 활용하여 문제 해결하기
휴대전화 1대의 무게를 확률변수 X라 하면
확률변수 X는 정규분포 $N(153, 2^2)$을 따른다.
Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,
$P(151 \le X \le 154)$
$= P\left(\frac{151-153}{2} \le \frac{X-153}{2} \le \frac{154-153}{2}\right)$
$= P(-1 \le Z \le 0.5)$
$= P(-1 \le Z \le 0) + P(0 \le Z \le 0.5)$
$= 0.3413 + 0.1915 = 0.5328$

58) 답 : ⑤
[해설]
[출제 의도] 확률분포를 이해하고 기댓값을 구한다.
$P(1 \le X \le 3) = k(1+2+3) = 6k = 1 \therefore k = \frac{1}{6}$
$E(X) = k+4k+9k = 14k = \frac{14}{6}$
$E(6X+1) = 6E(X)+1 = 6 \times \frac{14}{6}+1 = 15$

59) 답 : 18
[해설]
[출제 의도] 이항분포를 이해하여 n을 구한다.
$E(3X) = 3E(X) = 18$에서 $E(X) = np = 6$ ⋯ ㉠
$E(3X^2) = 3E(X^2) = 120$이므로 $E(X^2) = 40$
$V(X) = np(1-p) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$에서
$6(1-p) = 40-6^2 = 4$이므로 $p = \frac{1}{3}$
따라서 ㉠에 대입하면 $n = 18$

60) 답 : 19
[해설]
[출제 의도] 이산확률분포를 이해한다.
$E(X) = 1 \cdot \frac{3}{10} + 2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{19}{10}$ 이므로
$E(10X) = 10E(X) = 10 \cdot \frac{19}{10} = 19$

61) 답 : ③
[해설]
[출제 의도] 연속확률변수의 확률을 계산한다.
$P(0 \le X \le 1) = \int_0^1 \frac{1}{2}x\,dx = \frac{1}{4}$

62) 답 : ①
[해설]
[출제 의도]무연근의 뜻과 무리방정식의 풀이 방법을 이해하여 무리방정식의 해를 구한다.
$\sqrt{x+4} = |x|-2$ ⋯ ①
주어진 식의 양변을 제곱하면
$x+4 = x^2-4|x|+4$
(ⅰ) $x \ge 0$일 때
$x^2-5x=0 \Leftrightarrow x(x-5)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=5$
① 에 대입하면 $x=0$은 무연근이다. 따라서 구 하는 근은 $x=5$이다.
(ⅱ) $x<0$일 때
$x^2+3x=0,\ x(x+3)=0$
$\therefore x=-3$
따라서 (ⅰ), (ⅱ)에서 모든 실근의 곱은 -15이다.

63) 답 : 19
[해설]
[출제 의도] 이산확률분포를 이해한다.
모든 확률의 합은 1이므로
$a+2a+3a+4a=1$에서 $a=\frac{1}{10}$
$P(X=x) = \frac{1}{10}x,\ E(X) = \sum_{k=1}^{4} k \cdot \frac{k}{10} = \frac{1}{10} \cdot \frac{4 \cdot 5 \cdot 9}{6} = 3$
통계의 성질을 사용하여$\therefore$ $E(4X+7) = 4E(X)+7 = 12+7 = 19$

64) 답 : ②
[해설]
[출제 의도] 이항분포와 정규분포 사이의 관계를 이해한다.
사과의 무게 X는 정규분포 $N(400, 50^2)$을 따른다.
1등급 상품이 될 확률은 $P(X \ge 442) = P\left(Z \ge \frac{442-400}{50}\right)$
$= P(Z \ge 0.84) = 0.2$
사과 100개 중 1등급 상품의 개수 Y는 이항분포 $B(100, 0.2)$를 따르고
근사적으로 $N(20, 4^2)$을 따른다.
$P(Y \ge 24) = P\left(Z \ge \frac{24-20}{4}\right) = P(Z \ge 1) = 0.16$

65) 답 : ③
[해설]
[출제 의도]주어진 상관도를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.
ㄱ. 수학점수와 과학점수 사이에는 양의 상관관계가 있다.(참)
ㄴ. 수학 점수와 과학점수가 모두 80점 이상인 학생은 5명이다.
따라서 이들의 상대도수는 $\frac{5}{20}$, 즉 0.25이다.(참)
ㄷ. 수학점수가 70점 이상인 학생들의 과학점수는
70, 70, 80, 80, 90, 100, 100이므로 이들의 평균은 $\frac{590}{7} \ne 85$이다.(거짓)
그러므로 ㄱ, ㄴ이 참이다.

66) 답 : 7
[해설]
$E(X) = \int_0^{\frac{1}{2}} x^2\,dx + \int_{\frac{1}{2}}^{1} (5x^2-2x)\,dx = \frac{3}{4}$
$\therefore p+q=7$

67) 답 : ②
[해설]

$E(aX+b)=aE(X)+b=10a+b=9$,

$V(aX+b)=a^2V(X)=16a^2=4$ 에서

$a=\frac{1}{2}$, $b=4$ ∴ $ab=2$

68) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]정규분포를 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

수험생의 점수를 확률변수 X라 하면, X는 정규분포 $N(156, 20^2)$을 따른다.

합격하기 위한 최저 점수를 k(점)이라 하면

$$P(X \geq k)=P\left(Z \geq \frac{k-156}{20}\right)=\frac{200}{1000}=0.2$$

$$P\left(0 \leq Z \leq \frac{k-156}{20}\right)=0.3$$

$$\frac{k-156}{20}=0.84$$

∴ $k=172.8$

69) 답 : 214

[해설]

[출제 의도]여사건의 확률을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

적어도 한 면이 색칠되어져 있는 정육면체를 선택할 확률은

어떤 면도 색칠되지 않은 것을 선택할 사건의 여사건의 확률이다.

어떤 면도 색칠되지 않은 정육면체의 개수는 $3\times3\times4=36$이다.

따라서 적어도 한 면이 색칠 되어져 있는 정육면체를

선택할 확률 $\frac{q}{p}=1-\frac{36}{125}=\frac{89}{125}$ 이다.

89와 125는 서로소이므로 $p+q=125+89=214$이다.

[다른 풀이]

적어도 한 면이 색칠된 정육면체의 개수는 $5\times5+4\times(4\times4)=89$이므로

구하는 확률 $\frac{q}{p}=\frac{89}{125}$ 이다.

89와 125는 서로소이므로 $p+q=125+89=214$이다.

70) 답 : 380

[해설]

수열 $\{p_n\}$은 등차수열이므로

$p_1+p_2+p_3+p_4+p_5=1$에서 $p_1+p_5=\frac{2}{5}$

$p_5-p_1=\frac{8}{25}$ 에서 $p_1=\frac{1}{25}$, $p_5=\frac{9}{25}$

$$E(100X)=100\left(\frac{1}{25}+\frac{6}{25}+\frac{15}{25}+\frac{28}{25}+\frac{45}{25}\right)=380$$

71) 답 : ③

[해설]

확률변수 X가 정규분포 $N(60, 5^2)$을 따르므로

표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N(60, 0.1^2)$을 따른다.

또한, 불량품으로 판정될 확률은

$P(X \leq 50)=P(Z \leq -2)=0.02$이므로

확률변수 Y는 이항분포 $B(2500, 0.02)$를 따르고,

근사적으로 정규분포 $N(50, 7^2)$을 따른다.

ㄱ. $P(\overline{X} \geq 60)=\frac{1}{2}$ ∴ 참

ㄴ. $P(Y \geq 57)=P(Z \geq 1)=0.16$

$P(\overline{X} \leq 59.9)=P(Z \leq -1)=0.16$ ∴ 참

ㄷ. $P(60-k \leq X \leq 60+k)=P\left(-\frac{k}{5} \leq Z \leq \frac{k}{5}\right)$

$P(60-k \leq \overline{X} \leq 60+k)=P\left(-\frac{k}{0.1} \leq Z \leq \frac{k}{0.1}\right)$

$P(60-k \leq X \leq 60+k)<P(60-k \leq \overline{X} \leq 60+k)$

∴ 거짓

72) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]확률의 뜻을 이해하고 이를 이용하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

갑과 을이 가위바위보를 할 때

(비길 확률) $=\frac{1}{3}$, (승부가 날 확률) $=\frac{2}{3}$

따라서 첫 번째에서는 비기고 두 번째에서 승부가 날 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$

73) 답 : 23

[해설]

[출제 의도]확률분포표를 이해하고 평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$20a^2+10a^2+3a=\frac{3}{5}$ 에서 $a=\frac{1}{10}$

X의 평균 $E(X)$는

$$E(X)=0\times\frac{2}{5}+1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{1}{10}+3\times\frac{3}{10}=\frac{13}{10}$$

∴ $p+q=23$

74) 답 : 28

[해설]

[출제 의도]도수분포표를 이용하여 주어진 자료의 평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$m=\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$m=\frac{(-6)\times3+(-2)\times5+2\times5+6\times8+10\times4}{25}=2.8$$

∴ $10m=28$

75) 답 : 220

[해설]

[출제 의도]이항분포와 정규분포의 관계를 이해하고 이를 이용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

확률변수 X는 이항분포 $B\left(400, \frac{1}{2}\right)$을 따르고, 시행의 횟수가 충분히 크므로

정규분포 $N(200, 10^2)$을 따른다.

$P(X \leq k)=P\left(Z \leq \frac{k-200}{10}\right)=0.9772$이고

$P(Z \leq 2)=P(Z \leq 0)+P(0 \leq Z \leq 2)$

$=0.5+0.4772=0.9772$ 이므로

$\frac{k-200}{10}=2$

$\therefore\ k=220$

76) 답 : 23

[해설]

사건 A가 일어나는 횟수를 확률변수 X라 하면

X는 이항분포 $B\left(1200,\ \frac{1}{4}\right)$을 따르므로

$E(X)=300,\ V(X)=225$

이때 시행횟수가 충분히 크므로 X는 근사적으로 정규분포

$N\left(300,\ 15^2\right)$을 따른다.

$p=P(X\leq 270)=P(Z\leq -2)=0.023$

$\therefore\ 1000p=23$

77) 답 : 76

[해설]

$P(X=k)=P(x\leq k)-P(x\leq k-1)$

$ak^2-a(k-1)^2=a(2k-1)$

$1=\sum_{k=1}^{5}P(X=k)=\sum_{k=1}^{5}a(2k-1)=a\times 25$

$\therefore\ a=\frac{1}{25}$

$E(X)=\frac{1}{25}\sum_{k=1}^{5}\{k\cdot(2k-1)\}=\frac{1}{25}\sum_{k=1}^{5}\left(2k^2-k\right)=\frac{19}{5}$

$20E(X)=20\times\frac{19}{5}=76$

78) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]이항분포의 분산을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$V(X)=n\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=20$

$\therefore\ n=90$

79) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]경우의 수를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

먼저 회장을 1명 뽑는 방법은 5가지이고, 나머지 4명의 회원 중에서 2명의

부회장을 뽑는 방법의 수는 다음과 같다.

$\frac{4\times 3}{2}=6$

따라서 구하는 방법의 수는 $5\times 6=30$이다.

80) 답 : 108

[해설]

5지선다형 문항 50개에 대하여 각각의 문항에 을 하나만 선택했을 때,

맞힌 문항의 개수를 확률변수 X라 하면,

X는 이항분포 $R\left(50,\ \frac{1}{5}\right)$을 따른다.

그러므로, $E(X)=50\times\frac{1}{5}=10,\ V(X)=50\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}=8$

그러므로, $E\left(X^2\right)=V(X)+\{E(X)\}^2=8+10^2=108$

따라서, 은 108

81) 답 : ⑤

[해설]

산포도와 표준편차

$a,\ b,\ c,\ d,\ e$의 평균이 1이므로

$\frac{a+b+c+d+e}{5}=1$

$\therefore\ a+b+c+d+e=5$

$a,\ b,\ c,\ d,\ e$의 분산이 2이므로

$\therefore\ \frac{(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2+(d-1)^2+(e-1)^2}{5}=2$

$3a,\ 3b,\ 3c,\ 3d,\ 3e$의 평균은

$\frac{3a+3b+3c+3d+3e}{5}=\frac{3(a+b+c+d+e)}{5}=\frac{3\times 5}{5}=3$

$3a,\ 3b,\ 3c,\ 3d,\ 3e$의 분산은

$\frac{(3a-3)^2+(3b-3)^2+(3c-3)^2+(3d-3)^2+(3e-3)^2}{5}$

$=\frac{9\left\{(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2+(d-1)^2+(e-1)^2\right\}}{5}$

$=9\times 2=18$

82) 답 : 35

[해설]

[출제 의도]이항분포의 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$10P(X=3)=10p^3,\ P(Y\geq 3)=16p^3(2-3p)$이므로

$10p^3=16p^3(2-3p)$ 즉, $10=16(2-3p)$이다.

따라서 $p=\frac{11}{24}$이므로 $m+n=35$이다.

83) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]그래프로 나타내어진 자료로부터

주어진 자료들의 분산의 대소 관계를 추측할 수 있는가를 묻는 문제이다.

세 학급의 현장 체험 일수의 평균은

A학급의 평균: $\frac{1\times 4+2\times 6+3\times 10+4\times 6+5\times 4}{30}=3$

B학급의 평균: $\frac{1\times 6+2\times 6+3\times 6+4\times 6+5\times 6}{30}=3$

C학급의 평균: $\frac{1\times 10+2\times 4+3\times 2+4\times 4+5\times 10}{30}=3$

즉, 세 학급의 평균은 모두 3이다.

세 학급 $A,\ B,\ C$의 현장 체험 일수의 분산 $V(A),\ V(B),\ V(C)$는

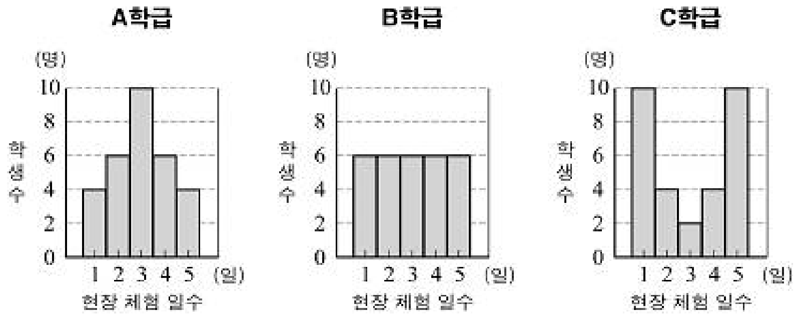
$V(A)=\frac{(-2)^2\times 4+(-1)^2\times 6+0^2\times 10+1^2\times 6+2^2\times 4}{30}=\frac{22}{15}$

$V(B)=\frac{(-2)^2\times 6+(-1)^2\times 6+0^2\times 6+1^2\times 6+2^2\times 6}{30}=2$

$V(C)=\frac{(-2)^2\times 10+(-1)^2\times 4+0^2\times 2+1^2\times 4+2^2\times 10}{30}=\frac{44}{15}$

$\therefore\ V(A)<V(B)<V(C)$

[별해]



그래프에서 세 자료의 평균은 모두 3으로 같고, 변량의 분포가 평균의 주위에 밀집되어 있을수록 분산이 작으므로 세 학급의 분산은 C학급이 가장 크고, A학급이 가장 작음을 알 수 있다.

$\therefore\ V(A) < V(B) < V(C)$

84) 답 : 53

[해설]

[출제 의도]자료의 평균 계산하기

$\dfrac{a+b+c}{3}=10,\ a+b+c=30$

$5a+3,\ 5b+3,\ 5c+3$의 평균

$=\dfrac{5a+3+5b+3+5c+3}{3}$

$=\dfrac{5(a+b+c)+9}{3}$

$=53$

85) 답 : 415

[해설]

[출제 의도]이항분포에서 평균과 분산 이해하기

[해설]확률변수 X는 이항분포 $B\left(80,\ \dfrac{1}{4}\right)$을 따르므로

$E(X)=80\times\dfrac{1}{4}=20,\ V(X)=80\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{3}{4}=15$

$E(X^2)=V(X)+\{E(X)\}^2=15+400=415$

86) 답 : 54

[해설]

6일 동안의 방문자 수의 평균은 5이므로

$x+y=15$

분산은 6이므로

$(x-5)^2+(y-5)^2=17$이다.

$(x-5)^2+(y-5)^2=(x++y)^2-10(x+y)-2xy+50=17$

$\therefore\ x=54$

87) 답 : ③

[해설]

확률변수 X는 이항분포 $B\left(n,\ \dfrac{1}{6}\right)$을 따른다.

$20\times{}_nC_n\left(\dfrac{1}{6}\right)^n\left(\dfrac{5}{6}\right)^0={}_nC_{n-1}\left(\dfrac{1}{6}\right)^{n-1}\left(\dfrac{5}{6}\right)^1$

따라서, $n=4$

$B\left(4,\ \dfrac{1}{6}\right)$에서 $E(X)=\dfrac{2}{3},\ V(X)=\dfrac{5}{9}$

$\therefore\ E(X^2)=V(X)+\{E(X)\}^2=\dfrac{5}{9}+\dfrac{4}{9}=1$

88) 답 : 16

[해설]

[출제 의도]자료의 분산 구하기

$\dfrac{84+78+a+86+87}{5}=85$이므로 $a=90$이고,

분산은 $\dfrac{(-1)^2+(-7)^2+5^2+1^2+2^2}{5}=16$

89) 답 : ⑤

[해설]

영어 \ 수학	6	7	8	9	10	합계
10			1	1	2	4
9			2	3	3	8
8		2	4	4		10
7	1	3	3			7
6	3	3				6
합계	4	8	10	8	5	35

① 수학 성적과 영어 성적이 같은 학생은 A부분이므로 15명이다.

② 수학 성적이 영어 성적보다 높은 학생은 B부분이므로 13명이다.

③ 수학 성적의 값이 커짐에 따라 영어 성적의 값도 대체로 커지는 경향이 있으므로 양의 상관관계가 있다.

④ 영어와 수학 성적의 평균이 9점 이상인 학생은 C부분이므로 10명이다.

⑤ 수학성적이 8점인 학생들의 영어 성적의 평균은 D부분이므로

평균은 $\dfrac{10\times1+9\times2+8\times4+7\times3}{10}=8.1$점이다.

90) 답 : ②

[해설]

옮기기 전의 A반의 (계급값)×(도수)의 총합을 S라 하면

$S=65\times1+75\times7+85\times7+95\times5=1660$이므로

$M=\dfrac{1660}{20}=83$

$N=\dfrac{S-85\times2}{18}=\dfrac{745}{9}$

$\therefore\ M-N=83-\dfrac{745}{9}=\dfrac{2}{9}$

91) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]정규분포의 확률밀도함수 이해하기

[해설] $f(100-x)=f(100+x)$이므로 $f(x)$는

$x=100$에 대하여 대칭이다. $\therefore\ m=100$

$P(100\le X\le108)=P(0\le Z\le2)=0.4772\ \dfrac{108-100}{\sigma}=2$

$\therefore\ \sigma=4$

$P(94\le X\le110)=P(-1.5\le Z\le2.5)=0.9270$

92) 답 : 37

[해설]

서로 다른 10개의 수 $x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_{10}$중 가장 작은 수를 x_1,

가장 큰 수를 x_{10}라고 하면

$x_2+x_3+\cdots+x_{10}=41\times 9=369\cdots$①

$x_1+x_2+\cdots+x_9=33\times 9=297\cdots$②

$x_1+x_{10}=74\cdots$③

① +②+③을 하면 $2(x_1+\cdots+x_{10})=740$

$x_1+\cdots+x_{10}=370$

∴ 평균은 37이다.

93) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]이항분포를 따르는 확률변수를 설정하고, 이항분포와 정규분포사이의 관계를 이용하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

180번의 독립시행에서 당첨금으로 900원을 받는 횟수를 X, 100원을 손해 보는 횟수를 Y라 하자.

이때, 당첨금으로 22000원 이상을 받게 되려면

$\begin{cases} X+Y=180 \\ 900X-100Y=22000 \end{cases}$이 성립해야 한다. 즉 $X\ge 40$

여기서 확률변수 X의 분포가 이항분포 $B\left(180, \frac{1}{6}\right)$를 따르고

구하고자 하는 확률은 $P(X\ge 40)$이다.

$E(X)=180\times\frac{1}{6}=30$, $V(X)=180\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=5^2$이고,

$n=180$는 충분히 크므로, 확률변수 X는 정규분포 $N(30, 5^2)$을 근사적으로 따른다.

따라서 $P(X\ge 40)=P\left(Z\ge\frac{40-30}{5}\right)$

$=P(Z\ge 2)=0.5-P(0\le Z\le 2)$

$=0.5-0.4772=0.0228$

94) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]정규분포표를 이해하고 표준정규분포로 바꾸어 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$P(X\ge 4)=P(Z\ge -1)=0.5+0.3413=0.8413$

95) 답 : 53

[해설]

[출제 의도]이항분포에서 평균과 분산 구하기

동전 2개 모두 앞면이 나올 확률이 $\frac{1}{4}$이므로

확률변수 X는 이항분포 $B\left(100, \frac{1}{4}\right)$을 따른다.

$E(X)=100\times\frac{1}{4}=25$

$E(Y)=E(2X+3)=2E(X)+3=53$

96) 답 : 70

[해설]

[출제 의도]정규분포에서 표준화하여 상수 구하기

[해설]확률변수 X, Y를 각각 표준화하면

$P(50\le X\le k)=P\left(\frac{50-50}{10}\le z\le\frac{k-50}{10}\right)$

$=P\left(0\le z\le\frac{k-50}{10}\right)$

$P(24\le Y\le 40)=P\left(\frac{24-40}{8}\le z\le\frac{40-40}{8}\right)$

$=P(-2\le z\le 0)$

$=P(0\le z\le 2)$이므로 $\frac{k-50}{10}=2$

∴ $k=70$

97) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]정규분포와 연속확률분포의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $X: N(200, 50^2)$을 따른다.

$E(Y)=\frac{3}{2}E(X)-50$,

$\sigma(Y)=\left(\frac{3}{2}\right)$

$\sigma(X)=\frac{3}{2}\times 50=75$,

$Y: N(250, 75^2)$을 따른다.

올해의 평균임금은 250만원이다.(참)

ㄴ. $Z=\frac{Y-250}{75}=2$(올해 상위 2.3%)

∴ $Y=400$(거짓)

ㄷ. $Y=\frac{3}{2}X-50$인 X를 구하면 X가 100

올해의 임금 Y값은 작년과 같거나 적어짐을 알 수 있다.(참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

98) 답 : 15

[해설]

[출제 의도]주어진 조건을 만족하는 자료의 평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

변량 a, b, c의 평균을 m, 분산을 S^2이라 하면

$m=\frac{a+b+c}{3}$

$S^2=\frac{(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2}{3}$

$=\frac{1}{3}\{a^2+b^2+c^2-2m(a+b+c)+3m^2\}$

$=\frac{1}{3}(a^2+b^2+c^2)-2\times\frac{1}{3}(a+b+c)m+m^2$

$=\frac{1}{3}(a^2+b^2+c^2)-2m^2+m^2$

$=\frac{a^2+b^2+c^2}{3}-m^2$

$S^2=10$, $\frac{a^2+b^2+c^2}{3}=25$에서

$10=25-m^2$

∴ $m^2=15$

99) 답 : 17

[해설]

[출제 의도]확률 계산하기

$A=\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$의 부분집합의 개수는 2^9

A의 부분집합 중에 $B=\{1,2,3,4\}$와 서로 소인 집합의 개수는 2^5

따라서 확률은 $\frac{2^5}{2^9}=\frac{1}{16}$ 이고 $a=16, b=1$

$\therefore\ a+b=17$

100) 답 : 60

[해설]

[출제 의도]문자와 식을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

2학년 학생 수를 a라 하면

1학년 학생 수는 $a+0.4a=1.4a$

1학년 평균점수를 b라 하면

2학년 평균점수는 $b+0.2b=1.2b$

전체 평균점수가 65점이므로

$$\frac{b\times1.4a+1.2b\times a}{1.4a+a}=65$$

$$\frac{2.6ab}{2.4a}=65$$

$\therefore\ b=60$

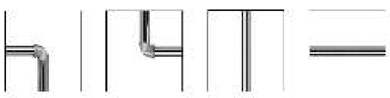
	1학년	2학년
학 생 수	$1.4a$	a
평균점수	b	$1.2b$

따라서 1학년 학생의 평균점수 A는 60이다.

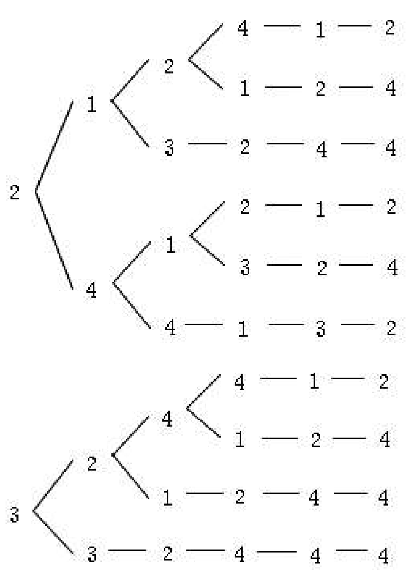
101) 답 : 10

[해설]

[출제 의도]경우의 수를 이용한 수학 외적 문제 해결하기



1 2 3 4



$\therefore$ 10가지

102) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]상용로그로 이루어진 수들의 평균 구하기

$$\frac{\log1+\log2+2\log2+3\log2+4\log2+5\log2}{6}$$

$$=\frac{15\log2}{6}=\frac{5}{2}\log2$$

103) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]표준정규분포를 이용하여 최저점수 구하기

1차 합격자의 최저점수를 a라 하면

$$P(X\geq a)=\frac{10}{500}=0.02$$

$P\left(0\leq z\leq\frac{a-67}{10}\right)=0.48$에서 $\frac{a-67}{10}=2$

$\therefore\ a=87$

104) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]표준정규분포표를 이용하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

자동차의 속력을 확률변수 X라고 하면, X는 정규분포 $N(104,8^2)$을 따른다.

$$P(X>120)=P\left(Z>\frac{120-104}{8}\right)=P(Z>2)$$

$$=0.5-P(0\leq Z\leq2)=0.5-0.48$$

$$=0.02=\frac{1}{50}$$

따라서 자동차 A, B가 모두 과속으로 단속될 확률은

$$\frac{1}{50}\times\frac{1}{50}=\frac{1}{2500}$$

105) 답 : 920

[해설]

[출제 의도]이항분포를 이해하여 평균과 분산을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

확률변수 X는 이항분포 $B\left(90,\frac{1}{3}\right)$을 따르므로

확률변수 X의 평균은 $E(X)=90\times\frac{1}{3}=30$이고

분산은 $V(X)=90\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=20$이다.

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$에서 $E(X^2)=920$이다.

106) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]상관표 이해하기

1회 / 2회	6	7	8	9	10	합계(명)
10			2		1	3
9		2	4	2		8
8		3	2	3	2	10
7		3	4	2		9
6	1	1				2
합계(명)	1	9	12	7	3	32

어두운 부분에 있는 자료의 학생들이 성적이 향상된 학생이다.

$2+3+4+2=11$명

107) 답 : 40

[해설]

[출제 의도]이항분포를 이해하고 분산 구하기

[해설] X는 이항분포 $B\left(180, \frac{1}{3}\right)$를 따른다.

$V(X)=180\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=40$

108) 답 : 10

[해설]

[출제 의도]확률변수의 표준편차를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$c\sum_{k=1}^{n}k=1$에서 $c=\frac{2}{n(n+1)}$

X의 표준편차가 $\sqrt{6}$이므로 X의 분산 $V(X)$는

$V(X)=\sum_{k=1}^{n}k^2\cdot(ck)-\left(\sum_{k=1}^{n}k\cdot ck\right)^2=6$에서

$c\sum_{k=1}^{n}k^3-\left(\sum_{k=1}^{n}ck^2\right)^2=6$

위 식에 $c=\frac{2}{n(n+1)}$를 대입하여 정리하면

$$\frac{2}{n(n+1)}\times\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{2}{n(n+1)}\times\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right\}^2=6$$

$$\frac{n(n+1)}{2}-\frac{(2n+1)^2}{9}=6\Rightarrow n^2+n-110=0$$

$$(n+11)(n-10)=0$$

$\therefore\ n=10$

109) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]확률분포표에서 평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$a+\frac{1}{3}+a+\frac{1}{6}=1$에서 $a=\frac{1}{4}$

따라서 확률변수 X의 평균은

$2\times\frac{1}{4}+3\times\frac{1}{3}+4\times\frac{1}{4}+6\times\frac{1}{6}=\frac{7}{2}$

110) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]정규분포의 성질을 이용하여 평균과 분산 구하기

[해설] $\frac{1}{5}X$의 분산 $V\left(\frac{1}{5}X\right)=\frac{1}{25}V(X)=1$

따라서 $V(X)=\sigma^2=25$이다.

한편, 정규분포곡선은 직선 $x=m$에 대하여 대칭이므로

$m=\frac{80+120}{2}=100$이다.

$\therefore\ m+\sigma^2=125$

111) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]홀수, 짝수의 성질을 활용한 경우의 수 구하기

11은 홀수이므로 뒤집힌 동전의 개수가 홀수인 경우를 찾으면 된다.

∴ ㄱ, ㄷ

112) 답 : 62

[해설]

과자의 무게를 확률변수 X라 하면

$$P(X\le 15.25)=P\left(\frac{X-16}{0.3}\le\frac{15.25-16}{0.3}\right)$$

$=P(Z\le -2.5)$

$=0.5-0.4938=0.0062$

$\therefore\ 10000\times 0.0062=62$

113) 답 : 32

[해설]

확률변수 X의 확률분포를 구하면

X	1	3	5	7	계
$P(X=x)$	$\frac{{}_4C_3}{{}_7C_3}$	$\frac{{}_4C_2\cdot{}_3C}{{}_7C_3}$	$\frac{{}_4C_1\cdot{}_3C}{{}_7C_3}$	$\frac{{}_3C_3}{{}_7C_3}$	1

$$\therefore\ E(X)=1\cdot\frac{4}{35}+3\cdot\frac{18}{35}+5\cdot\frac{12}{35}+7\cdot\frac{1}{35}=\frac{25}{7}$$

따라서 $m+n=32$

114) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]정규분포를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

X는 정규분포 $N(8, 2^2)$을 따르고

화살 한 발을 쏘아 8점을 득점할 확률은 $P(8<X\le 12)$이므로

$$P(8<X\le 12)=P\left(\frac{8-8}{2}<Z\le\frac{12-8}{2}\right)=P(0<Z\le 2)=0.4772$$

화살을 쏘았을 때 득점하는 사건은 독립이므로

12발 쏘았을 때, 8점을 득점한 화살의 수 Y의 기대값

$E(Y)=np=12\times 0.4772=5.7264$

115) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]히스토그램을 도수분포표로 바꾸어 분산을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

도수분포표는 다음과 같다.

점수	2	4	6	8	10	계
도수	10	10	40	30	30	120

이때, 평균 m은

$$m=\frac{10\times2+10\times4+40\times6+30\times8+30\times10}{120}=7\text{이므로}$$

분산 S^2은

$$S^2=\frac{10\times(2-7)^2+10\times(4-7)^2+40\times(6-7)^2+30\times(8-7)^2+30\times(10-7)^2}{120}$$

$$=\frac{250+90+40+30+270}{120}$$

$$=\frac{17}{3}$$

116) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]평균 이해하기

ㄱ. 모든 삼각형의 넓이를 각각 5씩 증가시키면

모든 삼각형의 넓이의 평균은 $10+5=15$가 된다.

ㄴ. 모든 삼각형의 높이를 각각 2배하면

모든 삼각형의 넓이의 평균은 $10\times 2=20$이 된다.

정답 및 해설

ㄷ. 길이의 비의 제곱이 넓이의 비이므로,

모든 삼각형의 모든 변을 각각 3배하면

모든 삼각형의 넓이의 평균은 $10\times3^2=90$이 된다.

∴ ㄱ, ㄴ

117) 답 : 12

[해설]

[출제 의도]편차의 성질을 이용하여 주어진 자료에서 분산을 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.

수학 점수의 편차의 합은 0이므로

$-3+x-5+3+1=0$

∴ $x=4$

따라서 수학 점수의 분산은

$$\frac{(-3)^2+4^2+(-5)^2+3^2+1^2}{5}=\frac{60}{5}=12$$

118) 답 : ④

[해설]

【출제 의도】 도수분포표에서 평균 구하기

(평균)=(총점) ÷(총도수) 이므로

$$m=\frac{7\times1+8\times2+9\times3+10\times4}{10}=\frac{90}{10}=9$$

119) 답 : 14

[해설]

[출제 의도]자료의 평균 구하기

7개 자료를 $a_1, a_2, \cdots, a_7$이라 하고

나머지 3개의 자료를 a_8, a_9, a_{10}이라고 하면

$\frac{a_1+a_2+\cdots+a_7}{7}=17,\ \frac{a_8+a_9+a_{10}}{3}=7$이므로

전체 평균은 $\frac{a_1+a_2+\cdots+a_{10}}{10}=\frac{17\times7+3\times7}{10}=14$

[정답] 14

120) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]정규분포를 활용하여 문제 해결하기

A, B, C영역의 원점수를 각각 표준화하면

$Z_A=\frac{70-60}{20}=\frac{1}{2},\ Z_B=1,\ Z_C=\frac{3}{4}$ 이므로

$T_A=20\times\frac{1}{2}+100=110,\ T_B=120,\ T_C=115$

∴ $120-110=10$

[정답]②

121) 답 : 22

[해설]

[출제 의도]상관표를 보고 두 변량 사이의 상관관계 구하기

수학과 국어 성적이 모두 70점 이상인 학생 수는

$1+(A+B+2)+7+3$이다.

또한, 상관표에서 $A+B+2=C$이고,

$1+C+13+12+3=40$에서 $C=11$이다.

따라서, $n=1+C+7+3=22$이므로 구하는 값은 22이다.

[정답] 22

122) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]표준정규분포표를 이용하여 시험점수의 위치를 찾을 수 있는지를 묻는 문제이다.

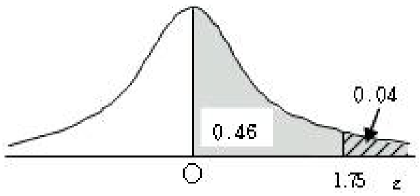
상위 4% 이내에 속하려면 표준정규분포곡선에서

$0.5-0.04=0.46$이므로

표준정규분포표의 값을 이용하면, $z=1.75$이다.

표준화한 값 $Z=\frac{X-m}{\sigma}$ 이므로

$X=\sigma Z+m=20\times1.75+50=85$



123) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]조합의 수를 이용하여 이항분포 $B(n, p)$의 평균이 $E(X)=np$임을

증명할 수 있는지를 묻는 문제이다.

$E(X)=\sum_{r=0}^{n}[r]\cdot{}_nC_rp\cdots$㉮

$r\cdot\frac{n!}{(n-r)!r!}=\frac{n!}{(n-r)!(r-1)!}=n\cdot\frac{(n-1)!}{(n-r)!(r-1)!}$

$=[n\cdot{}_{n-}C_{r-1}\cdots$㉯

$=np\ \cdots$㉰

124) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]이항분포와 정규분포를 이용하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

예약하여 승선하는 사람의 수를 확률변수 X라 하면

X는 이항분포 $B\left(400, \frac{4}{5}\right)$를 따른다.

∴ $E(X)=400\times\frac{4}{5}=320,\ V(X)=400\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=8^2$

이때, X는 근사적으로 $N(320, 8^2)$을 따른다.

∴ $P(X\le340)=P\left(Z\le\frac{340-320}{8}\right)$

$P(Z\le2.5)=0.9938$

125) 답 : 48

[해설]

A에서 B까지의 거리를 $l(km)$라 하면

가는데 걸린 시간: $\frac{l}{60}$시간,

오는데 걸린 시간: $\frac{l}{40}$시간,

왕복거리: $2l(km)$이다.

따라서, 왕복평균속력은

$x=\dfrac{2l}{\dfrac{l}{60}+\dfrac{l}{40}}=2\cdot 60\cdot \dfrac{40}{60+40}=48(km/$시$)$이다.

126) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]확률밀도함수의 정의를 알고 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$0\le x\le 2$에서 $f(x)=kx$의 그래프와 x축 사이의 넓이가 1이어야 하므로

$2k=1$

$\therefore\ k=\dfrac{1}{2}$

$\therefore\ P(0\le X\le k)=P\left(0\le X\le \dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{16}$

127) 답 : 15

[해설]

[출제 의도]산포도를 이해하고 분산 구하기

$x^2-5x=t$라 하면, $t^2+10t+24=0$에서 $t=-4$또는 $t=-6$

$\begin{cases} x^2-5x=-4 \Rightarrow x=1,\ 4 \\ x^2-5x=-6 \Rightarrow x=2,\ 3 \end{cases}$

따라서 네 근은 1, 2, 3, 4이다.

평균을 구하면 $\dfrac{1+2+3+4}{4}=\dfrac{5}{2}$이고,

분산은 $V=\dfrac{\left(1-\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(2-\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(3-\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(4-\dfrac{5}{2}\right)^2}{4}=\dfrac{5}{4}$

$\therefore\ 12V=15$

정답: 15

128) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]평균의 뜻을 이해하기

도수의 합은 20이므로

$3+2+3+a+3+2+b=20$,

$a+b=7\cdots①$

(평균) $=\dfrac{0\cdot 3+1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot a+4\cdot 3+5\cdot 2+6\cdot b+7\cdot 0}{20}=3$

이 식을 정리하면,

$a+2b=10\cdots②$

① , ②을 연립하여 풀면, $a=4,\ b=3$

$\therefore\ a-b=1$

정답:④

129) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 이항분포의 뜻을 이해하고, 평균을 구하기

생략

130) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]확률변수와 확률분포의 뜻알기

(준식) $=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)$

$=1-\dfrac{1}{5}=\dfrac{4}{5}$

[정답]②

131) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]평균과 표준편차의 성질을 이용하여 문제를 해결할 수 있다.

$E(T)=E\left(\dfrac{a(X-m)}{\sigma}+b\right)=\dfrac{aE(X)}{\sigma}-\dfrac{am}{\sigma}+b$

$\dfrac{am}{\sigma}-\dfrac{am}{\sigma}+b=b=100$

$\sigma(T)=\sigma\left(\dfrac{a(X-m)}{\sigma}+b\right)=\dfrac{|a|\sigma(X)}{\sigma}$

$\dfrac{|a|\sigma}{\sigma}=|a|=20$

$\therefore\ a=20\ (\because\ a>0)\ \therefore\ a+b=120$

132) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]정규분포의 뜻과 그 성질을 이해하기

$P(X<500)=P(Z<0)=0.5$

$P(500\le X<550)=P(0\le Z<1)=0.34$

$P(X<550)=P(Z<1)=0.16$

[기대값]= $(1000\times 0.5+1100\times 0.34+1200\times 0.16)=1066$

[정답]①

133) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]변환된 확률변수의 평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$E(Y)=\dfrac{1}{2}E(X)+5=30$이므로 $E(X)=50$