IV.지수와 로그
2.로그
# 중단원 기출문제

[난이도 : ★★★] [2018 학년도 대수능]
**1** 1보다 큰 두 실수 $a$, $b$에 대하여 $\log_{\sqrt{3}}a=\log_{9}ab$가 성립할 때, $\log_{a}b$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2017 학년도 대수능]
**2** $\log_{15}3+\log_{15}5$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★★] [2016 학년도 대수능]
**3** 양수 $x$에 대하여 $\log x$의 지표를 $f(x)$라 하자.

$f(n+10)=f(n)+1$을 만족시키는 100 이하의 자연수 $n$의 개수는?[4점][2016(B) /수능 20]

① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

[난이도 : ★★★] [2016 학년도 대수능]
**4** $x \geq \frac{1}{100}$인 실수 $x$에 대하여 $\log x$의 소수부분을 $f(x)$라 하자.

다음 조건을 만족시키는 두 실수 $a$, $b$의 순서쌍 $(a,\ b)$를 좌표평면에 나타낸 영역을 $R$ 라 하자.

| |
|---|
| (가) $a<0$이고 $b>10$이다.<br>(나) 함수 $y=9f(x)$의 그래프와 직선 $y=ax+b$가 한 점에서만 만난다. |

영역 $R$에 속하는 점 $(a,\ b)$에 대하여 $(a+20)^2+b^2$의 최솟값은 $100\times\frac{q}{p}$이다.

$p+q$의 값을 구하시오.(단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.)[4점][2016(A) /수능 30]

[난이도 : ★★☆] [2015 학년도 대수능]
**5** (공통)디지털 사진을 압축할 때 원본 사진과 압축한 사진의 다른 정도를 나타내는 지표인 최대 신호 대 잡음비를 $P$, 원본 사진과 압축한 사진의 평균제곱오차를 $E$라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$P=20\log 255-10\log E\ (E>0)$

두 원본 사진 $A$, $B$를 압축했을 때 최대 신호 대 잡음비를 각각 $P_A$, $P_B$라 하고, 평균제곱오차를 각각 $E_A\ (E_A>0)$, $E_B\ (E_B>0)$이라 하자.

$E_B=100E_A$일 때, $P_A-P_B$의 값은?[3점]

① 30 ② 25 ③ 20
④ 15 ⑤ 10

[난이도 : ★★★] [2014 학년도 대수능]

**6** 자연수 $n$에 대하여 $f(n)$이 다음과 같다.

$$f(n)=\begin{cases}\log_3 n, & (n\text{이 홀수})\\ \log_2 n, & (n\text{이 짝수})\end{cases}$$

20 이하의 두 자연수 $m, n$에 대하여 $f(mn)=f(m)+f(n)$을 만족시키는 순서쌍 $(m, n)$ 의 개수는?[4점]

① 220 ② 230 ③ 240
④ 250 ⑤ 260

[난이도 : ★★★] [2014 학년도 대수능]

**7** 1보다 큰 실수 $x$에 대하여 $\log x$의 지표와 가수를 각각 $f(x), g(x)$라 하자. $3f(x)+5g(x)$의 값이 10의 배수가 되도록 하는 $x$의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때 2번째 수를 $a$, 6번째 수를 $b$라 하자. $\log ab$의 값은? [4점]

① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

[난이도 : ★★★] [2014 학년도 대수능]

**8** 양의 실수 $x$에 대하여 $\log x$의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. 자연수 $n$에 대하여 $f(x)-(n+1)g(x)=n$을 만족시키는 모든 $x$의 값의 곱을 $a_n$이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{\log a_n}{n^2}$의 값은? [4점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

[난이도 : ★☆☆] [2013 학년도 대수능]

**9** $\log_2 40-\log_2 5$의 값은?[2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2012 학년도 대수능]

**10** 어느 학교 학생회가 축제 기간에 운영하는 먹거리 장터에서 수학 동아리가 다음과 같은 차림표를 마련하였다.

**차 림 표**

| 품명 | 단위 | 가격(원) |
|---|---|---|
| 유클리드 생수 | 병 | $500\times\sqrt[3]{8}$ |
| 피타고라스 김밥 | 줄 | $500\times\log_3 27$ |
| 가우스 떡볶이 | 접시 | $500\times\sum_{k=1}^{3}k$ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |

유클리드 생수 1병과 피타고라스 김밥 1줄을 살 때, 지불해야 할 금액은?[3점]

① 1500 원 ② 2000 원
③ 2500 원 ④ 3000 원
⑤ 3500 원

[난이도 : ★★★] [2012 학년도 대수능]

**11** 양수 $x$에 대하여 $\log x$의 정수부분과 소수부분을 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자.

두 부등식 $f(n) \leq f(54)$, $g(n) \leq g(54)$를 만족하는 자연수 $n$의 개수는?[4점]

① 42 ② 44 ③ 46
④ 48 ⑤ 50

[난이도 : ★☆☆] [2011 학년도 대수능]

**12** [공통]$27^{\frac{1}{3}}+\log_2 4$의 값은?[2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★★] [2011 학년도 대수능]

**13** 10보다 작은 자연수 $n$에 대하여 $\left(\frac{n}{10}\right)^{10}$이 소수 여섯째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타날 때, $n$의 값은?(단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$로 계산한다.)[4점]

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

[난이도 : ★★☆] [2010 학년도 대수능]

**14** $a=\log_2 10$, $b=2\sqrt{2}$ 일 때, $a\log b$의 값은?[3점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

[난이도 : ★★☆] [2010 학년도 대수능]

**15** 자연수 $n$에 대하여 $\log n$의 소수부분을 $f(n)$이라 할 때, 집합 $A=\{f(n) | 1 \leq n \leq 150,\ n$은 자연수$\}$의 원소의 개수는?[3점]

① 131 ② 133 ③ 135
④ 137 ⑤ 139

[난이도 : ★★☆] [2010 학년도 대수능]

**16** $1<a<b$인 두 실수 $a$, $b$에 대하여

$\frac{3a}{\log_a b}=\frac{b}{2\log_b a}=\frac{3a+b}{3}$가 성립할 때, $10\log_a b$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2009 학년도 대수능]

**17** [공통]$8^{\frac{2}{3}}+\log_2 8$의 값은?[2점]

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

[난이도 : ★★★] [2009 학년도 대수능]

**18** 두 자리의 자연수 $N$에 대하여 $\log N$의 소수부분이 $\alpha$일 때, $\frac{1}{2}+\log N=\alpha+\log_4 \frac{N}{8}$을 만족시키는 $N$의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★☆☆] [2008 학년도 대수능]

**19** [공통] $(\log_3 27)\times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은?[2점]

① 12 ② 10 ③ 8
④ 6 ⑤ 4

[난이도 : ★★☆] [2008 학년도 대수능]

**20** 1보다 큰 세 실수 $a, b, c$에 대하여 $\log_a c : \log_b c = 2:1$일 때, $\log_a b + \log_b a$의 값은?[3점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

[난이도 : ★★★] [2008 학년도 대수능]

**21** $0 < a < 1$인 $a$에 대하여 $10^a$을 3으로 나눌 때, 몫이 정수이고 나머지가 2가 되는 모든 $a$의 값의 합은?[4점]

① $3\log 2$ ② $6\log 2$ ③ $1+3\log 2$
④ $1+6\log 2$ ⑤ $2+3\log 2$

[난이도 : ★★☆] [2007 학년도 대수능]

**22** [문과]두 양수 $a, b$에 대하여 $ab=27$, $\log_3 \frac{b}{a}=5$가 성립할 때, $4\log_3 a + 9\log_3 b$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2007 학년도 대수능]

**23** [공통]양수 $a$에 대하여 $\log a$의 정수부분과 소수부분을 각각 $f(a)$, $g(a)$라 할 때, 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[3점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $f(2006)=3$ |
| ㄴ. $g(2)+g(6)=g(12)+1$ |
| ㄷ. $f(ab)=f(a)+f(b)$이면 $g(ab)=g(a)+g(b)$이다. |

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2006 학년도 대수능]

**24** [문과]상용로그의 정수부분이 2인 수 중에서 가장 큰 정수를 $a$, 상용로그의 정수부분이 $-2$인 수 중에서 가장 작은 수를 $b$라 할 때, $ab$의 값은?[4점]

① 0.9 ② 0.99 ③ 1
④ 9.99 ⑤ 10

[난이도 : ★★☆] [2006 학년도 대수능]

**25** [공통][보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[3점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $2^{\log_2 1+\log_2 2+\log_2 3+\cdots+\log_2 10}=10!$ |
| ㄴ. $\log_2(2^1\times 2^2\times 2^3\times\cdots\times 2^{10})^2=55^2$ |
| ㄷ. $(\log_2 2^1)(\log_2 2^2)(\log_2 2^3)\cdots(\log_2 2^{10})=55$ |

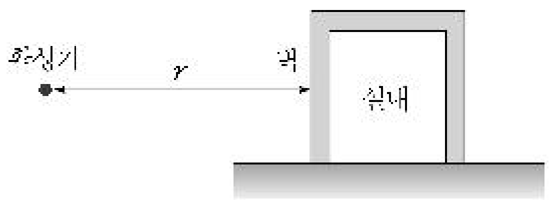
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2006 학년도 대수능]

**26** [문과]소리가 건물의 벽을 통과할 때, 일정 비율만 실내로 투과되고 나머지는 반사되거나 흡수된다. 이때, 실내로 투과되는 소리의 비율을 투과율이라 한다. 확성기의 음향출력이 $W$(와트)일 때, 투과율이 $\alpha$인 건물에서 $r(m)$만큼 떨어진 지점에 있는 확성기로부터 실내로 투과되는 소리의 세기 $P$(데시벨)는 다음과 같다.

$P = 10\log\dfrac{\alpha W}{I_0} - 20\log r - 11$ (단, $I_0 = 10^{-12}$ (와트/m2)이고 $r > 1$이다.)

확성기에서 음향출력이 $100$(와트)인 소리가 나오고 있다. 투과율이 $\dfrac{1}{100}$인 건물의 실내로 투과되는 소리의 세기가 $59$(데시벨)이하가 되게 할 때, 확성기와 건물 사이의 최소 거리는?(단, 소리는 공간으로 골고루 퍼져나가고, 투과율 이외의 다른 요인은 고려하지 않는다고 가정한다.)[4점]




① $10^2 m$ ② $10^{\frac{17}{8}} m$ ③ $10^{\frac{13}{6}} m$
④ $10^{\frac{9}{4}} m$ ⑤ $10^{\frac{5}{2}} m$

[난이도 : ★★★] [2006 학년도 대수능]

**27** [공통]총 인구에서 $65$세 이상 인구가 차지하는 비율이 $20\%$ 이상인 사회를 '초고령화 사회'라고 한다. $2000$년 어느 나라의 총 인구는 $1000$만 명이고 $65$세 이상 인구는 $50$만 명이었다. 총 인구는 매년 전년도보다 $0.3\%$씩 증가하고 $65$세 이상 인구는 매년 전년도보다 $4\%$씩 증가한다고 가정할 때, 처음으로 '초고령화 사회'가 예측되는 시기는?

(단, $\log 1.003 = 0.0013$, $\log 1.04 = 0.0170$, $\log 2 = 0.3010$)[4점]

① $2048$년 ~ $2050$년 ② $2038$년 ~ $2040$년
③ $2028$년 ~ $2030$년 ④ $2018$년 ~ $2020$년
⑤ $2008$년 ~ $2010$년

[난이도 : ★☆☆] [2005 학년도 대수능]

**28** [공통]$\log_3 12 + \log_3 9 - \log_3 4$의 값은?[2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2005 학년도 대수능]

**29** $\log_2 7$의 정수 부분을 $a$, 소수 부분을 $b$라 할 때, $3^a + 2^b$의 값을 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림하여구하시오.(단, $0 \le b < 1$이다.)[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2004 학년도 대수능]

**30** $\log_2 \dfrac{24}{5} + \log_2 \dfrac{80}{3}$의 값을 구하시오. [2점]

[난이도 : ★★☆] [2004 학년도 대수능]

**31** [공통]광통신에서는 광섬유를 이용하여 신호를 먼 곳까지 보낸다. 신호가 광섬유를 $1km$지날 때마다 신호의 세기는 $1km$전의 세기의 $99\%$가 된다고 하자. 신호의 세기가 처음 세기의 $\dfrac{1}{2}$이 되는 곳에 중계소를 설치하려고 할 때, 처음 신호를 보내는 곳에서 중계소까지 광섬유의 길이는 약 몇 $km$인가?(단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 9.9 = 0.9956$으로 계산한다.)[3점]

① 68 ② 78 ③ 88
④ 98 ⑤ 108

[난이도 : ★☆☆] [2003 학년도 대수능]

**32** $\log_2\left(4^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{2^5}\right)^{\frac{1}{2}}$ 의 값은?[2점]

① 2 ② 1 ③ 0
④ $-1$ ⑤ $-2$

[난이도 : ★★★] [2002 학년도 대수능]

**33** [공통]다음은 세계 석유 소비 증가 추세에 관한 글이다.

| |
|---|
| ...매년 석유 소비량을 조사한 결과 최근 10년 동안 소비된 석유의 양은 그 이전까지 소비된 석유의 양과 같다. 예를 들어 1981년부터 1990년까지 소비된 석유이 양은 1980년까지 소비된 석유 전체의 양과 같다.... |

이와 같은 석유 소비 추세가 계속된다고 가정하고, 현재까지 소비된 석유의 양을 $a$, 현재의 석유 매장량을 $b$라 할 때, 앞으로 몇 년 동안 석유를 사용할 수 있겠는가?[3점]

① $10\log_2\left(\frac{b}{2a}+1\right)$ ② $10\log_2\left(\frac{b}{a}+1\right)$
③ $10\log_2\left(\frac{2b}{a}+1\right)$ ④ $10\log_2\left(\frac{b}{a}+2\right)$
⑤ $10\log_2\left(\frac{2b}{a}+2\right)$

[난이도 : ★☆☆] [2001 학년도 대수능]

**34** [공통]$\log_7\frac{1}{\sqrt{7}}$ 의 값은?[2점]

① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

[난이도 : ★★☆] [2001 학년도 대수능]

**35** [공통]컴퓨터 중앙처리장치의 속도는 1985년 $1MHz$이던 것이 매 3년 마다 약 4배의 비율로 빨라지고 있다. 한 연구에 의하면, 현재 기술로 이와 같은 발전을 지속할 수 있는 중앙처리장치 속도의 한계는 약 $4,000MHz$라고 한다. 이 연구에서 현재 기술이 한계에 도달할 것으로 예측되는 해는?(단, $MHz$는 중앙처리장치 속도의 단위이며, $\log 2 = 0.3$으로 계산한다.)[3점]

① 2003년 ② 2006년 ③ 2009년
④ 2012년 ⑤ 2024년

[난이도 : ★☆☆] [2000 학년도 대수능]

**36** [공통]$\log_2 6 - \log_2\frac{3}{2}$ 의 값은? [2점]

① 0 ② $-1$ ③ 1
④ $-2$ ⑤ 2

[난이도 : ★★☆] [2000 학년도 대수능]

**37** [공통]다음 [보기]중 같은 것끼리 짝지어진 것을 모두 고르면?

| [보기] |
|---|
| Ⅰ. $\begin{cases} y=\log(x-1)(x-2) \\ y=\log(x-1)+\log(x-2) \end{cases}$ |
| Ⅱ. $\begin{cases} y=\dfrac{x^2-1}{x-1} \\ y=x+1 \end{cases}$ |
| Ⅲ. $\begin{cases} y=x \\ y=\sqrt[3]{x^3} \end{cases}$ |

① Ⅰ ② Ⅱ ③ Ⅲ
④ Ⅱ, Ⅲ ⑤ Ⅰ, Ⅲ

[난이도 : ★★☆] [2000 학년도 대수능]

**38** 전파가 어떤 벽을 투과할 때 전파의 세기가 $A$에서 $B$로 바뀌면, 그 벽의 전파감쇄비 $F$는 $F=10\log\left(\frac{B}{A}\right)$(데시벨)로 정의한다. 전파감쇄비가 $-7$(데시벨)인 벽을 투과한 전파의 세기는 투과하기 전 세기의 몇 배인가?(단, $10^{\frac{3}{10}}=2$로 계산한다.) [3점]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

[난이도 : ★★★] [1999 학년도 대수능]

**39** [공통]정부가 통일 이후 필요한 통일비용을 마련하기 위해 예산의 일부를 2001년부터 매년 1월 1일 적립한다고 하자. 적립할 금액은 경제성장률을 감안하여 매년 전년도보다 6%씩 증액한다. 2001년 1월 1일부터 10조 원을 적립하기 시작한다면 2010년 12월 31일 까지 적립된 금액의 원리합계는 몇 조 원인가?(단, 연이율 6%, 1년마다의 복리로 계산하고 $(1.06)^{10}=1.8$이다.)

① 160 ② 162 ③ 180
④ 198 ⑤ 220

[난이도 : ★★☆] [1998 학년도 대수능]

**40** [공통]$\log_{10}275$의 값을 $\log_{10}2=0.301$, $\log_{10}11=1.041$로 계산한 다음 소수 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하여라.

① 2.41 ② 2.42 ③ 2.43
④ 2.44 ⑤ 2.45

[난이도 : ★★☆] [2018년 6월 모의평가]

**41** 좌표평면 위의 두점 $(1,\ \log_2 5)$, $(2,\ \log_2 10)$을 지나는 직선의 기울기는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2015년 6월 모의평가]

**42** $\log_2 5+\log_2\frac{4}{5}$의 값은?[2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2015년 6월 모의평가]

**43** $\log_2 5+\log_2\frac{4}{5}$의 값은?[3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2015년 9월 모의평가]

**44** 고속철도의 최고소음도 $L(dB)$을 예측하는 모형에 따르면 한 지점에서 가까운 선로 중앙 지점까지의 거리를 $d(m)$, 열차가 가까운 선로 중앙 지점을 통과할 때의 속력을 $v(km/h)$라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$L=80+28\frac{\log v}{100}-14\frac{\log d}{25}$$

가까운 선로 중앙 지점 $P$까지의 거리가 $75m$인 한 지점에서 속력이 서로 다른 두 열차 $A$, $B$의 최고소음도를 예측하고자 한다.

열차 $A$가 지점 $P$를 통과할 때의 속력이 열차 $B$가 지점 $P$를 통과할 때의 속력의 $0.9$배일 때, 두 열차 $A$, $B$의 예측 최고소음도를 각각 $L_A$, $L_B$라 하자.

$L_B-L_A$의 값을 $a+b\log 3$이라 할 때, $a-b$의 값을 구하시오.(단, $a$와 $b$는 정수이다.)[3점]

[난이도 : ★★★] [2015년 6월 모의평가]

**45** 양수 $t$에 대하여 $\log t$의 소수부분을 $f(t)$라 하자.

자연수 $n$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 양수 $t$의 개수를 $a_n$이라 할 때, $a_4+a_5$의 값은? [4점]

| |
|---|
| (가) $1\le t<100$ |
| (나) $f(t^n)+2f(t)=1$ |

① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

[난이도 : ★★★] [2015년 6월 모의평가]

**46** 양수 $x$에 대하여 $\log x$의 정수부분을 $f(x)$라 할 때,

$$f(ab)=f(a)f(b)+2$$

를 만족시키는 $20$이하의 두 자연수 $a$, $b$의 순서쌍 $(a, b)$에 대하여 $a+b$의 최솟값은? [4점]

① 19 ② 20 ③ 21
④ 22 ⑤ 23

[난이도 : ★★★] [2015년 9월 모의평가]

**47** 고속철도의 최고소음도 $L(dB)$을 예측하는 모형에 따르면 한 지점에서 가까운

선로 중앙 지점까지의 거리를 $d(m)$, 열차가 가까운 선로 중앙 지점을 통과할 때의

속력을 $v(km/h)$라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$L=80+28\log\frac{v}{100}-14\log\frac{d}{25}$$

가까운 선로 중앙 지점 $P$까지의 거리가 $75m$인 한 지점에서 속력이 서로 다른

두 열차 $A$, $B$의 최고소음도를 예측하고자 한다. 열차 $A$가 지점 $P$를 통과할 때의

속력이 열차 $B$가 지점 $P$를 통과할 때의 속력의 $0.9$배일 때,

두 열차 $A$, $B$의 예측 최고소음도를 각각 $L_A$, $L_B$라 하자.
$L_B-L_A$의 값은? [4점]

① $14-28\log 3$ ② $28-56\log 3$ ③ $28-28\log 3$
④ $56-84\log 3$ ⑤ $56-56\log 3$

[난이도 : ★★★] [2015년 9월 모의평가]

**48** 양수 $x$에 대하여 $\log x$의 정수부분과 소수부분을 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하고,

$h(x)=x+5f(x)$라 하자. 두 조건

$f(m)\leq f(x)$, $g(h(m))\leq g(x)$

를 만족시키는 자연수 $m$의 개수를 $p(x)$라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} p(2k)$의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★☆☆] [2014년 6월 모의평가]

**49** $\log_3 4+\log_3 \frac{3}{4}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2014년 6월 모의평가]

**50** $\log_8 2+\log_8 4$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2014년 9월 모의평가]

**51** (공통)도로용량이 $C$인 어느 도로구간의 교통량을 $V$, 통행시간을 $t$라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\log\left(\frac{t}{t_0}-1\right)=k+4\frac{\log V}{C} \qquad (t>t_0)$$

(단, $t_0$은 도로 특성 등에 따른 기준통행시간이고, $k$는 상수이다.)

이 도로구간의 교통량이 도로용량의 2배일 때, 통행시간은 기준통행시간 $t_0$의 $\frac{7}{2}$배이다. $k$의 값은? [3점]

① $-4\log 2$ ② $1-7\log 2$ ③ $-3\log 2$
④ $1-6\log 2$ ⑤ $1-5\log 2$

[난이도 : ★★☆] [2014년 6월 모의평가]

**52** 세대당 종자의 평균 분산거리가 $D$이고 세대당 종자의 증식률이 $R$인

나무의 10세대 동안 확산에 의한 이동거리를 $L$이라 하면

다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$L^2=100D^2\times\log_3 R$$

세대당 종자의 평균 분산거리가 각각 20, 30인 $A$나무와 $B$나무의

세대당 종자의 증식률을 각각 $R_A$, $R_B$라 하고 10세대 동안

확산에 의한 이동거리를 각각 $L_A$, $L_B$라 하자.

$\frac{R_A}{R_B}=27$이고 $L_A=400$일 때, $L_B$의 값은?(단, 거리의 단위는 $m$이다.)[3점]

① 200 ② 300 ③ 400
④ 500 ⑤ 600

[난이도 : ★★★] [2014년 6월 모의평가]

**53** 세대당 종자의 평균 분산거리가 $D$이고 세대당 종자의 증식률이 $R$인 나무의 10세대 동안 확산에 의한 이동거리를 $L$이라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$L^2 = 100D^2 \times \log_3 R$$

세대당 종자의 평균 분산거리가 20이고 세대당 종자의 증식률이 81인 나무의 10세대 동안 확산에 의한 이동거리 $L$의 값은?(단, 거리의 단위는 $m$이다.)[4점]

① 400 ② 500 ③ 600
④ 700 ⑤ 800

[난이도 : ★★★] [2014년 9월 모의평가]

**54** 양수 $t$에 대하여 $\log t$의 정수부분과 소수부분을 각각 $f(t)$, $g(t)$라 하자.

자연수 $n$에 대하여 $f(t) = 9n\left\{g(t) - \frac{1}{3}\right\}^2 - n$을 만족시키는

서로 다른 모든 $f(t)$의 합을 $a_n$이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{n^2}$의 값은?

[4점]

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5
④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

[난이도 : ★★★] [2014년 6월 모의평가]

**55** 양수 $x$에 대하여 $\log x$의 소수부분을 $f(x)$라 하자.

다음 조건을 만족시키는 두 자연수 $a$, $b$의 모든 순서쌍 $(a, b)$의 개수를 구하시오. [4점]

| |
|---|
| (가) $a \le b \le 20$ |
| (나) $\log b - \log a \le f(a) - f(b)$ |

[난이도 : ★☆☆] [2012년 3월 모의평가]

**56** $\log_2 6 - \log_2 \frac{3}{8}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2012년 6월 모의평가]

**57** [공통] $\log_2 3 + \log_2 \frac{4}{3}$의 값은?[2점][2012년 6월]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2012년 6월 모의평가]

**58** $\log_5(6-\sqrt{11}) + \log_5(6+\sqrt{11})$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2012년 06월 모의평가]

**59** 밀폐된 용기 속의 액체에서 증발과 응축이 계속하여 같은 속도로 일어나는 동적 평형 상태의 증기압을 포화 증기압이라 한다. 밀폐된 용기 속에 있는 어떤 액체의 경우 포화 증기압 $P(mmHg)$ 와 용기 속의 온도 $t$(℃)사이에 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\log P = 8.11 - \frac{1750}{t+235} \quad (0 < t < 60)$$

용기 속의 온도가 15℃ 일 때의 포화 증기압을 $P_1$, 45℃ 일 때의 포화 증기압을 $P_2$ 라 할 때, $\frac{P_2}{P_1}$ 의 값은?[3점][2012년 6월]

① $10^{\frac{1}{4}}$　② $10^{\frac{1}{2}}$　③ $10^{\frac{3}{4}}$
④ $10$　⑤ $10^{\frac{5}{4}}$

[난이도 : ★★★] [2012년 6월 모의평가]

**60** 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| (가) $\log a_n$ 의 소수부분과 $\log a_{n+1}$ 의 소수부분은 서로 같다. |
| (나) $1 < \frac{a_n}{a_{n+1}} < 100$ |

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 500$ 일 때, $a_1$ 의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★★] [2012년 6월 모의평가]

**61** 양수 $x$에 대하여 $\log x$의 소수부분을 $f(x)$라 할 때, $f(2x) \le f(x)$를 만족시키는 $100$보다 작은 자연수 $x$의 개수는?[4점][2012년 6월]

① 55　② 57　③ 59
④ 61　⑤ 63

[난이도 : ★★★] [2012년 6월 모의평가]

**62** 자연수 $k$에 대하여 $\log k$의 정수부분과 소수부분을 각각 $x$좌표와 $y$좌표로 갖는 점을 $P_k$라 하자.

다음 조건을 만족시키는 자연수 $m, n$의 모든 순서쌍 $(m, n)$의 개수를 구하시오. [4점]

| |
|---|
| (가) $1 \le m < n < 100$ |
| (나) $\overline{P_m P_n} = \sqrt{1 + (\log 2)^2}$ |

[난이도 : ★☆☆] [2011년 9월 모의평가]

**63** [공통] $\log_2 12 + \log_2 \frac{4}{3}$ 의 값은?[2점][2011년 9 월 평가원]

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

[난이도 : ★★★] [2011년 9월 모의평가]

**64** 양수 $x$에 대하여 $\log x$의 정수부분과 소수부분을 각각 $f(x), g(x)$라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 $x$의 값의 곱은?[4점][2011년 9월 평가원]

| |
|---|
| (가) $f(x) + 3g(x)$의 값은 정수이다. |
| (나) $f(x) + f(x^2) = 6$ |

① $10^4$　② $10^{\frac{13}{3}}$　③ $10^{\frac{14}{3}}$
④ $10^5$　⑤ $10^{\frac{16}{3}}$

[난이도 : ★☆☆] [2010년 9월 모의평가]

**65** [공통] $\log_3 6 + \log_3 2 - \log_3 4$ 의 값은?[2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2010년 6월 모의평가]

**66** [공통] $\frac{1}{\sqrt[3]{8}} \times \log_3 81$ 의 값은?[2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2010년 6월 모의평가]

**67** $a = \log_2(2+\sqrt{3})$ 일 때, $4^a + \frac{4}{2^a}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2010년 9월 모의평가]

**68** $\log x = -\frac{4}{5}$ 일 때, $x^2$ 은 소수점 아래 $a$ 번째 자리에서 처음으로 $0$ 이 아닌 숫자 $b$ 가 나타난다. $a+b$ 의 값은?

(단, $\log 2$ 는 $0.30$, $\log 3$ 은 $0.48$ 로 계산한다.)[4점]

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

[난이도 : ★★★] [2010년 6월 모의평가]

**69** $\log n$ 의 소수부분이 $\frac{\log 1}{2}$ 의 소수부분보다 작은 두 자리 자연수 $n$ 의 개수를 구하시오.[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2009년 6월 모의평가]

**70** [공통] $2^{\log_2 4} \times 8^{\frac{2}{3}}$ 의 값은?[2점]

① 2 ② 4
③ 8 ④ 16
⑤ 32

[난이도 : ★☆☆] [2009년 9월 모의평가]

**71** [공통] $\log_2 9 \cdot \log_3 \sqrt{2}$ 의 값은?[2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2009년 6월 모의평가]

**72** [공통]어느 무선 시스템에서 송신기와 수신기 사이의 거리 $R$와 수신기의 수신 전력 $S$사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$S = P - 20\log\left(\frac{4\pi fR}{c}\right)$$

(단, $P$는 송신기의 송신 전력, $f$와 $c$는 각각 주파수와 빛의 속도를 나타내는 상수이고, 거리의 단위는 $m$, 송 ・수신 전력의 단위는 $dBm$이다.)

어느 실험실에서 송신기의 위치를 고정하고 송신기와 수신기 사이의 거리에 따른 수신 전력의 변화를 측정하였다. 그 결과 두 지점 $A$, $B$에서 측정한 수신 전력이 각각 $-25$, $-5$로 나타났다. 두 지점 $A$, $B$에서 송신기까지의 거리를 각각 $R_A$, $R_B$라 할 때, $\frac{R_A}{R_B}$의 값은?[3점]

① $\frac{1}{100}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\sqrt{10}$
④ 10 ⑤ 100

[난이도 : ★★★] [2009년 6월 모의평가]

**73** 100보다 작은 두 자연수 $a$, $b\,(a<b)$에 대하여 $\log a$의 소수부분과 $\log b$의 소수부분의 합이 1이 되는 순서쌍 $(a, b)$의 개수는?[4점]

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

[난이도 : ★★★] [2009년 6월 모의평가]

**74** 자연수 $n$에 대하여 $\log n$의 정수부분과 소수부분을 각각 $f(n)$과 $g(n)$이라 하자.

$f(n)-g(n)$의 최솟값이 $\log\frac{b}{a}$일 때, $a+b$의 값을 구하시오.

(단, $a$, $b$는 서로소인 자연수이다.)[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2008년 9월 모의평가]

**75** [공통] $2^{2\log_2 9}$의 값은?[2점]

① 8 ② 16 ③ 24
④ 32 ⑤ 40

[난이도 : ★★☆] [2008년 9월 모의평가]

**76** [공통]어느 제과점에서는 다음과 같은 방법으로 빵의 가격을 실질적으로 인상한다.

빵의 개당 가격은 그대로 유지하고, 무게를 그 당시 무게에서 $10\%$ 줄인다.

이 방법을 $n$번 시행하면 빵의 단위 무게당 가격이 처음의 1.5배 이상이 된다.

$n$의 최솟값은?(단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$로 계산한다.)[3점]

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

[난이도 : ★★★] [2008년 6월 모의평가]

**77** $\log x$의 정수부분이 $4$이고 $\log y$의 정수부분이 $1$일 때, $\left(\log\frac{x}{y}\right)\left(\log\frac{y}{x}\right)$의 값 중에서 정수의 개수를 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2008년 9월 모의평가]

**78** $k$가 자연수일 때 $\log k$의 정수부분 $n$과 소수부분 $\alpha$에 대하여 좌표평면 위의 점 $P_k$를 $P_k(\alpha, n)$이라 하자. 점 $P_k$를 곡선 $y=(\sqrt{10})^x$ 위에 있도록 하는 모든 $k$값의 합은?[4점]

① 1210 ② 3210 ③ 5410
④ 7510 ⑤ 9410

[난이도 : ★★★] [2008년 6월 모의평가]

**79** 양수 $x$에 대하여 상용로그 $\log x$의 정수부분이 $n$일 때, $f(x)=(-1)^n$ 이라 하자.

다음 [보기]에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?[4점]

| [ 보 기 ] |
|---|
| ㄱ. $f(100)=1$ |
| ㄴ. $f(x)=-1$이면 $f(100x)=-1$이다. |
| ㄷ. $f(x_1)=1,\ f(x_2)=1$이면 $f(x_1x_2)=1$이다. |

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2008년 6월 모의평가]

**80** [공통]두 자리의 자연수 $n$에 대하여 $\log_9 n-[\log_9 n]$이 최대가 되는 $n$의 값을 구하시오.(단, $[x]$는 $x$보다 크지 않은 최대의 정수이다.)[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2007년 6월 모의평가]

**81** [공통]$\log_8 2\sqrt{2}$의 값은?[2점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $1$

[난이도 : ★☆☆] [2007년 9월 모의평가]

**82** $\log_a 64=0.6$일 때, $\sqrt{a}$의 값은?[2점]

① $8\sqrt{2}$ ② $16$ ③ $16\sqrt{2}$
④ $32$ ⑤ $32\sqrt{2}$

[난이도 : ★★☆] [2007년 9월 모의평가]

**83** $\log_a 2=3,\ \log_b 4=5$일 때, $\log_a b$의 값은?[3점]

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{6}{5}$
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

[난이도 : ★★★] [2007년 6월 모의평가]

**84** [공통]다음 조건을 만족시키는 세 정수 $a, b, c$를 더한 값을 $k$라 할 때, $k$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오.[4점]

| |
|---|
| (가) $1 \le a \le 5$ |
| (나) $\log_2(b-a)=3$ |
| (다) $\log_2(c-b)=2$ |

[난이도 : ★★★] [2007년 6월 모의평가]

**85** 다음 표는 어느 학교에서 한 달 전에 구입한 휴대용 저장 장치의 용량에 따른 1개당 가격과 개수의 현황을 나타낸 것이다.

| 용량 | 128 MB | 256 MB | 512 MB | 1 GB | 2 GB |
|---|---|---|---|---|---|
| 1개당가격 | $a$ | $\frac{3}{2}a$ | $\left(\frac{3}{2}\right)^2 a$ | $\left(\frac{3}{2}\right)^3 a$ | $\left(\frac{3}{2}\right)^4 a$ |
| 개수 | $16b$ | $8b$ | $4b$ | $2b$ | $b$ |

현재 모든 휴대용 저장 장치의 가격이 한 달 전보다 모두 40%씩 하락하였다.

이 학교에서 휴대용 저장 장치의 용량과 개수를 위 표와 동일하게 현재의 가격으로 구입한다면 지불해야 하는 금액은?(단, $a>0$이고 $b>0$이다.)[4점]

① $\frac{128}{5}ab\left\{1-\left(\frac{1}{4}\right)^5\right\}$

② $32ab\left\{1-\left(\frac{3}{4}\right)^5\right\}$

③ $32ab\left\{1-\left(\frac{1}{4}\right)^5\right\}$

④ $\frac{192}{5}ab\left\{1-\left(\frac{3}{4}\right)^5\right\}$

⑤ $\frac{192}{5}ab\left\{1-\left(\frac{1}{4}\right)^5\right\}$

[난이도 : ★★☆] [2006년 9월 모의평가]

**86** 두 실수 $a, b$가 $a\log_3 2=4$, $\log_3 b=1-\log_3(\log_2 3)$을 만족시킬 때, $ab$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2006년 9월 모의평가]

**87** [공통]다음은 자연수 $n$에 대하여 $\log_2 n$이 유리수이면 $n$을 $n=2^k$(단, $k$는 $k\ge 0$인 정수)의 꼴로 나타낼 수 있음을 증명한 것이다.

| |
|---|
| 자연수 $n$에 대하여 $\log_2 n$이 유리수라고 하자.<br>$n$이 자연수이므로<br>$n=2^k\cdot m$을 만족시키는 $k\ge 0$인 정수 $k$와 홀수인 자연수 $m$이 존재한다.<br>그러면 $\log_2 n=$ [(가)]<br>따라서 $\log_2 n$이 유리수이면 $\log_2 m$도 유리수이어야 하므로<br>$\log_2 m=\frac{q}{p}$(단, $p$는 자연수이고 $q$는 정수)로 놓을 수 있다.<br>그러면<br>[(나)], $m$이 홀수이므로 $m^p$은 홀수이다.<br>따라서 $2^q$도 홀수이어야 하므로[(다)]이고 $m=1$이다.<br>따라서 $n$을 $n=2^k$(단, $k$는 $k\ge 0$인 정수)의 꼴로 나타낼 수 있다. |

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[3점]

① $k\log_2 m$, $m^q=2^p$, $q=1$

② $k\log_2 m$, $m^p=2^q$, $q=1$

③ $k+\log_2 m$, $m^q=2^p$, $q=0$

④ $k+\log_2 m$, $m^p=2^q$, $q=1$

⑤ $k+\log_2 m$, $m^p=2^q$, $q=0$

[난이도 : ★★☆] [2005년 06월 모의평가]

**88** $\log_2 a$의 정수 부분은 4가 되고 $\log_3 a$의 정수 부분은 3이 되는 자연수 $a$의 최대값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆] [2005년 6월 모의평가]

**89** $\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{32}\cdot\log_2\frac{1}{16}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2005년 9월 모의평가]

**90** 다음은 로그의 성질 $\log_a q^r = r\log_a q$를 이용하여 $m$이 $0$이 아닌 실수일 때, $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m}\log_a b$(단, $a$는 $1$이 아닌 양수, $b$는 양수)가 성립함을 증명한 것이다.

| |
|---|
| $x = \log b^n$ 로 놓으면<br>$b^n =$ (가) $= (a^x)^{[}$ (나) $]$ 이므로<br>$a^x =$ (다)<br>따라서 $x = \log$ (다) $= \frac{n}{m}\log b$ 가 성립한다. |

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?[3점]

① $a^x$, $m$, $b^n$

② $a^x$, $\frac{m}{n}$, $b^{\frac{n}{m}}$

③ $(a^m)^x$, $m$, $b^{\frac{n}{m}}$

④ $(a^m)^x$, $m$, $b^n$

⑤ $(a^m)^x$, $\frac{m}{n}$, $b^{\frac{n}{m}}$

[난이도 : ★★☆] [2005년 6월 모의평가]

**91** $\log_{\sqrt{3}}x = 4$, $\log_3 y = 6$ 일 때, $\log_x y$ 의 값은?[3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★★] [2005년 06월 모의평가]

**92** 어떤 용액의 수소 이온 농도를 $[H^+]$ 라 할 때, 이 용액의 산성도를 나타내는 $pH$는 $pH = -\log[H^+]$ 로 정의된다. 사탕 한 개를 먹은 직후 채취한 타액의 $pH$는 $6.6$이었다. $10$분 후 채취한 타액의 수소 이온 농도가 처음 채취한 타액의 $50$배이었다면, 이때의 $pH$는? (단, $\log 2 = 0.3$으로 계산한다.) [4점]

① 3.7 ② 4.0 ③ 4.3 ④ 4.6 ⑤ 4.9

[난이도 : ★★★] [2005년 9월 모의평가]

**93** [공통] $\log_5\frac{9}{25} - \log_5 9$ 의 값은?[2점]

① $-2$ ② $-1$ ③ 1
④ 2 ⑤ 3

[난이도 : ★☆☆] [2004년 9월 모의평가]

**94** [공통] $\log_5\frac{9}{25} - \log_5 9$ 의 값은?[2점]

① $-2$ ② $-1$ ③ 1
④ 2 ⑤ 3

[난이도 : ★★☆] [2004년 6월 모의평가]

**95** $\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{32}\cdot\log_2\frac{1}{16}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2004년 06월 모의평가]

**96** $\log_{\sqrt{3}}x=4$, $\log_{3}y=6$일 때, $\log_{x}y$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2004년 9월 모의평가]

**97** [공통] $a=\log_7\sqrt{7-\sqrt{48}}$ 일 때, $\dfrac{7^{2a}-7^{-2a}}{7^{2a}+7^{-2a}}$의 값은?[3점]

① $\dfrac{6\sqrt{3}}{7}$ ② $\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$ ③ $\dfrac{2\sqrt{3}}{7}$
④ $-\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$ ⑤ $-\dfrac{2\sqrt{3}}{7}$

[난이도 : ★★☆] [2004년 6월 모의평가]

**98** $\log_2 a$의 정수 부분은 4가 되고 $\log_3 a$의 정수 부분은 3이 되는 자연수 $a$의 최댓값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2004년 9월 모의평가]

**99** 다음은 로그의 성질 $\log q^r=r\log q$를 이용하여 $m$이 0이 아닌 실수일 때, $\log b^n=\dfrac{n}{m}\log b$(단, $a$는 1이 아닌 양수, $b$는 양수)가 성립함을 증명한 것이다.

| |
|---|
| $x=\log b^n$로 놓으면<br>$b^n=$ (가) $=(a^x)^{(나)}$이므로<br>$a^x=$ (다)<br>따라서 $x=\log$ (다) $=\dfrac{n}{m}\log b$가 성립한다. |

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?[3점]

① $a^x$ , $m$ , $b^n$
② $a^x$ , $\dfrac{m}{n}$ , $b^{\frac{n}{m}}$
③ $(a^m)^x$ , $m$, $b^{\frac{n}{m}}$
④ $(a^m)^x$, $m$ , $b^n$
⑤ $(a^m)^x$ , $\dfrac{m}{n}$ , $b^{\frac{n}{m}}$

[난이도 : ★★★] [2004년 06월 모의평가]

**100** 두 실수 $x, y$에 관한 연립방정식

$x^2+y^2=25$, $\log_2 x+\log_2 y=(\log_2 xy)^2$의 해의 개수는? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2018년 4월 학력평가]

**101** $\log_a(-2a+14)$가 정의되도록 하는 정수 $a$의 개수는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2018년 3월 학력평가]

**102** $\dfrac{1}{\log_4 18}+\dfrac{2}{\log_9 18}$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2018년 3월 학력평가]

**103** $\log_2(2^2\times2^3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆] [2018년 3월 학력평가]

**104** 다음은 상용로그표의 일부이다.

| 수 | … | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| … | … | … | … | … |
| 4.0 | … | 0.6096 | 0.6107 | 0.6117 |
| 4.1 | … | 0.6201 | 0.6212 | 0.6222 |
| 4.2 | … | 0.6304 | 0.6314 | 0.6325 |
| … | … | … | … | … |

위의 표를 이용하여 구한 $\log\sqrt{419}$ 의 값은? [3점]

① 1.3106 ② 1.3111 ③ 2.3106
④ 2.3111 ⑤ 3.3111

[난이도 : ★★☆] [2016년 3월 학력평가]

**105** 양수 $a$에 대하여 $\log_2\dfrac{a}{4}=b$일 때, $\dfrac{2^b}{a}$ 의 값은? [3점]

① $\dfrac{1}{16}$ ② $\dfrac{1}{8}$ ③ $\dfrac{1}{4}$
④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ 1

[난이도 : ★★☆] [2016년 3월 학력평가]

**106** $\log_4 a=\dfrac{7}{2}$ 일 때, $a$의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆] [2016년 7월 학력평가]

**107** 1보다 큰 세 실수 $a$, $b$, $c$에 대하여 $\log_c a:\log_c b=2:3$일 때,

$10\log_a b+9\log_b a$의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆] [2016년 3월 학력평가]

**108** 어느 필름의 사진농도를 $P$, 입사하는 빛의 세기를 $Q$, 투과하는 빛의 세기를 $R$라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$R=Q\times10^{-P}$

두 필름 $A$, $B$에 입사하는 빛의 세기가 서로 같고, 두 필름 $A$, $B$의 사진농도가 각각 $p$, $p+2$일 때, 투과하는 빛의 세기를 각각 $R_A$, $R_B$라 하자.

$\dfrac{R_A}{R_B}$ 의 값을 구하시오.(단, $p>0$)[3점]

[난이도 : ★★☆] [2016년 3월 학력평가]

**109** 1이 아닌 두 양수 $a$, $b$에 대하여 $7\log a = 2\log b$일 때,

$\frac{8}{21}\log_a b$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

[난이도 : ★★☆] [2016년 4월 학력평가]

**110** 진동가속도레벨 $V(dB)$는 공해진동에 사용되는 단위로진동가속도 크기를 의미하며 편진폭 $A(m)$, 진동수 $w(Hz)$에 대하여 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$V = 20\frac{\log Aw^2}{k}$ (단, $k$는 양의 상수이다.)

편진폭이 $A_1$, 진동수가 $10\pi$일 때 진동가속도레벨이 $83$이고, 편진폭이 $A_2$,

진동수가 $80\pi$일 때 진동가속도레벨이 $91$이다. $\frac{A_2}{A_1}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{32}\times 10^{\frac{1}{5}}$ ② $\frac{1}{32}\times 10^{\frac{2}{5}}$ ③ $\frac{1}{64}\times 10^{\frac{1}{5}}$
④ $\frac{1}{64}\times 10^{\frac{2}{5}}$ ⑤ $\frac{1}{64}\times 10^{\frac{3}{5}}$

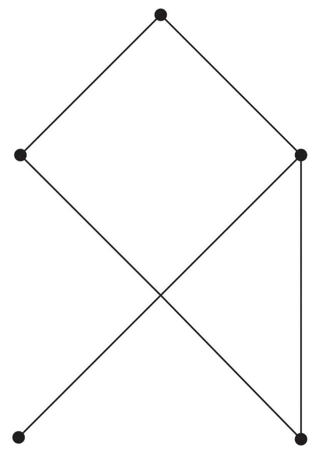
[난이도 : ★☆☆] [2015년 7월 학력평가]

**111** $\log_2 24 - \log_2 3$의 값[2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2015년 4월 학력평가]

**112** 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [3점]



① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

[난이도 : ★★☆] [2015년 4월 학력평가]

**113** $\log_5 27 \times \log_3 5$의 값은?[3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2015년 4월 학력평가]

**114** 두 양수 $a$, $b(a<b)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\frac{\log b}{a}$의 값은?[3점]

| |
|---|
| (가) $ab = 10^2$ |
| (나) $\log a \times \log b = -3$ |

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

[난이도 : ★★☆] [2015년 3월 학력평가]

**115** 양의 실수 $x$에 대하여 $f(x)$가 다음과 같다.

$f(x)=\log x$

$f(n)$의 정수부분이 $1$, 소수부분이 $\alpha$일 때, $2\alpha$의 정수 부분이 $1$인 모든 자연수 $n$의 개수는?(단, $3.1<\sqrt{10}<3.2$)[4점]

① 64 ② 66 ③ 68
④ 70 ⑤ 72

[난이도 : ★★☆] [2015년 10월 학력평가]

**116** 어떤 약물을 사람의 정맥에 일정한 속도로 주입하기 시작한 지 $t$분 후 정맥에서의

약물 농도가 $C(ng/mL)$일 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$\log(10-C)=1-kt$ (단, $C<10$이고, $k$는 양의 상수이다.)

이 약물을 사람의 정맥에 일정한 속도로 주입하기 시작한 지 $30$분 후 정맥에서의

약물 농도는 $2$ $(ng/mL)$이고, 주입하기 시작한 지 $60$분 후 정맥에서의

약물 농도가 $a(ng/mL)$일 때, $a$의 값은? [3점]

① 3 ② 3.2 ③ 3.4
④ 3.6 ⑤ 3.8

[난이도 : ★★☆] [2015년 4월 학력평가]

**117** $x\geq 1$일 때, $\log x$의 정수부분과 소수부분을 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자.

좌표평면에서 자연수 $n$에 대하여 함수 $y=\{f(x)+1\}g(x)$의 그래프와 직선 $y=n$이 만나는 점의 $x$좌표 중 가장 작은 값을 $a_n$이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10}\left(\log_{a_n}+\frac{1}{n+1}\right)$의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★★] [2015년 3월 학력평가]

**118** $4^m$이 $8$자리의 정수가 되도록 하는 모든 자연수 $m$의 값의 합을 구하시오. (단, $\log 2=0.301$로 계산한다.) [4점]

[난이도 : ★★★] [2015년 10월 학력평가]

**119** 어떤 약물을 사람의 정맥에 일정한 속도로 주입하기 시작한 지 $t$분 후

정맥에서의 약물 농도가 $C(ng/mL)$일 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$\log(10-C)=1-kt$ (단, $C<10$이고, $k$는 양의 상수이다.)

이 약물을 사람의 정맥에 일정한 속도로 주입하기 시작한 지 $30$분 후 정맥에서의

약물 농도는 $2$ $ng/mL$이고, 주입하기 시작한 지 $60$분 후 정맥에서의

약물 농도가 $a(ng/mL)$일 때, $a$의 값은? [4점]

① 3 ② 3.2 ③ 3.4
④ 3.6 ⑤ 3.8

[난이도 : ★★★] [2015년 3월 학력평가]

**120** $\log_2(-x^2+ax+4)$의 값이 자연수가 되도록 하는 실수 $x$의 개수가 $6$일 때, 모든 자연수 $a$의 값의 곱을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★★] [2015년 4월 학력평가]

**121** (공통)어떤 앰프에 스피커를 접속 케이블로 연결하여 작동시키면 접속 케이블의 저항과 스피커의 임피던스(스피커에 교류전류가 흐를 때 생기는 저항)에 따라 전송 손실이 생긴다. 접속 케이블의 저항을 $R$, 스피커의 임피던스를 $r$, 전송 손실을 $L$이라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$L=10\log\left(1+\frac{2R}{r}\right)$$

(단, 전송 손실의 단위는 $dB$, 접속 케이블의 저항과 스피커의 임피던스의 단위는 $\Omega$이다.)이 앰프에 임피던스가 $8$인 스피커를 저항이 $5$인 접속 케이블로연결하여 작동시켰을 때의 전송 손실은 저항이 $a$인 접속 케이블로 교체하여 작동시켰을 때의 전송 손실의 $2$배이다. 양수 $a$의 값은? [4점]


① $\frac{1}{2}$ ② $1$ ③ $\frac{3}{2}$
④ $2$ ⑤ $\frac{5}{2}$

[난이도 : ★★★] [2015년 7월 학력평가]

**122** (공통)총 공기흡인량이 $V\ (m^3)$이고 공기 포집 전후 여과지의 질량 차가 $W$ (㎎)일 때의 공기 중 먼지 농도 $C(\mu g/m^3)$는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

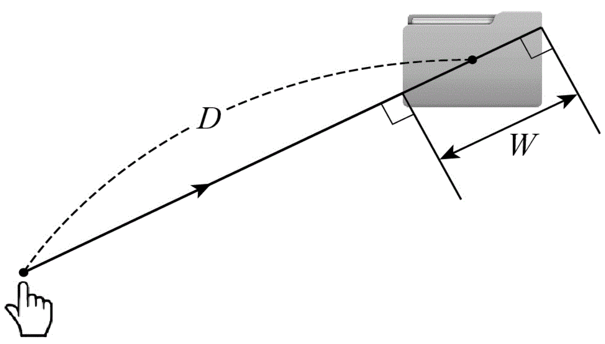
$\log C=3-\log V+\log W\ (W>0)$ $A$지역에서 총 공기흡인량이 $V_0$이고 공기 포집 전후 여과지의 질량 차가 $W_0$일 때의 공기 중 먼지 농도를 $C_A$, $B$지역에서 총 공기흡인량이 $\frac{1}{9}V_0$이고 공기 포집 전후 여과지의 질량 차가 $\frac{1}{27}W_0$일 때의 공기 중 먼지 농도를 $C_B$라 하자. $C_A=kC_B$를 만족시키는 상수 $k$의 값은?(단, $W_0>0$)[4점]

① $\sqrt{3}$ ② $3$ ③ $3\sqrt{3}$
④ $9$ ⑤ $9\sqrt{3}$

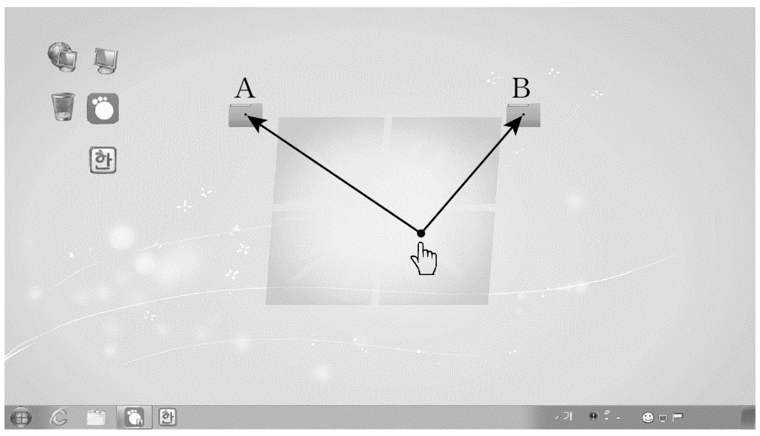
[난이도 : ★★★] [2015년 3월 학력평가]

**123** (공통)컴퓨터 화면에서 마우스 커서( )가 아이콘까지 이동하는 시간을 $T$(초), 현재 마우스 커서의 위치로부터 아이콘의 중심까지의 거리를 $D$(cm), 마우스 커서가 움직이는 방향으로 측정한 아이콘의 폭을 $W$(cm)라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.(단, $D>0$)

$$T=a+\frac{1}{10}\log_2\left(\frac{D}{W}+1\right)\text{(단, } a\text{는 상수)}$$




그림과 같이 컴퓨터 화면에 두 개의 아이콘 $A$, $B$가 있다.




현재 마우스 커서의 위치에서 아이콘 $A$의 방향으로 측정한 아이콘 $A$의 폭 $W_A$와 아이콘 $B$의 방향으로 측정한 아이콘 $B$의 폭 $W_B$는 모두 $1\text{cm}$로 같다. 현재 마우스 커서의 위치로부터 아이콘 $A$의 중심까지의 거리와 아이콘 $B$의 중심까지의 거리를 각각 $D_A$(cm), $D_B$(cm)라 할 때, 마우스 커서가 아이콘 $A$까지 이동하는 시간 $T_A$, 아이콘 $B$까지 이동하는 시간 $T_B$는 각각 $0.71$초, $0.66$초이다.

$\dfrac{D_A+1}{D_B+1}$의 값은? [4점]

① $1$　② $\sqrt{2}$　③ $2$　④ $2\sqrt{2}$　⑤ $4$

[난이도 : ★★★] [2015년 3월 학력평가]

**124** 양의 실수 $x$에 대하여 $\log x$의 소수부분을 $f(x)$라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} f(2^k)=m\log 2-n$이다. 두 자연수 $m$, $n$에 대하여 $m+n$의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★★] [2015년 4월 학력평가]

**125** 어떤 앰프에 스피커를 접속 케이블로 연결하여 작동시키면 접속 케이블의 저항과 스피커의 임피던스(스피커에 교류전류가흐를 때 생기는 저항)에 따라 전송 손실이 생긴다.접속 케이블의 저항을 $R$, 스피커의 임피던스를 $r$, 전송 손실을 $L$이라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$L=10\log\left(1+\frac{2R}{r}\right)$$

(단, 전송 손실의 단위는 $dB$, 접속 케이블의 저항과 스피커의 임피던스의 단위는 $\Omega$이다.)이 앰프에 임피던스가 $8$인 스피커를 저항이 $5$인 접속 케이블로연결하여 작동시켰을 때의 전송 손실은 저항이 $a$인 접속 케이블로교체하여 작동시켰을 때의 전송 손실의 $2$배이다. 양수 $a$의 값은? [4점]


① $\frac{1}{2}$　② $1$　③ $\frac{3}{2}$　④ $2$　⑤ $\frac{5}{2}$

[난이도 : ★★★] [2015년 4월 학력평가]

**126** 양수 $x$에 대하여 $\log x$의 정수부분과 소수부분을 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. $\{f(x)\}^2+3g(x)$의 값이 3이 되도록 하는 모든 $x$의 값의 곱은 $10^{\frac{q}{p}}$이다. $10(p+q)$의 값을 구하시오.(단, $p$, $q$는 서로소인 자연수이다.)[4점]

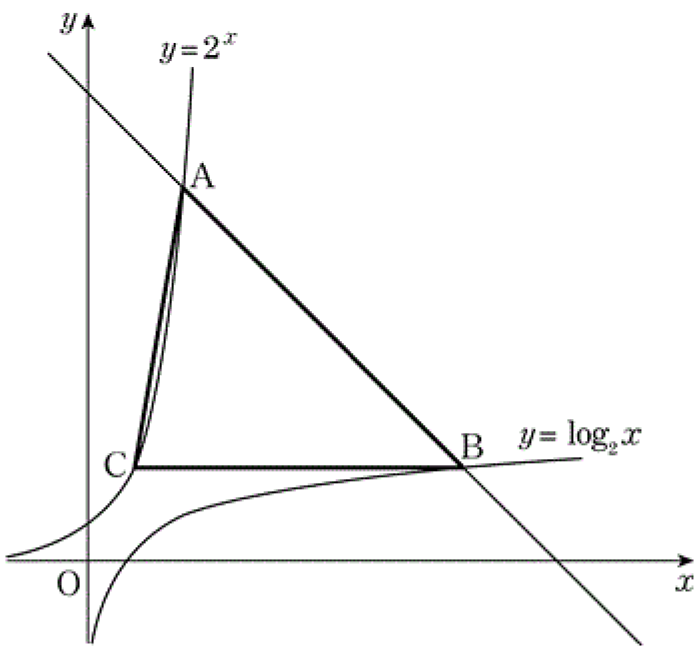
[난이도 : ★★★] [2015년 10월 학력평가]

**127** 그림과 같이 기울기가 $-1$인 직선이 두 곡선 $y=2^x$, $y=\log_2 x$와 만나는

두 점을 각각 $A$, $B$라 하고, 점 $B$를 지나고 $x$축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$과

만나는 점을 $C$라 하자. 선분 $AB$의 길이가 $12\sqrt{2}$, 삼각형 $ABC$의 넓이가 $84$이다.

점 $A$의 $x$좌표를 $a$라 할 때, $a-\log_2 a$의 값은? [4점]




① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★★] [2015년 10월 학력평가]

**128** 양의 실수 $x$에 대하여 $\log x$의 소수부분을 $f(x)$라 하자. 다음 조건을 만족시키는 $a$와 $n$에 대하여 모든 자연수 $n$의 값의 합을 구하시오. [4점]

| |
|---|
| (가) $f(a)=f(a^{2n})$ |
| (나) $(n+1)\log a=3n^2-4n+4$ |

[난이도 : ★☆☆] [2014년 3월 학력평가]

**129** $\log_2 4\times\log_4 2^{-2}$의 값은? [2점]

① $-4$ ② $-2$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

[난이도 : ★★☆] [2014년 3월 학력평가]

**130** 양수 $x$에 대하여 $\log x$의 정수부분을 $f(x)$라 할 때,

$$\lim_{x\to 100-}\{f(x)+f(x^2)\}$$

의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2014년 7월 학력평가]

**131** 화학 퍼텐셜 이론에 의하면 절대온도 $T\ (K)$에서 이상 기체의 압력을 $P_1$(기압)에서 $P_2$(기압)으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 $E(kJ/mol)$이라 하면 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$E = RT\log_a \frac{P_2}{P_1}$$ (단, $a$, $R$는 1이 아닌 양의 상수이다.)

절대온도 $300K$에서 이상 기체의 압력을 1기압에서 16기압으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 $E_1$, 절대온도 $240K$에서 이상 기체의 압력을 1기압에서 $x$기압으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 $E_2$라 하자. $E_1 = E_2$를 만족시키는 $x$의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★★] [2014년 7월 학력평가]

**132** (공통)화학 퍼텐셜 이론에 의하면 절대온도 $T(K)$에서 이상 기체의 압력을 $P_1$(기압)에서 $P_2$(기압)으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 $E(kJ/mol)$이라 하면 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$E = RT\log_a \frac{P_2}{P_1}$$ (단, $a$, $R$는 1이 아닌 양의 상수이다.)

절대온도 $300K$에서 이상 기체의 압력을 1기압에서 16기압으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 $E_1$, 절대온도 $240K$에서 이상 기체의 압력을 1기압에서 $x$기압으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 $E_2$라 하자.

$E_1 = E_2$ 만족시키는 $x$의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★★] [2014년 3월 학력평가]

**133** 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이

$$a_1 \times a_2^2 \times a_3^3 \times \cdots \times a_n^n = 10^{n^2-n} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. $\log a_k$의 소수부분이 0.99일 때, $k$의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★★] [2014년 3월 학력평가]

**134** (공통)충전된 전하량이 $Q_0$인 축전기에 전구를 연결한 지 $t$초 후에 남아 있는 전하량을 $Q_t$라 하면

$$\log Q_t - \log Q_0 = kt$$ (단, $k$는 상수)

가 성립한다. 충전된 전하량이 $Q_0$인 축전기에 전구를 연결한 지 $a$초 후에 남아 있는 전하량은 $\frac{1}{4}Q_0$이고, 충전된 전하량이 $Q_0$인 축전기에 전구를 연결한 지 $b$초 후에 남아 있는 전하량은 $\frac{1}{10}Q_0$이다. 충전된 전하량이 $Q_0$인 축전기에 전구를 연결한 지 $2a+b$초 후에 남아 있는 전하량은 $\frac{Q_0}{p}$이다. 상수 $p$의 값을 구하시오.(단, 전하량의 단위는 쿨롱($C$)이다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2014년 7월 학력평가]

**135** $10 < x < 100$인 $x$에 대하여 $\log\sqrt{x}$의 소수부분이 $\frac{\log 1}{x}$의 소수부분의 5배이다. $\log x = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.(단, $p$, $q$는 서로소인 자연수이다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2014년 3월 학력평가]

**136** 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} k\log a_k = n^2 - n\,(n \geq 1)$$

이 성립한다. $\log a_m$의 소수부분이 0.9일 때, $m$의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2012년 3월 학력평가]

**137** $6\log_3\sqrt{3}$의 값은? [2점]

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4
④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2012년 7월 학력평가]

**138** [공통] $\left(\frac{1}{\log_8 2}\right)^3 + \log_2 16^2$의 값은? [2점][2012년 7월]

① 18 ② 28 ③ 32
④ 35 ⑤ 46

[난이도 : ★☆☆] [2012년 3월 학력평가]

**139** [공통] $\frac{1}{2}\log_3 6 - \log_9 2$의 값은?[2점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2012년 10월 학력평가]

**140** [공통] $\log_{\sqrt{3}} 2 + \log_3 \frac{\sqrt{3}}{4}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2012년 11월 학력평가]

**141** [공통] $4^{\frac{3}{2}} + \log_3 \frac{1}{27}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2012년 10월 학력평가]

**142** $\log_4 2 + \frac{\log_3 8}{\log_3 4}$의 값은? [2점]

① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$
④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

[난이도 : ★★☆] [2012년 10월 학력평가]

**143** 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$의 두 근을 $\log a$, $\log b$라 할 때, $\log_a b + \log_b a$의 값은? [3점]

① 0 ② 2 ③ 4
④ 6 ⑤ 8

[난이도 : ★★☆] [2012년 11월 학력평가]

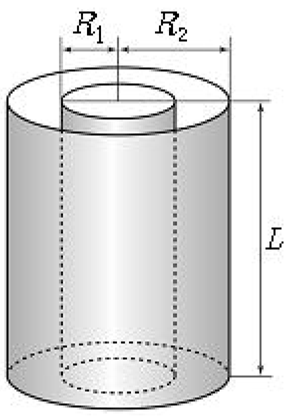
**144** $\log_2 \sqrt{7+4\sqrt{3}} = n+\alpha$(단, $n$은 자연수, $0 \le \alpha < 1$)일 때, $2^{-\alpha}$의 값은? [3점]

① $2-\sqrt{3}$ ② $4-2\sqrt{3}$ ③ $2+\sqrt{3}$
④ $4+\sqrt{3}$ ⑤ $4+2\sqrt{3}$

[난이도 : ★★☆] [2012년 11월 학력평가]

**145** [공통] 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 각각 $R_1(m)$, $R_2(m)$ $(R_1 < R_2)$이고 높이가 $L(m)$인 두 원기둥 모양의 도체를 이용하여 밑면의 중심이 일치하도록 만든 원통형 축전기의 전기용량 $C(F)$는 다음과 같이 계산된다고 한다.

$$C = \frac{2\pi kL}{\log R_2 - \log R_1}$$ (단, $k$는 상수이다.)




높이 $L$이 일정할 때, $R_2$가 $R_1$의 2배인 원통형 축전기의 전기용량이 $5(F)$이면, $R_2$가 $R_1$의 8배인 원통형 축전기의 전기용량 $(F)$은?[4점]

① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{5}{3}$
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

[난이도 : ★★☆] [2012년 10월 학력평가]

**146** 모든 실수 $x$에 대하여 $\log_p(x^2-px+4)$가 정의되기 위한 정수 $p$의 개수는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2012년 7월 학력평가]

**147** [공통]체중이 각각 $75kg$, $80kg$인 갑과 을이 1개월짜리 다이어트 프로그램에 참가하여 동시에 다이어트를 시작하였다. 갑은 매일 전날에 비해 $0.3\%$의 체중이 감소하였고, 을은 매일 전날에 비해 $0.5\%$의 체중이 감소하였다고 할 때, 갑과 을의 체중이 같아지는 때는 다이어트 시작일로부터 며칠 후인가?(단, $\log 2 = 0.301$, $\log 3 = 0.477$, $\log 9.95 = 0.998$, $\log 9.97 = 0.999$로 계산한다.)

[3점][2012년 7월]

① 15일 ② 18일 ③ 22일
④ 25일 ⑤ 28일

[난이도 : ★★☆] [2012년 4월 학력평가]

**148** [공통] 해발고도 $H(m)$인 곳에서의 기압을 $p(hPa)$, 평균해수면으로부터 해발고도 $H(m)$까지의 기층의 평균기온을 $t$(℃)라 할 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$H = 18400(1+0.04t)\log\frac{p_0}{p}$$ (단, $p_0$은 평균해수면의 기압이다.)

어느 지역에서 평균해수면의 기압이 $1000hPa$이고, 평균해수면으로부터 해발고도 $1840m$까지의 기층의 평균기온이 10℃일 때, 해발고도 $1840m$인 곳에서의 기압 $(hPa)$은? [3점]

① $10^{\frac{29}{14}}$ ② $10^{\frac{16}{7}}$ ③ $10^{\frac{5}{2}}$
④ $10^{\frac{19}{7}}$ ⑤ $10^{\frac{41}{14}}$

[난이도 : ★★☆] [2012년 9월 학력평가]

**149** 미국의 천문학자 섀플리는 외부은하에 있는 고전 세페이드 변광성의 변광 주기와 광도 사이의 관계를 확인하였다.

고전 세페이드 변광성의 변광 주기 $P$(일)과 광도 $M$(절대등급)은 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$M = -2.81\log P - 1.43$

변광 주기가 $50$일인 고전 세페이드 변광성의 광도를 $M_1$, 변광주기가 $5$일인 고전 세페이드 변광성의 광도를 $M_2$라 할 때, $M_2 - M_1$의 값은? [3점]

① 1.43　② 2.81　③ 3.64
④ 4.24　⑤ 5.62

[난이도 : ★★☆] [2012년 10월 학력평가]

**150** $100$이하의 자연수 $x, y$에 대하여 $[\log x] + [\log y] = 2$를 만족시키는 순서쌍 $(x, y)$의 개수는?(단, $[x]$는 $x$보다 크지 않은 최대의 정수이다.)[4점]

① 8112　② 8114　③ 8116
④ 8118　⑤ 8120

[난이도 : ★★☆] [2012년 3월 학력평가]

**151** [공통]신경세포 또는 근육세포와 같은 대부분의 세포에서는 흥분하지 않은 상태에서 세포의 외부와 내부의 전위차가 생기는데 이것을 휴지전위라고 한다. 세포의 외부와 내부의 칼륨이온 농도(단위는 $mM$)가 각각 $[\{K^+\}]_O$, $[\{K^+\}]_I$일 때의 휴지전위(단위는 $mV$)를 $E_K$라 하면 등식

$E_K = t\left(\log[\{K^+\}]_O - \log[\{K^+\}]_I\right)$ (단, $t$는 양의 상수이다.)

가 성립한다. $[\{K^+\}]_O$, $[\{K^+\}]_I$, $E_K$의 값이 표와 같을 때, 실수 $q$의 값은?[3점]

| $[K^+]_O$ | $[K^+]_I$ | $E_K$ |
|---|---|---|
| $a$ | $b$ | $p$ |
| $10a$ | $b$ | $p+60$ |
| $10^2 a$ | $\sqrt{10}\,b$ | $p+q$ |

① 90　② 120　③ 150
④ 180　⑤ 210

[난이도 : ★★★] [2012년 3월 학력평가]

**152** 등식 $2^a = 5^b$을 만족시키는 양의 실수 $a, b$에 대하여 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?[4점]

[보기]

ㄱ. $b = \frac{1}{2}$이면 $a = \log_4 5$이다.

ㄴ. $2 < \frac{a}{b} < 3$

ㄷ. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$은 무리수이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2012년 11월 학력평가]

**153** $k$가 자연수일 때, $\log k$의 정수부분 $n$과 소수부분 $\alpha$에 대하여 좌표평면 위의 점 $P_k$를 $P_k(n, \alpha)$이라 하자. $10 < m < 100$인 자연수 $m$에 대하여 사각형 $P_1P_{10}P_mP_3$의 넓이의 최댓값을 $\log M$이라 할 때, $10M^2$의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★★] [2012년 10월 학력평가]

**154** $\frac{5^{10}}{2^{30}}$은 소수점 아래 $n$번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자 $m$이 나타난다.

이때, $m+n$의 값을 구하시오.(단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$로 계산한다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2012년 7월 학력평가]

**155** 양수 $x$에 대하여 $\log x$의 정수부분을 $f(x)$라 하자. 정수부분이 네 자리인 양수 $t$에 대하여 $\log t = \frac{1}{4}f(t^2) - \frac{1}{2}f\left(\frac{1}{t}\right)$

을 만족시키는 모든 실수 $t$의 곱을 $A$라 할 때, $4\log A$의 값을 구하시오. [4점][2012년 7월]

[난이도 : ★★★] [2012년 9월 학력평가]

**156** [공통]자연수 $n$과 양수 $A$에 대하여 이차방정식

$x^2 - \left(3n + \frac{1}{3n}\right)x + 1 = 0$의 한 근은 $\log A^3$의 정수부분이고, 다른 한 근은 $\log A^2$의 소수부분이다.

옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $n=1$이면 $\log A^3$의 정수부분은 3이다. |
| ㄴ. $\log A$의 소수부분은 $\frac{1}{6n}$이다. |
| ㄷ. $A^{12}$이 자연수가 되도록 하는 $n$의 개수는 2이다. |

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2012년 9월 학력평가]

**157** 양수 $x$에 대하여 $\log x$의 정수부분을 $f(x)$, 소수부분을 $g(x)$라 하자.

다음 조건을 만족시키는 양수 $a$에 대하여 $f(a^6)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $6\{g(a)\}^2 - 5g(a) + 1 = 0$
(나) $f(a) + f(a^2) + f(a^3) = 14$

[난이도 : ★★★] [2012년 3월 학력평가]

**158** 양수 $x$에 대하여 $\log x$의 정수부분을 $f(x)$라 하자.

등식 $2f(m) - f(2m) = 1$을 만족시키는 1000 이하의 자연수 $m$의 개수를 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★★] [2012년 3월 학력평가]

**159** 다음 조건을 만족시키는 자연수 $n$의 개수는?

(단, $[x]$는 $x$보다 크지 않은 최대의 정수이다.)[4점]

| |
|---|
| (가) $[\log_3 n]=3$ |
| (나) $[\log n^2]=[\log 2n]+2$ |

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

[난이도 : ★★★] [2012년 11월 학력평가]

**160** [공통] 양수 $x$에 대하여 $\log x$의 정수부분을 $f(x)$라 하자.

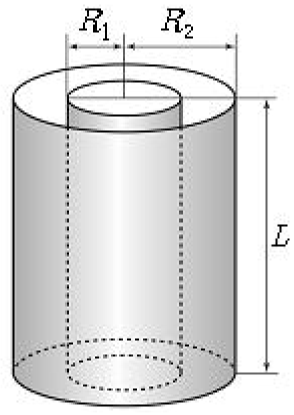
$f(n^2)+f(n^5)=16$을 만족시키는 자연수 $n$의 개수를 상용로그표를 이용하여 구하시오. [4점]

| 수 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.0 | .0000 | .0043 | .0086 | .0128 | .0170 | .0212 | .0253 | .0294 | .0334 | .0374 |
| 1.1 | .0414 | .0453 | .0492 | .0531 | .0569 | .0607 | .0645 | .0682 | .0719 | .0755 |
| 1.2 | .0792 | .0828 | .0864 | .0899 | .0934 | .0969 | .1004 | .1038 | .1072 | .1106 |
| ⋮ | | | | | ⋮ | | | | | |
| 2.1 | .3222 | .3243 | .3263 | .3284 | .3304 | .3324 | .3345 | .3365 | .3385 | .3404 |
| 2.2 | .3424 | .3444 | .3464 | .3483 | .3502 | .3522 | .3541 | .3560 | .3579 | .3598 |
| 2.3 | .3617 | .3636 | .3655 | .3674 | .3692 | .3711 | .3729 | .3747 | .3766 | .3784 |
| 2.4 | .3802 | .3820 | .3838 | .3856 | .3874 | .3892 | .3909 | .3927 | .3945 | .3962 |
| 2.5 | .3979 | .3997 | .4014 | .4031 | .4048 | .4065 | .4082 | .4099 | .4116 | .4133 |
| 2.6 | .4150 | .4166 | .4183 | .4200 | .4216 | .4232 | .4249 | .4265 | .4281 | .4298 |
| 2.7 | .4314 | .4330 | .4346 | .4362 | .4378 | .4393 | .4409 | .4425 | .4440 | .4456 |
| 2.8 | .4472 | .4487 | .4502 | .4518 | .4533 | .4548 | .4564 | .4579 | .4594 | .4609 |
| 2.9 | .4624 | .4639 | .4654 | .4669 | .4683 | .4698 | .4713 | .4728 | .4742 | .4757 |
| 3.0 | .4771 | .4786 | .4800 | .4814 | .4829 | .4843 | .4857 | .4871 | .4886 | .4900 |
| 3.1 | .4914 | .4928 | .4942 | .4955 | .4969 | .4983 | .4997 | .5011 | .5024 | .5038 |
| 3.2 | .5051 | .5065 | .5079 | .5092 | .5105 | .5119 | .5132 | .5145 | .5159 | .5172 |
| 3.3 | .5185 | .5198 | .5211 | .5224 | .5237 | .5250 | .5263 | .5276 | .5289 | .5302 |
| 3.4 | .5315 | .5328 | .5340 | .5353 | .5366 | .5378 | .5391 | .5403 | .5416 | .5428 |
| | | | | | | .5502 | .5514 | .5527 | .5539 | [illegible] |

[난이도 : ★★★] [2012년 11월 학력평가]

**161** 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 각각 $R_1(m)$, $R_2(m)$ $(R_1 < R_2)$이고 높이가 $L(m)$인 두 원기둥 모양의 도체를 이용하여 밑면의 중심이 일치하도록 만든 원통형 축전기의 전기용량 $C(F)$는 다음과 같이 계산된다고 한다.

$$C=\frac{2\pi kL}{\log R_2-\log R_1}$$ (단, $k$는 상수이다.)




높이 $L$??일정할 때, $R_2$가 $R_1$의 2배인 원통형 축전기의 전기용량이 $5(F)$이면 $R_2$가 $R_1$의 8배인 원통형 축전기의 전기용량 $(F)$은?[4점]

① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{5}{3}$
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

[난이도 : ★★★] [2012년 4월 학력평가]

**162** [공통]양수 $x$에 대하여 $\log x$의 정수부분과 소수부분을 각각 $f(x)$, $g(x)$라할 때, 다음 조건을 만족시키는 $x$의 값은 $10^{\frac{m}{n}}$이다.

| |
|---|
| (가) $f(x)=g(x^2)+g(x^3)$ |
| (나) $g(x^2)>g(x^3)>g(x^4)$ |

이때, $m+n$의 값을 구하시오.(단, $m$, $n$은 서로 소인 자연수이다.)[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2011년 10월 학력평가]

**163** [공통] $\log_2 3+\log_2 \frac{8}{3}$ 의 값은?[2점]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

[난이도 : ★☆☆] [2011년 7월 학력평가]

**164** [공통] $a=\sqrt{3}$, $b=\log_4 16$ 일 때, $a^b$ 의 값은?[2점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

[난이도 : ★☆☆] [2011년 4월 학력평가]

**165** [공통] $\log_4\left(\sqrt{2^7}\times 4^{\frac{1}{4}}\right)$ 의 값은?[2점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2011년 3월 학력평가]

**166** [공통] $\log_3 12-\log_3 \frac{4}{27}$ 의 값은?[2점]

① $\log_3 16$ ② $\log_3 21$ ③ 3 ④ 4 ⑤ $\log_3 90$

[난이도 : ★☆☆] [2011년 10월 학력평가]

**167** [공통] $\log_2 32+3^{\log_3 7}$ 의 값을 구하시오.[2점]

[난이도 : ★★☆] [2011년 3월 학력평가]

**168** 1보다 큰 세 실수 $a, b, c$에 대하여 $\log_a 2=\log_b 5=\log_c 10=\log_{abc}x$가 성립할 때, 실수 $x$의 값은?[3점]

① $\frac{1}{10}$ ② $\sqrt{10}$ ③ 10 ④ $10\sqrt{10}$ ⑤ 100

[난이도 : ★★☆] [2011년 10월 학력평가]

**169** $\log n$의 정수부분을 $f(n)$이라 할 때, 네 자리 자연수 $n$에 대하여 $f(n^2)=f(10n)+k$를 만족하는 모든 상수 $k$값의 합은?[3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

[난이도 : ★★☆] [2011년 3월 학력평가]

**170** 모든 양의 실수 $x$에 대하여 부등식 $\log_a(x+1)-\log_a x>\log_b(x+1)-\log_b x>0$을 만족시키는 세 양의 실수 $a$, $b$, 1사이의 대소관계로 옳은 것은?(단, $a\neq 1$, $b\neq 1$)[3점]

① $1<a<b$ ② $a<1<b$ ③ $a<b<1$ ④ $1<b<a$ ⑤ $b<1<a$

[난이도 : ★★☆] [2011년 10월 학력평가]

**171** 첫째항이 $4$이고 공비가 $5$인 등비수열에서 제 $21$항은 $n$자리의 수이다.

이때, 자연수 $n$의 값은?(단, $\log 2 = 0.3010$으로 계산한다.)[3점]

① 13 ② 14 ③ 15
④ 16 ⑤ 17

[난이도 : ★★☆] [2011년 3월 학력평가]

**172** [공통]양의 정수 $n$에 대하여 $\log n$의 정수부분을 $f(n)$, 소수부분을 $g(n)$이라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 양의 정수 $n$의 개수는?[3점]

| |
|---|
| (가) $f(3) < f(n) < f(2011)$ |
| (나) $\{g(n)\}^2 - g(n) + \log 2 \cdot \log 5 < 0$ |

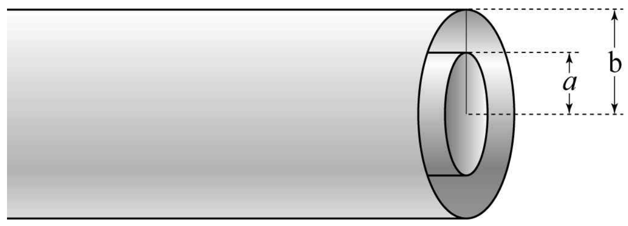
① 326 ② 328 ③ 330
④ 332 ⑤ 334

[난이도 : ★★☆] [2011년 7월 학력평가]

**173** [공통]도체가 전하를 저장할 수 있는 능력을 정전용량이라 한다.

원통도체에서 안쪽 원통의 반지름의 길이 $a$와 바깥쪽 원통의 반지름의 길이 $b$에 대하여 정전용량 $C$는 $C = \dfrac{k}{\log b - \log a}$ (단, $k$는 상수, $C$의 단위는 $\dfrac{F}{m}$)이라 한다.

$b = 2a$일 때의 정전용량 $C_1$과 $b = na$일 때의 정전용량 $C_2$에 대하여 $\dfrac{C_1}{C_2} > \dfrac{1}{\log 2}$을 만족시키는 자연수 $n$의 최솟값은?[3점]




① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

[난이도 : ★★☆] [2011년 7월 학력평가]

**174** 어느 건물의 실내온도 $28℃$를 유지하기 위한 시간당 전력소비량을 $A$라 하자.

실내온도를 $1℃$ 내릴 때마다 그 온도를 유지하기 위한 시간당 전력소비량은 일정한 비율로 증가한다. 실내온도 $25℃$를 유지하기 위한 시간당 전력소비량이 $1.23A$일 때, 실내온도 $20℃$를 유지하기 위한 시간당 전력소비량은 $A$의 몇 배인가?(단, $\log 1.23 = 0.09$, $\log 1.40 = 0.15$로 계산하고, 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림한다.)[3점]

① 1.72 ② 1.86 ③ 2.00
④ 2.14 ⑤ 2.28

[난이도 : ★★★] [2011년 7월 학력평가]

**175** 자연수 $n$에 대하여 집합

$A_n=\{k|\log_k 3^n=[\log_k 3^n],\ k\text{는 자연수}\}$라 할 때, $A_6$의 모든 원소의 곱은?(단, $[x]$는 $x$보다 크지 않은 최대의 정수이다.)[4점]

① $3^6$ ② $3^8$ ③ $3^{10}$
④ $3^{12}$ ⑤ $3^{14}$

[난이도 : ★★★] [2011년 4월 학력평가]

**176** [공통]세 자리 이하의 자연수 $n$에 대하여

$f(n)=10(\log n-[\log n])$일 때, $[f(n)]\le 3$을 만족시키는 $n$의 개수를 구하시오.

(단, $[x]$는 $x$보다 크지 않은 최대의 정수이고 $\log 2.51=0.3997$, $\log 2.52=0.4014$로 계산한다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2011년 월 학력평가]

**177** [공통]자연수 $k$에 대하여 집합 $A_k$를

$A_k=\left\{x \middle| \log x-[\log x]=\frac{1}{k},\ 1\le x\le 10^5\right\}$라 할 때, 다음 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, $[x]$는 $x$보다 크지 않은 최대의 정수이다.)[4점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $\sqrt{10}\in A_2$ |
| ㄴ. $n(A_3)=n(A_5)$ |
| ㄷ. $A_m\cap A_n\ne\phi$를 만족하는 서로 다른 자연수 $m, n$이 존재한다. |

① ㄱ, ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2011년 07월 학력평가]

**178** [공통]자연수 $k$에 대하여 집합 $A_k$를

$A_k=\left\{x \middle| \log x-[\log x]=\frac{1}{k},\ 1\le x\le 10^5\right\}$라 할 때, [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, $[x]$는 $x$보다 크지 않은 최대의 정수이다.)[4점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $\sqrt{10}\in A_2$ |
| ㄴ. $n(A_3)=n(A_5)$ |
| ㄷ. $A_m\cap A_n\ne\phi$를 만족하는 서로 다른 자연수 $m$, $n$이 존재한다. |

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★☆☆] [2010년 9월 학력평가]

**179** [공통]양의 실수 $x$에 대하여 $\log x$의 소수부분을 $f(x)$라 하자.

집합 $S=\{(x, y)|f(x)+f(y)=1\}$일 때, 양의 실수 $a, b, c$에 대하여 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?[4점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $\left(a, \frac{1}{a}\right)\in S$ |
| ㄴ. $\left(a, \frac{1}{b}\right)\in S$이면 $\left(b, \frac{1}{a}\right)\in S$ |
| ㄷ. $\left(a, \frac{1}{b}\right)\in S$이고 $\left(b, \frac{1}{c}\right)\in S$이면 $\left(a, \frac{1}{c}\right)\in S$ |

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★☆☆] [2010년 9월 학력평가]

**180** $5^{2\log_5 3}$ 의 값은?[2점]

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

[난이도 : ★☆☆] [2010년 7월 학력평가]

**181** [공통] $\log_3\left(\sqrt{3^3}\cdot\sqrt[3]{3}\right)^2$ 의 값은?[2점]

① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$
④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

[난이도 : ★☆☆] [2010년 11월 학력평가]

**182** [공통] $\sqrt[3]{27}+\log_3\sqrt{81}$ 의 값은?[2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2010년 4월 학력평가]

**183** $\log_2 3-\log_2\frac{9}{2}+\log_2 12$ 의 값을 구하시오.[2점]

[난이도 : ★☆☆] [2010년 11월 학력평가]

**184** [공통] $\log_2\frac{2}{3}-\log_2\frac{2\sqrt{2}}{3}+\log_2 8\sqrt{2}$ 의 값은?[2점]

① 1 ② $\log_2 3$ ③ 2
④ $\log_2 6$ ⑤ 3

[난이도 : ★☆☆] [2010년 3월 학력평가]

**185** [공통] $\log_5 3\times\left(\log_3\sqrt{5}-\log_{\frac{1}{9}}125\right)$ 의 값은?[2점]

① $-1$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

[난이도 : ★★☆] [2010년 10월 학력평가]

**186** [공통] $4\log_3 27-\log_{\frac{1}{3}}81$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2010년 9월 학력평가]

**187** $x=\sqrt{\log_2 3}$, $y=\sqrt{\log_2 6}$ 일 때,
$(x^2+2xy+y^2)(x^2-2xy+y^2)$ 의 값은?[3점]

① 1 ② $\log_2 3$ ③ 2
④ $\log_2 6$ ⑤ 3

[난이도 : ★★☆] [2010년 10월 학력평가]

**188** [공통]로그함수 $f(x)=\log_a x$에 대하여 $f(\alpha)=3$, $f(\beta)=5$일 때, $f(x)=2$를 만족시키는 $x$를 $\alpha, \beta$로 나타낸 것은?(단, $a>1$)[3점]

① $\alpha+\beta$ ② $2\alpha-\beta$ ③ $\alpha\beta$
④ $\dfrac{\alpha}{\beta}$ ⑤ $\dfrac{\beta}{\alpha}$

[난이도 : ★★☆] [2010년 9월 학력평가]

**189** $\log_2 9\times\log_{\sqrt{3}}16$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2010년 3월 학력평가]

**190** 집합 $A=\{2^n|n$은 자연수 $\}$의 원소 중에서 상용로그의 정수부분이 $1$인 모든 원소의 합은?[3점]

① 112 ② 114 ③ 116
④ 118 ⑤ 120

[난이도 : ★★☆] [2010년 10월 학력평가]

**191** [공통]$\log x=2.6767$이고, $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{20}$은 소수점 아래 $y$번째 자리에서 처음으로 $0$이 아닌 숫자가 나타난다. 이때, $x+y$의 값은?

(단, $\log 2=0.3010$, $\log 4.75=0.6767$로 계산한다.)[3점]

① 479 ② 481 ③ 483
④ 485 ⑤ 487

[난이도 : ★★☆] [2010년 4월 학력평가]

**192** [공통]다음은 "$a, b$가 $1$이 아닌 양의 실수일 때, $\log_a b=\log_b a$이면 $\dfrac{a^2+1}{b^2+1}=\dfrac{a}{b}$이다." ...($*$)가 성립함을 증명한 것이다.

| |
|---|
| $\log_b a=\dfrac{1}{(A)}$이고 가정에서 $\log_a b=\log_b a$이므로<br>$\log_a b=1$ 또는 $\log_a b=-1$이다.<br>( i ) $\log_a b=1$일 때, $\dfrac{a^2+1}{b^2+1}=$ [(B)]이고 $\dfrac{a}{b}=$ [(B)]이다.<br>(ii) $\log_a b=-1$일 때, $\dfrac{a^2+1}{b^2+1}=$ [(C)]이고 $\dfrac{a}{b}=$ [(C)]이다.<br>따라서, ( i ), (ii)에 의하여 $\dfrac{a^2+1}{b^2+1}=\dfrac{a}{b}$이므로 ?($*$)가 성립한다. |

위 증명에서 (A), (B), (C)에 알맞은 것은?[3점]

① $\log_a b$, $-1$, $b^2$
② $\log_b \dfrac{1}{a}$, $-1$, $ab$
③ $\log_a b$, $1$, $a^2$
④ $\log_b \dfrac{1}{a}$, $-1$, $a^2$
⑤ $\log_a b$, $1$, $b^2$

[난이도 : ★★☆] [2010년 3월 학력평가]

**193** 세 양수 $a, b, c$에 대하여 $\begin{cases}\log_2 ab+\log_2 bc=5\\ \log_2 bc+\log_2 ca=8\\ \log_2 ca+\log_2 ab=7\end{cases}$이 성립할 때, $a+b+c$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2010년 9월 학력평가]

**194** [공통]정수부분이 $k$자리인 양수의 상용로그의 정수부분과 소수부분이 각각 $n, \alpha$이다.

방정식 $x^3-\frac{29}{4}x^2+\frac{55}{4}x-p=0$의 세 근이 $k, n, \alpha$일 때, $p+k$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2010년 4월 학력평가]

**195** [공통]다음 두 조건을 모두 만족시키는 모든 양의 실수 $x$의 곱은?

(단, $[x]$는 $x$보다 크지 않은 최대의 정수이다.)[3점]

| |
|---|
| (가) $[\log x]=[\log 365]$ |
| (나) $\log x^3-[\log x^3]=\frac{\log 1}{x}-\left[\frac{\log 1}{x}\right]$ |

① $10^9$　② $10^{\frac{19}{2}}$　③ $10^{10}$
④ $10^{\frac{21}{2}}$　⑤ $10^{11}$

[난이도 : ★★☆] [2010년 11월 학력평가]

**196** [공통]2009년도 어느 나라의 이산화탄소 배출량은 6억 톤이었다.

이 나라에서는 이산화탄소 배출로 인해 발생하는 지구 온난화 현상을 개선하기 위해 매년 전년도보다 5%씩 이산화탄소 배출량을 감소시키는 정책을 2010년부터 추진하고 있다. 이 정책이 계획대로 추진된다고 할 때, 이산화탄소 배출량이 처음으로 4억 톤 이하가 되는 시기는?

(단, 측정 주기는 1년이고, $\log 2=0.301$, $\log 3=0.477$, $\log 9.5=0.978$로 계산한다.)[3점]

① 2014년~2016년
② 2017년~2019년
③ 2020년~2022년
④ 2023년~2025년
⑤ 2026년~2028년

[난이도 : ★★☆] [2010년 10월 학력평가]

**197** [공통]범지구적 온실가스 감축협약인 교토의정서에 의하면 점차적으로 각 나라에서는 이산화탄소 배출량을 의무적으로 감축해야 한다.

우리나라의 $A$도시에서는 이산화탄소 배출량을 매년 전년도보다 9%씩 감축하고자 한다. 2009년 이 도시의 이산화탄소 연간 총 배출량이 4000만 톤이었다면 이산화탄소 연간 총 배출량이 처음으로 2000만 톤 이하가 될 것으로 예상되는 해는?(단, $\log 2=0.30$, $\log 9.1=0.96$으로 계산한다.)[3점]

①　②
③　④
⑤

[난이도 : ★★☆] [2010년 3월 학력평가]

**198** [공통]서로 다른 세 실수 $x, y, z$가 $2^x = 3^y = 6^z$을 만족시킬 때, 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?[3점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $2^x \cdot 3^y = 36^z$ |
| ㄴ. $2^z \cdot 3^{z-y} = 1$ |
| ㄷ. $x+y=1$이면 $z=\log_6 2 \cdot \log_6 3$이다. |

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2010년 3월 학력평가]

**199** [공통]어떤 물질의 화학 반응에서 이 물질의 온도 $T$와 화합물이 생성되는 반응 속도 $v$사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\frac{\log\{v\}}{v_0} = K\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)$$ (단, $K$, $T_0$, $v_0$는 상수이다.)

이 물질의 온도가 $2T_0$일 때, 화합물이 생성되는 반응 속도는 $\sqrt{10}\,v_0$이다.

이 물질의 온도가 $4T_0$일 때, 화합물이 생성되는 반응 속도는?[3점]

① $\sqrt[3]{100}\,v_0$ ② $\sqrt[4]{1000}\,v_0$ ③ $10v_0$
④ $10\sqrt[3]{10}\,v_0$ ⑤ $10\sqrt{10}\,v_0$

[난이도 : ★★★] [2010년 4월 학력평가]

**200** 서로 다른 세 자연수 $a, b, c$가 다음 세 조건을 모두 만족시킬 때, $a+b+c$의 값은?[4점]

| |
|---|
| (가) $a, b, c$는 이 순서대로 등비수열을 이룬다. |
| (나) $b-a=n^2$(단, $n$은 자연수이다.) |
| (다) $\log_6 a + \log_6 b + \log_6 c = 3$ |

① 26 ② 28 ③ 30
④ 32 ⑤ 34

[난이도 : ★★★] [2010년 11월 학력평가]

**201** 자연수 $n$에 대하여 $f(n)=$ ($\log n$의 정수부분 )일 때, 다음 두 조건을 만족시키는 $n$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오.[4점]

| |
|---|
| (가) $n$은 두 자리의 자연수이다. |
| (나) $\log 3n - f(2n) < \log 2$ |

[난이도 : ★★★] [2010년 9월 학력평가]

**202** 전체 인구가 500만 명인 $A$시는 저탄소 녹색성장 정책 추진에 힘입어 2010년 초 자전거 보유 인구가 전체 인구의 16%를 차지하였다. 이 도시에서는 2010년 초에 5개년 계획을 세워 자전거 보유 인구를 전년도에 비해 28%씩 증가시킨다고 한다. 계획대로 진행된다면 5년 후 자전거 보유 인구는 전체 인구의 약 몇 %인가?(단, 인구변동은 고려하지 않으며 $\log 1.28 = 0.108$, $\log 3.50 = 0.540$으로 계산한다.)[4점]

① 44 ② 48 ③ 52
④ 56 ⑤ 60

[난이도 : ★★★] [2010년 3월 학력평가]

**203** [@공통]다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 $n$의 값의 합을 구하시오.[4점]

| |
|---|
| (가) $1 < n < 10$ |
| (나) $\dfrac{\log 1}{n}$의 소수부분은 $\log n^2$의 가수보다 크다. |

[난이도 : ★★★] [2010년 11월 학력평가]

**204** [공통]$\log x$의 정수부분이 $2$이고 $\log x$와 $\log \sqrt[3]{x^2}$ 의 소수부분의 합이 $1$일 때, $\log x^5$의 값은?[4점]

① 9　② 10　③ 11
④ 12　⑤ 13

[난이도 : ★★★] [2010년 10월 학력평가]

**205** [공통]자연수 $n$에 대하여 $n \le \log_2 A < n+1$을 만족하는 자연수 $A$의 개수를 $f(n)$이라 할 때, 항상 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?[4점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $f(2)=4$ |
| ㄴ. $f(2n)=2f(n)$ |
| ㄷ. $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(n)=f(n+1)-2$ |

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2010년 11월 학력평가]

**206** $\log x$의 정수부분과 소수부분을 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자.

실수 $M$이 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| (가) $10 \le M < 100$ |
| (나) $f(M^2)=f(M)+1$ |
| (다) $g(M^2)=1-g(M)$ |

$36\log M$의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2010년 11월 학력평가]

**207** 두 자리의 자연수 $a$, $b$에 대하여 $\log 2a$와 $\log 3b$의 정수부분이 다르고, 소수부분은 같을 때, $a+b$의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2010년 10월 학력평가]

**208** [공통]$0<a<b$인 $a$, $b$에 대하여 $N(a,\ b)$를 $a<x<b$에서 $\log x$의 소수부분과 $\log x^3$의 소수부분이 같은 실수 $x$의 개수라 하자. 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

(단, $\log 2 = 0.3010$으로 계산한다.)[4점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $N(\sqrt{10},\ 1000)=4$ |
| ㄴ. $p$가 정수이면 $N(10^p,\ 10^{p+10})=19$이다. |
| ㄷ. $N(2^10,\ 2^{50})=25$ |

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2010년 3월 학력평가]

**209** 양수 $x$에 대하여 $\log x$의 소수부분을 $f(x)$라 할 때, 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?[4점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $f(2010)=f(0.201)$ |
| ㄴ. $f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)$ |
| ㄷ. $x>1,\ y>1,\ f(x)+f(y)=0$이면 $x,\ y$는 모두 정수이다. |

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★☆☆] [2009년 7월 학력평가]

**210** [공통] $\log_4\frac{16}{9}+\log_2 3$의 값은?[2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2009년 10월 학력평가]

**211** [공통] $2\log_2\sqrt{3}-\log_2 6$의 값은?[2점]

① $-2$ ② $-1$ ③ 0
④ 1 ⑤ 2

[난이도 : ★☆☆] [2009년 10월 학력평가]

**212** [공통] $\log_4 2+\log_4 8$의 값은?[2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2009년 5월 학력평가]

**213** [공통] $2\log_3\sqrt{6}+\log_3\frac{3}{2}$의 값은?[2점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

[난이도 : ★☆☆] [2009년 5월 학력평가]

**214** [공통] $a=6^4+6^4,\ b=3^3+3^3+3^3$일 때, $\log_2 a-\log_2 b$의 값은?[2점]

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

[난이도 : ★☆☆] [2009년 10월 학력평가]

**215** $\log 2=a,\ \log 3=b$일 때, $\log_9 24$를 $a,\ b$로 나타내면?[2점]

① $\frac{2a+b}{b}$ ② $\frac{3a+b}{b}$ ③ $\frac{2a+b}{2b}$
④ $\frac{3a+b}{2b}$ ⑤ $\frac{3a+2b}{2b}$

[난이도 : ★★☆] [2009년 3월 학력평가]

**216** [공통] $\log_3 4^3\times\log_2 9^3$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2009년 11월 학력평가]

**217** 함수 $f(x)=a\log_2 x+2b$가 다음 조건을 만족한다.

(가) $f(2)=3$
(나)모든 양의 실수 $x, y$에 대하여 $f(xy)=f(x)+f(y)-2$

이때, $f\left(\frac{1}{16}\right)$의 값은?(단, $a, b$는 상수이다.)[3점]

① $-5$ ② $-4$ ③ $-3$
④ $-2$ ⑤ $-1$

[난이도 : ★★☆] [2009년 11월 학력평가]

**218** $5^{\frac{1}{\log 5}}$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2009년 5월 학력평가]

**219** [공통]계산기를 이용하여 $3.02\times x$를 계산하려 했는데 잘못 입력하여 $3.02^x$으로 계산되어 $63100$이 나왔다. 원래 계산하려고 했던 계산 결과는?

(단, $\log 3.02=0.48$, $\log 6.31=0.80$)[3점]

① 15.1 ② 30.2 ③ 45.3
④ 60.4 ⑤ 75.5

[난이도 : ★★☆] [2009년 4월 학력평가]

**220** $\log_{(x-3)}(-x^2+11x-24)$가 정의되기 위한 모든 정수 $x$의 합을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2009년 10월 학력평가]

**221** $\frac{1}{2}\log_2\frac{8}{5}+\log_2\sqrt{5}$의 값은?[3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\sqrt{5}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

[난이도 : ★★☆] [2009년 10월 학력평가]

**222** 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_n=\log_8(1+2+3+\cdots+n)-2\log_8 n$일 때, $\lim_{n\to\infty}a_n$의 값은?[3점]

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $0$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

[난이도 : ★★☆] [2009년 3월 학력평가]

**223** 어느 나라의 올해 물가지수는 전년도에 비해 $4\%$ 상승하였다. 이 나라의 물가지수가 매년 이러한 비율로 상승한다고 할 때, 물가지수가 처음으로 올해의 2배 이상이 되는 해는 앞으로 몇 년 후인가?(단, $\log 2=0.301$, $\log 1.04=0.017$로 계산한다.)[3점]

① 16 ② 18 ③ 20
④ 22 ⑤ 24

[난이도 : ★★☆] [2009년 4월 학력평가]

**224** [공통]$2\frac{\log 3}{5}+\frac{\log 1}{2}-\log 18$의 값은?[2점]

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$
④ $1$ ⑤ $2$

[난이도 : ★★☆] [2009년 10월 학력평가]

**225** [공통] $10^{20} < x < 10^{30}$ 인 $x$에 대하여 $\log\sqrt{x}$ 와 $\log\sqrt[3]{\sqrt{x}}$ 의 소수부분이 같아지는 모든 $x$값의 곱을 $N$이라 할 때, $\log N$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2009년 11월 학력평가]

**226** 수열 $\{a_n\}$에서 $a_n = 2^{n+\frac{1}{2}}$ 이라 할 때,

$\log_{\sqrt{2}}a_1 + \log_{\sqrt{2}}a_2 + \log_{\sqrt{2}}a_3 + \cdots + \log_{\sqrt{2}}a_{10}$의 값은?[3점]

① 63 ② 80 ③ 99
④ 120 ⑤ 143

[난이도 : ★★☆] [2009년 5월 학력평가]

**227** [공통] $\sqrt{(-n-1)(n-2)} = -\sqrt{-n-1}\sqrt{n-2}$ 를 만족하는 정수 $n$에 대하여 $\log x = n + \frac{1}{2}$ 이라 할 때, 모든 $x$값의 곱은?[3점]

① $10^3$ ② $10^4$ ③ $10^5$
④ $10^6$ ⑤ $10^7$

[난이도 : ★★☆] [2009년 10월 학력평가]

**228** [공통]양수 $x$에 대하여 $\log x$의 소수부분을 $f(x)$라 하자.

$a, b$가 두 자리 자연수일 때, 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?[3점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $f(ab) = f(b)$ 이면 $f(a) = 0$ 이다. |
| ㄴ. $f(a^2) = f(a)$ 를 만족시키는 $a$는 1개이다. |
| ㄷ. $f(ab) = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 $(a, b)$는 4개이다. |

① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2009년 11월 학력평가]

**229** [공통] $a = 11111$, $b = (10^5 + 1)a$ 일 때, $\log_3\sqrt{b-2a} - \log_3 a$ 의 값은?[3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

[난이도 : ★★☆] [2009년 4월 학력평가]

**230** 갑은 절약하는 습관을 기르기 위하여 연초부터 가계부를 적기로 하였다. 1월의 외식비와 의류구입비를 합하여 보니 30만원이었다. 매달 외식비와 의류구입비를 지난달에 비해 각각 20%, 30%씩 줄였더니 2개월 후에는 외식비와 의류구입비의 합이 15만원 절감되었다. 1월의 외식비를 $x$만원, 의류구입비를 $y$만원이라 하면 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} 30 \\ 15 \end{pmatrix}$ 이다. 행렬 $A$의 $(2, 1)$성분이 $\frac{b}{a}$ 일 때, $a+b$의 값을 구하시오.(단, $a, b$는 서로소인 자연수이다.)[3점]

[난이도 : ★★☆] [2009년 3월 학력평가]

**231** $0<a<b<1$을 만족시키는 실수 $a, b$에 대하여 $A=\log_a b$, $B=\log_b(a+1)$, $C=\log_{a+1}(b+1)$이라 할 때, 다음 중 옳은 것은?[3점]

① $A<B<C$ ② $A<C<B$ ③ $B<A<C$
④ $B<C<A$ ⑤ $C<B<A$

[난이도 : ★★☆] [2009년 3월 학력평가]

**232** $\log x=5.565$, $\log y=-1.35$를 만족하는 두 양수 $x, y$를

$x=a\times 10^m$ ($m$은 정수, $1\le a<10$), $y=b\times 10^n$ ($n$은 정수, $1\le b<10$)으로 나타낼 때, 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?[3점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $\dfrac{x}{y}$의 값은 자연수이다. |
| ㄴ. $m+n=4$ |
| ㄷ. $ab>10$ |

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2009년 7월 학력평가]

**233** $\log x$의 정수부분을 $f(x)$, 소수부분을 $g(x)$라 할 때, 다음 [보기]에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?(단, $m, n$은 1보다 큰 자연수)[3점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $f(x^{m+n})=f(x^m)+f(x^n)$ |
| ㄴ. 모든 짝수 $a$에 대하여 $g(a\cdot 5^n)=0$이 되는 자연수 $n$이 존재한다. |
| ㄷ. $g(x)+g(x^2)+\cdots+g(x^n)=1$이면 $\dfrac{n(n+1)}{2}\log x=f(x)+f(x^2)+\cdots+f(x^n)+1$이다. |

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2009년 11월 학력평가]

**234** 집합 $A=\left\{(x, y)\mid y=2^{\log_3 x}\right\}$에 대하여 다음 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[3점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $(a, b)\in A$이면 $(3a, 2b)\in A$이다. |
| ㄴ. $(a, b)\in A$이면 $\left(\dfrac{1}{b}, \dfrac{1}{a}\right)\in A$이다. |
| ㄷ. $(a, b)\in A$이고 $(c, d)\in A$이면 $(ac, bd)\in A$이다. |

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2009년 11월 학력평가]

**235** 100보다 큰 두 실수 $a, b$가 $2[\log a]+3[\log b]=13$을 만족할 때, $\log ab$의 정수부분은 $\alpha$ 또는 $\beta$이다. 이때, $\alpha+\beta$의 값을 구하시오.

(단, $[x]$는 $x$보다 크지 않은 최대의 정수이다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2009년 3월 학력평가]

**236** $\log_3 n$의 정수부분과 $\log_4 n$의 정수부분이 같도록 하는 두 자리의 자연수 $n$의 최댓값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2009년 10월 학력평가]

**237** 자연수 $N$에 대하여 $N^2$이 7자리수이고, $\log N$의 소수부분은 $\dfrac{\log 1}{N}$의 소수부분의 $\dfrac{1}{4}$이다.

$\log N = \dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, $\log N$의 소수부분은 0이 아니고, $p, q$는 서로소인 자연수이다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2009년 4월 학력평가]

**238** 세 집합 $X=\{x|x>0\}$, $Y=\{y|y$는 정수 $\}$에 대하여 두 함수 $f: X \to Y$, $g: X \to Z$가 다음을 만족한다.

| |
|---|
| 집합 $X$의 임의의 원소 $x$에 대하여 $10^{f(x)+g(x)}=x$이다. |

$f(a)=3$을 만족하는 양수 $a$에 대하여 $g(a)+g(\sqrt{a})=1$이 되는 $a$의 값은?[4점]

① $10^{\frac{13}{4}}$　② $10^{\frac{10}{3}}$　③ $10^{\frac{7}{2}}$
④ $10^{\frac{11}{3}}$　⑤ $10^{\frac{15}{4}}$

[난이도 : ★★★] [2009년 5월 학력평가]

**239** [공통]다음 조건을 만족하는 자연수 $N$의 값을 구하시오.

(단, $[x]$는 $x$를 넘지 않는 최대 정수)[4점]

| |
|---|
| Ⅰ. $[\log N]=[\log 175]$ |
| Ⅱ. $\log N-[\log N]=\log 32-[\log 19]$ |

[난이도 : ★★★] [2009년 3월 학력평가]

**240** [공통]자연수 $k$가 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| (가) $\log k$의 정수부분은 5이다. |
| (나) $\log \dfrac{\sqrt{k}}{7}$의 소수부분은 0이다. |

$\dfrac{k}{1000}$의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2009년 10월 학력평가]

**241** $x>1$인 $x$에 대하여 $\log x$의 정수부분과 소수부분을 각각 $n, \alpha$라고 하자.

$(\log x)^2+23\alpha^2=2n^2$을 만족하는 $x$의 최솟값을 $m$, 최댓값을 $M$이라 할 때, $\log mM$의 값은?[4점]

① 7　② 9　③ 11
④ 13　⑤ 15

[난이도 : ★★★] [2009년 11월 학력평가]

**242** $A=\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^3}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)$일 때,

$\log\left(1-\frac{1}{2}A\right)$의 정수부분은?(단, $\log 2=0.3$으로 계산한다.)[4점]

① $-9$ ② $-8$ ③ $-7$
④ $-6$ ⑤ $-5$

[난이도 : ★★★] [2009년 7월 학력평가]

**243** [공통]$2^4\times3^3$의 서로 다른 모든 양의 약수의 곱을 $A$라 할 때, $A$는 $n$자리 정수이다. $\left[\frac{A}{10^{n-1}}\right]$의 값은?[4점]

(단, $[x]$는 $x$보다 크지 않은 최대의 정수, $\log 2=0.3010$, $\log 3=0.4771$)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★★] [2009년 4월 학력평가]

**244** 어떤 농산물은 유통과정을 한 번 거칠 때마다 일정한 비율로 가격이 인상된다.

이 농산물의 가격 형성 과정을 조사한 결과 유통과정을 다섯 번 거친 소비자 가격은 원산지 생산 가격의 $2.24$배였다.

유통과정을 한 번만 거친다면 이때의 소비자 가격은 다섯 번 거친 소비자 가격의 약 몇 $\%$인가?(단, $\log 2.24=0.35$, $\log 1.17=0.07$로 계산한다.)[4점]

① 32 ② 37 ③ 42
④ 47 ⑤ 52

[난이도 : ★★★] [2009년 6월 학력평가]

**245** 임의의 실수 $x$에 대하여 $\log_{(x^2+a)}(bx^2-4bx+8)$이 항상 정의되기 위한 정수 $a, b$가 있다. 이때, $a+b$의 최솟값은?[4점]

① $-2$ ② $-1$ ③ 0
④ 1 ⑤ 2

[난이도 : ★★★] [2009년 5월 학력평가]

**246** [공통]가로의 길이가 $687^{10}$, 세로의 길이가 $727^{10}$인 직사각형의 넓이를 아래 상용로그표를 이용하여 구한 것은?[4점]

| 수 | 0 | … | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6.8 | 0.8325 | … | 0.8351 | 0.8357 | 0.8363 | 0.8370 | 0.8376 | 0.8382 |
| … | … | … | … | … | … | … | … | … |
| 7.2 | 0.8573 | … | 0.8597 | 0.8603 | 0.8609 | 0.8615 | 0.8621 | 0.8627 |
| … | … | … | … | … | … | … | … | … |
| 9.6 | 0.9823 | … | 0.9841 | 0.9845 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9859 | 0.9863 |

① $9.64\times10^{54}$ ② $9.68\times10^{54}$
③ $9.66\times10^{56}$ ④ $9.67\times10^{56}$
⑤ $9.69\times10^{56}$

[난이도 : ★★★] [2009년 10월 학력평가]

**247** [공통]$\log_a x\,(x \geq 1,\ a > 1)$의 정수 부분을 $n$, 소수 부분을 $\alpha\,(0 \leq \alpha < 1)$이라 할 때, 항상 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?[4점]

[ 보 기 ]

ㄱ. $a=2,\ x=3$일 때, $2^{\alpha}=\frac{3}{2}$이다.

ㄴ. $\log_a x$의 정수 부분이 $n$일 때, $\log_{\sqrt{a}} x$의 정수 부분은 $2n$이다.

ㄷ. $a>1$인 자연수일 때, $\log_a x=n+\alpha\,(0 \leq \alpha < 1)$을 만족하는 자연수 $x$의 개수는 $(a-1)a^n$개이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2009년 5월 학력평가]

**248** [공통]가로의 길이와 세로의 길이의 비율이 $2:1$인 직사각형 모양의 종이를 한 번 접어 완전히 포개어지도록 한다. 이와 같이 가로, 세로 순으로 번갈아 가며 접을 때, 종이의 가로의 길이를 $W(mm)$, 두께를 $t(mm)$, 접을 수 있는 최대 횟수를 $n$(회)라 하면 다음과 같은 관계식을 갖는다.

$$W=\pi t \times 2^{\frac{3}{2}(n-1)}$$

가로의 길이와 세로의 길이의 비율이 $2:1$인 직사각형 모양의 넓이가 $10^{16}(mm^2)$이고 두께가 $1(mm)$인 종이가 있다. 이 종이를 가로, 세로 순으로 번갈아 가며 접을 수 있는 최대 횟수를 구하시오.

(단, $\log 2=0.30,\ \log\pi=0.50$)[4점]

[난이도 : ★★★] [2009년 5월 학력평가]

**249** [공통]양의 실수 $x$에 대하여 $\log_2 x=f(x)+g(x)$ ($f(x)$는 정수, $0 \leq g(x) < 1$)이라 할 때,

$1\times 2^{g(1)-f(1)}+2\times 2^{g\left(\frac{1}{2}\right)-f\left(\frac{1}{2}\right)}+\cdots+5\times 2^{g\left(\frac{1}{5}\right)-f\left(\frac{1}{5}\right)}$의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

**250** [공통]$\log_2 12\sqrt{2}-\log_2 3$의 값은?[2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2008년 6월 학력평가]

**251** $\log_3 16 \cdot \log_2 27$을 계산하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2008년 11월 학력평가]

**252** [공통]$\log_3 12+2\log_3\frac{3}{2}$의 값은?[2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2008년 7월 학력평가]

**253** [공통] $(\log_2 16) \times \sqrt[3]{64}$ 의 값은?[2점]

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

[난이도 : ★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

**254** $\log_2 \frac{3}{4} - \log_2 \sqrt{18}$ 의 값은?[2점]

① $-\frac{9}{2}$ ② $-\frac{7}{2}$ ③ $-\frac{5}{2}$
④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2008년 6월 학력평가]

**255** $(3^\alpha)^\beta = 81$ 일 때, $\log_4 \alpha^2 + \log_{16} \beta^4$ 의 값은?[3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2008년 4월 학력평가]

**256** [공통] $\log_2 \frac{2}{9} + 4\log_2 \sqrt{12}$ 의 값은?[2점]

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

[난이도 : ★★☆] [2008년 6월 학력평가]

**257** [공통]정수부분이 네 자리인 실수 $x$에 대하여 $\log x^3$의 정수부분이 9이고, $\log x^4$의 정수부분은 13이다. $\log x$의 소수부분의 최솟값은?[4점]

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

[난이도 : ★★☆] [2008년 4월 학력평가]

**258** $[\log_2 k] = 6$, $[\log_3 k] = 3$을 모두 만족하는 자연수 $k$의 개수를 구하시오.

(단, $[x]$는 $x$를 넘지 않는 최대의 정수이다.)[3점]

[난이도 : ★★☆] [2008년 11월 학력평가]

**259** 자연수 $n$에 대하여 집합 $A_n = \{x | \log_2 x^n = 4,\ x\text{는정수}\}$, $B_n = \{x | n\log_2 x = 4,\ x\text{는정수}\}$ 일 때, $(A_1 \cup A_2 \cup A_4) - (B_1 \cup B_2 \cup B_4)$의 모든 원소의 합은?[3점]

① $-6$ ② $-2$ ③ 0
④ 2 ⑤ 6

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

**260** [공통] $2^{\log_{\sqrt{2}} 5}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2008년 7월 학력평가]

**261** $\log_2 x = 5.2$ 일 때, $\dfrac{\log 1}{x}$ 의 소수부분은?(단, $\log 2 = 0.30$)[3점]

① 0.32 ② 0.36 ③ 0.40
④ 0.44 ⑤ 0.48

[난이도 : ★★☆] [2008년 12월 학력평가]

**262** $a = \log_4(3-\sqrt{8})$ 일 때, $2^a + 2^{-a}$ 의 값은?[3점]

① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}+1$ ③ $2\sqrt{3}$
④ $2\sqrt{3}+1$ ⑤ $4\sqrt{2}$

[난이도 : ★★☆] [2008년 5월 학력평가]

**263** $\left(\dfrac{5}{2}\right)^{100}$ 의 정수부분은 몇 자리수인가?(단, $\log 2 = 0.3010$)[3점]

① 38 ② 39 ③ 40
④ 41 ⑤ 42

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

**264** 함수 $f(x) = [[\log x] - \log x]$ 에 대하여 방정식 $f(x) - ax = 0\ (-1 < a < 0)$의 실근이 존재하지 않도록 하는 모든 $a$의 값들의 합은?(단, $[x]$는 $x$를 넘지 않는 최대 정수)[4점]

① $-\dfrac{1}{9}$ ② $-\dfrac{1}{8}$ ③ $-\dfrac{1}{7}$
④ $-\dfrac{1}{6}$ ⑤ $-\dfrac{1}{5}$

[난이도 : ★★☆] [2008년 5월 학력평가]

**265** $3^{10}$ 은 $m$자리 정수이고, $\left(\dfrac{3}{10}\right)^{10}$ 은 소수점 아래 $n$번째 자리에서 처음으로 0아닌 숫자가 나타난다. 이때, $m+n$의 값은?(단, $\log_{10} 3 = 0.4771$)[3점]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

[난이도 : ★★☆] [2008년 9월 학력평가]

**266** $\log_a 3 = \dfrac{1}{2}$ 이고 $\log_b 9 = 2$ 일 때, $a+b$의 값은?[2점]

① 3 ② 6 ③ 9
④ 12 ⑤ 15

[난이도 : ★★☆] [2008년 7월 학력평가]

**267** 자연수 $n$에 대하여 $f(n)$을 $\log_2 n$과 $\log_2(2n+1)$사이의 정수로 정의할 때, $\displaystyle\sum_{n=1}^{20} f(n)$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2008년 9월 학력평가]

**268** 상수 $k$에 대하여 $\log x = k+2$, $\log y = 2k + \dfrac{3}{4}$ 일 때, $\log\dfrac{x^2}{y}$ 의 소수부분은?[3점]

① $\dfrac{1}{4}$ ② $\dfrac{3}{8}$ ③ $\dfrac{1}{2}$
④ $\dfrac{5}{8}$ ⑤ $\dfrac{3}{4}$

[난이도 : ★★☆] [2008년 5월 학력평가]

**269** 방사성 물질의 양이 절반으로 줄어드는 기간을 반감기라고 한다.

반감기가 5년인 방사성 물질의 하나인 $A$를 포함하고 있는 어떤 제품에서 $A$의 양을 측정하여 그 제품이 25년 전에 만들어진 것으로 추정하였다.

25년 전 이 제품에 들어있던 $A$의 양을 100으로 하였을 때, 측정 당시 이 제품에 남아 있는 양은?[3점]

① 3.125 ② 5 ③ 6.25
④ 10 ⑤ 12.5

[난이도 : ★★☆] [2008년 7월 학력평가]

**270** 함수 $f(x)=\log_2 x$의 그래프 위의 두 점 $A(a,\ f(a)),\ B(b,\ f(b))$를 이은 선분 $AB$를 $1:2$로 내분하는 점이 $x$축 위에 있을 때, $a^2b$의 값은?[3점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

[난이도 : ★★☆] [2008년 5월 학력평가]

**271** [공통]$x>1$인 실수 $x$에 대하여 $\log_{10}x$의 정수부분을 $n$이라 할 때, 옳은 것을 다음 [보기]에서 모두 고르면?(단, $[x]$는 $x$를 넘지 않는 최대의 정수이다.)[3점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $[\log_{10}x]=n$ |
| ㄴ. $\log_{10}1000x$의 정수부분은 $3n$이다. |
| ㄷ. $\log_{10}x-[\log_{10}x]=\frac{1}{2}$이면 $x^2$은 $2n+2$자리 정수이다. |

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2008년 5월 학력평가]

**272** $\log_{10}A$의 정수부분은 2이고, $\log_{10}B$의 정수부분은 3일 때, $AB$는 $m$또는 $n$자리수이다. 이때, $m+n$의 값의 합은?

(단, $A$, $B$는 각각 자연수이다.)[3점]

① 5 ② 6 ③ 9
④ 11 ⑤ 13

[난이도 : ★★☆] [2008년 5월 학력평가]

**273** $\log_{10}N$의 소수부분을 $f(N)$이라 할 때, $f(90)+f(800)-f(6000)$의 값은?[3점]

① $\log_{10}2$ ② $\log_{10}5$ ③ $\log_{10}6$
④ $\log_{10}9$ ⑤ $\log_{10}12$

[난이도 : ★★☆] [2008년 11월 학력평가]

**274** $2^m=3^n=6$일 때, $\log(m-1)(n-1)$의 값은?[3점]

① $-3$ ② $-2$ ③ $-1$
④ 0 ⑤ 1

[난이도 : ★★☆] [2008년 5월 학력평가]

**275** [공통]모든 실수 $x$에 대하여 $\log_{a-4}(x^2-ax+2a)$가 정의되기 위한 정수 $a$의 값들의 합은?[3점]

① 13 ② 15 ③ 18
④ 20 ⑤ 22

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

**276** [공통]정수 부분이 두 자리인 서로 다른 두 실수 $x, y$에 대하여 $\log x, \log y$의 소수부분의 역수가 각각 정수이고 $\frac{x^4}{y^2}=1000$을 만족할 때, $20\log xy$의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

**277** 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$을 다음과 같이 정의한다.

> (가) $a_n$은 $[\log_2 x]=n$을 만족하는 정수 $x$의 개수
> (나) $b_n$은 $[\log_3 x]=n-1$을 만족하는 정수 $x$의 개수

이때, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{b_n}$의 값은?(단, $[x]$는 $x$를 넘지 않는 최대 정수)[3점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

[난이도 : ★★☆] [2008년 5월 학력평가]

**278** 다음은 어느 인터넷 사이트의 지도 상단에 있는 버튼의 기능을 설명한 것이다.

> I. 확대 버튼을 한 번 클릭할 때마다 지도가 $a$배로 확대되고, 3번 클릭하면 클릭 전의 2배로 확대된다.
> II. 축소 버튼을 한 번 클릭할 때마다 지도가 $b$배로 축소되고, 3번 클릭하면 클릭 전의 $\frac{1}{2}$배로 축소된다.

확대 버튼을 4번, 축소 버튼을 2번 클릭하면 클릭 전 지도의 $k$배가 된다. 이때 $k$의 값은?[3점]

① $2^{\frac{1}{3}}$ ② $2^{\frac{2}{3}}$ ③ 2 ④ $2^{\frac{4}{3}}$ ⑤ $2^{\frac{5}{3}}$

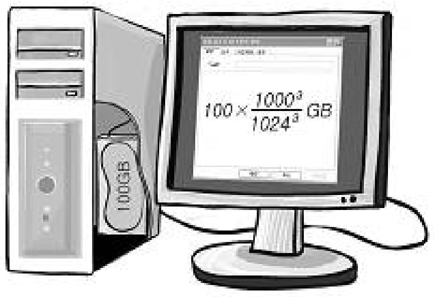
[난이도 : ★★☆] [2008년 9월 학력평가]

**279** 세 자리 자연수 $x$에 대하여 $\log\sqrt{x}$와 $\log\sqrt[3]{x^2}$의 소수부분의 합이 1이다. $\log x^2$의 정수부분을 $n$, 소수부분을 $\alpha$라 할 때, $n\alpha$의 값은?[4점]

① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{5}{7}$ ③ $\frac{8}{7}$ ④ $\frac{9}{7}$ ⑤ $\frac{10}{7}$

[난이도 : ★★☆] [2008년 9월 학력평가]

**280** [공통]컴퓨터의 저장장치인 하드디스크에 표시되어 있는 $1GB$(기가바이트)는 $1000^3 Byte$(바이트)를 나타낸다. 그런데 컴퓨터의 운영체제는 $1024^3 Byte$를 $1GB$로 인식하기 때문에 하드디스크에 표시된 용량과 컴퓨터 운영체제가 인식하는 용량이 달라 사용자를 혼란스럽게 한다. 예를 들어 $100GB$로 표시된 하드디스크를 컴퓨터에 설치하면 컴퓨터는 $100 \times \frac{1000^3}{1024^3} GB$로 인식한다.




어떤 사람이 $500GB$로 표시된 하드디스크를 컴퓨터에 설치했을 때, 컴퓨터가 인식하는 용량을 다음 상용로그표를 이용하여 구한 것은?(단, 바이트는 컴퓨터 저장장치 용량의 기본 단위이다.)[4점]

| 수 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.0 | .301 | .303 | .305 | .308 | .310 | .312 | .314 | .316 | .318 | .320 |
| ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ |
| 4.4 | .644 | .644 | .645 | .646 | .647 | .648 | .649 | .650 | .651 | .652 |
| 4.5 | .653 | .654 | .655 | .656 | .657 | .658 | .659 | .660 | .661 | .662 |
| 4.6 | .663 | .664 | .665 | .666 | .667 | .668 | .668 | .669 | .670 | .671 |
| 4.7 | .672 | .673 | .674 | .675 | .676 | .678 | .678 | .679 | .679 | .680 |
| 4.8 | .681 | .682 | .683 | .684 | .685 | .686 | .687 | .688 | .688 | .689 |
| ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ |
| 9.3 | .969 | .969 | .969 | .970 | .970 | .971 | .971 | .972 | .972 | .973 |

① 약 $447\ GB$ ② 약 $457\ GB$ ③ 약 $467\ GB$
④ 약 $477\ GB$ ⑤ 약 $487\ GB$

[난이도 : ★★☆] [2008년 9월 학력평가]

**281** [공통]자연수 $n$에 대하여 $\log 2^n$의 정수부분을 $f(n)$, $\log 5^n$의 정수부분을 $g(n)$이라 할 때, 다음 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[4점]

[보기]

ㄱ. $f(10)=3$
ㄴ. $f(n)+g(n)=n$
ㄷ. $2^n$의 자릿수와 $5^n$의 자릿수의 합은 $10^n$의 자릿수와 같다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2008년 11월 학력평가]

**282** [공통]위치기반서비스(LBS)란 휴대폰 속에 기지국이나 위성항법장치(GPS)와 연결되는 칩을 부착해 위치와 관련된 각종 정보를 제공하는 서비스를 일컫는다.

위치기반서비스 이용자 수가 매월 전월보다 $10\%$씩 증가한다고 하자. 현재 이용자 수가 $10$만 명이라고 할 때, $12$개월 후 이용자 수는?(단, $\log 1.1 = 0.04$, $\log 3.02 = 0.48$로 계산한다.)[3점]

① $302000$명 ② $314000$명 ③ $326000$명
④ $338000$명 ⑤ $350000$명

[난이도 : ★★☆] [2008년 11월 학력평가]

**283** $1 < a < 10$인 상수 $a$와 자연수 $n$에 대하여 $6^{20}$을 $a \times 10^n$으로 나타낼 때, $n$의 값을 구하시오.(단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)[3점]

[난이도 : ★★☆] [2008년 11월 학력평가]

**284** $\log_{1-x}(x+5)$가 정의되기 위한 정수 $x$의 개수는?[3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

**285** 함수 $f(x)$를 $f(x)=\log x-[\log x]$라 하자. $10<a<100$인 실수 $a$에 대하여 $\{f(a)\}^2+\left\{f\left(\frac{1}{a}\right)\right\}^2$의 최솟값은?(단, $[x]$는 $x$보다 크지 않은 최대의 정수이다.)[3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

**286** [공통]박테리아의 수가 두 배로 늘어나는데 걸리는 시간을 '배증시간'이라 한다.

어느 박테리아의 배증시간은 냉장 보관할 경우 12시간이라고 한다.

냉장 보관된 이 박테리아의 수가 최초 박테리아 수의 20, 000배 이상 되려면 적어도 며칠이 경과해야 하는가?(단, $\log 2=0.3$)[3점]

① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

[난이도 : ★★☆] [2008년 6월 학력평가]

**287** [공통]두 자리 자연수 $N$에 대하여 $\log N$의 값을 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림한 값과 $\log_2\frac{N}{8}$의 값이 같아졌을 때, 모든 $N$값의 합을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★☆] [2008년 5월 학력평가]

**288** $5^a=2,\ 5^b=3$이라 할 때, $\log_6 72$를 $a$와 $b$의 식으로 바르게 나타낸 것은?[3점]

① $\frac{a+b}{b-a}$ ② $\frac{2a+b}{b-a}$ ③ $\frac{2a-b}{a+b}$
④ $\frac{2a+b}{a+b}$ ⑤ $\frac{3a+2b}{a+b}$

[난이도 : ★★☆] [2008년 7월 학력평가]

**289** 1이 아닌 양의 실수 $x, y$에 대하여 #을 $x$ $y=\log_x y+\log_y x$로 정의할 때, 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?(단, $a, b$는 양수)[3점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. 4<br>$16=\frac{5}{2}$<br>ㄴ. $a^k$<br>$b^k=a$<br>$b$<br>ㄷ. $a^b$<br>$b^a=a$<br>$b^{\frac{a}{b}}$ |

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2008년 3월 학력평가]

**290** $0<a<1<b$이고 $ab<1$인 두 실수 $a$, $b$에 대하여 $A=\log_a \sqrt{b}$, $B=\log_{\sqrt{b}} a$라 할 때, [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[3점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $A<0$ |
| ㄴ. $A>B$ |
| ㄷ. $\log_{ab}\vert A\vert+\log_{ab}\vert B\vert=0$ |

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

**291** $\log a$의 정수부분이 $5$이고, $\log a$의 소수부분과 $\log \sqrt{a}$의 소수부분의 합이 $\frac{3}{4}$일 때, $\log a$의 값은?[3점]

① $\frac{31}{6}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{11}{2}$
④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$

[난이도 : ★★☆] [2008년 4월 학력평가]

**292** $\log_{10}A$의 정수부분을 $n$, 소수부분을 $\alpha$라 할 때, 옳은 것을 다음 [보기]에서 모두 고른 것은?[3점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $n=\alpha$이기 위한 필요충분조건은 $A=1$이다. |
| ㄴ. $\log_{10}10A$의 소수부분과 $\log_{10}\frac{10}{A}$의 소수부분은 같다. |
| ㄷ. $\log_{10}100A$의 정수부분과 $\log_{10}\frac{A}{100}$의 정수부분의 합은 $2n$이다. |

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2008년 3월 학력평가]

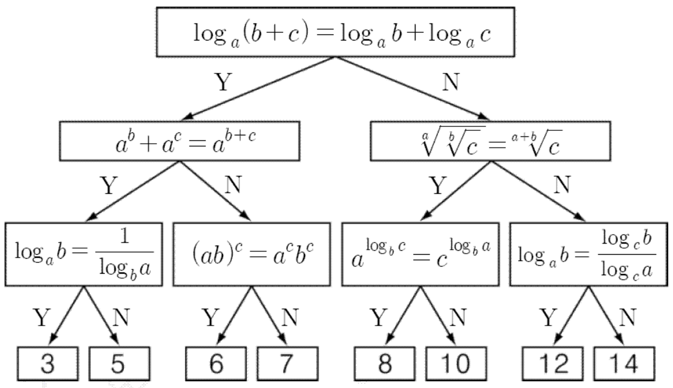
**293** [공통]어느 연구소의 보고서에 따르면 앞으로 $LPG$경차 사용이 늘어나 자동차 휘발유 소비량이 감소할 것이라고 한다. 2007년 $A$지역의 연간 자동차 휘발유 소비량은 $a$톤이고, 매년 이 지역의 연간 자동차 휘발유 소비량은 전년도에 비하여 일정한 비율로 감소하여 2015년에는 $\frac{1}{3}a$톤이 된다고 한다. 2015년 이후에도 이와 같은 비율로 계속 감소한다고 할 때, $A$지역에서 2007년부터 2022년까지 16년 동안 사용되는 자동차 휘발유 소비량의 총합은?(단, $\sqrt[8]{3}=1.15$로 계산한다.)[4점]

① $\frac{145}{27}a$톤 ② $\frac{154}{27}a$톤 ③ $\frac{164}{27}a$톤
④ $\frac{175}{27}a$톤 ⑤ $\frac{184}{27}a$톤

[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

**294** [공통]다음은 어떤 금고를 여는 방법이다.

Ⅰ. 금고에 다섯 개의 버튼 1, 2, 4, 6, 8 만 있다.
Ⅱ. 아래 그림의 맨 위에서부터 시작하여 각 단계에서 제시된 명제가
참이면 $Y$, 거짓이면 $N$이 가리키는 방향으로 화살표를 따라 맨 아래
수까지 내려간다.
Ⅲ. 금고 버튼에 있는 숫자 중 두 수의 합이 위의 Ⅱ에서 도달한 수와
같아지도록 순서에 관계없이 버튼 두개를 누르면 금고가 열린다.




이 문구에 적힌 방법으로 금고를 열시 위하여 눌러야 할 두 개의 버튼은?(단, $a, b, c$는 1이 아닌 양의 실수이다.)[4점]

① 1, 4 ② 2, 6
③ 4, 6 ④ 4, 8
⑤ 6, 8

[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

**295** 1이 아닌 자연수 $a$, $b$에 대하여 $[a, b]$를 $\log_a b$의 값을 넘지 않는 최대의 정수로 정의할 때,
$[2, 25]+[3, 25]+[4, 25]+\cdots+[25, 25]$의 값은?[4점]

① 26 ② 27 ③ 28
④ 29 ⑤ 30

[난이도 : ★★★] [2008년 9월 학력평가]

**296** [공통]$\log_2(\sqrt{5}+1)+\log_2(\sqrt{5}-1)$의 값은?[2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

[난이도 : ★★★] [2008년 3월 학력평가]

**297** [공통]자연수 $n$을 $n$개 이어 붙여 만든 자연수를 $N_n$이라 하자. 예를 들어 $N_3=333$, $N_{12}=121212\cdots12$ (24자리의 수)이다. $\log N_n$의 정수부분과 소수부분을 각각 $p(n)$, $q(n)$이라 할 때, 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[4점]

| [보기] |
|---|
| ㄱ. $p(15)=30$ |
| ㄴ. $q(n)=0$인 자연수 $n$은 1뿐이다. |
| ㄷ. $n=10^k$($k$는 자연수)이면 $p(n)-p(n-1)=n+k$이다. |

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2008년 10월 학력평가]

**298** [공통]$\log_4\sqrt[3]{81}+\frac{1}{\log_3\sqrt[4]{8}}$의 값은?[3점]

① 1 ② $\log_2 3$ ③ 2
④ 3 ⑤ $2\log_2 3$

[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

**299** [공통]○○보고서에 의하면 2008년 예상되는 세계 석유 소비량은 $a$이고, 전년도에 비해 매년 2%씩 증가한다고 가정할 때, 매장된 석유는 2008년부터 40년 간 사용할 수 있는 양이라고 한다. 대체에너지 개발을 통해 2009년부터 세계 석유 소비???전년도에 비해 매년 1%씩 감소시킨다고 할 때, 석유가 완전히 고갈되는 해는?(단,
$1.02^{40}=2.208$, $\log_{10}9.9=0.9956$, $\log_{10}3.96=0.5977$)[4점]

① 2095년 ② 2099년 ③ 2104년
④ 2109년 ⑤ 2114년

[난이도 : ★★★] [2008년 04월 학력평가]

**300** [공통]어느 지역에서 1년 동안 발생하는 규모 $M$ 이상인 지진의 평균 발생 횟수 $N$은 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$\log N = a - 0.9M$(단, $a$는 양의 상수)

이 지역에서 규모 4 이상인 지진이 1년에 평균 64번 발생할 때, 규모 $x$ 이상인 지진은 1년에 평균 한 번 발생한다.

$9x$의 값을 구하시오.(단, $\log 2 = 0.3$으로 계산한다.)[4점]

# 정답 및 해설

**2.로그**

## 중단원 기출문제

1) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질을 이용하여 주어진 식의 값을 구할 수 있는가?

$\log_{\sqrt{3}}a = 2\log_3 a = 4\log_9 a = \log_9 a^4$ 이므로

$\log_9 a^4 = \log_9 ab$ 에서 $a^4 = ab$

$a(a^3 - b) = 0$ 에서 $b = a^3$

따라서 $\log_a b = \log_a a^3 = 3$

2) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 로그의 정의와 성질을 이용하여 로그를 계산할 수 있는가?

[구하는 값] $= \log_{15}3 + \log_{15}5$

$= \log_{15}(3\times 5)$

$= \log_{15}15$

$= 1$

3) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 상용로그의 지표를 이해할 수 있는가?

$1 \le n \le 100$ 이므로 $0 \le f(n) \le 2$ 이다.

(ⅰ) $f(n) = 0$ 즉 $1 \le n \le 9$ 일 때 $f(n+10) = 1$ 이어야 하므로

$10 \le n + 10 < 100$

$\therefore\ 1 \le n \le 9$

(ⅱ) $f(n) = 1$ 즉 $10 \le n \le 99$ 일 때 $f(n+10) = 2$ 이어야 하므로

$100 \le n + 10 \le 1000$

$\therefore\ 90 \le n \le 99$

(ⅲ) $f(n) = 2$ 즉 $n = 100$ 일 때 $f(n+10) = f(110) = 2$ 이므로

$f(n+10) = 3$ 을 만족하지 않는다.

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 자연수 $n$의 개수는 $9 + 10 = 19$

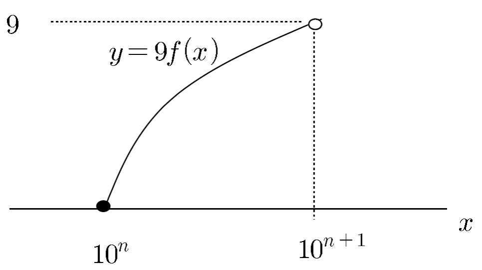
4) 답 : 222

[해설]

[출제 의도] 상용로그의 가수를 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 최솟값을 구할 수 있는가?

$n \ge -2$ 인 정수에 대하여 $10^n \le x \le 10^{n+1}$ 일 때,

함수 $y = 9f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.




따라서 조건 (나)를 만족시키기 위해서는

(ⅰ) $n \ge -1$ 인 정수일 때,

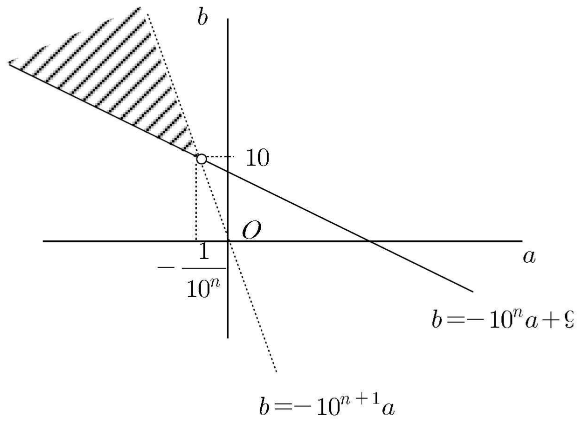
$9 \le a \times 10^n + b$ 이며 정리하면

$a \times 10^{n+1} + b < 0$ 이므로

$-10^n a + 9 \le b < -10^{n+1}a$

따라서 조건 (가)를 만족시키면서 위의 부등식을 만족시키는 순서쌍 $(a, b)$ 가

나타내는 영역은 그림과 같다.




이때, $(a+20)^2 + b^2$ 은 점 $(-20, 0)$ 과 점 $(a, b)$ 사이의 거리의 제곱이다.

따라서 $n = -1$ 일 때, 점 $(-20, 0)$ 에서

직선 $b = -10^n a + 9$ 까지의 거리의 제곱이 최소이므로

$$\left(\frac{|10^{-1}\times(-20) - 9|}{\sqrt{(10^{-1})^2 + 1^2}}\right)^2 = \frac{121}{\frac{101}{100}} = 100 \times \frac{121}{101}$$

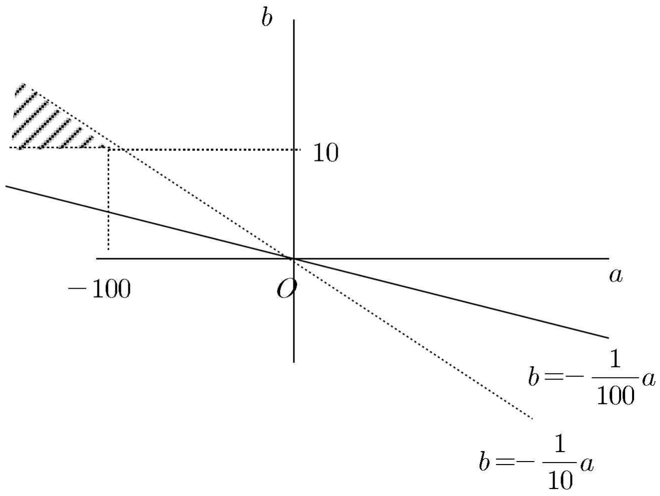
(ⅱ) $n = -2$ 일 때,

$\frac{1}{100}a + b \ge 0$ 이고 $\frac{1}{10}a + b < 0$ 이며 정리하면

$-\frac{1}{100}a \le b < -\frac{1}{10}a$

따라서 조건 (가)를 만족시키면서 위의 부등식을 만족시키는

순서쌍 $(a, b)$ 가 나타내는 영역은 그림과 같다.




따라서 $(a+20)^2 + b^2$ 의 값은 점 $(-20, 0)$ 에서 위의 점 $(a, b)$ 까지의

거리의 제곱이므로 $\sqrt{(-100+20)^2 + 10^2} = 10\sqrt{65}$ 보다 크게 된다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 최솟값은 $100 \times \frac{121}{101}$ 이므로

$p + q$ 의 값은 $121 + 100 = 222$

5) 답 : ③

[해설]

두 원본 $A$, $B$를 압축했을 때, 최대 신호 대 잡음비는

각각 $P_A$, $P_B$이고, 평균제곱오차는 각각 $E_A$, $E_B$이므로

주어진 식에 대입하면

$P_A = 20\log 255 - 10\log E_A$

$P_B = 20\log 255 - 10\log E_B$이므로

두 식을 변끼리 빼면

$P_A - P_B = -10\log E_A + 10\log E_B$

$= 10\dfrac{\log E_B}{E_A}$

$= 10\dfrac{\log 100E_A}{E_A} = 10\log 100 = 20$

6) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질을 활용하여 순서쌍의 개수를 구할 수 있는가?

$f(mn) = f(m) + f(n)$

ⅰ) $m$이 짝수, $n$이 짝수일 때

$\log_2 mn = \log_2 m + \log_2 n$

따라서, $m$과 $n$이 모두 짝수일 때는 항상 성립한다.

순서쌍 $(m, n)$의 개수는 $10 \times 10 = 100$(개)

ⅱ) $m$이 짝수, $n$이 홀수일 때

$\log_2 mn = \log_2 m + \log_3 n$

$\log_2 n = \log_3 n$

$\therefore\ n = 1$

순서쌍 $(m, n)$의 개수는 $10 \times 1 = 10$(개)

ⅲ) $m$이 홀수, $n$이 짝수

$\log_2 mn = \log_3 m + \log_2 n$

$\log_2 m = \log_3 m$

$\therefore\ m = 1$

순서쌍 $(m, n)$의 개수는 $1 \times 10 = 10$(개)

ⅳ) $m$이 홀수, $n$이 홀수

$\log_3 mn = \log_3 m + \log_3 n$

따라서, $m$과 $n$이 모두 홀수일 때는 항상 성립한다.

순서쌍 $(m, n)$의 개수는 $10 \times 10 = 10$(개)

ⅰ), ⅱ), ⅲ), ⅳ)에서 순서쌍 $(m, n)$의 개수는

$100 + 10 + 10 + 100 = 220$(개)

7) 답 : ⑤

[해설]

$\log x$의 지표와 가수가 각각 $f(x)$, $g(x)$이므로

$f(x)$는 정수, $0 \le g(x) < 1$

$3f(x)$는 3의 배수이고 $0 \le 5g(x) < 5$이므로

$3f(x) + 5g(x)$가 10의 배수이려면

$5g(x) = 0$이면 $3f(x)$가 10의 배수

$\therefore\ f(x)$는 10의 배수

$5g(x) = 1$이면 $3f(x)$가 10의 배수 $+9$꼴

$\therefore\ f(x)$는 10의 배수 $+3$꼴

$5g(x) = 2$이면 $3f(x)$가 10의 배수 $+8$꼴

$\therefore\ f(x)$는 10의 배수 $+6$꼴

$5g(x) = 3$이면 $3f(x)$가 10의 배수 $+7$꼴

$\therefore\ f(x)$는 10의 배수 $+9$꼴

$5g(x) = 4$이면 $3f(x)$가 10의 배수 $+6$꼴

$\therefore\ f(x)$는 10의 배수 $+2$꼴

이것을 크기순으로 정리하면

$(3f(x),\ 5g(x))$

$= (6,\ 4),\ (9,\ 1),\ (18,\ 2),\ (27,\ 3),\ (30,\ 0),\ (36,\ 4),\ \cdots$

2번째, 6번째 수가 각각 $a$, $b$이므로

$3f(a) = 9$, $5g(a) = 1$, $3f(b) = 36$, $5g(b) = 4$

$\log a = f(a) + g(a)$, $\log b = f(b) + g(b)$이므로

$\log ab = f(a) + g(a) + f(b) + g(b)\ = 3 + \dfrac{1}{5} + 12 + \dfrac{4}{5}\ = 16$

[다른 풀이]

$\log x$의 지표와 가수가 각각 $f(x)$, $g(x)$이므로

$f(x)$는 정수, $0 \le g(x) < 1$

이때 $3f(x) + 5g(x)$의 값이 10의 배수이므로

$3f(x) + 5g(x) = 10k$ (단, $k$는 자연수)

로 나타낼 수 있다.

또한 $f(x)$는 정수이므로

$5g(x) = 10k - 3f(x)$는 정수이고

$0 \le g(x) < 1$이므로 $0 \le 5g(x) < 5$에서

$5g(x) = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$이어야 한다.

한편 $3f(x) = 10k - 5g(x)$이므로

조건들을 만족시키는 $x$의 값은,

자연수 $k$의 값이 작을수록, $5g(x)$의 값이 클수록 작아진다.

따라서 $x$의 값을 작은 수부터 구하려면

자연수 $k$는 작은 순서대로, $5g(x)$의 값은 큰 순서대로 구하면 된다.

ⅰ) $k = 1$, $5g(x) = 4$일 때

$3f(x) = 6$이므로 $f(x) = 2$

따라서 $\log x = 2 + \dfrac{4}{5} = \dfrac{14}{5}$ $\therefore\ x = 10^{\frac{14}{5}}$

ⅱ) $k = 1$, $5g(x) = 1$일 때

$3f(x) = 9$이므로 $f(x) = 3$

따라서 $\log x = 3 + \dfrac{1}{5} = \dfrac{16}{5}$ $\therefore\ x = 10^{\frac{16}{5}}$

ⅲ) $k = 2$, $5g(x) = 2$일 때

$3f(x) = 18$이므로 $f(x) = 6$

따라서 $\log x = 6 + \dfrac{2}{5} = \dfrac{32}{5}$ $\therefore\ x = 10^{\frac{32}{5}}$

ⅳ) $k = 2$, $5g(x) = 3$일 때

$3f(x) = 27$이므로 $f(x) = 9$

따라서 $\log x = 9 + \dfrac{3}{5} = \dfrac{48}{5}$ $\therefore\ x = 10^{\frac{48}{5}}$

ⅴ) $k = 3$, $5g(x) = 0$일 때

$3f(x) = 30$이므로 $f(x) = 10$

따라서 $\log x = 10$ $\therefore\ x = 10^{10}$

ⅵ) $k = 4$, $5g(x) = 4$일 때

$3f(x) = 36$이므로 $f(x) = 12$

따라서 $\log x = 12 + \dfrac{4}{5} = \dfrac{64}{5}$ $\therefore\ x = 10^{\frac{64}{5}}$

따라서 $x$의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면

$10^{\frac{14}{5}},\ 10^{\frac{16}{5}},\ 10^{\frac{32}{5}},\ 10^{\frac{48}{5}},\ 10^{10},\ 10^{\frac{64}{5}},\ \cdots$ 이므로

$a=10^{\frac{16}{5}}$, $b=10^{\frac{64}{5}}$

$\therefore \log ab=\log a+\log b=\frac{16}{5}+\frac{64}{5}=16$

8) 답 : ②

[해설]

$f(x)$는 정수, $0\le g(x)<1$이고 $f(x)=n+(n+1)g(x)$에서

$0\le (n+1)g(x)<n+1$

$n\le n+(n+1)g(x)<2x+1$이므로

$n\le f(x)<2n+1$

$f(x)=n$이면 $g(x)=0$

$f(x)=n+1$이면 $g(x)=\frac{1}{n+1}$

$f(x)=n+2$이면 $g(x)=\frac{1}{n+2}$

$\vdots$

$f(x)=2n$이면 $g(x)=\frac{n}{n+1}$

따라서

$$a_n=10^n\times 10^{n+1+\frac{1}{n+1}}\times\cdots\times 10^{2n+\frac{n}{n+1}}$$
$$=10^{\{n+n+1+n+2+\cdots+2n\}+\left\{\frac{1+2+\cdots+n}{n+1}\right\}}$$
$$=10^{\frac{3n(n+1)}{2}+\frac{n}{2}}$$

$$\log a_n=\frac{3n(n+1)}{2}+\frac{n}{2}=\frac{3n^2+4n}{2}$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{\log a_n}{n^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{3n^2+4n}{2n^2}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3}{2}+\frac{4}{2n}\right)=\frac{3}{2}$$

9) 답 : ③

[해설]

$\log_2 40-\log_2 5=\log_2\frac{40}{5}=\log_2 8=3$

10) 답 : ③

[해설]

(지불 금액) $=500\times\sqrt[3]{8}+500\times\log_3 27$

$=500\times 2+500\times 3=2500$

11) 답 : ⑤

[해설]

$\log 54=1+\log 5.4$이므로

$f(54)=1,\ g(54)=\log 5.4$

따라서 $f(n)\le f(54)=1,\ g(n)\le g(54)=\log 5.4$

그런데 $n$은 자연수이므로 $f(n)=0$ 또는 $f(n)=1$

(ⅰ) $f(n)=0$일 때

$\log n=f(n)+g(n)=g(n)\le\log 5.4$

$\therefore n\le 5.4$

$\therefore n=1,2,3,4,5$로 5개다.

(ⅱ) $f(n)=1$일 때

$\log n=1+g(n)\le 1+\log 5.4=\log 54$

$\therefore n\le 54$ (단, $f(n)=1$이므로 $n\ge 10$인 자연수)

$\therefore n=10, 11, \cdots, 54$로 45개다.

따라서

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 자연수 $n$의 개수는 50개다.

12) 답 : ⑤

[해설]

$27^{\frac{1}{3}}+\log_2 4=(3^3)^{\frac{1}{3}}+\log_2 2^2=3+2=5$

13) 답 : ②

[해설]

$\left(\frac{n}{10}\right)^{10}$이 소수 여섯째자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타나므로

$\log\left(\frac{n}{10}\right)^{10}$의 정수부분은 $-6$이다.

$$-6\le\log\left(\frac{n}{10}\right)^{10}<-5$$
$$-6\le 10\log n-10<-5$$
$$0.4\le\log n<0.5$$
$$\log 2=0.301<0.4\le\log n<0.602=\log 4$$
$$\therefore 2<n<4$$

$\therefore n=3$

14) 답 : ②

[해설]

[구하는값] $=a\log b$

$=\log_2 10\cdot\log 2\sqrt{2}$

$=\frac{\log 10}{\log 2}\cdot\frac{3}{2}\log 2$

$=\frac{1}{\log 2}\cdot\frac{3}{2}\log 2=\frac{3}{2}$

15) 답 : ③

[해설]

$f(1), f(2), f(3), \cdots, f(150)$중에서 같은 것들은

$f(1)=f(10)=f(100)$,

$f(2)=f(20), f(3)=f(30), \cdots, f(9)=f(90)$,

$f(11)=f(110), f(12)=f(120), \cdots, f(15)=f(150)$

$\therefore n(A)=150-2-8-5=135$

16) 답 : 20

[해설]

$$\frac{3a}{\log_a b}=\frac{b}{2\log_b a}=\frac{3a+b}{3}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(3a+b)\log_a b=9a, & \ldots ①\\ 2(3a+b)\log_b a=3b, & \ldots ②\end{cases}$$

① $\times$② 하면 $2(3a+b)^2=27ab$ 이며 전개하여 정리하면

$18a^2-15ab+2b^2=0$ 이고 인수분해하면

$(6a-b)(3a-2b)=0$ 이므로

$\therefore b=6a$ 또는 $b=\frac{3}{2}a$

① 에서

[1] $b=6a$일 때

$9a\log_a b = 9a$

$\therefore \ \log_a b = 1$ (NO)

[2] $b = \dfrac{3}{2}a$일 때

$\dfrac{9}{2}a\log_a b = 9a$

$\therefore \ \log_a b = 2$ (OK)

$\therefore \ 10\log_a b = 20$

17) 답 : ③

[해설]

$(2^3)^{\frac{2}{3}} + \log_2 2^3 = 2^2 + 3\log_2 2 = 4 + 3 = 7$

18) 답 : 64

[해설]

$N$은 두 자리의 자연수이므로 $\log N = 1 + \alpha$

$\dfrac{1}{2} + 1 + \alpha = \alpha + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1+\alpha}{\log 2} - 3\right)$,

$\dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1+\alpha}{\log 2} - 3\right)$

$3 = \dfrac{1+\alpha}{\log 2} - 3$

$6 = \dfrac{1+\alpha}{\log 2}$

$\log N = 1 + \alpha = 6\log 2 = \log 64$

$\therefore N = 64$

19) 답 : ④

[해설]

$(\log_3 27)\cdot 8^{\frac{1}{3}} = \log_3 3^3 \cdot (2^3)^{\frac{1}{3}} = 3\cdot 2 = 6$

20) 답 : ④

[해설]

$\log_a c : \log_b c = 2:1$ 에서

$\log_a c = 2\log_b c$

$\log_a c = 2\dfrac{\log_a c}{\log_a b}$

$\log_a b = 2$ ( $\therefore \ \log_a c \neq 0$ )

또, $\log_b a = \dfrac{1}{\log_a b} = \dfrac{1}{2}$

따라서, $\log_a b + \log_b a = 2 + \dfrac{1}{2} = \dfrac{5}{2}$

21) 답 : ③

[해설]

$10^a = 3\cdot Q + 2$ ( $Q$는 정수, $0 < a < 1$ )

$0 < a = \log(3Q+2) < 1$

$1 < 3Q + 2 < 10$

$\therefore \ Q = 0,\ 1,\ 2$

$\therefore \ a = \log 2,\ \log 5,\ \log 8$

$\therefore \ a$의 합 $= \log 2 + \log 5 + \log 8 = 1 + 3\log 2$

22) 답 : 32

[해설]

$\log_3 ab = \log_3 a + \log_3 b = \log_3 27 = 3$,

$\log_3 \dfrac{b}{a} = \log_3 b - \log_3 a = 5$

따라서 $\log_3 a = X,\ \log_3 b = Y$라 하면

$X + Y = 3$이고 $Y - X = 5$이므로

이 두 등식을 연립하여 풀면

$X = -1,\ Y = 4$

$\therefore \ 4\log_3 a + 9\log_3 b = 4X + 9Y = 32$

23) 답 : ③

[해설]

ㄱ. 2006은 4자리의 자연수이므로 $\log 2006$의 정수부분은 3이다.

$\therefore \ f(2006) = 3$ (참)

ㄴ. $\log 2,\ \log 6$의 소수부분은 각각 $\log 2,\ \log 6$이므로

$g(2) = \log 2,\ g(6) = \log 6$이다.

또, $12 = 1.2\times 10^1$이므로 $\log 12$의 소수부분은 $\log 1.2$이다.

$\therefore \ g(12) = \log 1.2$

$\therefore \ g(2) + g(6) = \log 2 + \log 6$

$= \log 12 = \log 1.2 + 1 = g(12) + 1$ (참)

ㄷ. 임의의 양수 $x$에 대하여

$\log x =$ (지표 )가수 )이므로

$\log a = f(a) + g(a),\ \log b = f(b) + g(b)$이고

$\log ab = f(ab) + g(ab)$이다.

그런데, $\log ab = \log a + \log b$이므로

$f(ab) + g(ab) = f(a) + g(a) + f(b) + g(b)$이다.

따라서 $f(ab) = f(a) + f(b)$이면

$g(ab) = g(a) + g(b)$이다.(참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

24) 답 : ④

[해설]

상용로그의 정수부분이 2인 수를 $A$라 하면

$2 \le \log A < 3,\ 100 \le A < 1000$

$\therefore \ a = 999$

또, 상용로그의 정수부분이 $-2$인 수를 $B$라 하면

$-2 \le \log B < -1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{100} \le B < \dfrac{1}{10}$

$\therefore \ b = \dfrac{1}{100}$

$\therefore \ ab = 999 \times \dfrac{1}{100} = 9.99$

25) 답 : ①

[해설]

ㄱ. $2^{\log_2 1 + \log_2 2 + \log_2 3 + \cdots + \log_2 10}$

$= 2^{\log_2(1\cdot 2\cdot 3\cdots 10)} = 2^{\log_2 10!} = (10!)^{\log_2 2}$

$= (10!)^1 = 10!$

따라서, 옳다.

ㄴ. $\log_2(2^1 \times 2^2 \times 2^3 \times \cdots \times 2^{10})^2$

$=\log_2 2^{2(1+2+3+\cdots+10)}$

$=\log_2 2^{110}=110$

따라서, 옳지 않다.

ㄷ. $(\log_2 2^1)(\log_2 2^2)(\log_2 2^3)\cdots(\log_2 2^{10})$

$=1\cdot 2\cdot 3\cdots 10=10!$

따라서, 옳지 않다.

26) 답 : ⑤

[해설]

$P=10\dfrac{\log\{\alpha W\}}{I_0}-20\log r-11$ 에서

$$10\times\frac{\log\left\{\frac{1}{100}\times 100\right\}}{10^{-12}}-20\log r-11\le 59$$

$10\times\log(10^{-2}\times 10^2\times 10^{12})-20\log r\le 70$

$120-20\log r\le 70$

$\log r\ge\dfrac{5}{2}$

$\therefore\ r\ge 10^{\frac{5}{2}}\,(m)$

27) 답 : ②

[해설]

$n$년 후의 총 인구를 $S_n$, 65세 이상의 인구를 $T_n$이라 하면

$S_n=1000\times(1+.003)^n$ (만 명)

$T_n=50\times(1+.04)^n$ (만 명)

초고령화 사회로 진입하는 시기는

$\dfrac{T_n}{S_n}=\dfrac{50\times 1.04^n}{1000\times 1.003^n}\ge 0.2$ 에서

$\dfrac{1.04^n}{1.003^n}\ge 4$

부등식의 양변에 상용로그를 취하면

$n(\log 1.04-\log 1.003)\ge 2\log 2$

$(0.0170-.0013)n\ge 2\times 0.3010$

$\therefore\ n\ge\dfrac{0.6020}{0.0157}\cdot 38.34$

따라서, ② 2038년에 초고령화 사회가 예측된다.

28) 답 : ③

[해설]

$\log_3 12+\log_3 9-\log_3 4=\log_3\dfrac{12\times 9}{4}=\log_3 27$

$=\log_3 3^3=3$

29) 답 : 11

[해설]

$2<\log_2 7<3$이므로

$a=2,\ b=\log_2 7-2=\log_2\dfrac{7}{4}$

$\therefore\ 3^a+2^b=3^2+2^{\log_2\frac{7}{4}}$

$=9+\dfrac{7}{4^{\log_2 2}}$

$=9+\dfrac{7}{4}=10.75$

30) 답 : 7

[해설]

$\log_2\dfrac{24}{5}+\log_2\dfrac{80}{3}\ =\log_2\left(\dfrac{24}{5}\times\dfrac{80}{3}\right)=\log_2 2^7=7\log_2 2=7$

31) 답 : ①

[해설]

중계소까지의 거리를 $n$ $(km)$라 하면

$1km$마다 신호의 세기가 99%가 되므로

$n$ ( $km$ )에서의 신호의 세기는 $(0.99)^n=\dfrac{1}{2}$

양변에 상용로그를 취하면 $n\log 0.99=-\log 2$

$n(\log 9.9-1)=-\log 2$

$n=\dfrac{-\log 2}{(\log 9.9-1)}=\dfrac{-0.3010}{0.9956-1}=\dfrac{0.3010}{0.0044}\ ≒\ 68$

32) 답 : ①

[해설]

$\left(4^{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt{2^5}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(2^{\frac{3}{2}}\cdot 2^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(2^{\frac{3}{2}+\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}=(2^4)^{\frac{1}{2}}=2^2$

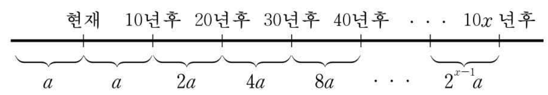
$\therefore\ \log_2\left(4^{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt{2^5}\right)^{\frac{1}{2}}=\log_2 2^2=2$

33) 답 : ②

[해설]

석유 소비량의 변화를 그림으로 나타내면

따라서 10년이 $x$회만큼 지난 후에 현재의 석유 매장량 $b$가 모두 소모된다고 하면




$a+2a+4a+8a+\cdots+2^{x-1}a=b$

$\dfrac{2^x-1}{2-1}a=b$이며 정리하

$2^x=\dfrac{b}{a}+1\ \therefore\ x=\log_2\left(\dfrac{b}{a}+1\right)$

그러므로 앞으로 석유를 사용할 수 있는 기간은

$10\log_2\left(\dfrac{b}{a}+1\right)$ (년)

34) 답 : ②

[해설]

$\log_7\dfrac{1}{\sqrt{7}}=\log_7 7^{-\frac{1}{2}}=-\dfrac{1}{2}\log_7 7=-\dfrac{1}{2}$

35) 답 : ①

[해설]

매 3년마다의 횟수를 $n$이라 하면

$n$회 후의 컴퓨터 중앙처리 장치의 속도는 $1\cdot 4^n$이다.

$\therefore\ 4^n\le 4000$

# 정답 및 해설

양변에 상용로그를 취하면

$n\log4 \le \log4000 = \log4 + 3$

$\therefore\ n \le \dfrac{2\log2+3}{2\log2} = \dfrac{0.6+3}{0.6} = 6$

이때 기간은 $3\times6 = 18$(년)이 걸리므로

$1985+18 = 2003$(년)

[별해]

처리속도가 매년 $r$배($r>0$)의 비율로 빨라진다고 하면

$r^3 = 4$

$\therefore\ r = 4^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2}{3}} \cdots$①

1985년 이후 $n$년만에 속도의 한계에 도달한다고 가정하면

$r^n \le 4000$

① 에서 $\left(2^{\frac{2}{3}}\right)^n \le 2^2\times10^3$

양변에 상용로그를 취하면

$\dfrac{2}{3}n\log2 \le 2\log2+3$

$\therefore\ n \le \dfrac{3(2\log2+3)}{2\log2} = \dfrac{3(0.6+3)}{0.6} = 18$

따라서, 18년 후에 정확히 4000 MHz에 도달하게 된다.

36) 답 : ⑤

[해설]

[구하는 값] $= \log_2 6 - \log_2\dfrac{3}{2}$

$= (\log_2 2+\log_2 3) - (\log_2 3 - \log_2 2)$

$= 2\log_2 2 = 2$

37) 답 : ③

[해설]

Ⅰ. $y=\log(x-1)(x-2)$ 진수 조건에서

$(x-1)(x-2)>0 \rightarrow x>2$ 또는 $x<1$

$y=\log(x-1)+\log(x-2)$ 진수 조건에서

$x-1>0$이고 $x-2>0$

$\therefore\ x>2$

따라서, 다르다.

Ⅱ. $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$의 정의역에서 $x\ne1$인 모든 실수이다.

$y=x+1$의 정의역은 모든 실수이다.

따라서, 다르다.

Ⅲ. $y=\sqrt[3]{x^3}=x$이므로 같다.

따라서, 같은 함수끼리 짝지어진 것은 Ⅲ 이다.

38) 답 : ②

[해설]

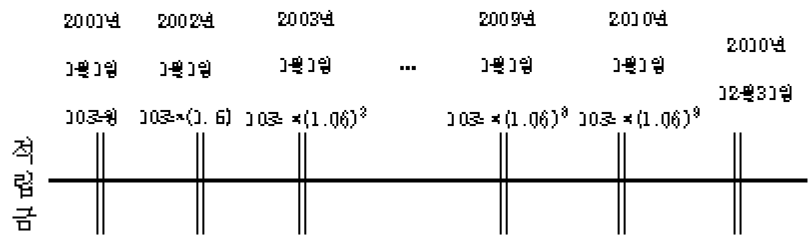
$-7 = 10\log\left(\dfrac{B}{A}\right)$에서 $\log\left(\dfrac{B}{A}\right) = -\dfrac{7}{10}$

$\left(\dfrac{B}{A}\right) = 10^{-\frac{7}{10}} = 10^1\times10^{-\frac{7}{10}}\times10^{-1}$

$= 10^{\frac{3}{10}}\times\dfrac{1}{10} = \dfrac{2}{10} = \dfrac{1}{5}$

39) 답 : ③

[해설]




적립된 금액의 원리합계는

$10조\times(1.06)^{10}+\{10조\times(1.06)^1\}\times(1.06)^9$

$+\{10조\times(1.06)^2\}\times(1.06)^8+\cdots$

$+\{10조\times(1.06)^{10}\}\times(1.06)^1$

$=\{10조\times(1.06)^{10}\}\times10$

$=10조\times1.8\times10=180조(원)$

40) 답 : ④

[해설]

$\log_{10}275 = \log_{10}(11\times25)$

$= \log_{10}11 + \log_{10}\dfrac{100}{4}$

$= \log_{10}11 + 2 - 2\log_{10}2$

$= 1.041 + 2 - (2\times0.301)$

$= 3.041 - .602$

$= 2.439 \fallingdotseq 2.44$

41) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 두 점의 평균변화율을 묻는 문제이다.

두 점을 지나는 직선의 기울기는 $\dfrac{\triangle y}{\triangle x}$이므로

두 점 $(1,\ \log_2 5)$, $(2, \log_2 10)$을 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{\log_2 10 - \log_2 5}{2-1} = \log_2 2 = 1$ 이다.

42) 답 : ②

[해설]

$\log_2 5 + \log_2\dfrac{4}{5} = \log_2\left(5\times\dfrac{4}{5}\right) = \log_2 4 = 2$

43) 답 : ②

[해설]

[해설]

$\log_2 5 + \log_2\dfrac{4}{5} = \log_2\left(5\times\dfrac{4}{5}\right)$

$= \log_2 4$

$= 2$

44) 답 : 84

[해설]

두 열차 $A, B$ 가 지점 $P$ 를 통과할 때의 속력을

각각 $v_A, v_B$ 라 하면 $v_A = 0.9v_B$ 이다.

가까운 선로 중앙 지점 $P$ 까지의 거리가 $75m$ 인 한 지점에서

$L_A, L_B$ 를 구하면

$L_A = 80 + 28\log\dfrac{v_A}{100} - 14\log\dfrac{75}{25}$ ...① 이고

$L_B=80+28\log\dfrac{v_B}{100}-14\log\dfrac{75}{25}$ ...② 이다.

②−① 을 하면

$L_B-L_A=28\log\dfrac{v_B}{v_A}=28\log\dfrac{v_B}{0.9v_B}=28(1-2\log3)=28-56\log3$

이다.

따라서 $a=28,\ b=-56$ 이고 $a-b=84$ 이다.

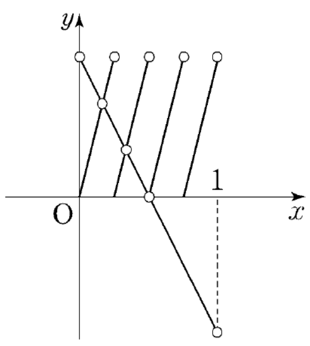
45) 답 : ③

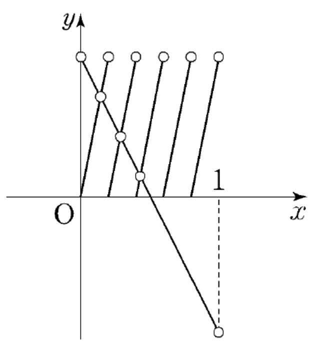
[해설]

$f(t^n)=-2f(t)+1$ 이라고 하고, $f(t)$를 정의역으로 그래프를 그리자.

① $1\le t\le 10$에서 $y=f(t)$는 일대일대응, $10\le t<100$에서도 마찬가지로 $y=f(t)$는 일대일대응이므로 $a_n$은 (교점의 개수) $\times2$가 된다.

㉠ $n=4$ ㉡ $n=5$




$\Rightarrow a_4=3\times2=6$, $a_5=3\times2=6$

$\therefore\ 6+6=12$

46) 답 : ③

[해설]

지표 기준으로 $a,\ b$의 범위를 나누어 보면

$\begin{cases}1\le a<10 \text{ 이면} f(a)=0\cdots ①\\ 10\le a<20 \text{ 이면} f(a)=1\cdots ②\end{cases}$

$\begin{cases}1\le b<10 \text{ 이면} f(b)=0\cdots ③\\ 10\le a<20 \text{ 이면} f(b)=1\cdots ④\end{cases}$

i) ①, ③일 때 $f(ab)=2$이고

$\log ab<2$이어서 만족하는 $(a,\ b)$는 없다.

ii) ①, ④일 때 $f(ab)=2$이고

$ab\ge100$이 되는 자연수 $a,\ b$를 확인해 보면 $a=8$, $b=13$일 때, $a+b=21$로 최소가 된다.

iii) ②, ③일 때는 $ii)$와 같은 방법으로 $(13,\ 8)$일 때임을 알 수 있다.

iv) ②, ④일 때는 $f(ab)=3$이고

$ab\ge1000$이어서 만족하는 $(a,\ b)$는 없다.

$\therefore\ a+b$의 최솟값은 21이다.

47) 답 : ②

[해설]

$B$ 의 속력을 $v_B$라 하면 , $A$의 속력은 $v_A=0.9v_B$라 놓을 수 있다.

$L_A=80+28\dfrac{\log0.9v_B}{100}-14\dfrac{\log d}{25}$,

$L_B=80+28\dfrac{\log v_B}{100}-14\dfrac{\log d}{25}$ 로부터

$L_B-L_A=28\left(\log\dfrac{0.9v_B}{100}-\log\dfrac{v_B}{100}\right)=28\log 0.9$

$=28\left(\log\dfrac{9}{10}\right)=28(2\log3-1)=56\log3-28$

48) 답 : 53

[해설]

$\log x$의 정수부분과 소수부분을 각각 $f(x)$, $g(x)$라 할 때,

$f(m)\le f(x)$, $g(m+5f(m))\le g(x)$을 만족시키는

자연수 $m$의 개수를 $p(x)$라 하면

$\sum_{k=1}^{10}p(2k)=p(2)+p(4)+\cdots+p(20)$으로부터

$f(m)$은 $\log 20$의 지표보다 작거나 같아야 하므로

0 또는 1이 됨을 알 수 있다.

1) $f(m)=0$일 때,

$0\le f(x)$, $g(m)\le g(x)$을 만족하는 한 자리 자연수 $m$은

$x=2$일 때, $m=1$, 2

$x=4$일 때, $m=1$, 2, 3, 4

$x=6$일 때, $m=1$, 2, 3, 4, 5, 6

$x=8$일 때, $m=1$, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

$x=10$일 때, $m=1$

$x=12$일 때, $m=1$

$x=14$일 때, $m=1$

$x=16$일 때, $m=1$

$x=18$일 때, $m=1$

$x=20$일 때, $m=1$, 2

2) $f(m)=1$일 때,

$1\le f(x)$, $g(m+5)\le g(x)$을 만족하는 두 자리 자연수 $m$은

$x=10$일 때, $m=95$

$x=12$일 때, $m=95$, 96, 97, 98, 99

$x=14$일 때, $m=95$, 96, 97, 98, 99

$x=16$일 때, $m=10$, 11, 95, 96, 97, 98, 99

$x=18$일 때, $m=10$, 11, 12, 13, 95, 96, 97, 98, 99

$x=20$일 때, $m=10$, 11, 12, 13, 14, 15, 95, 96, 97, 98, 99

1), 2)로부터 $\sum_{k=1}^{10}p(2k)=2+4+6+8+1+1+1+1+1+2+1$

$+5+5+7+9+11=65$

49) 답 : ①

[해설]

[로그의 계산]

$\log_3\left(4\times\dfrac{3}{4}\right)=\log_3 3=1$

50) 답 : ①

[해설]

$\log_8 2+\log_8 4\ =\ \log_8(2\times4)=\log_8 8=1$

51) 답 : ④

[해설]
도로구간의 교통량이 도로용량의 2배이므로 $V=2C$,
통행시간은 기준통행시간의 $\frac{7}{2}$배이므로

$$\frac{V}{C}=2,\ \frac{t}{t_0}=\frac{7}{2}$$

$$\therefore\ \log\left(\frac{7}{2}-1\right)=k+4\log2$$

$$\therefore\ k=1-6\log2$$

[MIM edu:자세한 풀이]
문자 의미:
도로용량: $C$ 교통량: $V$, 통행시간: $t$
기준통행시간: $t_0$ 상수: $k$조건: $(t>t_0)$

문제에서 주어진 등식을 정리하면

$$\log\left(\frac{t}{t_0}-1\right)=k+4\frac{\log V}{C}=\log10^k+\log\left(\frac{V}{C}\right)^4=\log10^k\cdot\left(\frac{V}{C}\right)^4$$

$$\frac{t}{t_0}-1=10^k\cdot\left(\frac{V}{C}\right)^4\ ...㉮$$

교통량이 도로용량의 2배 $\Rightarrow V=2C...$㉯
통행시간은 기준통행시간 $t_0$의 $\frac{7}{2}$배 $\Rightarrow t=\frac{7}{2}t_0...$㉰

문제에서 구하려는 $k$를 구하기 위해 ㉯, ㉰를 ㉮에 대입하면

$\dfrac{\frac{7}{2}t_0}{t_0}-1=10^k\cdot\left(\frac{2C}{C}\right)^4$이며 정리하면

$\frac{5}{2}=16\cdot10^k\Rightarrow10^k=\frac{5}{32}$이며 로그의 정의에 의해

$$k=\frac{\log5}{32}$$
$$=\log5-\log32$$
$$=(1-\log2)-\log2^5$$
$$=(1-\log2)-5\log2$$
$$=1-6\log2$$

[참고] $\log5=\frac{\log10}{2}=\log10-\log2=1-\log2$

52) 답 : ②
[해설]
[로그의 실생활 문제]
주어진 값을 식에 대입하면

$$400^2=100\times20^2\times\log_3R_A$$
$$L_B^2=100\times30^2\times\log_3R_B$$

$\log_3R_A=4\ \cdots$①

$\log_3R_B=\frac{L_B^2}{300^2}\ \cdots$②

①$-$②를 하면 $\log_3\frac{R_A}{R_B}=4-\left(\frac{L_B}{300}\right)^2$

$\frac{R_A}{R_B}=27$이므로 $\left(\frac{L_B}{300}\right)^2=1$

$\therefore\ L_B=300$

53) 답 : ①
[해설]
주어진 조건을 대입해보면
$L^2=100\times20^2\times\log_381$이므로 $L=400$이다.

54) 답 : ①
[해설]
$\log t$의 정수부분이 $f(t)$, 소수부분이 $g(t)$이므로
$f(t)$는 정수, $0\le g(t)<1$
$g(t)$의 조건에서

$-\frac{1}{3}\le g(t)-\frac{1}{3}<\frac{2}{3}$에서 $0\le\left\{g(t)-\frac{1}{3}\right\}^2<\frac{4}{9}$

$$-n\le9n\left\{g(t)-\frac{1}{3}\right\}^2-n<3n$$

$$-n\le f(t)<3n$$

따라서 서로 다른 모든 $f(t)$의 합

$$a_n=-n+(-n+1)+\cdots+(3n-1)$$
$$=(n+1)+(n+2)+\cdots+(3n-1)$$
$$=\frac{(2n-1)(n+1+3n-1)}{2}$$
$$=4n^2-2n$$

$$\therefore\ \lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{4n^2-2n}{n^2}=4$$

55) 답 : 71
[해설]
$\log x$의 정수부분을 $g(x)$라 하면 $\log x=g(x)+f(x)$이고
조건 (나)에서 $\{g(b)+f(b)\}-\{g(a)+f(a)\}\le f(a)-f(b)$이며 정리하면
$g(b)+2f(b)\le g(a)+2f(a)$
(1) $g(a)=g(b)=0$인 경우 또는 $g(a)=g(b)=1$인 경우
$g(b)+2f(b)\le g(a)+2f(a)$에서 $f(b)\le f(a)$인데
$\log x$의 가수 $f(x)=\log x-[\log x]$가 증가함수이므로
주어진 조건을 만족하는 $a$와 $b$는 같은 경우이다.
따라서 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는 20이다.
(2) $g(a)=0$, $g(b)=1$인 경우
$g(b)+2f(b)\le g(a)+2f(a)$에서 $1+2f(b)\le2f(a)$
$2+2f(b)\le1+2f(a)$
$2\log b\le1+2\log a=\log10a^2\Rightarrow b^2\le10a^2$
부등식을 만족하는 순서쌍은
- $a=4$일 때, $b$는 10에서 12까지 3가지
- $a=5$일 때, $b$는 10에서 15까지 6가지
- $a=6$일 때, $b$는 10에서 18까지 9가지
- $a=7$일 때, $b$는 10에서 20까지 11가지
- $a=8$일 때, $b$는 10에서 20까지 11가지
- $a=9$일 때, $b$는 10에서 20까지 11가지

따라서 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는 51이다.
그러므로 총 71개

# 정답 및 해설

56) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질을 이용하여 로그의 뺄셈을 계산한다.

$\log_2 6 - \log_2 \frac{3}{8} = \log_2\left(6\times\frac{8}{3}\right)$

$=\log_2 16$

$=\log_2 2^4$

$=4$

57) 답 : ②

[해설]

$\log_2 3 + \log_2 \frac{4}{3} = \log_2\left(3\times\frac{4}{3}\right) = \log_2 4 = 2$

58) 답 : ②

[해설]

$\log_5(6-\sqrt{11}) + \log_5(6+\sqrt{11})$

$=\log_5(6-\sqrt{11})(6+\sqrt{11})$

$=\log_5(36-11)$

$=\log_5 25$

$=\log_5 5^2$

$=2$

59) 답 : ③

[해설]

$\log P_1 = 8.11 - 7$ …… ㉠

$\log P_2 = 8.11 - \frac{25}{4}$ …… ㉡

㉡−㉠ 에서 $\log \frac{P_2}{P1} = \frac{3}{4}$ $\therefore$ $\frac{P_2}{P_1} = 10^{\frac{3}{4}}$

60) 답 : 450

[해설]

$\log a_n$의 소수부분이 $\log a_{n+1}$의 소수부분과 같으므로

$\log a_n - \log a_{n+1}$은 정수이다.

$1 < \frac{a_n}{a_{n+1}} < 100$

양변에 log를 취하면 $0 < \log a_n - \log a_{n+1} < 2$이므로

$\log a_n - \log a_{n+1} = 1$이다.

$\therefore$ $a_{n+1} = \frac{1}{10}a_n$

따라서, $\{a_n\}$은 초항이 $a_1$이고 공비가 $\frac{1}{10}$인 등비수열이므로

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{a_1}{1-\frac{1}{10}} = 500$이므로 $a_1 = 450$

61) 답 : ①

[해설]

$\log x = n + f(x),\ (0 \le f(x) < 1)$라 하면

$\log 2x = \begin{cases} n+f(x)+\log 2\ ,\ (0 \le f(x) < \log 5) \\ n+1+f(x)-\log 5,\ (\log 5 \le f(x) < 1) \end{cases}$

ⅰ) $0 \le f(x) < \log 5$일 때,

$f(x)+\log 2 \le f(x)$가 되어 모순

ⅱ) $\log 5 \le f(x) < 1$일 때,

$f(x)-\log 5 \le f(x)$이므로 항상 성립한다.

따라서 $\log 5 \le f(x) < \log 10$인 100보다 작은 자연수 $x$는

5, 6, 7, 8, 9 그리고 50, 51, …, 99로 55개다.

62) 답 : 12

[해설]

$\log m = A + \alpha$ ($A$는정수, $0 \le \alpha < 1$),

$\log n = B + \beta$ ($B$는정수, $0 \le \beta < 1$)라고 하자.

그러면 $P_m$의 좌표는 $(A, \alpha)$, $P_n$의 좌표는 $(B, \beta)$이다.

(나)의 조건에 의해서

$\overline{P_m P_n} = \sqrt{(A-B)^2 + (\alpha-\beta)^2} = \sqrt{1+(\log 2)^2}$ 이다.

$(A-B)^2$은 정수이므로

$(A-B)^2 = 1,\ (\alpha-\beta)^2 = (\log 2)^2$이다.

그런데 (가)의 조건에 의해서 $m < n$이므로

$A - B = -1$이고 $A = 0,\ B = 1$이다.

이상에서 $\begin{cases} \log m = 0 + \alpha \\ \log n = 1 + \beta \end{cases}$이다. $\alpha - \beta = \pm \log 2$이므로

$\log m - \log n = -1 + (\alpha - \beta)$에서

$\frac{\log\{m\}}{n} = -1 + \log 2 = \frac{\log\{1\}}{5}$

또는 $\frac{\log\{m\}}{n} = -1 - \log 2 = \frac{\log\{1\}}{20}$이다.

그러므로 $n = 5m$ 또는 $n = 20m$을 만족하는 한 자리 자연수 $m$과 두 자리 자연수 $n$을 찾으면 된다.

(ⅰ) $n = 5m$에서 순서쌍

$(m, n) = (2, 10), (3, 15), \cdots, (9, 45)$의 8개다.

(ⅱ) $n = 20m$에서 순서쌍

$(m, n) = (1, 20), (2, 40), (3, 30), (4, 80)$의 4개다.

이상에서 순서쌍의 개수는 12개다.

63) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]로그의 성질을 활용하여 계산할 수 있는가?

$\log_2 12 + \log_2 \frac{4}{3} = \log_2\left(12\times\frac{4}{3}\right) = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$

64) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분을 이해할 수 있는가 ?

$\log x = n + \alpha$ ( $n$은 정수, $0 \le \alpha < 1$ )이라 하면

$f(x) = n,\ g(x) = \alpha$이다.

㈎에서 $3g(x) = 3\alpha$의 값이 정수이어야 하므로

$\alpha = 0$ 또는 $\alpha = \frac{1}{3}$ 또는 $\alpha = \frac{2}{3}$이다.

(ⅰ) $\alpha = 0$일 때,

$\log x^2 = 2\log x = 2n$이므로 $f(x^2) = 2n$이다.

따라서㈏에서 $f(x) + f(x^2) = n + 2n = 6$

$\therefore$ $n = 2$

따라서 $\log x = 2 +$ 이므로 $x = 10^2$

(ii) $\alpha = \frac{1}{3}$ 일 때,

$\log x^2 = 2\log x = 2n + \frac{2}{3}$ 이므로 $f(x^2) = 2n$ 이다.

따라서 ㈏에서 $f(x) + f(x^2) = n + 2n = 6$

$\therefore\ n = 2$

따라서 $\log x = 2 + \frac{1}{3}$ 이므로 $x = 10^{2+\frac{1}{3}}$

(iii) $\alpha = \frac{2}{3}$ 일 때,

$\log x^2 = 2\log x = 2n + \frac{4}{3} = 2n + 1 + \frac{1}{3}$ 이므로

$f(x^2) = 2n + 1$ 이다.

따라서㈏에서 $f(x) + f(x^2) = n + 2n + 1 = 6$

$\therefore\ n = \frac{5}{3}$

이때, $n$은 정수가 아니므로 모순이다.

따라서 주어진 조건을 만족시키는 모든 $x$의 값의 곱은

$10^2 \times 10^{2+\frac{1}{3}} = 10^{4+\frac{1}{3}} = 10^{\frac{13}{3}}$

65) 답 : ①

[해설]

$\log_3 6 + \log_3 2 - \log_3 4 = \log_3 \frac{6\times 2}{4} = \log_3 3 = 1$

66) 답 : ②

[해설]

$\frac{1}{\sqrt[3]{8}} \times \log_3 81 = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

67) 답 : 15

[해설]

$a = \log_2(2+\sqrt{3})$ 에서 $2^a = 2 + \sqrt{3}$

양변을 제곱하면,

$4^a = (2+\sqrt{3})^2 = 7 + 4\sqrt{3}$

$4^a + \frac{4}{2^a} = (2+\sqrt{3})^2 + \frac{4}{2+\sqrt{3}} = 15$

68) 답 : ②

[해설]

$\log x = -\frac{4}{5}$ 이므로

$\log x^2 = -\frac{8}{5} = -2 + 0.4$ 이고 $\log 2 < 0.4 < \log 3$ 이므로

$x^2$은 소수점 아래 2번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자 2가 나타난다.

$\therefore\ a + b = 2 + 2 = 4$

69) 답 : 40

[해설]

$\frac{\log 1}{2} = -1 + \log 5$ 이므로 $\frac{\log 1}{2}$ 의 소수부분은 $\log 5$ 이다.

$10 \le n < 100$ 중에서 $\log n$의 소수부분이 $\log 5$ 보다 작기 위한 조건은

$10 \le n < 50$ 이다.

$\therefore\ n$의 개수는 40개이다.

70) 답 : ④

[해설]

준식 $= 4 \times (2^3)^{\frac{2}{3}} = 4 \times 4 = 16$

71) 답 : ①

[해설]

준식 $= 2\log_2 3 \cdot \frac{1}{2}\log_3 2 = 1$

72) 답 : ④

[해설]

$A$ 지점에서의 수신 전력을 $S_A$,

$B$지점에서의 수신 전력을 $S_B$라고 하면

$S_A = p - 20\log\left(\frac{4\pi f R_A}{c}\right) = -25$

$S_B = p - 20\log\left(\frac{4\pi f R_B}{c}\right) = -5$

$S_B - S_A = 20\left\{\frac{\log\{4\pi f R_A\}}{c} - \frac{\log\{4\pi f R_B\}}{c}\right\} = 20\frac{\log\left\{\frac{4\pi f R_A}{c}\right\}}{\frac{4\pi f R_B}{c}}$

$20\frac{\log\{R_A\}}{R_B} = 20$

$\therefore\ \frac{R_A}{R_B} = 10$

73) 답 : ③

[해설]

$\log a = n + \alpha\ (0 < \alpha < 1)$

$\log b = m + \beta\ (0 < \beta < 1)$

$\log a + \log b = n + m + 1\ (\because \alpha + \beta = 1) =$ 정수

$\therefore\ \log ab$는 정수이므로 $ab$는 10의 거듭제곱이다.

$ab = 10,\ 10^2,\ 10^3$ ($\because\ a$와 $b$는 100보다 작은 자연수)

ⅰ) $ab = 10 = 2 \times 5\ (a < b) \Rightarrow (2,\ 5)$

ⅱ) $ab = 100 = 2 \times 50\ (a < b) \Rightarrow (2,\ 50)$

$= 4 \times 25 \Rightarrow (4,\ 25)$

$= 5 \times 20 \Rightarrow (5,\ 20)$

ⅲ) $ab = 1000 = 20 \times 50 \Rightarrow (20,\ 50)$

$= 25 \times 40 \Rightarrow (25,\ 40)$

$\therefore\ (a,\ b)$의 순서쌍의 개수는 6개다.

74) 답 : 10

[해설]

$\log n = f(n) + g(n)$, $f(n)$은 정수이고 $0 \le g(n) < 1$ 이다.

자연수 $n$에 대하여

$1 \le n < 10$ 이면 $f(n) = 0$ 이고

$10 \le n < 100$ 이면 $f(n) = 1$ 이므로

⋮

$n>10$이면 $f(n)-g(n)>0$이고

$n<10$이면 $f(n)-g(n)<0$이다.

따라서 $n=9$일 때,

$\log 9=f(9)-g(9)=0-\log 9=\frac{\log 1}{9}$ 의 값이 최솟값이 된다.

$\therefore\ a+b=10$

75) 답 : ②

[해설]

준식 $=2^{2\cdot 2}=2^4=16$

76) 답 : ②

[해설]

빵의 개당 가격을 $a$원, 무게를 $b$라 하면

$$\frac{a}{0.9^n b}\geq 1.5\times\frac{a}{b}=\frac{3}{2}\cdot\frac{a}{b}$$

$$0.9^n\leq\frac{2}{3}$$

양변에 로그를 취하면

$$n\log 0.9\leq\log 2-\log 3$$

$$\log 0.9=\frac{\log 9}{10}=2\log 3-1 \text{ 이므로}$$

$$n\geq\frac{\log 2-\log 3}{2\log 3-1}=\frac{0.1761}{0.0458}=3.8\times x$$

$\therefore$ $n$의 최솟값은 4

77) 답 : 11

[해설]

$\log x$의 정수부분이 4, $\log y$의 정수부분이 1이므로

$4\leq\log x<5,\ 1\leq\log y<2$

$\frac{\log\{x\}}{y}=\log x-\log y$이므로

$2<\frac{\log\{x\}}{y}<4\ldots$ ①

$\left(\frac{\log\{x\}}{y}\right)\left(\frac{\log\{y\}}{x}\right)=\left(\frac{\log\{x\}}{y}\right)\left(\log\left(\frac{x}{y}\right)^{-1}\right)=-\left\{\frac{\log\{x\}}{y}\right\}^2$ 이다.

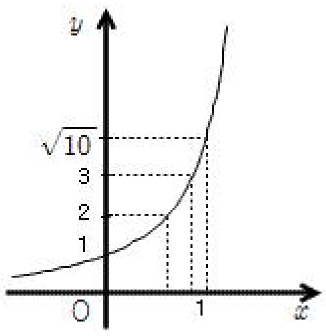
① 에서 $-16<-\left(\frac{\log\{x\}}{y}\right)^2<-4$

이므로 구하는 정수는 $-15,\ -14,\ -13,\ \cdots,\ -6,\ -5$

따라서, 정수의 개수는 11개이다.

78) 답 : ⑤

[해설]




$\log k$의 지표 $n$, 가수 $\alpha\,(0\leq\alpha<1)$에 대하여

점 $P_k$의 $x$좌표가 $\alpha$, $y$좌표가 $n$이므로 $y=\left(\sqrt{10}\right)^x$에 대입하면

$n=\left(\sqrt{10}\right)^\alpha$에서 $0\leq\alpha<1$이므로

$1\leq\left(\sqrt{10}\right)^\alpha<\sqrt{10}$

$1\leq n<\sqrt{10}$

$\therefore\ n=1,\ 2,\ 3$

$n=\left(\sqrt{10}\right)^\alpha$에서 $\alpha=2\log n=\log n^2$이므로

ⅰ) $n=1$일 때

$\alpha=0:\log k=1$이므로

$k=10$

ⅱ) $n=2$일 때

$\alpha=\log 4:\log k=2+\log 4=\log 400$이므로

$k=400$

ⅲ) $n=3$일 때

$\alpha=\log 9:\log k=3+\log 9=\log 9000$이므로

$k=9000$

$\therefore$ 모든 $k$의 값의 합은 $10+400+9000=9410$

79) 답 : ③

[해설]

ㄱ. $\log 100=2$의 정수부분이 2이므로

$f(100)=(-1)^2=1$ ∴ 참

ㄴ. $\log x$의 정수부분을 $n_1$이라 하면 $f(x)=-1$이므로

$(-1)^{n_1}=-1$

$\log 100x=2+\log x$이므로 $\log 100x$의 정수부분은 $n_1+2$

$f(100x)=(-1)^{n_1+2}=(-1)^{n_1}\times\{(-1)\}^2=-1$ ∴ 참

ㄷ. $\log x_1$의 정수부분을 $n_1$, 소수부분을 $\alpha$

$\log x_2$의 정수부분을 $n_2$, 소수부분을 $\beta$라 하면($n_1, n_2$는 정수,

$0\leq\alpha<1,\ 0\leq\beta<1$)

$\log x_1x_2=n_1+n_2+\alpha+\beta$이므로

$0\leq\alpha+\beta<1$이면 $\log x_1x_2$의 정수부분은 $n\cdots$①

$1\leq\alpha+\beta<2$이면 $\log x_1x_2$의 정수부분은 $n_1+n_2+1$..②

$f(x_1)=1,\ f(x_2)=1$이므로 $(-1)^{n_1}=(-1)^{n_2}=1$이다.

하지만 ②의 경우

$f(x_1x_2)=(-1)^{n_1+n_2+1}$

$=(-1)^{n_1}\times(-1)^{n_2}\times(-1)=-1$ ∴ 거짓

80) 답 : 80

[해설]

ⅰ) $10\leq n<81$이면 $[\log_9 n]=1$이므로

$\log_9 n-[\log_9 n]=\log_9\frac{n}{9}$ 이고

$\log_9\frac{n}{9}$ 이 최대이어야 하므로 $n=80$

ⅱ) $81\leq n<100$이면 $[\log_9 n]=2$이므로

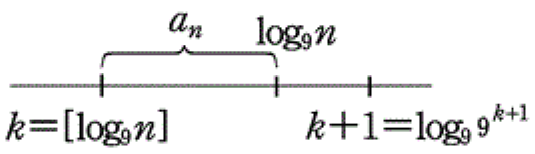
$\log_9 n-[\log_9 n]=\log_9\frac{n}{81}$ 이고

$\log_9\frac{n}{81}$ 이 최대이어야 하므로 $n=99$

따라서, ⅰ), ⅱ)에서 $\log_9\frac{80}{9}>\log_9\frac{99}{81}$ 이므로 구하는 $n$은 80이다.

[다른 풀이] $a_n=\log_9 n-[\log_9 n]$ 을 수직선 위에 나타내어보면

$[\log_9 n]=k$일 때




$\therefore$ $n$이 $9^{k+1}$보다 왼쪽에 있는 최대수일 때 즉 $9^{k+1}-1$일 때 $a_n$이 최대이다.

$n$이 두 자리수 이므로 $n=9^2-1=80$일 때

$a_n$이 최대이다.

81) 답 : ④

[해설]

$$\log_8 2\sqrt{2}=\log_{2^3}2^{\frac{3}{2}}=\frac{\frac{3}{2}}{3}=\frac{1}{2}$$

82) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]로그의 정의를 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$a^{0.6}=64,\ a^{\frac{6}{10}}=2^6,\ a=(2^6)^{\frac{10}{6}}=2^{10}$$

$$\therefore\ \sqrt{a}=\sqrt{2^{10}}=2^5=32$$

83) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]로그의 성질을 이용하여 로그의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\log_a 2=\dfrac{\log 2}{\log a}=3$에서 $\log a=\dfrac{1}{3}\log 2$

$\log_b 4=\dfrac{\log 4}{\log b}=5$에서 $\log b=\dfrac{2}{5}\log 2$

$$\therefore\ \log_a b=\frac{\log b}{\log a}=\frac{\frac{2\log 2}{5}}{\frac{\log 2}{3}}=\frac{6}{5}$$

84) 답 : 58

[해설]

㈏에서 $b-a=2^3$ $\therefore$ $b=a+2^3$

㈐에서 $c-b=2^2$ $\therefore$ $c=b+2^2=a+2^3+2^2$

$a+b+c=3a+20$에서 $23\le 3a+20\le 35$

$\therefore$ (최댓값) + (최솟값) $=35+23=58$

85) 답 : ④

[해설]

$$0.6\left\{\left(a\times 16b+\frac{3}{2}a\times 8b+\left(\frac{3}{2}\right)^2 a\times 4b\right)+\left(\frac{3}{2}\right)^3 a\times 2b+\left(\frac{3}{2}\right)^4 a\times b\right\}$$

$$=0.6\times\frac{16ab\left\{1-\left(\frac{3}{4}\right)^5\right\}}{1-\frac{3}{4}}$$

$$=\frac{192}{5}ab\left\{1-\left(\frac{3}{4}\right)^5\right\}$$

86) 답 : 12

[해설]

$a\log_3 2=4$에서 $a=\dfrac{4}{\log_3 2}$

$\log_3 b=1-\log_3(\log_2 3)=\log_3\dfrac{3}{\log_2 3}$

$$\therefore\ b=\frac{3}{\log_2 3}$$

$$\therefore\ ab=4\log_2 3\cdot\frac{3}{\log_2 3}=12$$

[정답] 12

87) 답 : ⑤

[해설]

자연수 $n$에 대하여 $n=2^k\cdot m$을 만족시키는 $k\ge 0$인 정수 $k$와 자연수 $m$이 존재하므로

$\log_2 n=\log_2 2^k\cdot m$

$\log_2 2^k+\log_2 m=k+\log_2 m$

유리수의 집합은 뺄셈에 대하여 닫혀있으므로

$\log_2 n$이 유리수이면 $\log_2 m$도 유리수이어야 한다.

따라서 $\log_2 m=\dfrac{q}{p}$(단, $p$는 자연수이고 $q$는 정수)로 놓을 수 있다.

이때, $m=2^{\frac{q}{p}}$에서 $m^p=\left(2^{\frac{q}{p}}\right)^p$이므로 $m^p=2^q$이다.

그런데 $m$이 홀수이므로 $m^p$은 홀수이다.

따라서 $2^q$도 홀수이어야 하므로 $q=0$이다.

이때 $2^0=1$이므로 $m=1$이다.

따라서 $n$을 $n=2^k$(단, $k$는 $k\ge 0$인 정수)의 꼴로 나타낼 수 있다.[정답]⑤

88) 답 : 31

[해설]

ⅰ) $\log_2 a$의 정수 부분(지표)이 4이므로

$4\le\log_2 a<5$ $\Leftrightarrow$ $16\le a<32$ ……①

ⅱ) $\log_3 a$의 정수 부분(지표)이 3이므로

$3\le\log_3 a<4$ $\Leftrightarrow$ $27\le a<81$ ……②

① , ②에서 $27\le a<32$ 이고, $a$는 자연수이므로

$a$의 최대값은 31

89) 답 : 10

[해설]

$$\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{32}\cdot\log_2\frac{1}{16}$$

$$=\log_{2^{-1}}2^{\frac{5}{2}}\times\log_2 2^{-4}$$

$$=\left(-\frac{5}{2}\right)\times(-4)=10$$

90) 답 : ③

[해설]

지수와 로그[정답]③

$x=\log_{a^m}b^n$ 으로 놓으면 로그의 정의에 의하여

$b^n=(a^m)^x=(a^x)^m$

위의 식의 양변을 $\frac{1}{m}$ 제곱하면 $b^{\frac{n}{m}}=a^x$

따라서, $x=\log_a b^{\frac{n}{m}}=\frac{n}{m}\log_a b$가 성립한다.

91) 답 : ③

[해설]

$\log_{\sqrt{3}}x=4 \Leftrightarrow \log_3 x=2,\ \log_3 y=6$ 이므로

밑 변환 공식에서

$\therefore\ \log_x y=\frac{\log_3 y}{\log_3 x}=\frac{6}{2}=3$

92) 답 : ⑤

[해설]

ⅰ) 사탕 한 개를 먹은 직후 채취한 타액의 수소이온 농도를 $A$라 두면

$6.6=-\log A$

$\therefore\ \log A=-6.6 \ldots ①$

ⅱ) 사탕 한 개를 먹고 10분 후 채취한 타액의 수소이온 농도는 $50A$이므로

이때의 농도 $pH$는

$\therefore\ pH=-\log 50A=-(\log 50+\log A)$

$=-(2-\log 2+\log A)$

$=-(2-0.3-6.6)$

$=4.9$

93) 답 : ①

[해설]

지수와 로그[정답]①

$\log_5\frac{9}{25}-\log_5 9=\log_5 9-\log_5 25-\log_5 9$

$=-\log_5 5^2$

$=-2$

94) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]지수와 로그

$\log_5\frac{9}{25}-\log_5 9=\log_5 9-\log_5 25-\log_5 9$

$=-\log_5 5^2$

$=-2$

95) 답 : 10

[해설]

$\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{32}\cdot\log_2\frac{1}{16}=\log_{2^{-1}}2^{\frac{5}{2}}\times\log_2 2^{-4}$

$=\left(-\frac{5}{2}\right)\times(-4)=10$

96) 답 : ③

[해설]

$\log_{\sqrt{3}}x=4 \Leftrightarrow \frac{1}{\frac{1}{2}}\log_3 x=2 \Leftrightarrow 2\log_3 x=4 \Leftrightarrow \log_3 x=2 \ldots ①$

문제에서 주어진 조건이 $\log_3 y=6 \ldots ②$이므로

밑 변환 공식에서

$\therefore\ \log_x y=\frac{\log_3 y}{\log_3 x}=\frac{6}{2}=3$

97) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]지수와 로그

$2a=\log_7(7-\sqrt{48})=\log_7(7-4\sqrt{3})$이므로

$7^{2a}=7-4\sqrt{3}$

$7^{-2a}=\frac{1}{7-4\sqrt{3}}=7+4\sqrt{3}$

$\therefore\ \frac{7^{2a}-7^{-2a}}{7^{2a}+7^{-2a}}=\frac{7-4\sqrt{3}-7-4\sqrt{3}}{7-4\sqrt{3}+7+4\sqrt{3}}$

$=-\frac{8\sqrt{3}}{14}$

$=-\frac{4\sqrt{3}}{7}$

98) 답 : 31

[해설]

ⅰ) $\log_2 a$의 정수 부분(지표)이 4이므로

$4\le\log_2 a<5 \Leftrightarrow 16\le a<32 \cdots ①$

ⅱ) $\log_3 a$의 정수 부분(지표)이 3이므로

$3\le\log_3 a<4 \Leftrightarrow 27\le a<81 \cdots ②$

① , ②에서 $27\le a<32$이고, $a$는 자연수이므로

$a$의 최댓값은 31

99) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]지수와 로그

$x=\log_{a^m}b^n$ 으로 놓으면 로그의 정의에 의하여

$b^n=(a^m)^x=(a^x)^m$

위의 식의 양변을 $\frac{1}{m}$ 제곱하면 $b^{\frac{n}{m}}=a^x$

따라서, $x=\log_a b^{\frac{n}{m}}=\frac{n}{m}\log_a b$가 성립한다.

100) 답 : ④

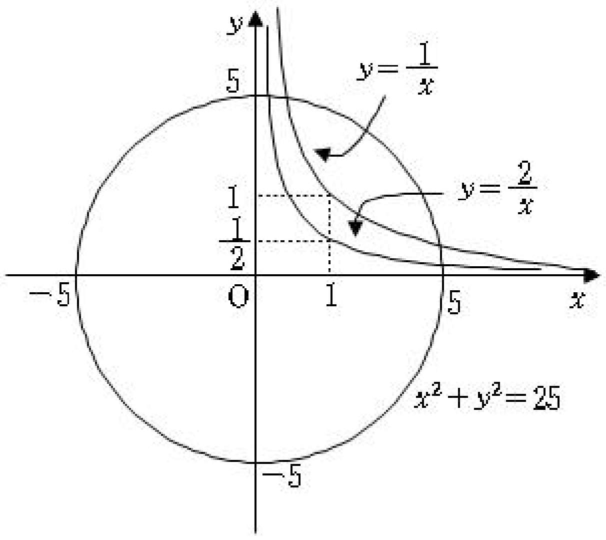
[해설]

② 에서 $\log_2 xy=(\log_2 xy)^2$

$\log_2 xy(\log_2 xy-1)=0$

$\therefore\ \log_2 xy=0$ 또는 $\log_2 xy=1$

$\therefore\ xy=1$ 또는 $xy=2\ (x>0,\ y>0)$ 이므로




∴ 각 교점의 개수는 4(개)

101) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 로그의 정의 이해하기

$a$는 로그의 밑이므로 $a>0$, $a\neq 1$

$-2a+14$는 진수이므로 $-2a+14>0$, $a<7$

따라서 $0<a<7$, $a\neq 1$

로그가 정의되도록 하는 정수 $a$는 2, 3, 4, 5, 6이므로 정수 $a$의 개수는 5

102) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 로그의 밑을 변환하여 식의 값을 구한다.

밑의 변환 공식에 의하여

$\dfrac{1}{\log_4 18}+\dfrac{2}{\log_9 18}=\log_{18}4+2\log_{18}9$

$=\log_{18}2^2+2\log_{18}3^2=\log_{18}2^2+\log_{18}(3^2)^2$

$=\log_{18}2^2+\log_{18}3^4=\log_{18}(2^2\times 3^4)$

$=\log_{18}(2\times 3^2)^2$

$=\log_{18}18^2=2\log_{18}18=2$

103) 답 : 5

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 로그를 계산한다.

$\log_2(2^2\times 2^3)=\log_2 2^{2+3}=\log_2 2^5=5\log_2 2=5$

104) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 상용로그표를 이용하여 상용로그의 값을 구한다.

[중간 계산] $=\log\sqrt{419}=\dfrac{1}{2}\log 419$

$=\dfrac{1}{2}\log(4.19\times 100)$

$=\dfrac{1}{2}(\log 4.19+\log 100)$

$=\dfrac{1}{2}(\log 4.19+2)$이고

상용로그표에서 $\log 4.19=0.6222$

따라서

$\log\sqrt{419}=\dfrac{1}{2}(0.6222+2)=1.3111$

105) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 로그의 정의를 이해하여 식의 값을 구한다.

$\log_2\dfrac{a}{4}=b$에서 $\dfrac{a}{4}=2^b$

즉, $a=4\times 2^b$

따라서 $\dfrac{2^b}{a}=\dfrac{2^b}{4\times 2^b}=\dfrac{1}{4}$

106) 답 : 128

[해설]

[출제 의도] 로그의 정의를 알고 진수를 계산한다.

로그의 정의에 의해 $a=4^{\frac{7}{2}}=(2^2)^{\frac{7}{2}}=2^7=128$이다.

107) 답 : 21

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질 이해하기

$\log_c a:\log_c b=2:3$이므로

$\log_c a=2k$, $\log_c b=3k$라 하자.(단, $k$는 0이 아닌 실수)

$\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}=\dfrac{3k}{2k}=\dfrac{3}{2}$

따라서 $10\log_a b+9\log_b a=10\times\dfrac{3}{2}+9\times\dfrac{2}{3}=21$

108) 답 : 100

[해설]

[출제 의도] 지수의 성질을 이용하여 실생활과 관련된 외적 문제를 해결한다.

필름을 투과하는 빛의 세기가 $R=Q\times 10^{-P}$이므로

필름 $A$를 투과하는 빛의 세기는

$R_A=Q\times 10^{-p}$ ... ㉠

필름 $B$를 투과하는 빛의 세기는

$R_B=Q\times 10^{-p-2}$ ... ㉡

㉠, ㉡에서 $\dfrac{R_A}{R_B}=\dfrac{Q\times 10^{-p}}{Q\times 10^{-p-2}}=10^2=100$

109) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 밑변환 공식을 이해하여 식의 값을 구한다.

$7\log a=2\log b$에서 $\dfrac{7}{2}=\dfrac{\log b}{\log a}=\log_a b$

따라서 $\dfrac{8}{21}\log_a b=\dfrac{8}{21}\times\dfrac{7}{2}=\dfrac{4}{3}$

110) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 로그함수를 활용하여 문제 해결하기

편진폭이 $A_1$, 진동수가 $10\pi$일 때 진동가속도레벨이 83이므로

$$83=20\frac{\log A_1(10\pi)^2}{k}\quad \cdots\cdots ㉠$$

편진폭이 $A_2$, 진동수가 $80\pi$일 때 진동가속도레벨이 91이므로

$$91=20\frac{\log A_2(80\pi)^2}{k}\quad \cdots\cdots ㉡$$

㉡$-$㉠에서 $8=20\left\{\frac{\log A_2(80\pi)^2}{k}-\frac{\log A_1(10\pi)^2}{k}\right\}$

$\frac{2}{5}=\frac{\log A_2(80\pi)^2}{A_1(10\pi)^2}=\frac{\log 64A_2}{A_1}$

따라서 $\frac{A_2}{A_1}=\frac{1}{64}\times 10^{\frac{2}{5}}$

111) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 로그 계산하기

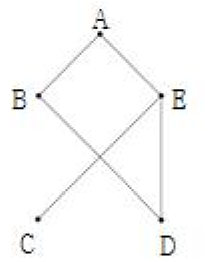
$\log_2 24-\log_2 3=\log_2 8=3$

112) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 그래프와 행렬의 관계 이해하기

그림과 같이 주어진 그래프의 꼭짓점을 $A$, $B$, $C$, $D$, $E$라 할 때, 그래프를 행렬로 나타내면 다음과 같다.




$$\begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E\end{array} \\ \begin{array}{c} A\\B\\C\\D\\E\end{array} & \begin{pmatrix} 0&1&0&0&1\\1&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&1\\1&0&1&1&0\end{pmatrix}\end{array}$$

따라서 행렬의 성분 중 1의 개수는 10

[다른 풀이]

그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는 그래프의 변의 개수의 2배이므로 $5\times 2=10$

113) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질 이해하기

[구하는 값] $=\log_5 27\times\log_3 5$

$$=\frac{\log 27}{\log 5}\times\frac{\log 5}{\log 3}$$

$$=\frac{3\log 3}{\log 5}\times\frac{\log 5}{\log 3}=3$$

114) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 로그방정식 이해하기

(가)에서 $\log ab=2$이므로 $\log a+\log b=2$

(나)에서 $\log a\times\log b=-3$ $\log a$, $\log b$를 두 근으로 하는 이차방정식은

$t^2-2t-3=0$이며 인수분해하면 $(t-3)(t+1)=0$

$t=3$ 또는 $t=-1$

$\log a=-1$, $\log b=3$ ($\because a<b$)

따라서 $\frac{\log b}{a}=\log b-\log a=3-(-1)=4$

115) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 정수부분과 소수부분의 성질을 이해하여 조건을 만족시키는 자연수의 개수를 구한다.

$f(n)=\log\ n=1+\alpha$

조건에 의해 $1\le 2\alpha<2$에서 $\frac{1}{2}\le\alpha<1$

$1+\frac{1}{2}\le\log\ n<2$, $10^{\frac{3}{2}}\le n<10^2$

문제에서 $3.1<\sqrt{10}<3.2 \Leftrightarrow 31<10\sqrt{10}<32$

즉, $10\sqrt{10}=31.\cdots$ 이므로 $31.\cdots\le n<10^2$

그런데 $n$은 자연수이므로 $32\le n<100$

따라서 자연수 $n$의 개수는 68이다.

116) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질을 활용하여 관련된 외적 문제를 해결한다.

30분 후 농도가 2 $ng/mL$이므로

$$\log(10-2)=1-30k \Leftrightarrow k=\frac{1}{30}\log\left(\frac{5}{4}\right)$$

60분 후 농도가 $a$이므로 $\log(10-a)=1-60k$

$\log(10-a)=1-2\frac{\log 5}{4}=\frac{\log 32}{5}$

따라서 $a=\frac{18}{5}=3.6$

117) 답 : 65

[해설]

[출제 의도] 정수부분과 소수부분을 활용하여 문제 해결하기

정수 $k$ ($k\ge 0$)에 대하여 $10^k\le x<10^{k+1}$에서 $\log x$의 정수부분과 소수부분은

$f(x)=k$, $g(x)=\log x-k$이므로

$y=\{f(x)+1\}g(x)=(k+1)(\log x-k)$가

$y=n$과 만나는 점의 $x$좌표는

$(k+1)(\log x-k)=n\ ...①$

$\log x=k+\frac{n}{k+1}$ (단, $n<k+1$)

$\therefore\ x=10^{k+\frac{n}{k+1}}$

$n=1$일 때, $x=10^{1+\frac{1}{2}}$, $10^{2+\frac{1}{3}}$, $10^{3+\frac{1}{4}}$, $\cdots$

$\therefore\ a_1=10^{1+\frac{1}{2}}$

$n=2$일 때, $x=10^{2+\frac{2}{3}}$, $10^{3+\frac{2}{4}}$, $10^{4+\frac{2}{5}}$, $\cdots$

$\therefore\ a_2=10^{2+\frac{2}{3}}$

$n=3$일 때, $x=10^{3+\frac{3}{4}}$, $10^{4+\frac{3}{5}}$, $10^{5+\frac{3}{6}}$, $\cdots$

$\therefore\ a_3=10^{3+\frac{3}{4}}$

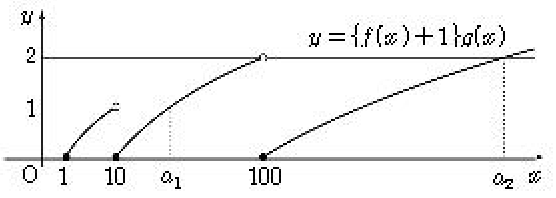
⋮

$\therefore\ a_n = 10^{n+\frac{n}{n+1}}$

[구하는 값] $= \sum_{n=1}^{10}\left(\log a_n + \frac{1}{n+1}\right)$

$= \sum_{n=1}^{10}\left(\log 10^{n+\frac{n}{n+1}} + \frac{1}{n+1}\right)$

$= \sum_{n=1}^{10}(n+1) = 65$




118) 답 : 25

[해설]

[출제 의도] 상용로그의 성질을 이해하여

주어진 조건을 만족시키는 자연수의 합을 구한다.

$4^m$ 이 8자리의 정수이기 때문에 $4^m$ 의 상용로그의 정수부분은 7이다. 따라서

$7 \le \log 4^m < 8$

$7 \le m\log 4 < 8$

$\frac{7}{\log 4} \le m < \frac{8}{\log 4}$

$\frac{7}{2\log 2} \le m < \frac{8}{2\log 2}$

$\frac{7}{0.602} \le m < \frac{4}{0.301}$

$11.6\cdots \le m < 13.2\cdots$ 이므로 $m = 12,\ 13$

따라서 $12+13 = 25$

119) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질을 활용하여 관련된 외적 문제를 해결한다.

30분 후 농도가 $2\ ng/mL$이므로

$\log(10-2) = 1-30k,\ k = \frac{1}{30}\log\left(\frac{5}{4}\right)$

60분 후 농도가 $a$이므로 $\log(10-a) = 1-60k$

$\log(10-a) = 1-2\log\left(\frac{5}{4}\right) = \log\left(\frac{32}{5}\right)$

따라서 $a = \frac{18}{5} = 3.6$

120) 답 : 30

[해설]

[출제 의도] 로그의 정의와 이차 함수의 성질을 활용하여 자연수의 개수 구하는 문제를 해결한다.

$f(x) = -x^2+ax+4$라 하면 로그의 진수 조건에 의해 $f(x)>0$

$f(x) = -x^2+ax+4$

$= -\left(x^2-ax+\frac{a^2}{4}-\frac{a^2}{4}\right)+4$

$= -\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{4}+4$

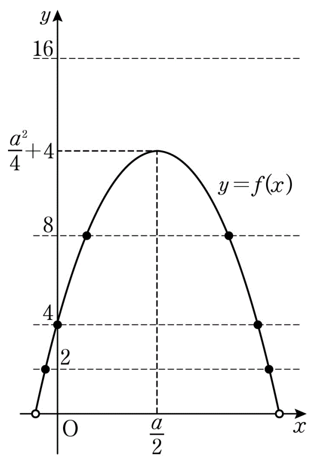
$\log_2(-x^2+ax+4)$의 값이 자연수가 되는 실수 $x$의 개수가 6이므로

$y = f(x)$의 그래프는 아래 그림과 같이 $y = 2^1,\ y = 2^2,\ y = 2^3$과 각각 2개의 점에서 만나고 $y = 2^n\ (n \ge 4)$와는 만나지 않는다.

즉, $2^3 < \frac{a^2}{4}+4 < 2^4$

$16 < a^2 < 48$이고, $a$가 자연수이므로 $a = 5,\ 6$

따라서 $5\times 6 = 30$




121) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 로그를 활용하여 문제 해결하기

임피던스가 8인 스피커를 저항이 5인 접속 케이블로 연결하여 작동시켰을 때의 전송 손실은 저항이 $a$인접속 케이블로 교체하여 작동시켰을 때의 전송 손실의2배이므로

$10\log\left(1+\frac{2\times5}{8}\right) = 2\times10\log\left(1+\frac{2a}{8}\right)$

$\frac{\log 9}{4} = \log\left(1+\frac{2a}{8}\right)^2$

$\left(1+\frac{a}{4}\right)^2 = \frac{9}{4}$

$1+\frac{a}{4} = \frac{3}{2}\ \ (\because a>0)$

따라서 $a=2$

122) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 로그방정식을 활용하여 문제 해결하기

$\log C_A = 3-\log V_0+\log W_0\ \cdots$ ㉠

$\log C_B = 3-\frac{\log 1}{9}V_0+\frac{\log 1}{27}W_0\ \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\frac{\log C_A}{C_B} = \frac{\log 1}{9}-\frac{\log 1}{27} = \log 3$

따라서 $\frac{C_A}{C_B} = k$이므로 $k=3$

123) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질을 활용하여 실생활과 관련된 외적 문제를 해결한다.

마우스 커서가 아이콘 $A$까지 이동하는 시간이 0.71초이므로

$$0.71 = a+\frac{1}{10}\log_2(D_A+1) \cdots ㉠$$

마우스 커서가 아이콘 $B$까지 이동하는 시간이 0.66초이므로

$$0.66 = a+\frac{1}{10}\log_2(D_B+1) \cdots ㉡$$

㉠-㉡에서

$$0.05 = \frac{1}{10}\log_2(D_A+1)-\frac{1}{10}\log_2(D_B+1)$$
$$= \frac{1}{10}\log_2\frac{D_A+1}{D_B+1}$$

즉, $0.5 = \log_2\frac{D_A+1}{D_B+1}$

따라서 $\frac{D_A+1}{D_B+1} = 2^{0.5} = \sqrt{2}$

124) 답 : 67

[해설]

[출제 의도] 상용로그의 정수부분와 소수부분를 이해하고 소수부분의 합을 구한다.

ⅰ) $1 \le k \le 3$일 때, $1 \le 2^k < 10$이므로

$\log 2^k$의 정수부분는 0이고,

$f(2^k) = \log 2^k = k\log 2$

ⅱ) $4 \le k \le 6$일 때, $10 \le 2^k < 10^2$이므로

$\log 2^k$의 정수부분는 1이고,

$f(2^k) = \log 2^k - 1 = k\log 2 - 1$

ⅲ) $7 \le k \le 9$일 때, $10^2 \le 2^k < 10^3$이므로

$\log 2^k$의 정수부분는 2이고,

$f(2^k) = \log 2^k - 2 = k\log 2 - 2$

ⅳ) $k = 10$일 때, $10^3 \le 2^k < 10^4$이므로

$\log 2^k$의 정수부분는 3이고,

$f(2^k) = \log 2^k - 3 = k\log 2 - 3$

따라서

$$\sum_{k=1}^{10} f(2^k) = \sum_{k=1}^{10} k\log 2 - (1\times 3+2\times 3+3\times 1)$$
$$= 55\log 2 - 12$$

이므로 $m = 55$, $n = 12$

따라서 $m+n = 67$

125) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 로그를 활용하여 문제 해결하기

임피던스가 8인 스피커를 저항이 5인 접속 케이블로 연결하여 작동시켰을 때의 전송 손실은

저항이 $a$인 접속 케이블로 교체하여 작동시켰을 때의 전송 손실의 2배이므로

$$10\log\left(1+\frac{2\times 5}{8}\right) = 2\times 10\log\left(1+\frac{2a}{8}\right)$$

$$\log\frac{9}{4} = \log\left(1+\frac{2a}{8}\right)^2$$

$$\left(1+\frac{a}{4}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$1+\frac{a}{4} = \frac{3}{2} \quad (\because a > 0)$$

따라서 $a = 2$

126) 답 : 70

[해설]

[출제 의도] 정수부분과 소수부분의 성질을 활용하여 문제 해결하기

$\{f(x)\}^2 + 3g(x) = 3$에서

$g(x) = \frac{3-\{f(x)\}^2}{3}$이고 $0 \le g(x) < 1$이므로

$$0 \le \frac{3-\{f(x)\}^2}{3} < 1$$

$$0 < \{f(x)\}^2 \le 3$$

$\therefore$ $f(x) = 1$ 또는 $f(x) = -1$

ⅰ) $f(x) = 1$일 때

$g(x) = \frac{2}{3}$이므로 $\log x = \frac{5}{3}$ $\therefore$ $x = 10^{\frac{5}{3}}$

ⅱ) $f(x) = -1$일 때

$g(x) = \frac{2}{3}$이므로 $\log x = -\frac{1}{3}$ $\therefore$ $x = 10^{-\frac{1}{3}}$

ⅰ), ⅱ)에 의하여 $x = 10^{\frac{5}{3}}$ 또는 $x = 10^{-\frac{1}{3}}$

모든 $x$의 값의 곱은 $10^{\frac{4}{3}}$

따라서 $p = 3$, $q = 4$이고 $10(p+q) = 70$

127) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수함수와 로그함수의 그래프를 활용하여 $x$좌표를 추론한다.

$A(a,\ 2^a)$, $B(2^a,\ a)$이고 $C(\log_2 a,\ a)$이다.

$\overline{AB} = 12\sqrt{2} \Leftrightarrow 2(2^a - a)^2 = 288 \Leftrightarrow 2^a - a = 12 \cdots ㉠$

점 $A$에서 선분 $BC$에 내린 수선의 발을 $H$라 하면

$\overline{AH} = 2^a - a = 12$이므로 $\overline{BC} = 14$이다.

그러므로 $2^a - \log_2 a = 14 \cdots ㉡$

㉡-㉠으로부터 $a - \log_2 a = 2$

128) 답 : 44

[해설]

[출제 의도] 상용로그의 성질을 이용하여
주어진 조건을 만족하는 문제를 해결한다.

$(n+1)\log a = 3n^2 - 4n + 4$이므로

$$\log a = 3n - 7 + \frac{11}{n+1} \cdots ㉠$$

(가)에서 $2n\log a - \log a = (2n-1)\log a =$ (정수)이므로

㉠의 양변에 $(2n-1)$을 곱하면

$$(2n-1)\log a = (2n-1)(3n-7) + \frac{11(2n-1)}{n+1}$$

$= (2n-1)(3n-7)+22-\dfrac{33}{n+1}$

$\dfrac{33}{n+1}$ 이 정수이고 $n$은 자연수이므로 $n+1$은 3, 11, 33

따라서 $n$의 값의 합은 $2+10+32=44$

129) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질을 이해하고 식의 값을 계산한다.

$\log_2 4\times\log_4 2^{-2}$

$=\log_2 2^2\times\log_4 4^{-1}$

$=2\times(-1)=-2$

[다른 풀이]

$\log_2 4\times\log_4 2^{-2}$

$=\log_2 4\times(-2\log_4 2)$

$=-2\times\log_2 4\times\log_4 2$

$=-2\left(\log_2 4\times\dfrac{1}{\log_2 4}\right)$

$=-2$

130) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 상용로그의 정수부분과 소수부분의 성질을 이해하고 극한값을 구한다.

$10\le x<100$ 이면 $\log x$의 정수부분은 1이고,

$1000\le x^2<10000$ 이면 $\log x^2$의 정수부분은 3이므로

$\lim\limits_{x\to 100-} f(x)=1$ 이고 $\lim\limits_{x\to 100-} f(x^2)=3$ 이다.

[구하는 값] $=\lim\limits_{x\to 100-}\{f(x)+f(x^2)\}$

$=\lim\limits_{x\to 100-} f(x)+\lim\limits_{x\to 100-} f(x^2)$

$=1+3$

$=4$

131) 답 : 32

[해설]

[출제 의도] 로그방정식을 이용하여 수학외적 문제 해결하기

주어진 조건에 의하여

$E_1=300R\log_a 16$, $E_2=240R\log_a x$ 이고,

$E_1=E_2$ 이므로 $300R\log_a 16=240R\log_a x$

$\dfrac{5}{4}\log_a 16=\log_a 32=\log_a x$

따라서 $x=32$

132) 답 : 32

[해설]

[출제 의도] 로그방정식을 이용하여 수학외적 문제 해결하기

주어진 조건에 의하여

$E_1=300R\log_a 16$, $E_2=240R\log_a x$ 이고,

$E_1=E_2$ 이므로 $300R\log_a 16=240R\log_a x$

$\dfrac{5}{4}\log_a 16=\log_a 32=\log_a x$

따라서 $x=32$

133) 답 : 200

[해설]

[출제 의도] 수열의 합과 일반항의 관계와 상용로그의 소수부분의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

주어진 식의 양변에 상용로그를 취하면

$\log a_1+2\log a_2+3\log a_3+\cdots+n\log a_n=n^2-n$

$\therefore\ \sum\limits_{m=1}^{n} m\log a_m=n^2-n$

따라서

$n\log a_n=(n^2-n)-\{(n-1)^2-(n-1)\}$

$=2n-2\ (n\ge 2)$

이고, $\log a_1=1^2-1=0$ 이므로

$n\log a_n=2n-2\ (n\ge 1)$

$\therefore\ \log a_n=\dfrac{1}{n}(2n-2)=2-\dfrac{2}{n}$

$n\le 2$ 이면 $\log a_n$의 소수부분은 0이고

$n\ge 3$ 이면 $\log a_n$의 소수부분은 $1-\dfrac{2}{n}$ 이다.

$\log a_k$의 소수부분이 0.99이므로

$1-\dfrac{2}{k}=0.99$ 이며 정리하면

$\dfrac{2}{k}=\dfrac{1}{100}$

$\therefore\ k=200$

134) 답 : 160

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질을 이용하여 실생활 문제를 해결한다.

주어진 식을 정리하면

$\dfrac{\log Q_t}{Q_0}=kt$

$\dfrac{Q_t}{Q_0}=10^{kt}$

충전된 전하량이 $Q_0$인 축전기에 전구를 연결한 지 $a$초 후에 남은 전하량은 $Q_a=\dfrac{1}{4}Q_0$ 이므로

$\dfrac{Q_a}{Q_0}=\dfrac{1}{4}=10^{ak}$ … ㉠

충전된 전하량이 $Q_0$인 축전기에 전구를 연결한 지 $b$초 후에 남은 전하량은 $Q_b=\dfrac{1}{10}Q_0$ 이므로

$\dfrac{Q_b}{Q_0}=\dfrac{1}{10}=10^{bk}$ … ㉡

충전된 전하량이 $Q_0$인 축전기에 전구를 연결한 지 $2a+b$초 후에 남은 전하량은 $Q_{2a+b}$라 하면 ㉠, ㉡에 의해

$$\frac{Q_{2a+b}}{Q_0}=10^{(2a+b)k}=10^{2ak}10^{bk}=\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\frac{1}{10}=\frac{1}{160}$$

$\therefore\ Q_{2a+b}=\frac{1}{160}Q_0$

$\therefore\ p=160$

[다른 풀이]

$a$초 후에 남은 전하량은 $Q_a=\frac{1}{4}Q_0$이므로

$\log\frac{1}{4}Q_0-\log Q_0=ak$

$\log\frac{1}{4}=ak$

$b$초 후에 남은 전하량은 $Q_b=\frac{1}{10}Q_0$이므로

$\log\frac{1}{10}Q_0-\log Q_0=bk$

$\log\frac{1}{10}=bk$

$2a+b$초 후에 남은 전하량은 $\frac{Q_0}{p}$이므로

$\log\frac{Q_0}{p}-\log Q_0=(2a+b)k$

$\log\frac{1}{p}=(2a+b)k=2ak+bk$

$=2\log\frac{1}{4}+\log\frac{1}{10}$

$=\log\frac{1}{160}$

$\therefore\ p=160$

135) 답 : 31

[해설]

[출제 의도] 상용로그의 성질 이해하기

$\log x=1+\alpha\ (0<\alpha<1)$이라 하자.

$\log\sqrt{x}=\frac{1+\alpha}{2}$이고 $\log\frac{1}{x}=-2+(1-\alpha)$

주어진 조건에 의하여 $\frac{1+\alpha}{2}=5(1-\alpha)$

$\alpha=\frac{9}{11}$이므로 $\log x=1+\frac{9}{11}=\frac{20}{11}$

따라서 $p+q=31$

136) 답 : 20

[해설]

[출제 의도] 수열의 합과 일반항의 관계와 상용로그의 소수부분의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

$\sum_{k=1}^{n}k\log a_k=n^2-n\ (n\geq 1)$

$b_n=n\log a_n$, $S_n=\sum_{k=1}^{n}b_k$라 하면 $S_n=n^2-n$이므로

$b_1=S_1=0$

$b_n=S_n-S_{n-1}$

$=(n^2-n)-\{(n-1)^2-(n-1)\}$

$=2n-2\ (n\geq 2)$

$\therefore\ b_n=n\log a_n=2n-2\ (n\geq 1)$

$\therefore\ \log a_n=2-\frac{2}{n}\ (n\geq 1)$

$n=1$ 또는 $n=2$일 때, $\log a_n$의 소수부분은 0이므로

$m\geq 3$이다. 이때 $0<\frac{2}{m}<1$이므로

$\log a_m=1+\left(1-\frac{2}{m}\right)$

에서 $\log a_m$의 소수부분은 $1-\frac{2}{m}$이다.

$1-\frac{2}{m}=0.9$

$\therefore\ m=20$

137) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질을 알고, 로그의 값을 계산한다.

$6\log_3\sqrt{3}=6\log_3 3^{\frac{1}{2}}$

$=6\times\frac{1}{2}\log_3 3$

$=6\times\frac{1}{2}$

$=3$

138) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 로그 계산하기

$\left(\frac{3}{\log_2 2}\right)^3+8\log_2 2=3^3+8=35$

139) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]로그의 밑을 같게 하여 로그의 계산을 한다.

$\frac{1}{2}\log_3 6-\log_9 2=\frac{1}{2}\log_3 6-\frac{1}{2}\log_3 2$

$=\frac{1}{2}(\log_3 6-\log_3 2)$

$=\frac{1}{2}\log_3\frac{6}{2}$

$=\frac{1}{2}\log_3 3=\frac{1}{2}$

140) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 로그의 밑을 같게 하여 주어진 식을 계산한다.

$\log_{\sqrt{3}}2+\log_3\frac{\sqrt{3}}{4}=\log_3\sqrt{3}=\frac{1}{2}$

141) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]지수법칙과 로그의 성질을 이용하여계산하기

[해설]

$4^{\frac{3}{2}}+\log_3\frac{1}{27}=(2^2)^{\frac{3}{2}}+\log_3 3^{-3}$

$=2^3-3\log_3 3=5$

142) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 로그 계산하기

$\log_4 2+\frac{\log_3 8}{\log_3 4}=\log_4 2+\log_4 8=\log_4 16=2$

143) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 로그의 계산 문제를 해결한다.

$\log_a b+\log_b a=\frac{\log b}{\log a}+\frac{\log a}{\log b}=\frac{(\log a+\log b)^2-2\log a\cdot\log b}{\log a\cdot\log b}$

$=\frac{16-2\times2}{2}=6$

144) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질 이해하기

$\log_2\sqrt{7+4\sqrt{3}}=\log_2\sqrt{7+2\sqrt{12}}=\log_2(2+\sqrt{3})$

$2<2+\sqrt{3}<4$이므로 $1<\log_2(2+\sqrt{3})<2$이다.

$\alpha=\log_2(2+\sqrt{3})-1=\log_2\frac{2+\sqrt{3}}{2}$

따라서 $2^{-\alpha}=2^{-\log_2\frac{2+\sqrt{3}}{2}}=\frac{2}{2+\sqrt{3}}=4-2\sqrt{3}$

145) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 로그를 활용하여 문제 해결하기

$R_2$가 $R_1$의 2배인 원통형 축전기의 전기용량이 5($F$)이므로

$5=\frac{2\pi kL}{\log 2R_1-\log R_1}=\frac{2\pi kL}{\log 2\frac{R_1}{R_1}}=\frac{2\pi kL}{\log 2}$이다.

$\therefore\ 2\pi kL=5\log 2$

따라서 $R_2$가 $R_1$의 8배인 원통형 축전기의 전기용량($F$)은

$\frac{2\pi kL}{\log 8R_1-\log R_1}=\frac{5\log 2}{\log\frac{8R_1}{R_1}}=\frac{5\log 2}{\log 8}=\frac{5\log 2}{3\log 2}=\frac{5}{3}$

146) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 로그의 정의 이해하기

i) (밑조건) $p\neq1,\ p>0$

ii) (진수조건)

모든 실수 $x$에 대하여 $x^2-px+4>0$이려면

$D=p^2-16<0$이므로 $-4<p<4$이다.

i)와 ii)에 의해, 정수 $p$는 2, 3

$\therefore$ 만족시키는 정수의 개수는 2

147) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 상용로그를 이용하여 수학 외적 문제 해결하기

$75(0.997)^n=80(0.995)^n$

$n(\log 0.997-\log 0.995)=\log 80-\log 75$

$n(-1+0.999+1-0.998)=5\log 2-\log 3-1$

$0.001\times n=0.028$

$\therefore\ n=28$

148) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 로그의 뜻을 알고 문제 해결하기

해발고도 $1840m$인 곳에서의 기압을 $p_1(hPa)$이라 하면

$p_0=1000,\ t=10,\ H=1840$이므로

$1840=18400(1+0.04\times10)\frac{\log\{1000\}}{p_1}$

$\therefore\ \frac{1}{14}=3-\log p_1$이므로

$p_1=10^{\frac{41}{14}}$

따라서 해발고도 $1840m$인 곳에서의 기압 ($hPa$)은 $10^{\frac{41}{14}}$

149) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 로그를 이용하여 수학 외적 문제 해결하기

$M_1=-2.81\times\log 50-1.43$

$M_2=-2.81\times\log 5-1.43$

$\therefore\ M_2-M_1=2.81$

150) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 상용로그의 정수부분의 성질 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

100 이하의 자연수 $x,\ y$에 대하여

i) $[\log x]=0,\ [\log y]=2$일 때, $1\le x<10,\ y=100$

$\therefore$ $(x,\ y)$의 개수는 9

ii) $[\log x]=1,\ [\log y]=1$일 때, $10\le x<100,\ 10\le y<100$

$\therefore$ $(x,\ y)$의 개수는 8100

iii) $[\log x]=2,\ [\log y]=0$일 때, $x=100,\ 1\le y<10$

$\therefore$ $(x,\ y)$의 개수는 9

$\therefore$ 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수는 8118

151) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]로그의 성질을 이해하여 로그로 나타내어진 실생활 문제를 해결한다.

$E_K=t\frac{\log[\{K^+\}]_O}{[\{K^+\}]_I}$이므로 $p=t\frac{\log a}{b}$

또, $p+60=t\left(1+\frac{\log a}{b}\right)$

$=t+t\frac{\log a}{b}$

$=t+p$

$\therefore\ t=60$

따라서 $p+q=t\dfrac{\log 10^2 a}{\sqrt{10}\,b}$

$=t\left(\dfrac{3}{2}+\dfrac{\log a}{b}\right)$

$=\dfrac{3}{2}t+p$

$\therefore\ q=\dfrac{3}{2}t=\dfrac{3}{2}\cdot 60=90$

152) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]지수와 로그의 성질을 이해하여 명제의 참・거짓을 판정한다.

ㄱ. $b=\dfrac{1}{2}$ 이면 $2^a=5^{\frac{1}{2}}$ 에서 $a=\log_2\sqrt{5}=\log_4 5$ (참)

ㄴ. $2^a=5^b$ 에서 $2^{\frac{a}{b}}=5$

$\therefore\ \dfrac{a}{b}=\log_2 5$

그런데 $\log_2 4<\log_2 5<\log_2 8$ 에서 $2<\log_2 5<3$ 이므 로 $2<\dfrac{a}{b}<3$ (참)

ㄷ. (반례) $2^a=5^b=10$ 으로 놓으면

$2=10^{\frac{1}{a}},\ 5=10^{\frac{1}{b}}$ 에서 $\dfrac{1}{a}=\log 2,\ \dfrac{1}{b}=\log 5$

$\therefore\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\log 2+\log 5=\log 10=1$ (유리수)(거짓)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

[다른 풀이]

ㄴ. $2^a=5^b$ 의 양변에 상용로그를 취하면

$a\log 2=b\log 5$

$\therefore\ \dfrac{a}{b}=\dfrac{\log 5}{\log 2}=\log_2 5$

[참고]

$2^a=5^b=k(k>1)$ 로 놓으면

$2=k^{\frac{1}{a}},\ 5=k^{\frac{1}{b}}$ 에서

$\dfrac{1}{a}=\log_k 2,\ \dfrac{1}{b}=\log_k 5$

$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\log_k 2+\log_k 5=\log_k 10$

이므로 $k=10^{\frac{n}{m}}$ (단, $m, n$은 자연수)일 때

$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ 은 유리수이다.

153) 답 : 297

[해설]

[출제 의도] 로그를 이해하여 문제 해결하기

$P_1(0,\ 0),\ P_3(0,\ \log 3),\ P_{10}(1,\ 0)$ 이다.

$10<m<100$ 이므로 $\log m$ 의 정수부분은 1 이고, 소수부분은 $(\log m-1)$ 이므로

점 $P_m$ 의 좌표는 $(1,\ \log m-1)$ 이다.

(사각형 $P_1P_{10}P_mP_3$ 의 넓이) $=\dfrac{1}{2}(\log 3+\log m-1)=\dfrac{1}{2}\dfrac{\log\{3m\}}{10}$

이므로

자연수 $m$ 이 최대일 때 사각형 $P_1P_{10}P_mP_3$ 의 넓이는 최대이다.

따라서 $m=99$ 일 때, $\log M=\dfrac{1}{2}\dfrac{\log 297}{10}$

$\therefore\ M=\sqrt{\dfrac{297}{10}}$

따라서 $10M^2=297$

154) 답 : 12

[해설]

[출제 의도] 상용로그의 정수부분과 가수 이해하기

$\dfrac{\log 5^{10}}{2^{30}}=(-3)+0.96$ 이므로 $n=3$

$\log 9=0.9542$ 이므로 $\log 9<0.96<\log 10$

$m=9$

$\therefore\ m+n=12$

155) 답 : 27

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질 이해하기

$\log t=3+\alpha\ \ (0\le\alpha<1)$

$\log t^2=2\log t=6+2\alpha$

$\dfrac{\log 1}{t}=-3-\alpha$

i ) $\alpha=0$ 일 때, $\log t=3,\ t=10^3$

ii ) $0<\alpha<\dfrac{1}{2}$ 일 때,

$3+\alpha=\dfrac{1}{4}\cdot 6-\dfrac{1}{2}\cdot(-4)=\dfrac{7}{2}\ \therefore\ \alpha=\dfrac{1}{2}$

(조건에 맞지 않음)

iii ) $\dfrac{1}{2}\le\alpha<1$ 일 때,

$3+\alpha=\dfrac{1}{4}\cdot 7-\dfrac{1}{2}\cdot(-4)=\dfrac{15}{4}\ \therefore\ \alpha=\dfrac{3}{4}$

$\log t=3+\dfrac{3}{4},\ t=10^{\frac{15}{4}}$

$A=10^3\times 10^{\frac{15}{4}}=10^{\frac{27}{4}}$

$\therefore\ 4\log A=27$

156) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 상용로그를 이용하여 추론하기

$x^2-\left(3n+\dfrac{1}{3n}\right)x+1=0$ 의 두 근은 $3n$ 과 $\dfrac{1}{3n}$ 이므로 $\dfrac{1}{3n}$ 이다.

$\log A^3=3n+\alpha\ (0\le\alpha<1)$ 라 하자.

$\log A^2=2n+\dfrac{2}{3}\alpha$ 이고 $0\le\dfrac{2}{3}\alpha<\dfrac{2}{3}$ 이므로

$\log A^2$ 의 소수부분은 $\dfrac{2}{3}\alpha$ 이다.

$\dfrac{2}{3}\alpha=\dfrac{1}{3n}$ 이므로 $\alpha=\dfrac{1}{2n}$

$\log A = n + \dfrac{1}{6n}$

ㄱ. $n=1$일 때 $\log A^3$의 정수부분은 $3$(참)

ㄴ. $\log A$의 소수부분은 $\dfrac{1}{6n}$(참)

ㄷ. $\log A^{12} = 12\log A = 12n + \dfrac{2}{n}$이므로

$n=1$ 또는 $n=2$일 때 $A^{12}$은 자연수이다. (참)

157) 답 : 15

[해설]

[출제 의도] 상용로그의 정수부분과 가수 이해하기

$f(a)=n$이라 하자.

$6\{g(a)\}^2 - 5g(a) + 1 = 0$이며 인수분해하면

$\{3g(a)-1\}\{2g(a)-1\}=0$

$\therefore\ g(a)=\dfrac{1}{3}$ 또는 $\dfrac{1}{2}$

[1] $g(a)=\dfrac{1}{3}$일 때

$\log a = n + \dfrac{1}{3}$

$\log a^2 = 2\log a = 2n + \dfrac{2}{3}$

$\log a^3 = 3\log a = 3n+1$

따라서 $f(a)+f(a^2)+f(a^3)=6n+1$

그런데 $6n+1=14$를 만족하는 정수 $n$이 존재하지 않으므로

$g(a)$는 $\dfrac{1}{3}$이 아니다.

[2] $g(a)=\dfrac{1}{2}$일 때

$\log a = n + \dfrac{1}{2}$

$\log a^2 = 2\log a = 2n+1$

$\log a^3 = 3\log a = 3n + \dfrac{3}{2}$

따라서 $f(a)+f(a^2)+f(a^3)=6n+2$

$6n+2=14$를 만족하는 정수 $n$은 $2$이다.

따라서 $\log a = 2 + \dfrac{1}{2}$

$\log a^6 = 6\log a = 6\times\left(2+\dfrac{1}{2}\right)=15$

$\therefore\ f(a^6)=15$

158) 답 : 540

[해설]

[출제 의도] 상용로그의 정수부분을 이해하고, 주어진 식을 만족시키는 자연수를 구한다.

$f(m)$은 $\log m$의 지표이므로 정수이고

$1 \le m \le 1000$에서 $0 \le f(m) \le 3$,

$2 \le 2m \le 2000$에서 $0 \le f(2m) \le 3$이다.

따라서 주어진 조건 $2f(m)-f(2m)=1$을 만족시키는 순서쌍 $(f(m), f(2m))$은

$(1, 1)$, $(2, 3)$이다.

ⅰ) $(f(m), f(2m))=(1, 1)$일 때

$f(m)=1$에서 $10 \le m < 100$

$f(2m)=1$에서 $10 \le 2m < 100$

따라서 $10 \le m < 50$이므로 $m$은 $40$개다.

ⅱ) $(f(m), f(2m))=(2, 3)$일 때

$f(m)=2$에서 $100 \le m < 1000$

$f(2m)=3$에서 $1000 \le 2m < 10000$

따라서 $500 \le m < 1000$이므로 $m$은 $500$개다.

ⅰ), ⅱ)에서 구하는 $m$의 개수는 $540$이다.

159) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분의 성질을 이용하여 조건을 만족시키는 자연수의 개수를 구한다.

$[\log_3 n]=3$에서 $3^3 \le n < 3^4$이므로

$[\log 2n]=1$ 또는 $[\log 2n]=2$이다.

(ⅰ) $[\log 2n]=1$일 때 즉, $27 \le n < 50$일 때

㈏에서 $[2\log n]=3$이므로

$3 \le 2\log n < 4,\ \dfrac{3}{2} \le \log n < 2$

$\therefore\ \log 10\sqrt{10} \le \log n < \log 100,\ 10\sqrt{10} \le n < 100$

따라서 주어진 조건을 만족시키는 $n$은

$32 \le n < 50$이므로 자연수 $n$의 개수는 $18$이다.

(ⅱ) $[\log 2n]=2$일 때 즉, $50 \le n < 81$일 때

㈏에서 $[2\log n]=4$이므로

$4 \le 2\log n < 5,\ 2 \le \log n < \dfrac{5}{2}$

$\therefore\ \log 100 \le \log n < \log 100\sqrt{10},\ 100 \le n < 100\sqrt{10}$

따라서 만족시키는 $n$의 값은 존재하지 않는다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 자연수 $n$의 개수는 $18$이다.

[다른 풀이]

$[\log_3 n]=3$에서 $27 \le n < 81 \cdots$①

① 에서 $27 \le n < 32$일 때, $n^2$은 세 자리의 정수이므로

$[\log n^2]=2$이다.

$32 \le n < 81$일 때, $n^2$은 네 자리의 정수이므로

$[\log n^2]=3$이다.

또, $27 \le n < 50$일 때, $2n$은 두 자리의 정수이므로

$[\log 2n]=1$이다.

$50 \le n < 81$일 때, $2n$은 세 자리의 정수이므로

$[\log 2n]=2$이다.

위에서㈏를 만족시키는 $n$의 값의 범위는

$32 \le n < 50$이다.

따라서 구하는 자연수 $n$의 개수는 $18$이다.

160) 답 : 65

[해설]

[출제 의도]상용로그 이해하기

[해설] $\log n$의 소수부분을 $\alpha\ (0 \le \alpha < 1)$라 하면

$\log n^2 = 2f(n)+2\alpha,\ \log n^5 = 5f(n)+5\alpha$이므로

$2f(n) \le f(n^2) \le 2f(n)+1$

$\log n^5 = 5f(n)+5\alpha$ 이므로 $5f(n) \le f(n^5) \le 5f(n)+4$

$7f(n) \le f(n^2)+f(n^5) \le 7f(n)+5$

$f(n^2)+f(n^5)=16$ 이므로 $7f(n)+2=16$

$\therefore\ f(n)=2$

( i ) $f(n^2)=2f(n),\ f(n^5)=5f(n)+2$ 인 경우

$f(n^2)=4$ 이므로

$4 \le \log n^2 < 5$

$\therefore\ 2 \le \log n < 2.5 \cdots$ ㉠

$f(n^5)=12$ 이므로

$12 \le \log n^5 < 13$

$\therefore\ 2.4 \le \log n < 2.6 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해서 $2.4 \le \log n < 2.5$

상용로그표에 의해서 $2.4 < 2+\log 2.52 \le \log n \le 2+\log 3.16 < 2.5$

그러므로 $252 \le n \le 316$, $n$의 개수는 65이다.

( ii ) $f(n^2)=2f(n)+1,\ f(n^5)=5f(n)+1$ 인 경우

$f(n^2)=5$ 이므로

$5 \le \log n^2 < 6 \ \therefore\ 2.5 \le \log n < 3 \cdots$ ㉢

$f(n^5)=11$ 이므로

$11 \le \log n^5 < 12 \ \therefore\ 2.2 \le \log n < 2.4 \cdots$ ㉣

㉢, ㉣에 의해서 $n$은 존재하지 않는다.

( i ), ( ii )에 의해 $n$은 65개다.

161) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 로그를 활용하여 문제 해결하기

$R_2$가 $R_1$의 2배인 원통형 축전기의 전기용량이 5( $F$)이므로

$$5=\frac{2\pi kL}{\log 2R_1-\log R_1}=\frac{2\pi kL}{\log 2\frac{R_1}{R_1}}=\frac{2\pi kL}{\log 2} \text{ 이다.}$$

$\therefore\ 2\pi kL=5\log 2$

따라서 $R_2$가 $R_1$의 8배인 원통형 축전기의 전기용량( $F$)은

$$\frac{2\pi kL}{\log 8R_1-\log R_1}=\frac{5\log 2}{\log\frac{8R_1}{R_1}}=\frac{5\log 2}{\log 8}=\frac{5\log 2}{3\log 2}=\frac{5}{3}$$

162) 답 : 14

[해설]

[출제 의도] 정수부분과 소수부분의 뜻을 알고 문제 해결하기

$\log x = f(x)+g(x)$ ( $f(x)$는 정수, $0 \le g(x) < 1$ )

$0 \le g(x^2) < 1,\ 0 \le g(x^3) < 1$ 이므로

(가)에서 $0 \le f(x)=g(x^2)+g(x^3) < 2$ 이다.

$f(x)$는 정수이므로 0 또는 1이다.

한편, (나)에 의하여 $f(x) \ne 0$

$\therefore\ f(x)=1$

$\log x^2 = f(x^2)+g(x^2)=2f(x)+2g(x)\ \cdots$㉠

$\log x^3 = f(x^3)+g(x^3)=3f(x)+3g(x)\ \cdots$㉡

㉠, ㉡에서

$f(x^2)+f(x^3)+g(x^2)+g(x^3)=5f(x)+5g(x)\ \cdots$㉢

㉢의 좌변은 정수이므로 $5g(x)$는 정수이다.

$\therefore\ 0 < g(x) < 1$ 에서 $g(x)$가 될 수 있는 값은 $\frac{1}{5},\ \frac{2}{5},\ \frac{3}{5},\ \frac{4}{5}$ 이다.

$g(x)=\frac{4}{5}$ 일 때, $g(x^2)=\frac{3}{5},\ g(x^3)=\frac{2}{5},\ g(x^4)=\frac{1}{5}$ 이므로

$g(x^2) > g(x^3) > g(x^4)$ 이 성립한다.

$\therefore\ g(x)=\frac{4}{5}$ 이므로 $\log x = 1+\frac{4}{5}=\frac{9}{5},\ x=10^{\frac{9}{5}}$

따라서 $m=5,\ n=9$ 이므로

$m+n=14$

163) 답 : ③

[해설]

$\log_2 3+\log_2\frac{8}{3}=\log_2\left(3\times\frac{8}{3}\right)=\log_2 2^3=3$

164) 답 : ①

[해설]

$a^b=(\sqrt{3})^{\log_4 16}=(\sqrt{3})^2=3$

165) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]지수와 로그의 성질을 알고 계산하기

$\log_4\left(2^{\frac{7}{2}}\times 2^{\frac{1}{2}}\right)=\log_4 2^4=\log_4 4^2=2$

166) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]로그의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\log_3 12-\log_3\frac{4}{27}=\log_3\left(12\times\frac{27}{4}\right)$

$=\log_3 81=4$

167) 답 : 12

[해설]

$\log_2 32+3^{\log_3 7}=5+7=12$

168) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]로그의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$\log_a 2=\log_b 5=\log_c 10=\log_{abc} x=\frac{1}{k}$ 이라고 하면,

$\log_2 a=\log_5 b=\log_{10} c=\log_x abc=k$ 이다.

따라서, $a=2^k,\ b=5^k,\ c=10^k$ 이므로 $ab=c$ 이다.

$\therefore\ k=\log_x abc=\log_x c^2$

이때, $k=\log_x c^2=\log_x 10^{2k}=k\log_x 100$ 이므로

$x=100$

[다른 풀이]

$\frac{\log 2}{\log a}=\frac{\log 5}{\log b}=\frac{\log 10}{\log c}=\frac{\log 2+\log 5+\log 10}{\log a+\log b+\log c}$

$\frac{\log 100}{\log abc}=\log_{abc} 100$

$\therefore\ x=100$

169) 답 : ④

[해설]

$f(n)=3$이므로 $\log n=3+\alpha$ (단, $0\le\alpha<1$)

$\log n^2=2\log n=2(3+\alpha)=6+2\alpha$

$\log 10n=\log n+\log 10=(3+\alpha)+1=4+\alpha$

(ⅰ) $0\le 2\alpha<1$일 때,

$f(n^2)=6,\ f(10n)=4$

$\therefore\ k=2$

(ⅱ) $1\le 2\alpha<2$일 때,

$f(n^2)=7,\ f(10n)=4$

$\therefore\ k=3$

$k$값의 합은 $2+3=5$

170) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]로그의 성질을 이용하여 수의 대소를 비교할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$c=\dfrac{x+1}{x}$이라 하면 $\log_a c>\log_b c>0$이다.

$\dfrac{1}{\log_c a}>\dfrac{1}{\log_c b}>0$이므로 $0<\log_c a<\log_c b$이다.

그런데 $c>1$이므로 $1<a<b$이다.

171) 답 : ③

[해설]

$\log a_{21}=\log(4\cdot 5^{20})=2\log 2+20\log 5$

$=2\times 0.3010+20\times(1-0.3010)=14.5820$

따라서 정수부분이 14이므로 $a_{21}$은 15자리의 자연수이다.

172) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

(가)에서 3은 한 자리의 양의 정수이므로

$f(3)=0$, 2011은 네 자리의 양의 정수이므로 $f(2011)=3$

$f(n)=1$ 또는 $f(n)=2$이다.

(나)에서 주어진 식의 좌변을 인수분해하면

$\{g(n)-\log 2\}\{g(n)-\log 5\}<0$

$\therefore\ \log 2<g(n)<\log 5$

이때 $\log n=f(n)+g(n)$이므로

ⅰ) $f(n)=1$일 때 $1+\log 2<f(n)+g(n)<1+\log 5$

$\therefore\ \log 20<\log n<\log 50$

따라서 양의 정수 $n$은 $21, 22, \cdots, 49$로 29개다.

ⅱ) $f(n)=2$일 때 $2+\log 2<f(n)+g(n)<2+\log 5$

$\therefore\ \log 200<\log n<\log 500$

따라서 양의 정수 $n$은 $201, 202, \cdots, 499$로 299개다.

ⅰ), ⅱ)에 의하여 양의 정수 $n$의 개수는 $29+299=328$이다.

173) 답 : ③

[해설]

$C_1=\dfrac{k}{\log 2},\ C_2=\dfrac{k}{\log n}$

$\dfrac{\log n}{\log 2}>\dfrac{1}{\log 2}$이므로 $n>10$

따라서 자연수 $n$의 최솟값은 11

174) 답 : ①

[해설]

$(1+r)^3A=1.23A$

$\log(1+r)=0.03$

$\log(1+r)^8=8\log(1+r)=0.24$

$=\log 1.23+\log 1.40=\log 1.722$

따라서 1.72배

175) 답 : ④

[해설]

$\log_k 3^6$의 값이 정수이므로 $k=3,\ 3^2,\ 3^3,\ 3^6$이다.

따라서 $3\times 3^2\times 3^3\times 3^6=3^{12}$

176) 답 : 170

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분의 성질을 이용하여 문제 해결하기

ⅰ) $1\le n\le 9$일 때,

$[f(2)]\le 3,\ [f(3)]>3$이므로

$n\ge 3$이면 $[f(n)]>3$

$\therefore\ [f(n)]\le 3$을 만족시키는 $n$은 1, 2이므로

$n$의 개수는 2이다.

ⅱ) $10\le n\le 99$일 때,

$[f(25)]\le 3,\ [f(26)]>3$이므로

$n\ge 26$이면 $[f(n)]>3$

$\therefore\ [f(n)]\le 3$을 만족시키는 $n$은 $10, 11, 12, \cdots, 25$이므로

$n$의 개수는 16이다.

ⅲ) $100\le n\le 999$일 때,

$[f(251)]=3,\ [f(252)]=4$이므로

$n\ge 252$이면 $[f(n)]>3$

$\therefore\ [f(n)]\le 3$을 만족시키는 $n$은 $100, 101, 102, \cdots, 251$이므로

$n$의 개수는 152이다.

따라서 ⅰ), ⅱ), ⅲ)에 의하여 $[f(n)]\le 3$을 만족시키는 자연수 $n$의 개수는 170이다.

177) 답 : ③

[해설]

$\log x=[\log x]+\dfrac{1}{k}=$ (정수 )

$k=1$일 때, $A_1=\phi$

$k\ne 1$일 때, $A_k=\left\{10^{\frac{1}{k}},\ 10^{1+\frac{1}{k}},\ 10^{2+\frac{1}{k}},\ 10^{3+\frac{1}{k}},\ 10^{4+\frac{1}{k}}\right\}$

ㄱ. $A_2=\left\{10^{\frac{1}{2}},\ 10^{\frac{3}{2}},\ 10^{\frac{5}{2}},\ 10^{\frac{7}{2}},\ 10^{\frac{9}{2}}\right\}$이므로 $\sqrt{10}\in A_2$ (참)

ㄴ. 2이상의 자연수 $k$에 대하여 $n(A_k)=5$ (참)

ㄷ. 서로 다른 자연수 $m, n$에 대하여 $A_m\cap A_n=\phi$ (거짓)

178) 답 : ③

[해설]

$\log x=[\log x]+\frac{1}{k}=$ (정수) $+\frac{1}{k}$

$k=1$ 일 때, $A_1=\phi$

$k\neq 1$ 일 때, $A_k=\left\{10^{\frac{1}{k}},\ 10^{1+\frac{1}{k}},\ 10^{2+\frac{1}{k}},\ 10^{3+\frac{1}{k}},\ 10^{4+\frac{1}{k}}\right\}$

ㄱ. $A_2=\left\{10^{\frac{1}{2}},\ 10^{\frac{3}{2}},\ 10^{\frac{5}{2}},\ 10^{\frac{7}{2}},\ 10^{\frac{9}{2}}\right\}$ 이므로 $\sqrt{10}\in A_2$ (참)

ㄴ. 2이상의 자연수 $k$에 대하여 $n(A_k)=5$ (참)

ㄷ. 서로 다른 자연수 $m,n$에 대하여 $A_m\cap A_n=\phi$ (거짓)

179) 답 : ④

[해설]

ㄱ. 【반례】 $a=10$일 때,

$f(10)=0,\ f\left(\frac{1}{10}\right)=0$ 이므로 $f(10)+f\left(\frac{1}{10}\right)\neq 1$ (거짓)

ㄴ. $f(a)=\alpha,\ f(b)=\beta$라 하면 $\left(a,\ \frac{1}{b}\right)\in S$이므로

$f(a)+f\left(\frac{1}{b}\right)=\alpha+(1-\beta)=1$

$\therefore\ \alpha=\beta$

$f(b)+f\left(\frac{1}{a}\right)=\beta+(1-\alpha)=1$ 이므로 $\left(b,\ \frac{1}{a}\right)\in S$(참)

ㄷ. $f(a)=\alpha,\ f(b)=\beta,\ f(c)=\gamma$라 하면

$\left(a,\ \frac{1}{b}\right)\in S$이므로 $\alpha=\beta$

$\left(b,\ \frac{1}{c}\right)\in S$이므로 $\beta=\gamma$

따라서 $\alpha=\gamma$이고, $\alpha+(1-\gamma)=1$ 이므로 $\left(a,\ \frac{1}{c}\right)\in S$(참)

180) 답 : ⑤

[해설]

$5^{2\log_5 3}=5^{\log_5 9}=9$

181) 답 : ③

[해설]

$\log_3\left(\sqrt{3^3}\cdot\sqrt[3]{3}\right)^2=\log_3\left\{\left(3^{\frac{3}{2}}\times 3^{\frac{1}{3}}\right)\right\}^2=\log_3 3^{\frac{11}{3}}=\frac{11}{3}$

182) 답 : ⑤

[해설]

$\sqrt[3]{27}+\log_3 81=\sqrt[3]{3^3}+\log_3\sqrt{(3^2)^2}=3+2=5$

183) 답 : 3

[해설]

$\log_2 3-\log_2\frac{9}{2}+\log_2 12=\log_2\frac{3\times 12}{\frac{9}{2}}=\log_2 8=3$

184) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]로그의 성질을 이용하여 계산하기

$\log_2\frac{2}{3}-\log_2\frac{2\sqrt{2}}{3}+\log_2 8\sqrt{2}$

$\log_2\left(\frac{2}{3}\times\frac{3}{2\sqrt{2}}\times 8\sqrt{2}\right)=3$

185) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]로그를 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\log_5 3\times\left(\log_3\sqrt{5}-\log_{\frac{1}{9}}125\right)=\log_5 3\times\left(\frac{1}{2}\log_3 5+\frac{3}{2}\log_3 5\right)$

$=\log_5 3\times 2\log_3 5=2$

186) 답 : 16

[해설]

$4\log_3 27-\log_{\frac{1}{3}}81=\log_3\left(3^{12}\times 3^4\right)=16$

187) 답 : ①

[해설]

$(x^2+2xy+y^2)(x^2-2xy+y^2)=(x^2-y^2)^2$

$=\left\{\left(\sqrt{\log_2 3}\right)^2-\left(\sqrt{\log_2 6}\right)^2\right\}^2=(\log_2 3-\log_2 6)^2$

$=1$

188) 답 : ⑤

[해설]

$f(\alpha)=3,\ f(\beta)=5$ 이므로 $\alpha=a^3,\ \beta=a^5$ 이다.

$f(x)=2$ 에서 $x=a^2$ 이므로 $x=\frac{\beta}{\alpha}$ 이다.

189) 답 : 16

[해설]

$2\log_2 3\times 8\log_3 2=16$

190) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$A=\{2,\ 2^2,\ 2^3,\ 2^4,\ \cdots\}$이고 집합 $A$의 원소 중에서

상용로그의 정수부분이 1인 자연수는 두 자리 자연수이다.

따라서 주어진 조건을 만족시키는 원소는 $2^4$, $2^5$, $2^6$이므로

$2^4+2^5+2^6=112$이다.

191) 답 : ③

[해설]

$\log x=2.6767$ 이므로 $x=475$

$\log\left(\frac{2}{5}\right)^{20}=20(\log 4-1)=-7.96$

$\log\left(\frac{2}{5}\right)^{20}$ 의 정수부분이 $-8$이므로 $y=8$

$\therefore\ x+y=483$

192) 답 : ③

[해설]

(A): $\log_a b$ (B): 1 (C): $a^2$

193) 답 : 13

[해설]

[출제 의도]로그의 기본성질을 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

주어진 조건에서 각 변끼리 더하면

$2(\log_2 ab+\log_2 bc+\log_2 ca)=20$

$\log_2 ab+\log_2 bc+\log_2 ca=10 \cdots$ ①

따라서 $\log_2 ab=2,\ \log_2 bc=3,\ \log_2 ca=5$ 이므로

$ab=4,\ bc=8,\ ca=32 \cdots$ ②

① 에서 $\log_2(abc)^2=10,\ \log_2 abc=5$

$\therefore\ abc=32 \cdots$ ③

②, ③에서 $a=4,\ b=1,\ c=8$ 이므로 $a+b+c=13$

194) 답 : 7

[해설]

$k,\ n,\ \alpha$가 방정식의 세 근이므로

$(x-k)(x-n)(x-\alpha)=0$

$x^3-(k+n+\alpha)x^2+(kn+n\alpha+k\alpha)x-kn\alpha=0$

이때, 정수부분이 $n$이므로 $k=n+1$

$k+n+\alpha=2n+1+\alpha=7+\frac{1}{4}$

$n=3,\ k=4,\ \alpha=\frac{1}{4}$ ∵ $n$은 정수)

$p=kn\alpha=3$

$\therefore\ p+k=7$

195) 답 : ②

[해설]

㈎ $[\log x]=[\log 365]=2$에서 $2\le\log x<3$이다.

㈏ $\log x^3$과 $\frac{\log 1}{x}$의 소수부분이 같으므로

$\log x^3 - -\frac{\log 1}{x}=4\log x$는 정수이다.

$8\le 4\log x<12$이므로 $4\log x=8,\ 9,\ 10,\ 11$이다.

따라서, $x=10^2,\ 10^{\frac{9}{4}},\ 10^{\frac{5}{2}},\ 10^{\frac{11}{4}}$ 이므로

모든 양의 실수 $x$의 곱은 $10^{2+\frac{9}{4}+\frac{5}{2}+\frac{11}{4}}=10^{\frac{19}{2}}$ 이다.

196) 답 : ②

[해설]

$n$년 후 이산화탄소 배출량은 $6\times(1-0.05)^n$억 톤이므로

$6\times 0.96^n\le 4,$

$0.95^n\le\frac{2}{3}$

양변에 상용로그를 취하면 $n(\log 9.5-1)\le\log 2-\log 3$

$0.022n\ge 0.176,$

$n\ge 8$

따라서, 8년 후에 4억 톤 이하가 된다.

197) 답 : ②

[해설]

2009년에서 $n$년 후의 배출량을 $a_n$이라 하면

$a_n=4\times10^7\times(0.91)^n$

$4\times10^7\times(0.91)^n\le\{2\times10\}^7$

$n\ge 7.5$이므로 2017년이다.

198) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]지수의 성질을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $2^x\cdot 3^y=6^z\cdot 6^z=36^z$ (참)

ㄴ. $2^z\cdot 3^{z-y}=\frac{2^z\cdot 3^z}{3^y}=\frac{6^z}{3^y}=1$ (참)

ㄷ. $2^x=3^y=3^{1-x}$에서 $6^x=3,\ x=\log_6 3$

$6^z=2^x=2^{\log_6 3}$에서 $z=\log_6 2^{\log_6 3}=\log_6 2\cdot\log_6 3$ (참)

199) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]로그의 성질을 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$T=2T_0$일 때, $v=\sqrt{10}v_0$이므로 이를 대입하면

$\log\sqrt{10}=K\left(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{2T_0}\right)$

$\frac{1}{2}=\frac{K}{2T_0}$

$\therefore\ \frac{K}{T_0}=1$

$T=4T_0$일 때

$\frac{\log\{v\}}{v_0}=K\left(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{4T_0}\right)=\frac{3K}{4T_0}=\frac{3}{4}$

$\frac{v}{v_0}=10^{\frac{3}{4}}$

$\therefore\ v=10^{\frac{3}{4}}v_0=\sqrt[4]{1000}v_0$

200) 답 : ①

[해설]

㈐에서 $\log_6 abc=3$이므로 $abc=6^3\cdots$①이다.

㈎에서 $a,\ b,\ c$가 등비수열을 이루므로

$b^2=ac\cdots$②이다.

그러므로 ①, ②을 연립하여 풀면 $b=6\cdots$③이다.

이때, ③을 ②에 대입하여 풀며 $ac=6^2$이다.

그러므로㈏로부터 $6-a=1,\ 4$이므로 $a=5,\ 2$이다.

한편, $ac=6^2$에서 $a$는 $6^2$의 약수이므로 $a=2$뿐이다.

그러므로 $a=2$를 $ac=6^2$에 대입하면 $b=6,\ c=18$이다.

따라서 $a+b+c=26$이다.

201) 답 : 116

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분의 성질 이해하기

$n$은 두 자리의 자연수이므로 $f(n)=1$이고

$\log n=1+\alpha(0\le\alpha<1)$라 하면

$\log 2n=1+\log 2+\alpha$이다.

(ⅰ) $0 \le \log 2+\alpha<1$ 인 경우 $f(2n)=1$ 이므로

$10 \le n \le 49$ 이고, $\log 3n-1<\log 2$ 에서 $3n<20$ 이다.

따라서 두 자리의 자연수 $n$은 없다.

(ⅱ) $1 \le \log 2+\alpha$ 인 경우 $f(2n)=2$ 이므로

$50 \le n \le 99$ 이고, $\log 3n-2<\log 2$ 에서 $3n<200$ 이다.

따라서 $50 \le n<\frac{200}{3}$ 이 되어 만족시키는

자연수 $n$의 범위는 $50 \le n \le 66$ 이다.

그러므로 최댓값과 최솟값의 합은 116 이다.

202) 답 : ④

[해설]

2010 년 초 자전거 보유 인구 $500\{\times 10\}^4 \times \frac{16}{100}$

5 년 후 자전거 보유 인구 $500 \times 10^4 \times \frac{16}{100}(1+0.28)^5$

$(1.28)^5=x$ 라 하면

$\log x=5\log 1.28=5(0.108)=0.54$

$x=3.50$

5년 후 자전거 보유 인구는 $500 \times 10^4 \times \frac{16}{100} \times 3.50$

$$\therefore \frac{500 \times 10^4 \times \frac{16}{100} \times 3.50}{500 \times 10^4} \times 100=56\%$$

203) 답 : 6

[해설]

[출제 의도]상용로그의 소수부분을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\log n=\alpha$ 라 하면 $1<n<10$ 이므로 $0<\alpha<1$ 이다.

$\frac{\log 1}{n}=-\log n=-\alpha=-1+(1-\alpha)$

$\log n^2=2\log n=2\alpha$

(ⅰ) $0<\alpha<\frac{1}{2}$ 일 때, $1-\alpha>2\alpha$ 이므로 $0<\alpha<\frac{1}{3}$

따라서 $0<\log n<\frac{1}{3}$ 이므로 $1<n<\sqrt[3]{10}$

$\therefore n=2$

(ⅱ) $\frac{1}{2} \le \alpha<1$ 일 때, $1-\alpha>2\alpha-1$ 이므로 $\frac{1}{2} \le \alpha<\frac{2}{3}$

따라서 $\frac{1}{2} \le \log n<\frac{2}{3}$ 이므로 $\sqrt{10} \le n<\sqrt[3]{100}$

$\therefore n=4$

따라서 구하는 모든 자연수 $n$의 값의 합은 $2+4=6$ 이다.

204) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분의 성질 이해하기

$\log x=2+\alpha \ (0 \le \alpha<1)$ 라 하면

$\log \sqrt[3]{x^2}=\frac{2}{3}\log x=\frac{2}{3}(2+\alpha)=\frac{4}{3}+\frac{2}{3}\alpha$

$=1+\frac{2\alpha+1}{3}$

이다.

$\frac{1}{3} \le \frac{2\alpha+1}{3}<1$ 이므로 $\log \sqrt[3]{x^2}$ 의 소수부분은 $\frac{2\alpha+1}{3}$ 이다.

따라서 $\alpha+\frac{2\alpha+1}{3}=1$ 이므로 $\alpha=\frac{2}{5}$ 이다.

그러므로 $\log x^5=5\left(2+\frac{2}{5}\right)=12$

205) 답 : ③

[해설]

$2^n \le A<2^{n+1}$ 이므로 $f(n)=2^n$

ㄱ. $f(2)=4 \therefore$ (참)

ㄴ.(좌) = $f(2n)=2^{2n}$

(우) = $2f(n)=2^{n+1}$, (좌) $\neq$ (우) $\therefore$ (거짓)

ㄷ. $f(1)+f(2)+\cdots+f(n)=\frac{2(2^n-1)}{2-1}=2^{n+1}-2=f(n+1)-2$

$\therefore$ (참)

206) 답 : 48

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

㈎에서 $1 \le \log M<2$ 임을 알 수 있고

㈎에 의해 $\log M=1+\alpha \ (0 \le \alpha<1)$라 하면

$\log M^2=2+2\alpha=2\log M$에서 $2 \le \log M^2<3$ 이므로

$0 \le 2\alpha<1$ 즉, $0 \le \alpha<\frac{1}{2}$ 이다.

이때, ㈏는 $\log M$과 $\log M^2$ 의 소수부분의 합이 1 임을 나타내므로

$\log M+\log M^2=3+3\alpha$ 는 정수이다.

$0 \le 3\alpha<3$ 이므로 $3\alpha=0, 1, 2$ 이고 $\alpha=\frac{1}{3}$ ∵ 소수부분의 합이 1 이고 $0 \le \alpha<\frac{1}{2}$ )

$\log M=1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3} \therefore 36\log M=36 \times \frac{4}{3}=48$

207) 답 : 92

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분의 성질을 이용하여 문제해결하기

$2a, 3b$ 는 두 자리의 자연수 또는 세 자리의 자연수이다.

$|\log 3b-\log 2a|=1$ 이므로 $\frac{\log\{3b\}}{2a}=\pm 1$ 이고 $\frac{3b}{2a}=10$ 또는 $\frac{1}{10}$ 이다.

(ⅰ) $\frac{3b}{2a}=10$ 일 때, $a=12, b=80$ 이다.

(ⅱ) $\frac{3b}{2a}=\frac{1}{10}$ 일 때, $a=15b$ 를 만족하는 두 자리의 자연수 $a, b$ 는 존재하지 않는다.

따라서 $a+b=92$

208) 답 : ②

[해설]

$\log x^3-\log x=3\log x-\log x=2\log x=$ (정수)이므로

ㄱ. $\sqrt{10}<x<1000$ 에서 $1<2\log x<6$

$\therefore\ N(\sqrt{10},\ 1000)=4$ (참)

ㄴ. $10^p < x < 10^{p+10}$ 에서 $2p < 2\log x < 2p+20$

$\therefore\ N(10^p,\ 10^{p+10})=19$ (참)

ㄷ. $2^{10} < x < 2^{50}$ 에서 $6.02 < 2\log x < 30.10$

$\therefore\ N(2^{1}0,\ 2^{50})=24$ (거짓)

209) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분의 성질을 알고 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $f(2010)=f(0.201)=\log 2.01$ (참)

ㄴ.(반례) $x=10,\ y=\sqrt{10}$ 이면 $f\left(\dfrac{x}{y}\right)=0.5$ ,

$f(x)-f(y)=-0.5$ 이다.(거짓)

ㄷ. $f(x)+f(y)=0$ 이므로 $f(x)=f(y)=0$ 이다.

따라서 $x=10^m,\ y=10^n$ ( $m,\ n$은 정수)이다.

그런데 $x>1,\ y>1$ 이므로 $x,\ y$는 모두 정수이다.(참)

210) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]로그의 성질을 이용하여 계산하기

$$\log_4\frac{16}{9}+\log_2 3=\log_2\frac{4}{3}+\log_2 3=2$$

211) 답 : ②

[해설]

$$\log_2(\sqrt{3})^2-\log_2 6=\log_2\frac{3}{6}=\log_2\frac{1}{2}=-1$$

212) 답 : ④

[해설]

$$\log_4 2+\log_4 8=\log_4 16=2$$

213) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]로그 계산하기

$$2\log_3\sqrt{6}+\log_3\frac{3}{2}=\log_3\left\{(\sqrt{6})^2\times\frac{3}{2}\right\}$$

$$=\log_3 3^2=2$$

214) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]지수법칙과 로그의 성질을 이용 하여 식의 값 계산하기

$a=2\times 6^4=2^5\times 3^4,\ b=3\times 3^3=3^4$ 이므로

$$\log_2 a-\log_2 b=\log_2\frac{a}{b}=\log_2\frac{2^5\times 3^4}{3^4}$$

$$=\log_2 2^5=5$$

215) 답 : ④

[해설]

$$\log_9 24=\frac{\log 24}{\log 9}=\frac{3\log 2+\log 3}{2\log 3}=\frac{3a+b}{2b}$$

216) 답 : 36

[해설]

[출제 의도]밑의 변환공식을 이용하여 로그를 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$(\text{주어진 식})=3\times 3\times\frac{\log 4}{\log 3}\times\frac{\log 9}{\log 2}=3\times 3\times 2\times 2=36$$

217) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]로그함수 이해하기

㈎에서 $a+2b=3$

㈏에서 $y=1$을 대입하면 $f(1)=2$ 이므로

$b=1$ 이다.

$\therefore\ a=1$

따라서 $f\left(\dfrac{1}{16}\right)=-\log_2 16+2=-2$ 이다.

218) 답 : 10

[해설]

[출제 의도]로그의 성질 이해하기

$$5^{\frac{1}{\log 5}}=5^{\log_5 10}=10^{\log_5 5}=10$$

219) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]로그의 정의 이해하기

$3.02^x=63100$

$$x=\log_{3.02}63100=\frac{\log 63100}{\log 3.02}=\frac{4.80}{0.48}=10$$

$\therefore\ 3.02\times x=3.02\times 10=30.2$

220) 답 : 18

[해설]

[출제 의도]로그의 밑과 진수 조건 구하기

[해설]밑 $x-3>0$ 이고 $x-3\neq 1$ 이므로

$3<x<4$ 또는 $x>4$ 이다.

진수 $-x^2+11x-24>0$ 이므로

$3<x<8$ 이다.

두 조건을 동시에 만족하는 정수는 $5,\ 6,\ 7$ 이다.

$\therefore\ 5+6+7=18$

221) 답 : ②

[해설]

$$\frac{1}{2}\log_2\frac{8}{5}+\log_2\sqrt{5}=\log_2\left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{1}{2}}\times 5^{\frac{1}{2}}=\log_2 2^{\frac{3}{2}}=\frac{3}{2}$$

222) 답 : ②

[해설]

$$a_n=\log_8\frac{n(n+1)}{2}-\log_8 n^2=\log_8\frac{n(n+1)}{2n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\log_8\frac{n(n+1)}{2n^2}=\log_8\frac{1}{2}=-\frac{1}{3}$$

223) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]지수부등식을 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를

묻는 문제이다.

$n$년 후의 물가지수가 현재의 2배 이상이 된다면

$(1+0.04)^n \geq 2$

양변에 상용로그를 취하면

$n\log 1.04 \geq \log 2$

$$n \geq \frac{\log 2}{\log 1.04} = \frac{0.301}{0.017} = 17.7\times\times$$

따라서 18년 후에 물가지수가 처음으로 현재의 2배 이상이 된다.

224) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]로그의 성질을 이해하고 계산하기

[해설] $\dfrac{\log\left\{\left(\dfrac{3}{5}\right)^2 \times \dfrac{1}{2}\right\}}{18} = \dfrac{\log 1}{100} = -2$

225) 답 : 72

[해설]

$\log\sqrt{x}$ 와 $\log\sqrt[3]{\sqrt{x}}$ 의 소수부분이 같으므로

$\log\sqrt{x} - \log\sqrt[3]{\sqrt{x}} = \dfrac{1}{3}\log x$

$\dfrac{1}{3}\log x$는 정수이고 $\dfrac{20}{3} < \dfrac{1}{3}\log x < 10$이므로

$\log x = 21,\ 24,\ 27$

$\therefore\ x = 10^21,\ 10^24,\ 10^{27}$

따라서 $\log N = \log 10^{21}\cdot 10^{24}\cdot 10^{27} = 72$

226) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]로그의 성질 이해하기

$a_n = 2^{n+\frac{1}{2}} = 2^{\frac{2n+1}{2}}$ 이므로

$\log_{\sqrt{2}}a_1 + \log_{\sqrt{2}}a_2 + \log_{\sqrt{2}}a_3 + \cdots + \log_{\sqrt{2}}a_{10}$

$= \log_{\sqrt{2}}\left(2^{\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{5}{2}} \times \cdots \times 2^{\frac{21}{2}}\right)$

$= \log_{\sqrt{2}}2^{\frac{120}{2}} = 120$

227) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]복소수의 성질 이해하기

$\sqrt{(-n-1)(n-2)} = -\sqrt{-n-1}\sqrt{n-2}$ 가 성립하려면

$-n-1 \leq 0,\ n-2 \leq 0$이므로

$-1 \leq n \leq 2$

[1] $n=-1$일 때, $\log x = -\dfrac{1}{2}$

$\therefore\ x = 10^{-\frac{1}{2}}$

[2] $n=0$일 때,

$\log x = \dfrac{1}{2}$

$\therefore\ x = 10^{\frac{1}{2}}$

[3] $n=1$일 때,

$\log x = \dfrac{3}{2}$

$\therefore\ x = 10^{\frac{3}{2}}$

[4] $n=2$일 때,

$\log x = \dfrac{5}{2}$

$\therefore\ x = 10^{\frac{5}{2}}$

$\therefore$ 모든 $x$값의 곱은 $10^4$

228) 답 : ②

[해설]

ㄱ. $\log ab - \log b$의 소수부분이 0이므로 $f(a)=0$(참)

ㄴ. ㄱ에서 $a=b$를 대입하면 $f(a)=0$이므로

$a=10$으로 1개이다.(참)

ㄷ. $f(ab)=0$을 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b)$는

$(10,\ 10),\ (20,\ 50),\ (25,\ 40),\ (40,\ 25),\ (50,\ 20)$으로 5개다.

(거짓)

229) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]로그의 성질 이해하기

$\log_3\sqrt{b-2a} - \log_3 a = \log_3\dfrac{\sqrt{b-2a}}{a}$

$= \log_3\dfrac{\sqrt{(10^5+1)a-2a}}{a} = \log_3\sqrt{\dfrac{(10^5-1)a}{a^2}}$

$= \log_3\sqrt{\dfrac{(10^5-1)}{a}} = \log_3\sqrt{\dfrac{99999}{11111}} = \log_3 3 = 1$

230) 답 : 79

[해설]

[출제 의도]역행렬을 이용하여 실생활문제 해결하기

[해설] $\begin{cases} x+y=30 \\ x(1-0.2)^2 + y(1-0.3)^2 = 15 \end{cases}$

$\begin{pmatrix} 1,\ 1 \\ 0.64,\ 0.49 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 15 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,\ 1 \\ 0.64,\ 0.49 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 30 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{49}{15},\ \frac{20}{3} \\ \frac{64}{15},\ -\frac{20}{3} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 30 \\ 15 \end{pmatrix}$

$A$의 $(2,\ 1)$성분은 $\dfrac{64}{15}$이므로 $a+b=79$이다.

231) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]로그부등식을 이용하여 실수의 대소를 비교할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$a<b<1$에서

$\log_a a > \log_a b > \log_a 1$

$\therefore\ 0 < \log_a b < 1 \cdots$ ①

$a+1>1$에서

$\log_b(a+1) < \log_b 1 = 0 \cdots$ ②

$1 < a+1 < b+1$에서

$\log_{a+1}(a+1) < \log_{a+1}(b+1)$

$\therefore\ \log_{a+1}(b+1) > 1 \cdots$ ③

① , ②, ③에서

$\log_b(a+1) < \log_a b < \log_{a+1}(b+1)$

$\therefore\ B < A < C$

232) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분의 뜻을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $\dfrac{\log\{x\}}{y} = \log x - \log y = 7$ 이므로 $\dfrac{x}{y} = 10^7$ 이다.

따라서 $\dfrac{x}{y}$ 의 값은 자연수이다.(참)

ㄴ. $\log x = \log(a \times 10^m) = m + \log a = 5 + 0.65$ 에서

$m = 5,\ \log a = 0.65$

$\log y = \log(b \times 10^n) = n + \log b = -2 + 0.65$ 에서

$n = -2,\ \log b = 0.65$

$\therefore\ m + n = 3$ (거짓)

ㄷ. ㄴ에서 $\log ab = \log a + \log b = 1.3$ 이므로

$ab = 10^{1.3} > 10$ (참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

233) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분의 성질 추론하기

ㄱ.(반례) $x = 2,\ m = 2,\ n = 3$ 일 때

$f(2^{2+3}) = f(32) = 1$

$f(2^2) + f(2^3) = f(4) + f(8) = 0$ (거짓)

ㄴ.(반례) $a = 6$ 일 때 성립하지 않는다.(거짓)

ㄷ. $\log x + \log x^2 + \cdots + \log x^n$

$= f(x) + f(x^2) + \cdots + f(x^n)$

$+ g(x) + g(x^2) + \cdots + g(x^n)$

$\dfrac{n(n+1)}{2}\log x = f(x) + f(x^2) + \cdots + f(x^n) + 1$ (참)

234) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]지수함수 이해하기

$y = 2^{\log_3 x}$ 이므로 $(a,\ b) \in A$ 이면 $b = 2^{\log_3 a}$ 이다.

ㄱ. $2^{\log_3 3a} = 2^{1 + \log_3 a} = 2 \cdot 2^{\log_3 a} = 2b$ (참)

ㄴ. $\dfrac{1}{b} = 2^{-\log_3 a} = 2^{\log_3 \frac{1}{a}}$

$\left(\dfrac{1}{a},\ \dfrac{1}{b}\right) \in A$ 이다.(거짓)

ㄷ. $(c,\ d) \in A$ 이면 $d = 2^{\log_3 c}$ 이다.

$2^{\log_3 ac} = 2^{\log_3 a + \log_3 c} = 2^{\log_3 a} \cdot 2^{\log_3 c} = bd$ (참)

235) 답 : 11

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분을 이용하여 문제 해결하기

$a,\ b$ 는 $100$ 보다 큰 실수이므로

$[\log a],\ [\log b]$ 가 $2$ 이상의 정수이다.

$[\log a] = 2,\ [\log b] = 3$ 이므로

$2 < \log a < 3,\ 3 \le \log b < 4$

$5 < \log a + \log b = \log ab < 7$ 이다.

$\therefore\ \log ab$ 의 정수부분은 $5$ 또는 $6$

236) 답 : 80

[해설]

[출제 의도]로그의 뜻을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$10 \le n < 16$ 일 때 $2 < \log_3 n < 3,\ 1 < \log_4 n < 2$ 13이므로

$\log_3 n$ 과 $\log_4 n$ 의 정수부분은 각각 $2,\ 1$ 이다.

$16 \le n < 27$ 일 때 $2 < \log_3 n < 3,\ 2 \le \log_4 n < 3$ 이므로

$\log_3 n$ 과 $\log_4 n$ 의 정수부분은 $2$ 로 같다.

$27 \le n < 64$ 일 때 $3 \le \log_3 n < 4,\ 2 < \log_4 n < 3$ 이므로

$\log_3 n$ 과 $\log_4 n$ 의 정수부분은 각각 $3,\ 2$ 이다.

$64 \le n < 81$ 일 때 $3 < \log_3 n < 4,\ 3 \le \log_4 n < 4$ 이므로

$\log_3 n$ 과 $\log_4 n$ 의 정수부분은 $3$ 으로 같다.

$81 \le n < 100$ 일 때 $4 \le \log_3 n < 5,\ 3 < \log_4 n < 4$ 이므로

$\log_3 n$ 과 $\log_4 n$ 의 정수부분은 각각 $4,\ 3$ 이다.

따라서 구하는 두 자리의 자연수 $n$ 의 최댓값은 $80$ 이다.

237) 답 : 21

[해설]

$N^2$ 이 $7$ 자리수이므로 $\log N^2 = 6 + \alpha\ (0 < \alpha < 1)$ 이라 하면

$\log N = 3 + \dfrac{\alpha}{2}$

$\dfrac{\log 1}{N} = -\log N = -4 + \left(1 - \dfrac{\alpha}{2}\right)$

$\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1}{4}\left(1 - \dfrac{\alpha}{2}\right) \to \alpha = \dfrac{2}{5}$

$\therefore\ \log N = 3 + \dfrac{1}{5} = \dfrac{16}{5}$

$p + q = 5 + 16 = 21$

238) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분의 성질 이해하기

$10^{f(x)+g(x)} = x$ 의 양변에 상용로그를 취하면

$f(x) + g(x) = \log x$ 이다.

즉, $\log x$ 의 정수부분이 $f(x)$, 소수부분이 $g(x)$ 이다.

$f(a) = 3$ 이므로 $\log a$ 의 정수부분은 $3$ 이다.

$\log a = 3 + g(a)$

$\log\sqrt{a} = \dfrac{3}{2} + \dfrac{g(a)}{2} = 1 + \left\{\dfrac{1}{2} + \dfrac{g(a)}{2}\right\}$

$\log\sqrt{a}$ 의 소수부분은 $\dfrac{1}{2} + \dfrac{g(a)}{2}$ 이다.

$g(a) + g(\sqrt{a}) = g(a) + \left\{\dfrac{1}{2} + \dfrac{g(a)}{2}\right\} = 1$ 이므로

$g(a) = \dfrac{1}{3}$ 이다.

따라서 $\log a = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ 이므로 $a = 10^{\frac{10}{3}}$ 이다.

239) 답 : 320

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분의 성질 이해하기

(ⅰ)조건 Ⅰ에 의해 $N$은 세 자리 정수이다.

(ⅱ)조건 Ⅱ에서

$\log 32 - [\log 19] = \log 32 - 1 = \log 3.2$ 이므로

$\log N$의 소수부분은 $\log 3.2$

$\therefore\ N = 320$

240) 답 : 490

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

㈎에서 $5 \le \log k < 6$ 이므로

$10^5 \le k < 10^6 \cdots$ ①

㈏에서 $\frac{\log\{\sqrt{k}\}}{7}$ 의 소수부분이 0이므로

$\frac{\log\{\sqrt{k}\}}{7} = n$ ( $n$은 정수)

따라서 $\frac{\sqrt{k}}{7} = 10^n$ 이므로

$k = 49 \times 10^{2n}$

① 에서 $n = 2$ 이므로

$k = 49 \times 10^4 = 490000$

$\therefore\ \frac{k}{1000} = 490$

241) 답 : ①

[해설]

$\log x = n + \alpha$ (단, $n \ge 0$인 정수, $0 \le \alpha < 1$)

$(\log x)^2 + 23\alpha^2 = 2n^2$

$(n+\alpha)^2 + 23\alpha^2 = 2n^2$

$(n - 6\alpha)(n + 4\alpha) = 0$

$\therefore\ n = 6\alpha$ ($\because\ n \ge 0$인 정수)

$0 \le \alpha < 1$이고 $0 \le n < 6$인 정수

$(n,\ \alpha) = \left(1,\ \frac{1}{6}\right),\ \left(2,\ \frac{1}{3}\right),\ \left(3,\ \frac{1}{2}\right),\ \left(4,\ \frac{2}{3}\right),\ \left(5,\ \frac{5}{6}\right)$

$m = 10^{\frac{7}{6}},\ M = 10^{\frac{35}{6}}$

$\therefore\ \log mM = 7$

242) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 가수 이해하기

$A = \left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^8}\right)$ 의

양변에 $\left(1-\frac{1}{2}\right)$을 곱하면

$\left(1-\frac{1}{2}\right)A = \left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^8}\right)$

$\frac{1}{2}A = 1 - \frac{1}{2^{16}}$

$\log\left(1 - \frac{1}{2}A\right) = \frac{\log 1}{2^{16}} = -16\log 2 = -4.8$

따라서 정수부분은 $-5$이다.

243) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]상용로그의 소수부분의 성질을 이용한 수학 내적 문제 해결하기

$2^4 \times 3^3$은 20개의 양의 약수를 갖는다.

약수들의 곱 $A = (2^4 \times 3^3)^{10} = 2^{40} \times 3^{30}$

$\left[\frac{A}{10^{n-1}}\right]$는 $A$의 최고자리의 숫자이고

$\log A = 40\log 2 + 30\log 3 = 26.353$ 이다.

$\log 2 < 0.353 < \log 3$ 이므로

$\left[\frac{A}{10^{n-1}}\right] = 2$

244) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]로그를 활용하여 실생활문제 해결하기

[해설]원산지 생산가격을 $a$, 비율을 $r$라 하자.

$.a(1+r)^5 = 2.24a.,\ (1+r)^5 = 2.24$

$5\log(1+r) = \log 2.24 = 0.35$

$\log(1+r) = 0.07 = \log 1.17 \therefore\ 1 + r = 1.17$

$\frac{a(1+r)}{a(1+r)^5} \times 100 = \frac{1.17}{2.24} \times 100ima \ge 52$ 이므로

약 52%이다.

245) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]로그의 밑과 진수의 조건 이해하기

(ⅰ)밑의 조건

임의의 실수 $x$에 대하여

$x^2 + a > 0,\ x^2 + a \ne 1$ 이므로

$a > 1$ (단, $a$는 정수)

$\therefore\ a = 2,\ 3,\ 4,\ \cdots$

(ⅱ)진수의 조건

임의의 실수 $x$에 대하여 $bx^2 - 4bx + 8 > 0$

$b = 0$일 때, $8 > 0$이므로 $b = 0$

$b \ne 0$일 때, $D = 16b(b-2) < 0,\ 0 < b < 2$ (단, $b$는 정수)이므로

$b = 1$

$\therefore\ b = 0,\ 1$

따라서, $a + b$의 최솟값은 2

246) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 가수 이해하기

직사각형의 넓이를 $S$라 하면

$S = 687^{10} \times 727^{10} = (6.87 \times 7.27 \times 10^4)^{10}$

양변에 상용로그를 취하면

$\log S = 10(\log 6.87 + \log 7.27 + 4)$
$= 10(0.8370 + 0.8615 + 4)$
$= 56.985$

$\log 9.66 = 0.985$ 이므로 $S = 9.66 \times 10^{56}$

$\therefore\ 9.66 \times 10^{56}$

247) 답 : ③

[해설]

$\log_a x = n + \alpha$

ㄱ. $\log_2 3 = 1 + \alpha,\ 2^{1+\alpha} = 3$ 이므로 $2^{\alpha} = \frac{3}{2}$ (참)

ㄴ. $\log_{\sqrt{a}} x = 2\log_a x = 2(n+\alpha)$

$\alpha \ge \frac{1}{2}$ 이면 $\log_{\sqrt{a}} x$ 의 정수부분은 $2n+1$ (거짓)

ㄷ. $n \le \log_a x < n+1$

$a^n \le x < a^{n+1}$ 이므로 자연수 $x$ 의 개수는 $(a-1)a^n$ (참)

248) 답 : 18

[해설]

[출제 의도]로그의 성질을 이용한 수학 외적 문제 해결하기

직사각형의 가로의 길이를 $2a$, 세로의 길이를 $a$라 하면,

$2a^2 = 10^{16} \Leftrightarrow a = \sqrt{\frac{1}{2} \times 10^{16}} = \frac{10^8}{\sqrt{2}}$,

$W = 2a = 2 \times \frac{10^8}{\sqrt{2}} = 2^{\frac{1}{2}} \times 10^8,\ t = 1$ 이므로

$2^{\frac{1}{2}} \times 10^8 = \pi \times 2^{\frac{3}{2}(n-1)}$

$= 2^{\frac{3}{2}(n-1)} = \frac{2^{\frac{1}{2}} \times 10^8}{\pi}$

$= \frac{3}{2}(n-1) = \log_2 \frac{2^{\frac{1}{2}} \times 10^8}{\pi}$

$= \dfrac{\log \dfrac{\left\{2^{\frac{1}{2}} \times 10^8\right\}}{\pi}}{\log 2}$

$= \dfrac{\frac{1}{2}\log 2 + 8 - \log \pi}{\log 2}$

$= 25.5$

$\therefore\ n = 18$

249) 답 : 101

[해설]

[출제 의도]로그의 성질을 이용한 수학 내적 문제 해결하기

$\log_2 x = f(x) + g(x)$ ( $f(x)$는 정수, $0 \le g(x) < 1$ )라 할 때,

$g(x) - f(x) = \log_2 x - 2f(x)$

$2^{\log_2 x - 2f(x)} = x \times 2^{-2f(x)}$

$x = 1$ 일 때, $f(x) = 0$

$x = \frac{1}{2}$ 일 때, $f(x) = -1$

$x = \frac{1}{3}$ 일 때, $f(x) = -2$

$x = \frac{1}{4}$ 일 때, $f(x) = -2$

$x = \frac{1}{5}$ 일 때, $f(x) = -3$

따라서,

$1 \times 2^0 + 2 \times \frac{1}{2} \times 2^2 + 3 \times \frac{1}{3} \times 2^4$

$+ 4 \times \frac{1}{4} \times 2^4 + 5 \times \frac{1}{5} \times 2^6$

$= 1 + 2^2 + 2^4 + 2^4 + 2^6 = 101$

250) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]로그의 성질을 이해하기

[해설] $\log_2 12\sqrt{2} - \log_2 3 = \log_2 4\sqrt{2} = \frac{5}{2}$

251) 답 : 12

[해설]

[출제 의도]로그의 성질을 이용하여 로그의 값 계산하기

$\log_3 16 \cdot \log_2 27 = \frac{\log 16}{\log 3} \cdot \frac{\log 27}{\log 2}$

$= \frac{4\log 2}{\log 3} \cdot \frac{3\log 3}{\log 2}$

$= 12$

252) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]로그의 성질을 이해하고 계산하기

[해설] $\log_3 12 + 2\log_3 \frac{3}{2} = \log_3 12 + \log_3 \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$= \log_3\left(12 \times \frac{9}{4}\right) = \log_3 3^3 = 3$

253) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]지수와 로그 계산하기

$(\log_2 16) \times \sqrt[3]{64} = 4 \times 2^{\frac{6}{3}} = 16$

254) 답 : ③

[해설]

$\log_2 \frac{3}{4} - \log_2 \sqrt{18} = \log_2\left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{3\sqrt{2}}\right)$

$= \log_2 \frac{1}{4\sqrt{2}} = \log_2 2^{-\frac{5}{2}} = -\frac{5}{2}$

255) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 로그의 연산 이해하기

$3^{\alpha\beta} = 3^4$, $\therefore\ \alpha\beta = 4$

$\log_4 \alpha^2 + \log_{16} \beta^4 = \log_{2^2} \alpha^2 + \log_{2^4} \beta^4$

$= \log_2|\alpha| + \log_2|\beta|$

$= \log_2 \alpha\beta$

$=\log_2 4$

$=2$

256) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]로그의 성질을 이용하여 계산하기

[해설] $\log_2\left(\frac{2}{9}\times 12^2\right)=\log_2 2^5=5$

257) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분의 성질 이해하기

$x$의 정수부분이 네 자리이므로,

$\log x=3+\alpha(0\le\alpha<1)\cdots$ ①

$\log x^3=9+3\alpha$의 정수부분이 9이므로

$3\alpha$는 가수이고, $0\le 3\alpha<1$

$\therefore\ 0\le\alpha<\frac{1}{3}\cdots$ ②

$\log x^4=12+4\alpha=13+(4\alpha-1)$의 정수부분이 13이므로

$4\alpha-1$은 가수이고, $0\le 4\alpha-1<1$

$\therefore\ \frac{1}{4}\le\alpha<\frac{1}{2}\cdots$ ③

②, ③에서 $\alpha$의 범위는 $\frac{1}{4}\le\alpha<\frac{1}{3}$

$\therefore$ $\log x$의 소수부분의 최솟값은 $\frac{1}{4}$

258) 답 : 17

[해설]

$[\log_2 k]=6$이므로 $2^6\le k<2^7$

$[\log_3 k]=3$이므로 $3^3\le k<3^4$

$\therefore\ 64\le k<81$, 정수 $k$의 개수는 17개이다.

259) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]로그의 성질 이용하여 문제 해결하기

[해설]로그의 정의를 이용하면

$\log_2 x^n=4$를 만족하는 $x$는 $x^n=2^4$의 정수해이므로,

$A_1=\{16\},\ A_2=\{-4,\ 4\},\ A_4=\{-2,\ 2\}$이다.

$n\log_2 x=4$를 만족하는 $x$는 $x=2^{\frac{4}{n}}$의 정수해이므로,

$B_1=\{16\},\ B_2=\{4\},\ B_4=\{2\}$이다.

$\therefore\ (A_1\cup A_2\cup A_4)-(B_1\cup B_2\cup B_4)$

$=\{-4,\ -2\}$

그러므로 모든 원소의 합은 $-6$이다.

260) 답 : 25

[해설]

[출제 의도]간단한 로그 계산하기

$2^{\log_{\sqrt{2}}5}=2^{2\log_2 5}=5^2=25$

261) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]상용로그의 소수부분 계산하기

$\log_2 x=5.2$이므로 $\frac{\log x}{\log 2}=5.2,\ \log x=1.56$

$\frac{\log 1}{x}=-\log x=\bar{2}.44$

$\therefore\ \frac{\log 1}{x}$의 소수부분 $=0.44$

262) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]로그의 정의를 이용하여 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$4^a=3-2\sqrt{2},\ 2^a=\sqrt{3-2\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$

$2^{-a}=\frac{1}{2^a}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}+1$

$\therefore\ 2^a+2^{-a}=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{2}+1)=2\sqrt{2}$

263) 답 : ③

[해설]

$\log\left(\frac{5}{2}\right)^{100}=100(\log 5-\log 2)$

$=100(0.6990-0.3010)$

$=100\times 0.3980$

$=39+0.8$

정수부분이 39이므로 정수부분은 40자리수

264) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]상용로그의 소수부분의 성질을 이용한 수학 내적문제 해결하기

$\log x=m+\alpha$(단, $m$은 정수, $0\le\alpha<1$)라 하면

$[[\log x]-\log x]=[-\alpha]$이므로 $f(x)$의 치역은 $\{-1,\ 0\}$

$-1<a<0$이므로 방정식 $f(x)=ax$의 실근이 없는 경우는 $y=ax$의 그래프가 자연수 $n$에 대하여 $(10^n,\ -1)$을 지날 때이다.

따라서 실근이 존재하지 않기 위한 기울기 $a$의 값은 $-\frac{1}{10^n}$이므로

모든 $a$의 값들의 합은 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{1}{10^n}\right)=-\frac{1}{9}$

265) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분의 성질 이해하기

[해설] $\log_{10}3^{10}=10\log_{10}3=4.771$이므로 $3^{10}$은 5자리 정수이고,

$\log_{10}\left(\frac{3}{10}\right)^{10}=10\log_{10}3-10=-6+0.771$이므로

$\left(\frac{3}{10}\right)^{10}$은 소수점 아래 6번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 수가 나타난다.

$\therefore\ 5+6=11$

266) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]로그의 정의를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

밑의 조건: $a>0,\ a\ne 1$이고 $b>0,\ b\ne 1$

$\log_a 3 = \frac{1}{2}$ 에서 $a^{\frac{1}{2}} = 3 \therefore a = 9$

$\log_b 9 = 2$ 에서 $b^2 = 9 \therefore b = 3$

$\therefore a + b = 12$

267) 답 : 74

[해설]

[출제 의도]로그의 성질 이해하기

$\log_2 1 < f(1) = 1 < \log_2 3$

$\log_2 2 < f(2) = 2 < \log_2 5$

$\log_2 4 < f(4) = 3 < \log_2 9$

$\log_2 8 < f(8) = 4 < \log_2 17$

$\log_2 16 < f(16) = 5 < \log_2 33$

$\log_2 20 < f(20) = 5 < \log_2 41$

$\sum_{n=1}^{20} f(n) = 1 + 2 \times 2 + 3 \times 4 + 4 \times 8 + 5 \times 5 = 74$

268) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]로그의 성질을 이용하여 상용로그의 소수부분을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\frac{\log\{x^2\}}{y} = 2\log x - \log y = 2(k+2) - \left(2k + \frac{3}{4}\right) = 3 + \frac{1}{4}$

따라서 구하는 소수부분은 $\frac{1}{4}$ 이다.

269) 답 : ⑤

[해설]

$f(N)$는 $\log_{10} N$의 가수이므로

$f(90) + f(800) - f(6000) = \log_{10} 9 + \log_{10} 8 - \log_{10} 6 = \log_{10} \frac{72}{6}$

$= \log_{10} 12$

270) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]로그함수 이해하기

함수 $f(x) = \log_2 x$ 의 그래프 위의 두 점

$A(a, \log_2 a)$, $B(b, \log_2 b)$ 을 이은 선분 $AB$를 $1:2$로 내분한 점은

$\left(\frac{2a+b}{3}, \frac{2\log_2 a + \log_2 b}{3}\right)$ 이다.

내분점이 $x$축 위에 있으므로

$\frac{2\log_2 a + \log_2 b}{3} = 0 \Leftrightarrow \log_2 a^2 b = 0$

$\therefore a^2 b = 1$

271) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분의 성질 이해하기

[해설] $\log_{10} x = n + \alpha (0 \le \alpha < 1)$라 하면

ㄱ. $n \le \log_{10} x < n+1$ 이므로 $[\log_{10} x] = n \therefore$ 참

ㄴ. $\log_{10} 1000x = 3 + \log_{10} x = (n+3) + \alpha$ 이므로 정수부분은 $(n+3)$ 이다. $\therefore$ 거짓

ㄷ. $n + \alpha - [n+\alpha] = \alpha = \frac{1}{2}$

$\log_{10} x^2 = 2\log_{10} = 2\left(n + \frac{1}{2}\right) = 2n+1$

$\log_{10} x^2$ 의 정수부분은 $2n+1$ 이고,

$x^2$ 은 $2n+2$ 자리 정수이다. $\therefore$ 참

272) 답 : ⑤

[해설]

$\log_{10} A$ 의 정수부분이 2, $\log_{10} B$의 정수부분이 3 이므로

$\log_{10} A = 2 + \alpha \ (0 \le \alpha < 1)$

$\log_{10} B = 3 + \beta \ (0 \le \beta < 1)$

$\log_{10} A + \log_{10} B = \log_{10} AB = 5 + \alpha + \beta$

여기에서 $0 \le \alpha + \beta < 2$ 이므로 $5 \le \log_{10} AB < 7$

$\log_{10} AB$의 정수부분이 5 또는 6 이다.

따라서 $m = 6, n = 7$ 또는 $m = 7, n = 6$

$\therefore m + n = 13$

273) 답 : ⑤

[해설]

$f(N)$는 $\log_{10} N$의 가수이므로

$f(90) + f(800) - f(6000) = \log_{10} 9 + \log_{10} 8 - \log_{10} 6 = \log_{10} \frac{72}{6}$

$= \log_{10} 12$

274) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]로그의 정의 이해하기

[해설]로그의 정의에 의하여 $m = \log_2 6, n = \log_3 6$ 이므로

$(m-1)(n-1) = 1$ 이다.

$\therefore \log(m-1)(n-1) = 0$

275) 답 : ①

[해설]

로그의 값이 정의되기 위해서는

로그의 밑 $a - 4 > 0, a - 4 \ne 1 \cdots$①이고,

모든 실수 $x$에 대하여 진수 $x^2 - ax + 2a$이 0보다 크기 위해서는

판별식 $D = a^2 - 8a < 0, 0 < a < 8 \cdots$②

① , ②에 의해 정수 $a$의 값은 $6, 7$ 이므로 그 합은 13 이다.

276) 답 : 50

[해설]

[출제 의도]상용로그의 성질을 이용한 수학 내적문제 해결하기

$\log x = 1 + \frac{1}{\alpha}, \log y = 1 + \frac{1}{\beta} \cdots$ ①

($\alpha, \beta$는 1이 아닌 자연수)라 하자.

$\frac{x^4}{y^2} = 1000$ 의 양변에 상용로그를 취하면

$4\log x - 2\log y = 3$ 이고 ①식을 대입하여 정리하면

$4\beta - \alpha\beta - 2\alpha = 0$ 이므로

$(4 - \alpha)(\beta + 2) = 8$

따라서 $\alpha, \beta$가 자연수이므로 $\alpha = 2$ 또는 $\alpha = 3$

$\alpha=2$이면 $\beta=2$이고, $\alpha=3$이면 $\beta=6$

그런데 $\alpha, \beta$는 서로 다른 자연수이므로 $\alpha=3, \beta=6$

$20(\log x+\log y)=20\times\left(1+\frac{1}{3}+1+\frac{1}{6}\right)=50$

277) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]로그의 정수부분의 성질 이해하기

$2^n \le x<2^{n+1}$일 때, $a_n=2^{n+1}-2^n=2^n$

$3^{n-1} \le x<3^n$일 때, $b_n=3^n-3^{n-1}=2\cdot 3^{n-1}$

따라서 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{b_n}=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}=\frac{1}{1-\frac{2}{3}}=3$

278) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이용하여 실생활문제 해결하기

[해설]클릭 전 지도의 크기를 $A$라 하면 $a^3A=2A$이므로

$a=2^{\frac{1}{3}}$이며, $b^3A=\frac{1}{2}A$이므로 $b=2^{-\frac{1}{3}}$이다.

확대버튼 4번, 축소버튼 2번을 클릭하면

$a^4b^2A=\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^4\left(2^{-\frac{1}{3}}\right)^2A=2^{\frac{2}{3}}A$이므로 $k=2^{\frac{2}{3}}$

279) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$x$가 세 자리의 자연수이므로

$\log x=2+\beta(0\le\beta<1)$라고 하자.

$\log\sqrt{x}=\frac{1}{2}\log x=1+\frac{\beta}{2}$에서 $0\le\frac{\beta}{2}<\frac{1}{2}$이므로

$\log\sqrt{x}$의 소수부분은 $\frac{\beta}{2}$이다.

$\log\sqrt[3]{x^2}=\frac{2}{3}\log x=\frac{4}{3}+\frac{2\beta}{3}=1+\frac{1}{3}+\frac{2\beta}{3}$

에서 $\frac{1}{3}\le\frac{1+2\beta}{3}<1$이므로

$\log\sqrt[3]{x^2}$의 소수부분은 $\frac{1+2\beta}{3}$이다.

$\log\sqrt{x}$와 $\log\sqrt[3]{x^2}$의 소수부분의 합이 1이면

$\frac{\beta}{2}+\frac{1+2\beta}{3}=1$

$\therefore\ \beta=\frac{4}{7}$

$\log x^2=2\log x=4+\frac{8}{7}=5+\frac{1}{7}$이므로

$\log x^2$의 정수부분은 5이고, 소수부분은 $\frac{1}{7}$이다.

따라서, $n=5, \alpha=\frac{1}{7}$이므로 $n\alpha=\frac{5}{7}$이다.

280) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]상용로그를 이용하여 실생활과 관련된 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$500GB$로 표시된 하드디스크를 컴퓨터가 인식하는 용량을 $x\ GB$라 하면

$\log x=\log 500\times\frac{1000^3}{1024^3}$

$\frac{\log\{10^{12}\}}{2^{31}}=12-31\cdot\log 2$

$=12-9.331=2.699$

$2+\log 4.67=\log 467$

$\therefore\ x=467$

281) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분의 성질을 이해하는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $2^{10}=1024$로 네 자리 수이므로 정수부분은 3이다.

$\therefore\ f(10)=3$ ∴ 참

ㄴ. $\log 2^n=n\log 2=f(n)+\alpha\ (0<\alpha<1)$

$\log 5^n=n\log 5=g(n)+\beta\ (0<\beta<1)$에서

$\log 2^n+\log 5^n=f(n)+g(n)+\alpha+\beta$

$\therefore\ n=f(n)+g(n)+\alpha+\beta$

여기서 $n, f(n), g(n)$이 모두 정수이므로 $\alpha+\beta$도 정수이다. 즉, $\alpha+\beta=1$이다.

$\therefore\ f(n)+g(n)=n-1$ ∴ 거짓

ㄷ. ㄴ에서 $f(n)+g(n)=n-1$이므로

$f(n)+1+g(n)+1=n-1+2=n+1$이다.

따라서 $2^n$의 자릿수와 $5^n$의 자릿수의 합은

$10^n$의 자릿수인 $n+1$과 같다. ∴ 참

282) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]상용로그를 이용하여 실생활문제 해결하기

[해설]매월 전월보다 10%씩 증가하므로 12개월 후 이용자 수는 $10(1+0.1)^{12}$(만 명)이다.

$x=10(1+0.1)^{12}$라 하면

$\log x=\log 10(1.1)^{12}=\log 10+12\log 1.1$

$=1+0.48=1+\log 3.02=\log 30.2$

$\therefore\ x=30.2$(만 명)

그러므로 302000(명)이다.

283) 답 : 15

[해설]

[출제 의도]상용로그의 지표 구하기

[해설] $6^{20}=a\{\times 10\}^n$에서 $n$은 $\log 6^{20}$의 지표이다.

$20\log 6=20(\log 2+\log 3)=15.5620$이므로

$6^{20}$의 정수부분은 15이다. ∴ $n=15$

284) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]로그의 정의를 이용하여 문제 해결하기

[해설]로그의 밑과 진수 조건에 의하여

$1-x\ne 1, 1-x>0, x+5>0$

$-5 < x < 1 (x \neq 0)$

$\therefore\ x = -4,\ -3,\ -2,\ -1$

285) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]소수부분을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$\log a = 1 + \alpha\ (0 < \alpha < 1)$라 하면 $f(a) = \alpha$

$\dfrac{\log 1}{a} = -\log a = (-2) + (1-\alpha)$이므로 $f\left(\dfrac{1}{a}\right) = 1 - \alpha$

$\{f(a)\}^2 + \left\{f\left(\dfrac{1}{a}\right)\right\}^2 = \alpha^2 + (1-\alpha)^2 = 2\left(\alpha - \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{1}{2}$

$0 < \alpha < 1$에서 $\alpha = \dfrac{1}{2}$일 때 최솟값 $\dfrac{1}{2}$을 갖는다.

286) 답 : ②

[해설]

초기 박테리아의 수를 $a$라 하면

$t$일 후의 박테리아 수는 배증시간이 12시간, 즉 $\dfrac{1}{2}$일 이므로

$a \cdot 2^{2t} \geq a \cdot 20000$이 되므로

양변에 로그를 취하면 $2t\log 2 \geq \log 20000$

따라서 $t \geq \dfrac{4 + \log 2}{2\log 2} = \dfrac{4.3}{0.6} = 7.1\cdots$이므로

$\therefore$ 8일

287) 답 : 48

[해설]

[출제 의도]상용로그의 정수부분을 이해하고 계산하기

$N$은 두 자리 자연수이므로, $1 \leq \log N < 2$이고, $\log N$의 값을 소수점 첫째자리에서 반올림하면 1또는 2이다.

따라서, $\log_2 \dfrac{N}{8} = 1$또는 2

$\dfrac{N}{8} = 2$또는 4

$N = 16$또는 32

$\therefore$ 모든 $N$의 값의 합은 48

288) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]로그의 성질을 이용하여 표현하기

[해설] $a = \log_5 2,\ b = \log_5 3$

$\log_6 72 = \dfrac{3\log_5 2 + 2\log_5 3}{\log_5 2 + \log_5 3} = \dfrac{3a + 2b}{a + b}$

289) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]로그의 연산법칙 이해하기

ㄱ. 4 (참)

$16 = \log_4 16 + \log_{16} 4 = \dfrac{5}{2}$

ㄴ. $a^k$ (참)

$b^k = \log_{a^k} b^k + \log_{b^k} a^k = a$

$b$

ㄷ. $a^b$

$b^a = \log_{a^b} b^a + \log_{b^a} a^b$

$= \dfrac{a}{b}\log_a b + \dfrac{b}{a}\log_b a$

$= \log_a b^{\frac{a}{b}} + \log_{b^{\frac{a}{b}}} a$

$a$ (참)

$b^{\frac{a}{b}}$

290) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]로그의 대소관계를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $0 < a < 1,\ b > 1$이므로 $\log_a b < \log_a 1 = 0$

$\therefore\ A = \dfrac{1}{2}\log_a b < 0$ (참)

ㄴ. $0 < a < 1,\ b < \dfrac{1}{a}$이므로 $\log_a b > \log_a \dfrac{1}{a} = -1$

$\therefore\ A = \dfrac{1}{2}\log_a b > -\dfrac{1}{2}$

따라서 $-\dfrac{1}{2} < A < 0$이므로 $B = \dfrac{1}{A} < -2$

$\therefore\ A > B$(참)

ㄷ. $A = \dfrac{1}{B}$이므로 $AB = 1$

$\therefore\ \log_{ab}|A| + \log_{ab}|B| = \log_{ab}|AB| = \log_{ab} 1 = 0$ (참)

291) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]정수부분과 소수부분의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$\log a = 5 + \alpha$(단, $0 \leq \alpha < 1$)

$\log\sqrt{a} = \dfrac{5+\alpha}{2} = 2 + \dfrac{1+\alpha}{2}$ ( $\dfrac{1}{2} \leq \dfrac{1+\alpha}{2} < 1$ )

소수부분의 합이 $\dfrac{3}{4}$이므로

$\alpha + \dfrac{1+\alpha}{2} = \dfrac{3}{4} \Leftrightarrow \alpha = \dfrac{1}{6}$이다.

$\therefore\ \log a = 5 + \dfrac{1}{6} = \dfrac{31}{6}$

292) 답 : ③

[해설]

ㄱ. $n = \alpha = 0 \Leftrightarrow \log_{10} A = 0 \Leftrightarrow A = 1$ (참)

ㄴ. $\alpha \neq 0$일 때,

$\log_{10} 10A = 1 + n + \alpha$의 소수부분은 $\alpha$

$\log_{10} \dfrac{10}{A} = -n + (1-\alpha)$의 소수부분은 $1 - \alpha$ (거짓)

ㄷ. $\log_{10} 100A$의 정수부분은 $2 + n$,

$\log_{10} \dfrac{A}{100} = n + \alpha - 2$의 정수부분은 $n - 2$

$\therefore$ 정수부분의 합은 $2n$ (참)

293) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]등비수열의 합을 이해하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$A$지역의 연간 휘발유 소비량이 전년도의 $r$배로 감소한다고 하면
2007년의 휘발유 소비량은 $a$톤,
2008년의 휘발유 소비량은 $ar$톤, $\cdots$,
2015년의 휘발유 소비량은 $ar^8$톤으로 놓을 수 있다.
이때 2015년의 휘발유 소비량은 $\frac{1}{3}a$톤이므로

$$ar^8=\frac{1}{3}a,\ r^8=\frac{1}{3}$$

$$\therefore\ r=\sqrt[8]{\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt[8]{3}}=\frac{1}{1.15}=\frac{20}{23}$$

따라서 16년 동안 사용되는 휘발유 전체의 양은
$a+ar+ar^2+\cdots+ar^{15}$

$$=\frac{a(1-r^{16})}{1-r}=\frac{a\left(1-\frac{1}{9}\right)}{1-\frac{20}{23}}=\frac{184}{27}a\text{(톤)}$$

294) 답 : ④
[해설]

$\log_a(b+c)\neq\log_a b+\log_a c,\ \sqrt[a]{\sqrt[b]{c}}\ \neq\sqrt[a+b]{c},\ \log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$

Ⅱ에서 도달한 수가 12이므로 눌러야 할 버튼은 4, 8이다.

295) 답 : ⑤
[해설]
$[a,\,b]$는 $\log_a b$의 값을 넘지 않는 최대 정수이므로,
$a^n\le b<a^{n+1}$일 때, $[a,\,b]=n$이다.
$[2,\,25]+[3,\,25]+[4,\,25]+\cdots+[25,\,25]$
$=4\times1+2\times3+1\times20=30$

296) 답 : ④
[해설]
[출제 의도]로그의 성질을 이용하여 식을 간단히 할 수 있는가를 묻는 문제이다.
$\log_2(\sqrt{5}+1)+\log_2(\sqrt{5}-1)$
$=\log_2\{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)\}=\log_2 4=2$

297) 답 : ⑤
[해설]
[출제 의도]상용로그의 정수부분과 소수부분의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.
ㄱ. $N_{15}=1515\cdots15$는 $2\times15$자리의 수이므로
$\log N_{15}$의 정수부분은 $30-1=29$이다.
$\therefore\ p(15)=29$ (거짓)
ㄴ. $q(n)=0$이면 $\log N_n=p(n)$ (정수)
즉, $N_n=10^{p(n)}$이다.
한편, $q(1)=0$이고, $n\neq1$이면 $N_n$은 $10^k$의 꼴이 될 수 없다. 즉, $q(n)\neq0$
따라서 $n$은 1뿐이다.(참)
ㄷ. $n=10^k$은 $(k+1)$자리의 수이고
$N_n$은 $n(k+1)$자리의 수이므로
$p(n)=nk+n-1$
이때 $n-1=10^k-1$은 $k$자리의 수이고
$N_{n-1}$은 $(n-1)k$자리의 수이므로
$p(n-1)=nk-k-1$
$\therefore\ p(n)-p(n-1)=n+k$ (참)

298) 답 : ⑤
[해설]
[출제 의도]간단한 로그 계산하기

$$\log_4\sqrt[3]{81}+\frac{1}{\log_3\sqrt[4]{8}}=\log_{2^2}3^{\frac{4}{3}}+\log_{2^{\frac{3}{4}}}3$$

$$=\frac{2}{3}\log_2 3+\frac{4}{3}\log_2 3=2\log_2 3$$

299) 답 : ②
[해설]
[출제 의도]로그를 활용한 실생활 문제 해결하기
[해설]매장된 석유량 $=\frac{a\{(1.02)^{40}-1\}}{1.02-1}$, 2008년부터 $n$년 동안의 소비량 $=\frac{a\{1-(0.99)^n\}}{1-0.99}$이므로

$$\frac{a\{(1.02)^{40}-1\}}{1.02-1}=\frac{a\{1-(0.99)^n\}}{1-0.99}$$

$$\frac{2.208-1}{0.02}=\frac{1-(0.99)^n}{0.01}$$

$0.604=1-(0.99)^n$
$n\log_{10}0.99=\log_{10}0.396$
$n(\log_{10}9.9-1)=\log_{10}3.96-1$
$n(0.9956-1)=(0.5977-1)$
$n=\frac{0.4023}{0.0044}$ 는 약 91.4이므로 2099년에는 고갈될 것으로 예측할 수 있다.

300) 답 : 54
[해설]
$\log64=a-0.9\times4$
$a=3.6+6\log2$
$\log1=3.6+6\log2-0.9x$
$0.9x=5.4$
$\therefore x=6\ \therefore 9x=54$