

IV.지수와 로그

1.지수

중단원 기출문제

[난이도 : ★☆☆] [2018 학년도 대수능]

1 $2 \times 16^{\frac{1}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

[난이도 : ★☆☆] [2017 학년도 대수능]

2 8×2^{-2} 의 값은?[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4
- ④ 8 ⑤ 16

[난이도 : ★☆☆] [2016 학년도 대수능]

3 $8^{\frac{1}{3}} + 27^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점][2016(A) /수능 2]

- ① 8 ② 9 ③ 10
- ④ 11 ⑤ 12

[난이도 : ★☆☆] [2015 학년도 대수능]

4 $5 \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은?[2점]

- ① 10 ② 15 ③ 20
- ④ 25 ⑤ 30

[난이도 : ★☆☆] [2014 학년도 대수능]

5 $8^{\frac{2}{3}} \times 9^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 12 ② 10 ③ 8
- ④ 6 ⑤ 4

[난이도 : ★★★] [2013 학년도 대수능]

6 $2 \leq n \leq 100$ 인 자연수 n 에 대하여 $(\sqrt[3]{3^5})^{\frac{1}{2}}$ 이 어떤 자연수의 n 제곱근이 되도록 하는 n 의 개수를 구하시오.[4점][2013학년도 수능]

[난이도 : ★☆☆] [2010 학년도 대수능]

7 [공통] $9^{\frac{3}{2}} \times 27^{-\frac{2}{3}}$ 의 값은?[2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② 1 ③ $\sqrt{3}$ ④ 3 ⑤ $3\sqrt{3}$

[난이도 : ★☆☆] [2009 학년도 대수능]

8 $a = \sqrt{2}, b^3 = \sqrt{3}$ 일 때, $(ab)^2$ 의 값은?(단, b 는 실수이다.)[3점]

- ① $2 \cdot 3^{\frac{1}{3}}$ ② $2 \cdot 3^{\frac{2}{3}}$
- ③ $2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}$ ④ $3 \cdot 2^{\frac{1}{3}}$
- ⑤ $3 \cdot 2^{\frac{2}{3}} a^p$

[난이도 : ★☆☆] [2007 학년도 대수능]

9 [공통] $5^{\frac{2}{3}} \times 25^{-\frac{5}{6}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{25}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ 1
- ④ 5 ⑤ 25

[난이도 : ★☆☆] [2006 학년도 대수능]

10 [공통] $3^{\frac{2}{3}} \times 9^{\frac{3}{2}} \div 27^{\frac{8}{9}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3
- ④ 4 ⑤ 9

[난이도 : ★☆☆] [2004 학년도 대수능]

11 [공통] $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[6]{16}$ 을 간단히 하면? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ $\sqrt{2}$
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt[3]{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2002 학년도 대수능]

12 [공통] $(\sqrt{2})^5$ 의 값은 ? [2점]

- ① $4\sqrt{2}$ ② 4 ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 2 ⑤ $\sqrt{2}$

[난이도 : ★★☆☆] [2002 학년도 대수능]

13 [공통] 다음은 지수법칙 $a^{r+s} = a^r a^s$ 으로부터 모든 양수 x, y 에 대하여 $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ 가 성립함을 증명한 것이다. (단, $a \neq 1, a > 0$)

$r = \log_a x, s = \log_a y$ 로 놓으면
 $a^r = x, a^s = y$ (가)
 지수법칙으로부터 $a^{r+s} = (나)$
 로그의 정의에 의하여 $r+s = \log_a (나)$
 그러므로 $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면? [3점]

- ① x, xy ② y, xy ③ $x, x+y$
- ④ $y, x+y$ ⑤ $x, \frac{x}{y}$

[난이도 : ★☆☆] [1999 학년도 대수능]

14 [공통] $\left\{ \left(\frac{4}{9} \right)^{-\frac{2}{3}} \right\}^{\frac{9}{4}}$ 의 값은?

- ① $\frac{8}{27}$ ② $\frac{16}{61}$ ③ $\frac{81}{16}$
- ④ $\frac{27}{8}$ ⑤ $\frac{64}{81}$

[난이도 : ★☆☆] [2018년 6월 모의평가]

15 $2^2 \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

[난이도 : ★☆☆] [2016년 6월 모의평가]

16 $2^0 \times 9^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2015년 9월 모의평가]

17 $2 \times 27^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 8 ③ 10
- ④ 12 ⑤ 14

[난이도 : ★☆☆] [2015년 6월 모의평가]

18 $8^{\frac{1}{3}} + 9^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2014년 9월 모의평가]

19 $4^{\frac{3}{2}} \times 2$ 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 12 ③ 14
- ④ 16 ⑤ 18

[난이도 : ★☆☆] [2014년 6월 모의평가]

20 $3 \times 8^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 12 ② 15 ③ 18
- ④ 21 ⑤ 24

[난이도 : ★☆☆] [2012년 1월 모의평가]

21 [공통] $4^{\frac{3}{2}} \times 27^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 12 ② 15 ③ 18
- ④ 21 ⑤ 24

[난이도 : ★☆☆] [2012년 3월 모의평가]

22 4의 세제곱근 중 실수인 것을 a 라 할 때, 지수방정식

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = a \text{의 해는? [3점]}$$

- ① $-\frac{5}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ -1
- ④ $-\frac{2}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

[난이도 : ★★★] [2012년 6월 모의평가]

23 [공통] 2보다 큰 자연수 n 에 대하여 $(-3)^{n-1}$ 의 n 제곱근 중

실수인 것의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$ 의 값은? [4점][2012년 6월]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2011년 6월 모의평가]

24 [공통] $4 \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점] [2011년 6월 평가원]

- ① 4 ② 6 ③ 8
- ④ 10 ⑤ 12

[난이도 : ★☆☆] [2010년 9월 모의평가]

25 $1 \leq m \leq 3, 1 \leq n \leq 8$ 인 두 자연수 m, n 에 대하여 $\sqrt[3]{n^m}$ 이 자연수가 되도록 하는 순서쌍 (m, n) 의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10
- ④ 12 ⑤ 14

[난이도 : ★☆☆] [2009년 6월 모의평가]

26 실수 a 가 $\frac{2^a + 2^{-a}}{2^a - 2^{-a}} = -2$ 를 만족시킬 때, $4^a + 4^{-a}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{17}{4}$
- ④ $\frac{26}{5}$ ⑤ $\frac{37}{6}$

[난이도 : ★☆☆] [2008년 6월 모의평가]

27 [공통] $(\sqrt{2\sqrt{6}})^4$ 의 값은? [2점]

- ① 16 ② 18 ③ 20
- ④ 22 ⑤ 24

[난이도 : ★☆☆] [2008년 9월 모의평가]

28 두 실수 a, b 가 $3^{a+b} = 4, 2^{a-b} = 5$ 를 만족할 때, $3^{a^2-b^2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★★] [2008년 6월 모의평가]

29 부등식 $1 < m^{n-5} < n^{m-8}$ 을 만족시키는 자연수 m, n 에 대하여 $A = m^{\frac{1}{m-8}} n^{\frac{1}{n-5}}, B = m^{-\frac{1}{m-8}} n^{\frac{1}{n-5}}, C = m^{\frac{1}{m-8}} n^{-\frac{1}{n-5}}$

이라고 할 때, A, B, C 의 대소 관계로 옳은 것은? [4점]

- ① $A > B > C$ ② $A > C > B$
- ③ $B > A > C$ ④ $B > C > A$
- ⑤ $C > A > B$

[난이도 : ★☆☆] [2007년 9월 모의평가]

30 $\sqrt[4]{4^n}$ 이 정수가 되도록 하는 100 이하의 자연수 n 의 개수를 구하시오. [3점]

[난이도 : ★☆☆] [2007년 9월 모의평가]

31 $x^{\frac{3}{2}} + y^{\frac{3}{2}} = 12, xy = 9$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★★] [2007년 6월 모의평가]

32 2 이상인 두 자연수 a, b 에 대하여 $R(a, b)$ 를 $R(a, b) = \sqrt[b]{a}$ 로 정의할 때, 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

[보기]
ㄱ. $R(16, 4) = R(8, 2)$
ㄴ. $R(a, 5) \cdot R(b, 5) = R(a+b, 5)$
ㄷ. $R(a, b) = k$ 이면 $a = \log_k b$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★☆☆] [2006년 9월 모의평가]

33 [공통] $4^{-\frac{1}{2}} \times 8^{\frac{5}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 8
 ④ 16 ⑤ 32

[난이도 : ★☆☆] [2005년 6월 모의평가]

34 [공통] $25^{-\frac{3}{2}} \times 100^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

[난이도 : ★★★] [2005년 09월 모의평가]

35 [공통] $a = \log_7 \sqrt{7 - \sqrt{48}}$ 일 때, $\frac{7^{2a} - 7^{-2a}}{7^{2a} + 7^{-2a}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{6\sqrt{3}}{7}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ③ $\frac{2\sqrt{3}}{7}$
 ④ $-\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ⑤ $-\frac{2\sqrt{3}}{7}$

[난이도 : ★☆☆] [2005년 09월 모의평가]

36 세 수 $A = \sqrt{\sqrt{10}}$, $B = \sqrt{5}$, $C = \sqrt{\sqrt{28}}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? [3점]

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
 ④ $B < C < A$ ⑤ $C < A < B$

[난이도 : ★☆☆] [2004년 6월 모의평가]

37 [공통] $25^{-\frac{3}{2}} \times 100^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

[난이도 : ★☆☆] [2004년 9월 모의평가]

38 세 수 $A = \sqrt{\sqrt{10}}$, $B = \sqrt{5}$, $C = \sqrt{\sqrt{28}}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? [3점]

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$
 ③ $B < A < C$ ④ $B < C < A$
 ⑤ $C < A < B$

[난이도 : ★☆☆] [2018년 3월 학력평가]

39 $\sqrt{4} \times \sqrt[3]{8}$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 6 ③ 8
 ④ 10 ⑤ 12

[난이도 : ★☆☆] [2018년 4월 학력평가]

40 $(3^4)^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 9
- ④ 27 ⑤ 81

[난이도 : ★☆☆] [2018년 3월 학력평가]

41 두 실수 a, b 에 대하여

$$2^a + 2^b = 2, \quad 2^{-a} + 2^{-b} = \frac{9}{4}$$

일 때, 2^{a+b} 의 값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

[난이도 : ★★★] [2018년 4월 학력평가]

42 2 이상의 세 실수 a, b, c 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\sqrt[3]{a}$ 는 ab 의 네제곱근이다.
- (나) $\log_a bc + \log_b ac = 4$

$a = \left(\frac{b}{c}\right)^k$ 이 되도록 하는 실수 k 의 값은? [4점]

- ① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7
- ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

[난이도 : ★★★] [2018년 4월 학력평가]

43 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $(\sqrt{3^n})^{\frac{1}{2}}$ 과 $\sqrt[3]{3^{100}}$ 이 모두 자연수가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★☆☆] [2016년 7월 학력평가]

44 $3 \times 27^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 9 ③ 12
- ④ 15 ⑤ 18

[난이도 : ★☆☆] [2016년 3월 학력평가]

45 $\left(\frac{3}{4^4}\right)^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ 2 ⑤ 4

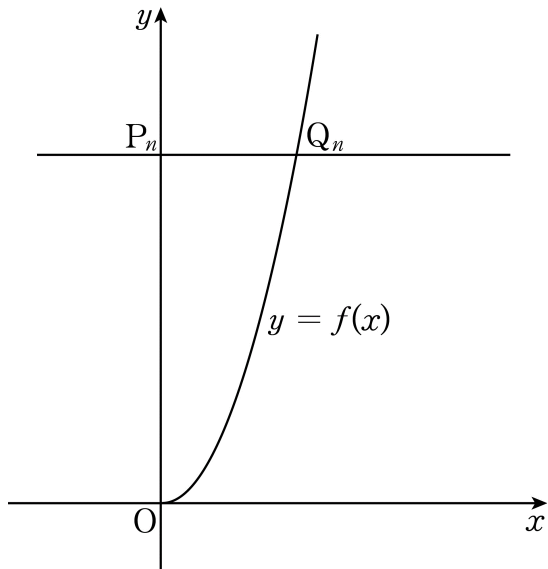
[난이도 : ★☆☆] [2016년 3월 학력평가]

46 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $\sqrt[3]{4^n}$ 이 정수가 되도록 하는 n 의 개수를 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2016년 3월 학력평가]

47 자연수 n 에 대하여 좌표가 $(0, 3n+1)$ 인 점을 P_n , 함수 $f(x)=x^2(x \geq 0)$ 이라 하자.

점 P_n 을 지나고 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점을 Q_n 이라 할 때,



점 Q_n 의 y 좌표를 a_n 이라 할 때, $f^{-1}(a_2) \cdot f^{-1}(a_9)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ ② 7 ③ $7\sqrt{2}$
- ④ $7\sqrt{3}$ ⑤ 14

[난이도 : ★☆☆] [2015년 10월 학력평가]

48 $\sqrt{2} \times 8^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4
- ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

[난이도 : ★☆☆] [2015년 3월 학력평가]

49 $3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 3
- ④ 9 ⑤ 27

[난이도 : ★☆☆] [2015년 4월 학력평가]

50 $4^{\frac{1}{2}} \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

[난이도 : ★☆☆] [2015년 7월 학력평가]

51 $\sqrt[3]{2} \times 16^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4
- ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

[난이도 : ★☆☆] [2015년 3월 학력평가]

52 $4^{-\frac{3}{2}} \times 8^{\frac{5}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2
- ④ 4 ⑤ 8

[난이도 : ★★☆☆] [2015년 3월 학력평가]

53 두 실수 a, b 에 대하여 $2^a = 3, 3^b = \sqrt{2}$ 가 성립할 때, ab 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

[난이도 : ★★☆☆] [2015년 3월 학력평가]

54 두 실수 x, y 가 $2^x = 3^y = 24$ 를 만족시킬 때, $(x-3)(y-1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆☆] [2015년 10월 학력평가]

55 $9^{\frac{1}{2}} \times \log_2 8$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2015년 3월 학력평가]

56 $30 \leq a \leq 40, 150 \leq b \leq 294$ 일 때, $\sqrt{a} + \sqrt[3]{b}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 두 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆☆] [2014년 7월 학력평가]

57 $\sqrt{8} \times \sqrt[4]{4}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

[난이도 : ★☆☆☆] [2014년 7월 학력평가]

58 $\sqrt[3]{81} \times \sqrt{\sqrt{16}}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 12 ③ 18
- ④ 24 ⑤ 30

[난이도 : ★☆☆☆] [2012년 4월 학력평가]

59 [공통] $4^{\frac{3}{2}} \times 16^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

[난이도 : ★☆☆☆] [2012년 11월 학력평가]

60 [공통] $8^{\frac{2}{3}} \times 16^{\frac{1}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4
- ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

[난이도 : ★☆☆] [2012년 9월 학력평가]

61 $\sqrt{2} \div \sqrt[5]{4\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$
- ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2012년 10월 학력평가]

62 $\sqrt[3]{2} \times \sqrt{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt[3]{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt[3]{2}$
- ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2012년 9월 학력평가]

63 $\sqrt{5} \times \sqrt[3]{5\sqrt{5}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 1
- ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2012년 10월 학력평가]

64 $\frac{\sqrt[3]{6\sqrt{4}}}{\sqrt[6]{6}} = \sqrt{a}$ 일 때, a 의 값을 구하시오. [2점]

[난이도 : ★☆☆] [2012년 3월 학력평가]

65 $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 10$ 을 만족시키는 양수 a 에 대하여 $a + a^{-1}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2012년 9월 학력평가]

66 $x = \log_2(\sqrt{2}+1)$ 일 때, $\frac{2^x - 2^{-x}}{4^x + 4^{-x} + 2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{32}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{8}$
- ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2012년 9월 학력평가]

67 세 실수 x, y, z 가 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$ 과 $2^x = 3^y = 5^z$ 을 만족시킬 때, $2^x + 3^y + 5^z$ 의 값은? [3점]

- ① 2100 ② 2400 ③ 2700
- ④ 3000 ⑤ 3300

[난이도 : ★☆☆] [2012년 11월 학력평가]

68 세 양수 a, b, c 에 대하여 $a^x = b^y = c^z = 8$, $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{2}{3}$ 일 때, $\frac{ac}{b}$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

[난이도 : ★☆☆] [2012년 3월 학력평가]

69 두 실수 x, y 에 대하여 $75^x = \frac{1}{5}$, $3^y = 25$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{2}{y}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 11월 학력평가]

70 두 실수 a, b 가 $2^{2a+b} = 27, 4^{a-3b} = \frac{1}{25}$ 을 만족시킬 때,

2^{3a-2b} 의 값은? [3점]

- ① $\frac{18}{5}$ ② $\frac{21}{5}$ ③ $\frac{24}{5}$
- ④ $\frac{27}{5}$ ⑤ 6

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 10월 학력평가]

71 $1 < a < b < a^2$ 이고 $a^3 < b^2$ 일 때, 세 수 $A = \sqrt[4]{\left(\frac{a}{b}\right)^3},$

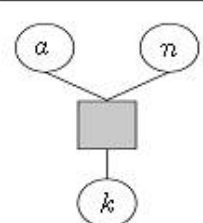
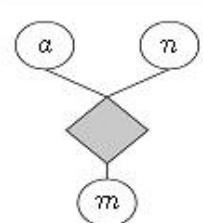
$$B = \sqrt[3]{\left(\frac{b}{a^2}\right)^2}, C = \sqrt[5]{\left(\frac{a}{b}\right)^4}$$

의 대소 관계로 옳은 것은? [4점]

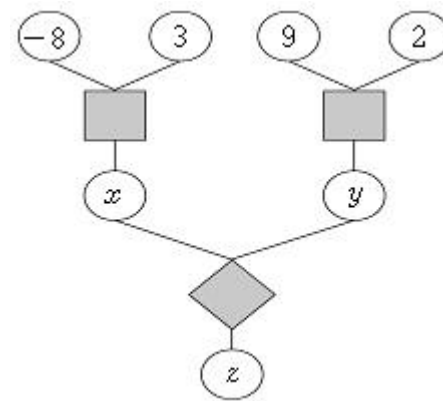
- ① $A < B < C$ ② $B < A < C$ ③ $A < C < B$
- ④ $C < B < A$ ⑤ $B < C < A$

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 9월 학력평가]

72 다음 표는 0이 아닌 실수 a 와 2이상의 자연수 n 에 대한 두 종류의 변환장치를 설명한 것이다.

변환장치	설 명
	(i) n 이 홀수인 경우 $k = (a$ 의 n 제곱근 중 실수) (ii) n 이 짝수인 경우 $k = (a$ 의 n 제곱근 중 양의 실수)
	$m = (a$ 의 n 제곱근 중 실수의 개수)

그림과 같이 연결된 변환장치로 네 수를 변환했을 때, 세 수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



[난이도 : ★☆☆☆] [2011년 10월 학력평가]

73 [공통] $8^{\frac{2}{3}} \div 4^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $2^{\frac{1}{2}}$ ② 2 ③ $2^{\frac{3}{2}}$
- ④ 2^2 ⑤ $2^{\frac{5}{2}}$

[난이도 : ★☆☆] [2011년 3월 학력평가]

74 [공통] $\sqrt[n]{2} \times \sqrt[n]{8} = \sqrt[n]{2}$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2010년 9월 학력평가]

75 [공통] $(\sqrt{2})^6 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은?[2점]

- ① 16 ② 8 ③ 4
- ④ 2 ⑤ 1

[난이도 : ★☆☆] [2010년 4월 학력평가]

76 [공통] $\sqrt[5]{3^2} = \sqrt{9^k}$ 일 때, 상수 k 의 값은?[2점]

- ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

[난이도 : ★☆☆] [2010년 10월 학력평가]

77 [공통] $\sqrt[3]{8} \div 2^{-2}$ 의 값은?[2점]

- ① 2 ② 4 ③ 8
- ④ 16 ⑤ 32

[난이도 : ★☆☆] [2010년 3월 학력평가]

78 [공통] $2^{\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{1}{3}} \times 10^{\frac{4}{3}}$ 의 값은?[2점]

- ① 2 ② 5 ③ 10
- ④ 20 ⑤ 40

[난이도 : ★☆☆] [2010년 11월 학력평가]

79 [공통] $\frac{\sqrt{27}}{4} \times 2^{\frac{5}{2}} \times \frac{1}{3}$ 의 값은?[2점]

- ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{3}$
- ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

[난이도 : ★☆☆] [2010년 10월 학력평가]

80 [공통] $\sqrt{2} \div \sqrt[5]{4\sqrt{2}}$ 의 값은?[2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1
- ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

[난이도 : ★☆☆] [2010년 6월 학력평가]

81 $6^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}} \div 2^{\frac{1}{3}}$ 의 값은?[2점]

- ① 1 ② $\sqrt[3]{3}$ ③ $\sqrt[3]{4}$
- ④ 2 ⑤ 3

[난이도 : ★☆☆] [2010년 6월 학력평가]

82 세 수 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[3]{8}$ 의 크기를 비교하면?[2점]

- ① $\sqrt[3]{8} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{4}$
- ② $\sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{4} < \sqrt{2}$
- ③ $\sqrt[3]{4} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{8}$
- ④ $\sqrt{2} < \sqrt[3]{4} < \sqrt[3]{8}$
- ⑤ $\sqrt{2} < \sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{4}$

[난이도 : ★☆☆] [2010년 11월 학력평가]

83 $4^x = 2^y$ 을 만족하는 0이 아닌 두 실수 x, y 에 대하여,

$\frac{y}{x} + \frac{2x}{y}$ 의 값은?[3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2010년 9월 학력평가]

84 [공통]세 수 $A = \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$, $B = \sqrt[4]{\frac{1}{6}}$, $C = \sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{15}}}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?[3점]

- ① $A < B < C$
- ② $A < C < B$
- ③ $B < A < C$
- ④ $B < C < A$
- ⑤ $C < A < B$

[난이도 : ★☆☆] [2010년 11월 학력평가]

85 $a = \sqrt[4]{3}$, $b = \sqrt[6]{4}$ 일 때, $\sqrt[12]{6}$ 을 a, b 로 나타낸 것은?[3점]

- ① $a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{4}}$
- ② $a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{4}}$
- ③ $a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{6}}$
- ④ $a^{\frac{1}{4}} \cdot b^{\frac{1}{6}}$
- ⑤ $a^{\frac{1}{6}} \cdot b^{\frac{1}{12}}$

[난이도 : ★★★] [2010년 9월 학력평가]

86 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 (x \geq 0)$ 의 그래프가 두 점

$A(a, 2^b)$, $B(c, 4^d)$ 을 지나고 $b+2d=12$ 일 때, ac 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2009년 10월 학력평가]

87 [공통] $8^{-\frac{1}{2}} \times \sqrt{2^5}$ 의 값은?[2점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ③ 2
- ④ $2\sqrt{2}$
- ⑤ 4

[난이도 : ★☆☆] [2009년 11월 학력평가]

88 [공통] $\sqrt[3]{2} \times 2^{-2} \times 2^{\frac{2}{3}}$ 의 값은?[2점]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\sqrt{2}$
- ③ 2
- ④ $2\sqrt{2}$
- ⑤ 4

[난이도 : ★☆☆] [2009년 3월 학력평가]

89 [공통] $9^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은?[2점]

- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ③ 1
- ④ $\sqrt{3}$
- ⑤ 3

[난이도 : ★☆☆] [2009년 10월 학력평가]

90 $\sqrt[3]{2} \times 8^{\frac{3}{2}} \div \sqrt[3]{4}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2009년 6월 학력평가]

91 $2^a = 3^{1-a}$ 일 때, 6^{3a} 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2009년 6월 학력평가]

92 부피가 2^{15} , 2^{12} 인 두 금속 덩어리를 녹여서 부피가 같은 정육면체 72개를 만들었다. 새로 만든 정육면체의 한 모서리의 길이는?[3점]

- ① $2^{\frac{5}{3}}$ ② 2^2 ③ $2^{\frac{7}{3}}$
- ④ $2^{\frac{8}{3}}$ ⑤ 2^3

[난이도 : ★☆☆] [2009년 5월 학력평가]

93 [공통]이차방정식 $x^2 + 5x + 1 = 0$ 의 두 근을 각각 α, β 라 할 때, $\frac{(2 \cdot 2^\alpha)^\beta}{2^\alpha \cdot 4^\beta}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2009년 11월 학력평가]

94 삼차방정식 $x^3 - 10x + 9 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $\sqrt[3]{\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3}$ 의 값은?[3점]

- ① -3 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 3

[난이도 : ★☆☆] [2009년 3월 학력평가]

95 2의 네제곱근 중 양수인 것을 x 라 할 때, x^n 이 세 자리의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합은?[3점]

- ① 96 ② 97 ③ 98
- ④ 99 ⑤ 100

[난이도 : ★☆☆] [2009년 3월 학력평가]

96 실수 a, b 에 대하여 $3^a = 12^b = 6$ 이 성립할 때, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 의 값은?[3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$
- ④ 1 ⑤ $\frac{2}{3}$

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 11월 학력평가]

97 두 실수 a, b 에 대하여 거듭제곱근의 성질로 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?(단, $ab \neq 0$)[3점]

[보기]
ㄱ. $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$
ㄴ. $\sqrt[4]{(ab)^2} + \sqrt[4]{(-ab)^2} = 0$
ㄷ. $\sqrt[5]{(ab)^2} = \sqrt[5]{a^2} \sqrt[5]{b^2}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 5월 학력평가]

98 집합 $X = \{-2, -1, 1, 2\}$ 에 대하여 두 집합 A, B 를 $A = \{\sqrt{x} | x \in X, \sqrt{x} \text{는 실수}\}$ 는 실수 }라 하자.

집합 $A \cup B$ 의 모든 원소의 곱은?[3점]

- ① $2^{\frac{1}{2}}$ ② $2^{\frac{2}{3}}$ ③ $2^{\frac{5}{6}}$
 ④ 2 ⑤ $2^{\frac{7}{6}}$

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 11월 학력평가]

99 2이상의 자연수 n 에 대하여 $\sqrt[n]{5^{360}}$ 이 자연수가 되게 하는 n 의 개수를 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 7월 학력평가]

100 세 양수 a, b, c 가 $a^x = b^{2y} = c^{3z} = 7, abc = 49$ 를 만족할 때,

$\frac{6}{x} + \frac{3}{y} + \frac{2}{z}$ 의 값은?[3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12
 ④ 14 ⑤ 16

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 10월 학력평가]

101 n 이 2이상의 자연수일 때, n 의 n 제곱근 중 실수인 것의

개수를 $f(n)$ 이라 하자. $\sum_{n=2}^m f(n) = 33$ 을 만족시키는 자연수 m 의 값은?[3점]

- ① 20 ② 21 ③ 22
 ④ 23 ⑤ 24

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 7월 학력평가]

102 $a > 0, a \neq 1$ 에 대하여 $\left\{ \frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{\sqrt{a^4}}} \times \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^{-4}} \right\}^6 = a^k$ 일 때,

상수 k 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 4월 학력평가]

103 두 양수 a, b 에 대하여 $2^a = c, 2^b = d$ 일 때, 다음 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[3점]

[보기]
ㄱ. $c^b = d^a$
ㄴ. $a + b = \log_2 cd$
ㄷ. $\frac{a}{b} = \log_c d$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 4월 학력평가]

104 $3^{2x} - 3^{x+1} = -1$ 일 때, $\frac{3^{4x} + 3^{-4x} + 1}{3^{2x} + 3^{-2x} + 1}$ 의 값은?[4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 4월 학력평가]

105 $2^A = 3, 3^B = 5, 7^C = 27$ 일 때, 세 수 A, B, C 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?[4점]

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
 ④ $B < C < A$ ⑤ $C < B < A$

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 11월 학력평가]

106 [공통]자연수 n 에 대하여 $f(n) = 2^{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}$ 일 때, $f(1) \times f(2) \times f(3) \times \dots \times f(99)$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 11월 학력평가]

107 [공통]임의의 실수 a 에 대하여 $N(a, n)$ 을 a 의 n 제곱근 ($n \geq 2$) 중 실수인 것의 개수라 정의하자.

이때, 양의 실수 p 에 대하여 $\sum_{n=2}^{100} N(-p, n)$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 5월 학력평가]

108 [공통]다음은 집합 $S = \{2^{2^n} + 1 | n \text{은 자연수}\}$ 의 임의의 두 원소가 서로 소임을 증명하는 과정이다.

임의의 자연수 $m, n (m < n)$ 에 대하여
 집합 S 의 두 원소 $2^{2^m} + 1$ 과 $2^{2^n} + 1$ 의 공통인수를 $d (d > 1)$ 라고 가정하자.

$$2^{2^n} + 1 = (2^{2^m} - 1) + 2$$

$$= (2^{\boxed{(가)}} + 1)(2^{\boxed{(가)}} - 1) + 2$$

$$= (2^{\boxed{(가)}} + 1) \times \dots \times (2^{2^m} + 1) \times \dots \times (2 + 1) + 2$$

따라서, d 가 $2^{2^m} + 1, 2^{2^n} + 1$ 의 공통인수이고 $d > 1$ 이므로 d 는 [나]이다.

그러나 모든 자연수 n 에 대하여 $2^{2^n} + 1$ 은 [다]이므로 모순이다.

따라서, $2^{2^m} + 1$ 과 $2^{2^n} + 1$ 은 1보다 큰 공통 인수를 갖지 않으므로 서로소이다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[4점]

- ① $2^{n-1}, 2$, 홀수
 ② $2^{n-1}, 5$, 홀수
 ③ $2^n - 1, 2$, 홀수
 ④ $2^n - 1, 5$, 짝수
 ⑤ $2^n - 1, 2$, 짝수

[난이도 : ★☆☆] [2008년 3월 학력평가]

109 [공통] $\sqrt[3]{(8 \times 27)^2}$ 의 값은?[2점]

- ① 6 ② 18 ③ 36
- ④ 54 ⑤ 108

[난이도 : ★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

110 [공통] $2^{-\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{2}{3}}$ 의 값은?[2점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

[난이도 : ★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

111 [공통] $27^{\frac{2}{3}}$ 의 값은?[2점]

- ① $\sqrt{3}$ ② 3 ③ $3\sqrt{3}$
- ④ 9 ⑤ $9\sqrt{3}$

[난이도 : ★☆☆] [2008년 4월 학력평가]

112 [공통] $\sqrt[3]{32} \times \sqrt{2} \div \sqrt[3]{4}$ 의 값은?[2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

113 [공통] $9^{\frac{3}{2}} + \log_3 81$ 의 값은?[2점]

- ① 27 ② 31 ③ 41
- ④ 61 ⑤ 85

[난이도 : ★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

114 $\sqrt{9} \div \sqrt{27} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ 의 값은?[2점]

- ① 3 ② $3^{\frac{4}{3}}$ ③ 9
- ④ $3^{\frac{5}{3}}$ ⑤ $3^{\frac{7}{3}}$

[난이도 : ★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

115 [공통] $3^{\frac{2}{3}} \times 27^{\frac{1}{9}} + \log_2 8$ 의 값은?[2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

[난이도 : ★☆☆] [2008년 9월 학력평가]

116 $5^x = 9$ 일 때, $25^{\frac{x}{2}} + 625^{\frac{x}{2}}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

117 [공통] $\sqrt[5]{2^4} \div \sqrt[10]{2^3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

[난이도 : ★☆☆] [2008년 11월 학력평가]

118 [공통] 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $\frac{\sqrt[n]{2^{18}}}{\sqrt[n]{3^{24}}}$ 이 유리수가

되도록 하는 n 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

119 [공통] $2^{2x+1} = a, 5^{1-x} = b$ 일 때, $\left(\frac{1}{20}\right)^x$ 를 a, b 에 대한

식으로 나타낸 것은? [3점]

- ① $\frac{5b}{2a}$ ② $\frac{5a}{2b}$ ③ $\frac{2b}{5a}$
- ④ $\frac{10}{ab}$ ⑤ $\frac{ab}{10}$

[난이도 : ★☆☆] [2008년 6월 학력평가]

120 [공통] $a > 0, a \neq 1$ 일 때, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}} \times \sqrt{\sqrt[3]{a}}$ 를 간단히

하면? [3점]

- ① \sqrt{a} ② $\sqrt[3]{a}$ ③ $\sqrt[3]{a^2}$
- ④ \sqrt{a} ⑤ $\sqrt[4]{a^3}$

[난이도 : ★☆☆] [2008년 11월 학력평가]

121 [공통] $\sqrt[5]{8} \times 4^{-\frac{4}{5}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ 1 ⑤ 2

[난이도 : ★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

122 $x = 2^{\frac{1}{2}} - 2^{-\frac{1}{2}}$ 일 때, $(x + \sqrt{x^2 + 4})^2$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8
- ④ 10 ⑤ 12

[난이도 : ★☆☆] [2008년 9월 학력평가]

123 $3^a = 5, 5^b = 9$ 일 때, ab 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2008년 03월 학력평가]

124 실수 x 에 대하여 $3^{x+1} - 3^x = a, 2^{x+1} + 2^x = b$ 일 때, 12^x 을 a, b 를 이용하여 나타낸 것은? [3점]

- ① $\frac{ab}{6}$ ② $\frac{a^2b}{18}$ ③ $\frac{a^2b}{12}$
- ④ $\frac{ab^2}{18}$ ⑤ $\frac{ab^2}{12}$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 4월 학력평가]

125 $x = \sqrt[3]{2} - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ 일 때, $\sqrt{x^2+4}$ 의 값은?[3점]

- ① $\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}$ ② $\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$ ③ $\sqrt[3]{2} - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$
- ④ $\sqrt[3]{2} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ ⑤ $\sqrt[3]{2} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 11월 학력평가]

126 세 수 $A = \sqrt[3]{2}, B = \sqrt[4]{3}, C = \sqrt[5]{5}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?[3점]

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < C < A$
- ④ $C < B < A$ ⑤ $C < A < B$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

127 등식 $\sqrt[4]{4\sqrt{3\sqrt{2}}} = 2^a 3^b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?[3점]

- ① $\frac{7}{24}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{11}{24}$
- ④ $\frac{13}{24}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 9월 학력평가]

128 [공통]용액의 수소이온 농도 $[H^+]$ 와 수산화이온 농도

$[OH^-]$ 에 대하여 $[OH^-] = 10^{-14} \times \frac{1}{[H^+]}$ 이 성립하고, 용액의

산성도를 나타내는 pH 는 $pH = -\log[H^+]$ 로 정의된다. 이때, $[OH^-] = 10^{-4}$ 인 용액의 pH 의 값은?[4점]

- ① 6.0 ② 7.0 ③ 8.0
- ④ 9.0 ⑤ 10.0

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 9월 학력평가]

129 세 수 $A = \sqrt{5}, B = \sqrt[3]{11}, C = \sqrt{2\sqrt[3]{15}}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?[3점]

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
- ④ $B < C < A$ ⑤ $C < B < A$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

130 $5^a = \frac{1}{8}, 5^b = \frac{1}{2}$ 을 만족하는 실수 a, b 에 대하여 $\left(\frac{1}{5}\right)^{a+3b}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 11월 학력평가]

131 자연수 전체의 집합 N 을 정의역으로 하는 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

- I. $f(1) = 2$
- II. $x \in N, y \in N$ 에 대하여 $f(x+y) = f(x)f(y)$ 가 성립한다.

수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + f(n) (n = 1, 2, 3, \dots)$ 을 만족할 때, a_{10} 의 값은?[3점]

- ① 127 ② 255 ③ 511
- ④ 723 ⑤ 1023

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 9월 학력평가]

132 [공통]양의 실수 k 에 대하여 k 의 네제곱근 중 실수인 것을 $a, b (a > b)$ 라 하고, k 의 세제곱근 중 실수인 것을 $c, -k$ 의 세제곱근 중 실수인 것을 d 라 한다.

이때, $\log_2 \frac{c}{a} = \log_2 \frac{b}{d} + 1$ 을 만족하는 k 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 11월 학력평가]

133 $\frac{a+a^5}{a^{-1}+a^{-5}}=3$ 일 때, $\frac{a^2+a^4+a^6}{a^{-2}+a^{-4}+a^{-6}}$ 의 값은?(단, $a > 0$ 이다.)[4점]

- ① 1 ② $\sqrt[3]{3}$ ③ $\sqrt[3]{3^2}$
- ④ 3 ⑤ $\sqrt[3]{3^4}$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

134 [공통]다음은 거듭제곱근에 대한 수업 장면의 일부이다.

교사:제공하여 2가 되는 수를 모두 말해보세요.
 학생:(가)가 있습니다.
 교사:맞습니다. 그러면 세제공하여 8이 되는 수는 무엇이 있나요?
 학생:2가 있습니다.
 교사:물론 실수인 것은 2뿐이지만 복소수 범위까지 확장하면 세제공하여 8이 되는 수는 2와(나)가 있습니다.
 ...
 교사:실수 범위에서 음수의 세제공근은 항상(다)개가 있고, 음수의 네제공근은 없습니다.

이 장면에서 (가)~(다)에 알맞은 것을 바르게 짝지은 것은?(단, $i = \sqrt{-1}$)[3점]

- ① $\sqrt{2}, -1 \pm \sqrt{3}i, 1$
- ② $\sqrt{2}, 1 \pm \sqrt{3}i, 2$
- ③ $\pm \sqrt{2}, 1 \pm \sqrt{3}i, 2$
- ④ $\pm \sqrt{2}, -1 \pm \sqrt{3}i, 2$
- ⑤ $\pm \sqrt{2}, -1 \pm \sqrt{3}i, 1$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 6월 학력평가]

135 [공통]실수 a, b 에 대하여 $30^a = 3, 30^b = 5$ 일 때, $10^{\frac{a+b}{1-a}}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 9월 학력평가]

136 집합 $A = \left\{x \mid x = \left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{k}}\right\}$ (단, k 는 0이 아닌 정수)의 원소 중 자연수인 것들의 합을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆☆] [2007년 6월 학력평가]

137 [공통] $\left(3 \cdot 9^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{3}{5}}$ 의 값은?[2점]

- ① $\sqrt[3]{3}$ ② $\sqrt[3]{3^2}$ ③ 3
- ④ $\sqrt[3]{3^4}$ ⑤ $\sqrt[3]{3^5}$

[난이도 : ★☆☆☆] [2007년 4월 학력평가]

138 $8^{\frac{5}{6}} \times 4^{-\frac{1}{4}} \div 2^{\frac{1}{2}}$ 의 값은?[2점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

[난이도 : ★☆☆☆] [2007년 5월 학력평가]

139 [공통] $9^x = 2$ 일 때, $\left(\frac{1}{27}\right)^{-4x}$ 의 값은?[2점]

- ① $\frac{1}{64}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ 16
- ④ 64 ⑤ 256

[난이도 : ★☆☆] [2007년 7월 학력평가]

140 [공통] $8^{\frac{4}{3}} \times 4^{\frac{2}{3}} \div 2^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2^3 ② 2^4 ③ 2^5
- ④ 2^6 ⑤ 2^7

[난이도 : ★☆☆] [2007년 3월 학력평가]

141 [공통] $2^a = 3, 2^b = 45$ 일 때, 2^{2a-b} 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 4 ③ 3
- ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

[난이도 : ★☆☆] [2007년 10월 학력평가]

142 [공통] $\sqrt{3} \times 27^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $3\sqrt{3}$ ② 9 ③ $9\sqrt{3}$
- ④ 27 ⑤ $27\sqrt{3}$

[난이도 : ★☆☆] [2007년 5월 학력평가]

143 [공통] $8^{\frac{2}{3}}$ 을 간단히 하면? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ 2
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

[난이도 : ★☆☆] [2007년 6월 학력평가]

144 [공통] 임의의 양수 a, b 에 대하여 $a^2b \times \sqrt[3]{\frac{b^2}{a}}$ 을 간단히 하면? [3점]

- ① $a^{\frac{4}{3}}b^{\frac{5}{3}}$ ② $a^{\frac{5}{3}}b^{\frac{5}{3}}$ ③ $a^{\frac{5}{3}}b^2$
- ④ a^2b^2 ⑤ $a^2b^{\frac{7}{3}}$

[난이도 : ★☆☆] [2007년 11월 학력평가]

145 $\frac{16^{-4} \times 8^2 \times 4^{-3}}{8^{-9} \times 4}$ 의 값을 구하시오. [2점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 10월 학력평가]

146 [공통] $\left(4^{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt[3]{16}\right)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 10월 학력평가]

147 $a = 3^{55}, b = 4^{44}, c = 5^{33}$ 일 때, 큰 것부터 차례로 나열한 것은? [3점]

- ① a, b, c ② a, c, b ③ b, c, a
- ④ b, a, c ⑤ c, b, a

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 9월 학력평가]

148 [공통] $12^3 \times 2^{-4} \div 3^2$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 12 ⑤ 24

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 9월 학력평가]

149 [공통] $|\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}| + |\sqrt[3]{3} - \sqrt[5]{5}| + |\sqrt[5]{5} - \sqrt{2}|$ 를 간단히 하면? [4점]

- ① 0 ② $2\sqrt[3]{3}$ ③ $2(\sqrt[5]{5} - \sqrt{2})$
- ④ $2(\sqrt[3]{3} - \sqrt{2})$ ⑤ $2(\sqrt[3]{3} - \sqrt[5]{5})$

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 11월 학력평가]

150 [공통] 2이상의 자연수 m, n 과 양의 실수 a, b 에 대하여 다음 [보기]에서 항상 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

[보기]
ㄱ. $\sqrt[m]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[mn]{ab}$ ㄴ. $\sqrt[m]{a} < \sqrt[n]{b}$ 이면 $a < b$ 이다. ㄷ. $m < n$ 일 때, $\sqrt[m]{a} = \sqrt[n]{b}$ 이면 $a < b$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 5월 학력평가]

151 1이 아닌 양의 실수 a 에 대하여 $\sqrt[4]{a^3}$ 과 같은 것을 다음 [보기]에서 모두 고르면? [3점]

[보기]
ㄱ. $a^{\frac{4}{3}}$ ㄴ. $\sqrt{\sqrt{a^3}}$ ㄷ. $\sqrt{a} \times \sqrt[4]{a}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 9월 학력평가]

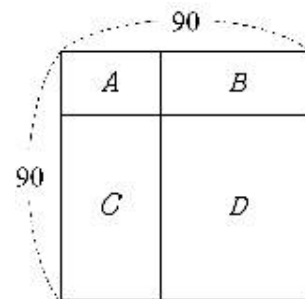
152 [공통] 그림과 같이 한 변의 길이가 90인 정사각형을 네 개의 직사각형으로 나누었더니 각각의 넓이는 $A = 2^a 3^b$

$B = 2^{a-1} 3^{b+1}$

$C = 2^{2a-1} 3^b$

$D = 2^{a+1} 3^{b+1}$ 이다.

이때, 넓이 A 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 정수이다.) [4점]



[난이도 : ★★☆☆] [2007년 11월 학력평가]

153 $\begin{cases} 2^{x+2y} = a \\ 2^{x-y} = b \end{cases}$ 일 때, 2^{x+y} 을 a 와 b 로 나타내면?[3점]

- ① $\sqrt{\frac{a}{b}}$ ② $\sqrt[3]{\frac{b}{a^2}}$ ③ \sqrt{ab}
- ④ $\sqrt[3]{ab^2}$ ⑤ $\sqrt[3]{a^2b}$

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 11월 학력평가]

154 이차방정식 $x^2 - 7x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $2^{\alpha-1} \times 2^{\beta-1}$ 의 값은?[3점]

- ① 32 ② 64 ③ 128
- ④ 256 ⑤ 512

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 5월 학력평가]

155 [공통]세 정수 $3^{35}, 4^{28}, 5^{21}$ 의 대소관계로 옳은 것은?[4 점]

- ① $3^{35} < 4^{28} < 5^{21}$ ② $3^{35} < 5^{21} < 4^{28}$
- ③ $4^{28} < 3^{35} < 5^{21}$ ④ $5^{21} < 3^{35} < 4^{28}$
- ⑤ $5^{21} < 4^{28} < 3^{35}$

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 5월 학력평가]

156 세 수 $A = \sqrt[3]{3}, B = \sqrt{\sqrt{5}}, C = \sqrt{\sqrt[3]{10}}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?[3점]

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
- ④ $B < C < A$ ⑤ $C < B < A$

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 5월 학력평가]

157 거듭제곱근에 대하여 옳은 것을 다음 [보기]에서 모두 고르면?[3점]

[보기]
ㄱ. $\sqrt[3]{(-2)^3} = -\sqrt[3]{2^3}$
ㄴ. 16의 네 제곱근 중 실수인 것은 두 개이다.
ㄷ. -27의 세제곱근 중 실수인 것은 -3이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 6월 학력평가]

158 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(2^\alpha \times 2^\beta)^{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}} = 2^k$ 이다.

실수 k 의 값을 구하시오.[3 점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 6월 학력평가]

159 실수 x 에 대하여 $2^x + 2^{-x} = 3$ 일 때, $8^x + 8^{-x}$ 의 값은?[3 점]

- ① 9 ② 12 ③ 15
- ④ 18 ⑤ 21

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 9월 학력평가]

160 $x^{\frac{3}{2}} + y^{\frac{3}{2}} = 12, xy = 9$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 9월 학력평가]

161 $\sqrt[4]{4^n}$ 이 정수가 되도록 하는 100 이하의 자연수 n 의 개수를 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★★★★] [2007년 10월 학력평가]

162 두 양의 정수 m, n 에 대하여 $a = \log_2 m, b = \log_2 n$ 이다.

등식 $2^a - 2 = 2^{a-b}$ 가 성립할 때, $m+n$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

[난이도 : ★★★★★] [2007년 4월 학력평가]

163 두 수 $\sqrt{\frac{2^a \cdot 5^b}{2}}$ 과 $\sqrt[3]{\frac{2^a \cdot 5^b}{5}}$ 이 모두 자연수일 때, $a+b$ 의 최솟값은?

(단, a, b 는 자연수이다.) [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

[난이도 : ★★★★★] [2007년 5월 학력평가]

164 [공통]다음은 $3^{2p} + 3^{3q} + 5^{5r} = 3^{7s}$ 을 만족시키는 양의 정수 p, q, r, s 에 대하여 $p+q+r+s$ 의 최솟값을 구하는 과정이다.

$3^{2p} + 3^{3q} + 5^{5r} = 3^{2p}(1 + 3^{3q-2p} + 3^{5r-2p}) = 3^{7s}$ 이므로
 $3^{3q-2p} = [가]$ 이고, $3^{5r-2p} = [나]$ 이어야 한다.
 따라서 $2p = 3q = 5r$ 이다.
 $2p = 3q = 5r = 30m$ (m 은 양의 정수)라 하면
 $3^{7s} = [다]$ 이므로 이를 만족시키는 양의 정수 m, s 의 최솟값을 찾으면 $p+q+r+s$ 의 최솟값 [대]을 구할 수 있다.

이 과정에서 (가), (나), (대)에 알맞은 것은? [4점]

- ① 0, 3^{30m+1} , 100 ② 0, 3^{30m+3} , 100
- ③ 1, 3^{30m+1} , 100 ④ 1, 3^{30m+1} , 106
- ⑤ 1, 3^{30m+3} , 106

[난이도 : ★★★★★] [2007년 11월 학력평가]

165 [공통]다음은 $11^{15} < 55^9 < 11^{17} < 33^{13} < 11^{19}$ 임을 이용하여 세 수 $A = 3^{273}, B = 5^{189}, C = 11^{126}$ 의 크기를 비교하는 과정이다.

먼저 A 와 B 의 크기를 비교해 보자.
 189 와 273 의 최대공약수는 $[가]$ 이므로
 $\frac{A}{B} = \frac{3^{273}}{5^{189}} = \left(\frac{3^{13}}{5^9}\right)^{21}$ 이다.
 $11^{15} < 55^9 < 11^{17} < 33^{13} < 11^{19}$ 을 이용하면
 $3^{13} [나] 5^9$ 이므로 $\frac{A}{B} [다] 1$ 이다.
 $\therefore A [나] B$
 같은 방법으로 A 와 C, B 와 C 의 크기를 비교할 수 있다.
 따라서 A, B, C 의 대소 관계는 [대]이다.

이 과정에서 (가), (나), (대)에 알맞은 것은? [4점]

- ① 21, $>$, $B < A < C$
- ② 21, $<$, $A < C < B$
- ③ 21, $<$, $C < A < B$
- ④ 57, $>$, $B < C < A$
- ⑤ 57, $<$, $C < A < B$

[난이도 : ★★★] [2007년 11월 학력평가]

166 표면 절대 온도가 T , 반지름이 R 인 구형의 별이 단위 시간동안 우주공간으로 방출하는 복사 에너지량의 크기, 즉 광도 L 은 다음과 같다.

$$L = 4\pi kR^2 T^4 \quad (k \text{는 상수})$$

전갈자리에는 안타레스 A 와 안타레스 B 라는 구형의 별이 있다. A 의 광도는 B 의 40배이고, B 의 표면 절대 온도는 A 의 5배이다.

A 의 반지름을 a , B 의 반지름을 b 라 할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은?[4점]

- ① $25\sqrt{10}$ ② $50\sqrt{10}$ ③ $\frac{2\sqrt{10}}{125}$
 ④ $\frac{2\sqrt{10}}{25}$ ⑤ $\frac{25\sqrt{10}}{4}$

[난이도 : ★☆☆] [2006년 3월 학력평가]

167 [공통] $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{8}$ 의 값은?[2 점]

- ① 1 ② $3^{\sqrt{2}}$ ③ $\sqrt{2}$
 ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2006년 11월 학력평가]

168 0이 아닌 정수 n 에 대하여 $9^{\frac{1}{n}}$ 이 자연수가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합은?[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2006년 4월 학력평가]

169 [공통] $\frac{54^2 \times 21^3}{28}$ 의 값은?[2점]

- ① $3^8 \times 7$ ② $3^8 \times 7^2$ ③ $3^8 \times 7^3$
 ④ $3^9 \times 7$ ⑤ $3^9 \times 7^2$

[난이도 : ★☆☆] [2006년 4월 학력평가]

170 $\sqrt{2\sqrt{2}}$, $\sqrt{2^{\sqrt{2}}}$, $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ 의 대소 관계는?[3점]

- ① $\sqrt{2\sqrt{2}} < \sqrt{2^{\sqrt{2}}} < (\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$
 ② $\sqrt{2\sqrt{2}} < \sqrt{2^{\sqrt{2}}} = (\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$
 ③ $\sqrt{2^{\sqrt{2}}} = (\sqrt{2})^{\sqrt{2}} < \sqrt{2\sqrt{2}}$
 ④ $\sqrt{2^{\sqrt{2}}} < (\sqrt{2})^{\sqrt{2}} < \sqrt{2\sqrt{2}}$
 ⑤ $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}} < \sqrt{2\sqrt{2}} < \sqrt{2^{\sqrt{2}}}$

[난이도 : ★☆☆] [2006년 5월 학력평가]

171 $x + x^{-1} = 3$ 일 때, $x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은?[3점]

- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4
 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

[난이도 : ★☆☆] [2006년 10월 학력평가]

172 $\sqrt{\frac{9^7 + 3^{10}}{9^4 + 3^4}}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 9월 학력평가]

173 1보다 큰 두 양수 a, b 에 대하여

$a \circ b = \begin{cases} a^b, & (a \geq b) \\ \log_a b, & (a < b) \end{cases}$ 이라고 정의할 때, $(\sqrt{3} \circ 3^5) \circ \log_8 1$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 9월 학력평가]

174 [공통] $2^x = 3$ 일 때, $8^{\frac{x}{2}}$ 의 값은?[2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\sqrt{3}$
- ④ 3 ⑤ $3\sqrt{3}$

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 6월 학력평가]

175 [공통] 세 수 $A = 2^{100}, B = 3^70, C = 5^{40}$ 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?[3점]

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < C < A$
- ④ $C < A < B$ ⑤ $C < B < A$

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 5월 학력평가]

176 1이 아닌 양수 a 에 대하여 $\sqrt[4]{a^3 \sqrt{a \sqrt{a}}} = a^{\frac{n}{m}}$ 일 때, $m+n$ 의 값을 구하시오.(단, m 과 n 은 서로소)[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 5월 학력평가]

177 세 수 $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[6]{6}$ 중에서 두 수를 선택하여 a, b 라고 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 최댓값은?[3점]

- ① $\sqrt{\frac{3}{2}}$ ② $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ ③ $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$
- ④ $\sqrt[6]{\frac{3}{2}}$ ⑤ $\sqrt[6]{\frac{1}{6}}$

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 4월 학력평가]

178 양의 실수 a, b 에 대하여 연산 \circ 를 $a \circ b = a^{2b}$ 이라 정의할 때, 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면?[3점]

[보기]
ㄱ. $a \circ 1 = 1 \circ a$
ㄴ. $\frac{1}{a} \circ b = \frac{1}{a \circ b}$
ㄷ. $a \circ \left(\frac{1}{2}b\right) = \frac{1}{2}(a \circ b)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 6월 학력평가]

179 $a = \sqrt{2}, b = \sqrt[3]{3}$ 일 때, $\sqrt[6]{6}$ 을 a, b 로 나타낸 것은?[3점]

- ① $a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}$ ② $a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}$ ③ $a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{6}}$
- ④ $a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{3}}$ ⑤ $a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{6}}$

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 6월 학력평가]

180 세 함수

$$f(x) = (1+r_1)^x, g(x) = \left(1 + \frac{r_2}{2}\right)^{2x}, h(x) = \left(1 + \frac{r_3}{4}\right)^{4x} \text{에 대하여}$$

$f(10) = g(10) = h(10)$ 일 때, r_1, r_2, r_3 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은? (단, r_1, r_2, r_3 는 양의 실수이다.) [3점]

- ① $r_1 < r_2 < r_3$ ② $r_1 < r_3 < r_2$ ③ $r_2 < r_1 < r_3$
- ④ $r_2 < r_3 < r_1$ ⑤ $r_3 < r_2 < r_1$

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 9월 학력평가]

181 두 집합

$$A = \{x | (x-1)(x-\sqrt[3]{4}) > 0\}, B = \{x | (x-\sqrt[4]{8})(x-\sqrt[6]{6}) < 0\} \text{에 대하여 } A \cup B \text{는?} [3점]$$

- ① $\{x | x < 1 \text{ 또는 } x > \sqrt[3]{4}\}$
- ② $\{x | x < 1 \text{ 또는 } x > \sqrt[4]{8}\}$
- ③ $\{x | x < 1 \text{ 또는 } x > \sqrt[6]{6}\}$
- ④ $\{x | 1 < x < \sqrt[4]{8}\}$
- ⑤ $\{x | x \text{는 실수}\}$

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 3월 학력평가]

182 집합 $A = \left\{x \mid x = \left(\frac{1}{256}\right)^{\frac{1}{n}}, n \text{은 } 0 \text{이 아닌 정수}\right\}$ 의 원소 중

자연수인 것의 개수는? [3 점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 10월 학력평가]

183 $0 < a < b < c < 1$ 을 만족하는 세 실수 a, b, c 에 대하여

$$A = a^a b^b c^c, B = a^a b^c c^b, C = a^b c^c a^a \text{이라고 하자.}$$

이때, A, B, C 의 대소 관계로 옳은 것은? [4점]

- ① $C < B < A$
- ② $B < C < A$
- ③ $C < A < B$
- ④ $A < C < B$
- ⑤ $B < A < C$

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 11월 학력평가]

184 [공통] 거듭제곱근의 성질 중 항상 옳은 것을 다음 [보기]에서 모두 고르면?

(단, $a > 0, a \neq 1$) [3점]

[보기]
ㄱ. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a}} = \sqrt[4]{a}$ ㄴ. $(\sqrt[3]{a})^3 = \sqrt[12]{a}$ ㄷ. $\sqrt[3]{a} \sqrt{a} = \sqrt[6]{a}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

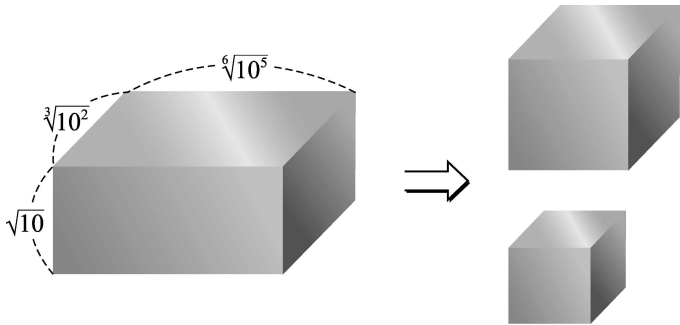
[난이도 : ★★☆☆] [2006년 5월 학력평가]

185 [공통] $\left(\frac{3\sqrt{5}}{9}\right)^{\sqrt{5}+2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3
- ④ 9 ⑤ $3^{\sqrt{5}}$

[난이도 : ★★★] [2006년 9월 학력평가]

186 그림과 같이 세 모서리의 길이가 $\sqrt{10}$, $\sqrt[3]{10^2}$, $\sqrt[6]{10^5}$ 인 직육면체 모양의 금속 덩어리가 있다.



이 금속 덩어리를 녹여 부피의 비가 3:1인 정육면체 모양의 금속 덩어리 두 개로 만들었을 때, 부피가 작은 것의 한 모서리의 길이는?[3점]

- ① $\sqrt[3]{15}$ ② $\sqrt[3]{25}$ ③ $\sqrt[3]{35}$
- ④ $\sqrt[3]{50}$ ⑤ $\sqrt[3]{75}$

[난이도 : ★★★] [2006년 6월 학력평가]

187 [공통]자연수 x, n 에 대하여 집합

$$A = \left\{ x \mid x = \sqrt{\frac{2^{11}(3^4 + 3^2 + 1)}{3^6 - 1}} \right\}$$

의 모든 원소들의 합을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2005년 3월 학력평가]

188 [공통] $6^{\frac{4}{3}} \times 2^{\frac{5}{3}} \times 3^{-\frac{1}{3}}$ 의 값은?[2점]

- ① 6 ② 12 ③ 24
- ④ 36 ⑤ 54

[난이도 : ★☆☆] [2005년 9월 학력평가]

189 [공통] $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{4} \div \sqrt[6]{4}$ 를 계산하면?[2점]

- ① $\sqrt[3]{2^5}$ ② $\sqrt[3]{2^7}$ ③ $\sqrt[6]{2^5}$
- ④ $\sqrt[6]{2^7}$ ⑤ $\sqrt[3]{2^9}$

[난이도 : ★☆☆] [2005년 0월 학력평가]

190 [공통] $2^{\frac{1}{3}} \div 3^{\frac{1}{3}} \times 18^{\frac{2}{3}}$ 의 값은?[2점]

- ① 4 ② 6 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 12

[난이도 : ★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

191 $\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$ 의 값은?[2점]

- ① $\frac{8}{27}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1
- ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

[난이도 : ★☆☆] [2005년 6월 학력평가]

192 $4^x = 5$ 일 때, $\frac{8^x + 8^{-x}}{2^x + 2^{-x}} = \frac{b}{a}$ (a, b 는 서로소인 양수)이다.

이때, $a+b$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

193 [공통] 거듭제곱근에 대한 설명 중 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

[보기]
ㄱ. $\sqrt[3]{2}$ 는 2의 세제곱근이다.
ㄴ. $a > 0, b > 0$ 이고 n 이 1보다 큰 자연수일 때, $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ 이다.
ㄷ. 16의 네제곱근 중 실수는 2개뿐이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 3월 학력평가]

194 $f(n) = a^{\frac{1}{n}}$ (단, $a > 0, a \neq 1$) 일 때 $f(2 \cdot 3) \times f(3 \cdot 4) \times \dots \times f(9 \cdot 10) = f(k)$ 를 만족하는 상수 k 에 대하여 $10k$ 의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 3월 학력평가]

195 $abc = 24$ 인 세 실수 a, b, c 가 있다. $2^a = 3^2, 3^b = 5^3$ 일 때, 5^c 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 7월 학력평가]

196 다음은 $\sqrt{2}^{\sqrt{3}} \times \sqrt{3}^{\sqrt{2}}$ 과 $\sqrt{2}^{\sqrt{2}} \times \sqrt{3}^{\sqrt{3}}$ 의 대소 관계를 알아보는 과정이다.

$$\begin{aligned} & \sqrt{2}^{\sqrt{3}} \times \sqrt{3}^{\sqrt{2}} - \sqrt{2}^{\sqrt{2}} \times \sqrt{3}^{\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{2}^{(가)} \times \sqrt{3}^{\sqrt{2}} (\sqrt{2}^{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \sqrt{3}^{(나)}) \\ & \text{그런데 } \sqrt{2}^{\sqrt{3}-\sqrt{2}} < \sqrt{3} \text{ 이고 } \sqrt{2}^{(가)} > 0, \sqrt{3}^{\sqrt{2}} > 0 \text{ 이므로} \\ & \sqrt{2}^{\sqrt{3}} \times \sqrt{3}^{\sqrt{2}} - \sqrt{2}^{\sqrt{2}} \times \sqrt{3}^{\sqrt{3}} [다] < 0 \\ & \therefore \sqrt{2}^{\sqrt{3}} \times \sqrt{3}^{\sqrt{2}} [다] < \sqrt{2}^{\sqrt{2}} \times \sqrt{3}^{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- ① $\sqrt{2}, \sqrt{3} - \sqrt{2}, <$
 ② $\sqrt{2}, \sqrt{3} - \sqrt{2}, >$
 ③ $\sqrt{2}, \sqrt{2} - \sqrt{3}, <$
 ④ $\sqrt{3}, \sqrt{2} - \sqrt{3}, >$
 ⑤ $\sqrt{3}, \sqrt{2} - \sqrt{3}, <$

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 4월 학력평가]

197 [공통] $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{32} \times \sqrt[3]{27}$ 의 값은? [2점]

- ① $6\sqrt{3}$ ② 12 ③ $9\sqrt{2}$
 ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ 18

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 6월 학력평가]

198 [공통] $(\sqrt[3]{2^4})^2 \times (\sqrt{2})^{\frac{1}{2}} \div \sqrt[4]{2}$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4
 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 10월 학력평가]

199 $9^{20} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{30} \div 27^{10} \times 4^{20} = 6^n$ 일 때, n 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 9월 학력평가]

200 $2^x = 5$ 일 때, $4^x + 8^x$ 의 값을 구하시오.[2점]

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 11월 학력평가]

201 [공통] $\sqrt[3]{-27} - \sqrt[4]{16} + \sqrt[5]{-1}$ 의 값은?[2점]

- ① -6 ② -5 ③ -4
- ④ -3 ⑤ -2

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 6월 학력평가]

202 [공통] 세 수 $A=2^{\frac{1}{2}}, B=3^{\frac{1}{3}}, C=9^{\frac{1}{9}}$ 의 대소 관계는?[3점]

- ① $A < B < C$ ② $B < A < C$ ③ $B < C < A$
- ④ $C < B < A$ ⑤ $C < A < B$

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 9월 학력평가]

203 [공통] 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $2^\alpha \cdot 2^\beta + \log_2 \alpha + \log_2 \beta$ 의 값은?[3점]

- ① 17 ② 18 ③ 19
- ④ 20 ⑤ 21

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 11월 학력평가]

204 [공통] $a^{8x} = 3 + \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{a^x + a^{2x} + a^{3x}}{a^{-x} + a^{-2x} + a^{-3x}} = m + \sqrt{n}$ 을

만족하는 유리수 m, n 에 대하여 $100m + n$ 의 값을 구하시오.(단, $a > 0$)[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 9월 학력평가]

205 다음은 $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}$ 가 무리수임을 증명하는 과정이다.

$\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} = m$ (m 은 유리수)라 가정하면
 $m = \frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소인 자연수)로 놓을 수 있다.
 $m^3 = (\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4})^3 = 6$ (가)...①
 $m = \frac{q}{p}$ 를 ①에 대입하여 정리하면
 $q^3 =$ (나)...②이므로
 q^3 은 (나)의 배수가 된다.
따라서 $q =$ (나) k (k 는 자연수)...③로 놓을 수 있으므로
③을 ②에 대입하여 정리하면
 $p^2(6k + p) = 36k^3$
그런데 p, q 가 모두 짝수가 되므로
 p, q 가 서로소라는 가정에 모순이다.
그러므로 $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}$ 는 무리수이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?[4점]

- ① $m-1, 3$
- ② $m-1, 6$
- ③ $m+1, 2$
- ④ $m+1, 3$
- ⑤ $m+1, 6$

[난이도 : ★★★] [2005년 11월 학력평가]

206 [공통] 거듭제곱근에 대한 설명 중 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면?

(단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수이다.) [4점]

[보기]
ㄱ. $\sqrt{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$
ㄴ. $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{36}] = 75$
ㄷ. $[\sqrt{a}] + [\sqrt{10-a}] = [\sqrt{10}]$ 을 만족하는 자연수 a 는 5개이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★☆☆] [2004년 0월 학력평가]

207 등식 $\frac{\sqrt{a^6}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a}} = a^k$ 을 만족하는 k 의 값은? (단, $a > 0$) [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

[난이도 : ★☆☆] [2004년 10월 학력평가]

208 함수 $f(x) = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)이 $f(1) - f(-1) = 3$ 을 만족할 때, $f(2) + f(-2)$ 의 값은? [3점]

- ① 13 ② 11 ③ 9
 ④ 7 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2004년 11월 학력평가]

209 $32^{\frac{3}{5}} + 625^{-0.25}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{39}{5}$ ② $\frac{41}{5}$ ③ $\frac{49}{6}$
 ④ $\frac{199}{25}$ ⑤ $\frac{201}{25}$

[난이도 : ★☆☆] [2004년 10월 학력평가]

210 [공통] $\sqrt{4 \times \sqrt[3]{2}} = 2^x$ 일 때, x 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{6}$
 ④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

[난이도 : ★☆☆] [2004년 4월 학력평가]

211 $(a^{\sqrt{3}})^{2\sqrt{3}} \div a^3 \times (\sqrt[3]{a})^6 = a^k$ 일 때, k 의 값을 구하시오. (단, $a > 0, a \neq 1$) [3점]

[난이도 : ★☆☆] [2004년 9월 학력평가]

212 거듭제곱근에 대한 설명 중 옳은 것은? [3점]

- ① $\sqrt[3]{81} = \pm 3$
 ② $\sqrt[3]{-64} = -8$
 ③ 16의 네제곱근은 ± 2 이다.
 ④ $\sqrt{(-3)^2}$ 의 제곱근은 3이다.
 ⑤ -1은 -1의 세제곱근 중 하나이다.

[난이도 : ★★☆☆] [2004년 10월 학력평가]

213 $a=2^{\frac{2}{3}}, b=3^{\frac{1}{6}}$ 일 때, $a^m b^n = 36$ 을 만족하는 두 자연수 m, n 의 합 $m+n$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2004년 9월 학력평가]

214 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[3점]

[보기]
ㄱ. $(\sqrt{2})^{2\sqrt{2}} = (2\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$
ㄴ. $(\sqrt{3})^{3\sqrt{3}} = (3\sqrt{3})^{\sqrt{3}}$
ㄷ. $(\sqrt{5})^{5\sqrt{5}} = (5\sqrt{5})^{\sqrt{5}}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2004년 3월 학력평가]

215 [공통]세 수 $\sqrt[3]{6}, \sqrt[4]{8}, \sqrt[5]{12}$ 를 작은 것부터 차례로 나열한 것은?[3점]

- ① $\sqrt[3]{6}, \sqrt[4]{8}, \sqrt[5]{12}$ ② $\sqrt[4]{8}, \sqrt[3]{6}, \sqrt[5]{12}$ ③ $\sqrt[5]{12}, \sqrt[3]{6}, \sqrt[4]{8}$
 ④ $\sqrt[5]{12}, \sqrt[4]{8}, \sqrt[3]{6}$ ⑤ $\sqrt[4]{8}, \sqrt[5]{12}, \sqrt[3]{6}$

[난이도 : ★★☆☆] [2004년 4월 학력평가]

216 [공통] $a = \sqrt{2}, b = \sqrt[3]{3}$ 일 때, $\sqrt[3]{6}$ 을 a, b 로 나타내면?[2점]

- ① $\sqrt{a}\sqrt{b}$ ② $\sqrt[3]{a}\sqrt{b}$ ③ \sqrt{ab}
 ④ a^2b ⑤ a^4b^2

[난이도 : ★★☆☆] [2004년 11월 학력평가]

217 [공통] n 이 2이상의 자연수일 때, 다음 [보기]에서 거듭제곱근에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?[3점]

[보기]
ㄱ. n 이 홀수일 때, $\sqrt[n]{-5} = -\sqrt[n]{5}$ 이다.
ㄴ. n 이 짝수일 때, $\sqrt[n]{(-5)^n} = -5$ 이다.
ㄷ. n 이 홀수일 때, $x^n = -5$ 를 만족하는 실수 x 는 1개이다.
ㄹ. n 이 짝수일 때, $x^n = 5$ 를 만족하는 실수 x 는 n 개이다.

- ① ㄱ, ㄷ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ
 ④ ㄱ, ㄴ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

[난이도 : ★★☆☆] [2004년 5월 학력평가]

218 [공통] $\{(-2)^2\}^{\frac{1}{2}} \times (\sqrt{2})^2$ 을 간단히 하면?[2점]

- ① -4 ② $-2\sqrt{2}$ ③ 2
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

[난이도 : ★★☆☆] [2004년 5월 학력평가]

219 $x^a = y^b = xy$ 인 관계가 성립할 때, $\frac{2(a+b)}{ab}$ 의 값은?(단, x, y 는 1이 아닌 양수, $xy \neq 1$)[4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

[난이도 : ★★☆☆] [2004년 4월 학력평가]

220 $x = 2^{\frac{1}{4}} + 2^{-\frac{1}{4}}$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 4} + x$ 의 값은?[3점]

- ① $2^{\frac{1}{4}}$ ② $2^{\frac{3}{4}}$ ③ $2^{\frac{5}{4}}$
- ④ $2^{\frac{7}{4}}$ ⑤ $2^{\frac{9}{4}}$

[난이도 : ★★☆☆] [2004년 11월 학력평가]

221 [공통] 양수 a 를 연산 장치에 입력하면 $4\sqrt{a\sqrt{a^3}}$ 이 출력된다고 한다.

$\sqrt{a^3}$ 을 이 장치에 입력하여 출력된 값이 $a^{\frac{n}{m}}$ 과 같다.

이때, $m+n$ 의 값을 구하시오.(단, m 과 n 은 서로 소인 양의 정수이다.)[3점]

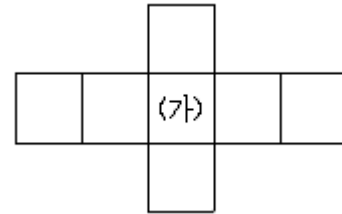
[난이도 : ★★☆☆] [2004년 11월 학력평가]

222 [공통] $\begin{cases} 20^x = 32 \\ 5^y = 128 \end{cases}$ 일 때, $\frac{5}{x} - \frac{7}{y}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2004년 9월 학력평가]

223 그림과 같은 7개의 칸에 $2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8$ 을 하나씩만 써서 가로 칸의 수들의 곱과 세로 칸의 수들의 곱이 같도록 하자.

이때, (가)에 쓸 수 있는 수들을 모두 곱한 값은?[4점]



- ① 2^5 ② 2^7 ③ 2^{12}
- ④ 2^{14} ⑤ 2^{15}

정답 및 해설

1.지수

중단원 기출문제

1) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 계산할 수 있는가?

$$2 \times 16^{\frac{1}{4}} = 2 \times (2^4)^{\frac{1}{4}} = 2 \times 2 = 4$$

2) 답 : ②

[해설]

출제 의도 : 지수법칙을 이용하여 계산할 수 있는가?

$$\begin{aligned} \text{[구하는 값]} &= 8 \times 2^{-2} = 2^3 \times 2^{-2} \\ &= 2^{3+(-2)} \\ &= 2^1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

3) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수의 법칙을 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가?

$$8^{\frac{1}{3}} + 27^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} + (3^3)^{\frac{2}{3}} = 2^1 + 3^2 = 2 + 9 = 11$$

4) 답 : ①

[해설]

$$\text{[해설]} \quad 5 \times 8^{\frac{1}{3}} = 5 \times (2^3)^{\frac{1}{3}} = 5 \times 2 = 10$$

5) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가?

$$8^{\frac{2}{3}} \times 9^{\frac{1}{2}} = 2^2 \times 3 = 12$$

6) 답 : 16

[해설]

$$\left(\sqrt[3]{3^5}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(3^{\frac{5}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{5}{6}}$$

이때,

$$3^{\frac{5}{6}} = (3^5)^{\frac{1}{6}} = (3^{10})^{\frac{1}{12}} = (3^{15})^{\frac{1}{18}} = \dots = (3^{80})^{\frac{1}{96}} \text{ 이므로}$$

$\left(\sqrt[3]{3^5}\right)^{\frac{1}{2}}$ 은 3^5 의 6제곱근, 3^{10} 의 12제곱근, 3^{15} 의 18제곱근, ... ,

3^{80} 의 96제곱근과 같다.

따라서 구하는 n 은 6, 12, 18, ..., 96이므로 16개이다.

[다른 풀이]

$$N = \left(\left(\sqrt[3]{3^5}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^n = 3^{\frac{5}{6}n}$$

여기서 N 이 자연수이려면 $\frac{5}{6}n$ 은 0 이상의 정수이어야 한다.

$$\therefore n = 6k (k = 1, 2, 3, \dots, 16)$$

따라서 16개이다.

7) 답 : ④

[해설]

$$9^{\frac{3}{2}} \times 27^{-\frac{2}{3}} = (3^2)^{\frac{3}{2}} \times (3^3)^{-\frac{2}{3}} = 3^3 \times 3^{-2} = 3$$

8) 답 : ①

[해설]

$$\begin{aligned} \text{[구하는 값]} &= (ab)^2 \\ &= a^2b^2 \\ &= (\sqrt{2})^2 \left(3^{\frac{1}{6}}\right)^2 \\ &= 2 \times 3^{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

9) 답 : ②

[해설]

$$\begin{aligned} 5^{\frac{2}{3}} \times 25^{-\frac{5}{6}} &= 5^{\frac{2}{3}} \times (5^2)^{-\frac{5}{6}} = 5^{\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{5}{3}} \\ &= 5^{\frac{2}{3}-\frac{5}{3}} = 5^{-1} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

10) 답 : ③

[해설]

$$\begin{aligned} 3^{\frac{2}{3}} \times 9^{\frac{3}{2}} \div 27^{\frac{8}{9}} \\ &= 3^{\frac{2}{3}} \times 3^3 \div 3^{\frac{8}{3}} \\ &= 3^{\frac{2}{3}+3-\frac{8}{3}} \\ &= 3 \end{aligned}$$

11) 답 : ①

[해설]

$$\sqrt[3]{2} \times \sqrt[6]{16} = \sqrt[6]{2^2} \times \sqrt[6]{2^4} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

12) 답 : ⑤

[해설]

$$(\sqrt{2})^5 = (\sqrt{2})^4 \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

13) 답 : ④

[해설]

지수와 로그의 정의에서

$$r = \log_a x \Leftrightarrow x = a^r$$

$$s = \log_a y \Leftrightarrow y = a^s$$

이때, 지수법칙으로부터

$$a^{r+s} = a^r a^s = xy$$

$$\therefore r+s = \log_a xy$$

즉, $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$

14) 답 : ④

[해설]

정답 및 해설

$$\left\{\left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{2}{3}}\right\}^{\frac{9}{4}} = \left\{\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{4}{3}}\right\}^{\frac{9}{4}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{4}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$$

15) 답 : ④

[해설]

$$2^2 \times 8^{\frac{1}{3}} = 4 \times 2 = 8$$

16) 답 : ③

[해설]

$$2^0 \times 9^{\frac{1}{2}} = 1 \times 3 = 3$$

17) 답 : ①

[해설]

$$2 \times 27^{\frac{1}{3}} = 2 \times 3 = 6$$

18) 답 : ⑤

[해설]

$$8^{\frac{1}{3}} + 9^{\frac{1}{2}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} + (3^2)^{\frac{1}{2}} = 2 + 3 = 5$$

19) 답 : ④

[해설]

$$4^{\frac{3}{2}} \times 2 = (2^2)^{\frac{3}{2}} \times 2 = 2^3 \times 2 = 16$$

20) 답 : ①

[해설]

$$3 \times 8^{\frac{2}{3}} = 3 \times (2^3)^{\frac{2}{3}} = 3 \times 4 = 12$$

21) 답 : ⑤

[해설]

$$4^{\frac{3}{2}} \times 27^{\frac{1}{3}} = 2^{2 \cdot \frac{3}{2}} \times 3^{3 \cdot \frac{1}{3}} = 8 \cdot 3 = 24$$

22) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근의 뜻을 이해하여 지수방정식의 해를 구한다.

4의 세제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[3]{4}$ 이므로

$$a = \sqrt[3]{4} = 2^{\frac{2}{3}}$$

따라서 주어진 방정식은 $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = 2^{\frac{2}{3}}$ 이며 지수법칙을 사용하면

$$2^{-(x+1)} = 2^{\frac{2}{3}} \text{ 이며 밑이 서로 같으므로}$$

$$-x-1 = \frac{2}{3}$$

$$\therefore x = -\frac{5}{3}$$

23) 답 : ①

[해설]

$n \geq 3$ 에서 $(-3)^{\frac{n-1}{n}} = (-3) \cdot \frac{1}{\sqrt[n]{-3}}$ 이 실수이므로

$$n = 2k+1 \text{ 일 때, } a_n = 1$$

$$n = 2k+2 \text{ 일 때, } a_n = 0 \text{ (단, } k \text{ 는 자연수)}$$

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{a_n}{2^n} = \frac{a_3}{2^3} + \frac{a_4}{2^4} + \frac{a_5}{2^5} + \frac{a_6}{2^6} + \dots$$

$$= \frac{1}{2^3} + \frac{0}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{0}{2^6} + \dots$$

$$= \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^7} + \dots$$

$$= \frac{\frac{1}{8}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{6}$$

24) 답 : ③

[해설]

해설

$$4 \times 8^{\frac{1}{3}} = 2^2 \times 2^1 = 2^3 = 8$$

25) 답 : ④

[해설]

$\sqrt[3]{n^m} = n^{\frac{m}{3}}$ 에서 $n^{\frac{m}{3}}$ 이 자연수가 되는 경우는

$$n = 1 \text{ 인 경우에 } m = 1, 2, 3$$

$$2 \leq n \leq 7 \text{ 인 경우에 } m = 3$$

$$n = 8 \text{ 인 경우에 } m = 1, 2, 3$$

따라서 순서쌍 (m, n) 의 개수는 $3+6+3=12$

26) 답 : ②

[해설]

$$\frac{2^a + 2^{-a}}{2^a - 2^{-a}} = -2 \text{ 에서 분모, 분자에 } 2^a \text{ 를 곱하면}$$

$$\frac{2^{2a} + 1}{2^{2a} - 1} = -2 \text{ 정리하면 } 2^{2a} = \frac{1}{3}$$

$$4^a = \frac{1}{3} \cdot 4^{-a} = 3$$

$$\therefore 4^a + 4^{-a} = \frac{10}{3}$$

27) 답 : ⑤

[해설]

$$\left(\sqrt{2\sqrt{6}}\right)^4 = (2\sqrt{6})^2 = 2^2 \times 6 = 24$$

28) 답 : 25

[해설]

$$3^{a+b} = 4, 2^{a-b} = 5$$

$$\begin{cases} a+b = \log_3 4 \\ a-b = \log_2 5 \end{cases}$$

정답 및 해설

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = \log_3 4 \times \log_2 5$$

$$= 2 \log_3 5$$

$$\therefore 3^{a^2 - b^2} = 3^{2 \log_3 5} = 5^2 = 25$$

29) 답 : ①

[해설]

$$A = m^{\frac{1}{m-8}} \cdot n^{\frac{1}{n-5}} = (m^{n-5} \cdot n^{m-8})^{\frac{1}{(m-8)(n-5)}}$$

$$B = m^{\frac{1}{m-8}} \cdot n^{\frac{1}{n-5}} = (m^{-(n-5)} \cdot n^{m-8})^{\frac{1}{(m-8)(n-5)}}$$

$$C = m^{\frac{1}{m-8}} \cdot n^{\frac{1}{n-5}} = (m^{n-5} \cdot n^{-(m-8)})^{\frac{1}{(m-8)(n-5)}}$$

$1 < m^{n-5} < n^{m-8}$ 이므로 $A > B > C$ 이다.

30) 답 : 50

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근이 정수가 되기 위한 조건을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$\sqrt[4]{4^n} = 4^{\frac{n}{4}} = 2^{\frac{n}{2}} \text{ 이므로 } n \text{ 이 } 2 \text{ 의 배수일 때}$$

$\sqrt[4]{4^n}$ 이 정수가 된다.

따라서 100 이하의 자연수에서 2의 배수의 개수는 50개이다.

31) 답 : 90

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 활용하여 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$x^{\frac{3}{2}} + y^{\frac{3}{2}} = 12 \text{ 의 양변을 제곱하면}$$

$$x^3 + 2(xy)^{\frac{3}{2}} + y^3 = 144$$

$$x^3 + y^3 = 144 - 2(xy)^{\frac{3}{2}} = 144 - 2 \cdot (3^2)^{\frac{3}{2}}$$

$$= 144 - 54 = 90$$

32) 답 : ③

[해설]

$$R(a, b) = \sqrt[b]{a}$$

$$\neg. R(16, 4) = \sqrt[4]{16} = \sqrt[2]{4} = R(8, 2) \therefore \text{참}$$

$$\sqcup. R(a, 5) \cdot R(b, 5) = \sqrt[5]{5} \sqrt[5]{5}$$

$$\sqrt[a+b]{5} = R\left(\frac{ab}{a+b}, 5\right) \neq R(a+b, 5)$$

$$(\because \left(\frac{1}{5^a}\right)\left(\frac{1}{5^b}\right) = \frac{1}{5^{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}} = \frac{1}{5^{\frac{a+b}{ab}}}) \therefore \text{거짓}$$

$$\sqcap. R(a, b) = \sqrt[b]{a} = k \text{ 에서 } b = k^a$$

$$a = \log_k b \therefore \text{참}$$

따라서, 옳은 것은 \neg, \sqcap 이다.

33) 답 : ④

[해설]

$$(\text{주어진 식}) = 2^{-1} \times 2^5 = 2^4 = 16 \text{ [정답] ④}$$

34) 답 : ④

[해설]

$$25^{-\frac{3}{2}} \times 100^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{3}{2}} \times 100^{\frac{3}{2}} = \left\{\left(\frac{1}{25} \times 100\right)\right\}^{\frac{3}{2}} = 4^{\frac{3}{2}} = 8$$

35) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수와 로그

$$2a = \log_7(7 - \sqrt{48}) = \log_7(7 - 4\sqrt{3}) \text{ 이므로}$$

$$7^{2a} = 7 - 4\sqrt{3}$$

$$7^{-2a} = \frac{1}{7 - 4\sqrt{3}} = 7 + 4\sqrt{3}$$

$$[\text{구하는 값}] = \frac{7^{2a} - 7^{-2a}}{7^{2a} + 7^{-2a}} = \frac{7 - 4\sqrt{3} - 7 - 4\sqrt{3}}{7 - 4\sqrt{3} + 7 + 4\sqrt{3}}$$

$$= -\frac{8\sqrt{3}}{14}$$

$$= -\frac{4\sqrt{3}}{7}$$

36) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수와 로그

$$A = \sqrt[3]{\sqrt{10}} = \sqrt[3]{10^{\frac{1}{2}}} = 10^{\frac{1}{6}}$$

$$B = \sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}} = (5^3)^{\frac{1}{6}} = 125^{\frac{1}{6}}$$

$$C = \sqrt[3]{\sqrt{28}} = \sqrt[3]{28^{\frac{1}{2}}} = 28^{\frac{1}{6}}$$

이므로 A, B, C 의 대소 관계는 $A < C < B$ 이다.

[정답] 2

37) 답 : ④

[해설]

$$25^{-\frac{3}{2}} \times 100^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{3}{2}} \times 100^{\frac{3}{2}}$$

$$= \left\{\left(\frac{1}{25} \times 100\right)\right\}^{\frac{3}{2}}$$

$$= 4^{\frac{3}{2}}$$

$$= 8$$

38) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수와 로그

$$A = \sqrt[3]{\sqrt{10}} = \sqrt[3]{10^{\frac{1}{2}}} = 10^{\frac{1}{6}}$$

$$B = \sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}} = (5^3)^{\frac{1}{6}} = 125^{\frac{1}{6}}$$

$$C = \sqrt[3]{\sqrt{28}} = \sqrt[3]{28^{\frac{1}{2}}} = 28^{\frac{1}{6}}$$

이므로 A, B, C 의 대소 관계는 $A < C < B$ 이다.

39) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 간단한 거듭제곱근을 계산한다.

$$\sqrt{4} \times \sqrt[3]{8} = \sqrt{2^2} \times \sqrt[3]{2^3} = 2 \times 2 = 4$$

40) 답 : ③

정답 및 해설

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 활용하여 계산하기

$$(3^4)^{\frac{1}{2}} = 3^{4 \times \frac{1}{2}} = 3^2 = 9$$

41) 답 : 17

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 주어진 식의 값을 구한다.

$$2^{-a} + 2^{-b} = \frac{1}{2^a} + \frac{1}{2^b} = \frac{2^a + 2^b}{2^{a+b}} = \frac{9}{4} \dots \textcircled{1}$$

그런데 $2^a + 2^b = 2$ 이므로 이 값을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\frac{2}{2^{a+b}} = \frac{9}{4}$$

$$2^{a+b} = 2 \times \frac{4}{9} = \frac{8}{9}$$

따라서 $p=9, q=8, p+q=17$

42) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질을 활용하여 문제 해결하기

(가)에서 $\sqrt[3]{a}$ 는 ab 의 네제곱근이므로

$$a^{\frac{4}{3}} = ab, b = a^{\frac{1}{3}}$$

(나)에서

$$\log_a bc + \log_b ac = \log_a a^{\frac{1}{3}}c + \log_{a^{\frac{1}{3}}} ac$$

$$= \frac{1}{3} \log_a a + \log_a c + 3(\log_a a + \log_a c) = \frac{10}{3} + 4 \log_a c = 4$$

$$\log_a c = \frac{1}{6}, c = a^{\frac{1}{6}}$$

$$\text{따라서 } a = \left(\frac{b}{c}\right)^k = \left(\frac{a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{6}}}\right)^k = \left(a^{\frac{1}{3} - \frac{1}{6}}\right)^k = a^{\frac{k}{6}} \text{이므로 } k=6$$

43) 답 : 124

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 활용하여 문제 해결하기

$$(\sqrt{3^n})^{\frac{1}{2}} = \left(3^{\frac{n}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{n}{4}}, \sqrt[3]{3^{100}} = 3^{\frac{100}{3}}$$

$3^{\frac{n}{4}}, 3^{\frac{100}{3}}$ 이 모두 자연수가 되도록 하는 n ($n \geq 2$)은 4의 배수이고 100의 양의 약수이다.

따라서 구하는 모든 n 의 값의 합은 $4+20+100=124$

44) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수 계산하기

$$3 \times 27^{\frac{1}{3}} = 3 \times (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3 \times 3 = 9$$

45) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수를 계산하여 값을 구한다.

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{4^4}\right)^{\frac{2}{3}} &= 4^{\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}} = 4^{\frac{3 \times 2}{4} \times 3} = 4^{\frac{6}{12}} \\ &= 4^{\frac{1}{2}} = (2^2)^{\frac{1}{2}} = 2^{2 \times \frac{1}{2}} = 2^1 = 2 \end{aligned}$$

46) 답 : 33

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근의 성질을 이해하여 조건을 만족시키는 지수를 구한다.

$$\sqrt[3]{4^n} = 4^{\frac{n}{3}} = 2^{\frac{2n}{3}} \text{이 정수가 되기 위해서는 } \frac{2n}{3} \text{이 자연수이어야 하므로}$$

n 은 3의 배수이다. n 은 100 이하의 자연수이고,

100 이하의 자연수 중 3의 배수의 개수는 33이다.

따라서 n 의 개수는 33이다.

47) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근의 성질을 이해하여 식의 값을 구한다.

점 Q_n 의 y 좌표는 점 P_n 의 y 좌표와 같다.

$$a_n = 3n+1 \text{이므로 } a_2 = 7, a_9 = 28$$

$$y = x^2 (x \geq 0) \text{의 역함수는 } f^{-1}(x) = \sqrt{x} (x \geq 0) \text{이다.}$$

$$\text{그러므로 } f^{-1}(a_2) = \sqrt{7}, f^{-1}(a_9) = \sqrt{28}$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } f^{-1}(a_2)f^{-1}(a_9) &= \sqrt{7} \times \sqrt{28} \\ &= \sqrt{7 \times 28} = \sqrt{196} = 14 \end{aligned}$$

48) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 지수를 계산하여 값을 구한다.

$$\sqrt{2} \times 8^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} \times (2^3)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = 4$$

49) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 지수를 계산하여 값을 구한다.

$$3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3 \times (3^{-1})^{-2} = 3 \times 3^2 = 27$$

50) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 활용하여 계산하기

$$4^{\frac{1}{2}} \times 8^{\frac{1}{3}} = (2^2)^{\frac{1}{2}} \times (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2 \times 2 = 4$$

51) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 지수 계산하기

$$\sqrt[3]{2} \times 16^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{8}{3}} = 2^3 = 8$$

52) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수를 계산하여 값을 구한다.

정답 및 해설

$$4^{-\frac{3}{2}} \times 8^{\frac{5}{3}} = (2^2)^{-\frac{3}{2}} \times (2^3)^{\frac{5}{3}} = 2^{-3} \times 2^5 = 2^2 = 4$$

53) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수법칙과 거듭제곱근을 이해하여 식의 값을 구한다.

$2^a = 3$ 이므로 이 식을 $3^b = \sqrt{2}$ 에 대입하면

$$(2^a)^b = \sqrt{2}$$

이 식을 정리하면 $2^{ab} = 2^{\frac{1}{2}}$ 이므로 $ab = \frac{1}{2}$

[다른 풀이 1]

로그의 정의에 의해

$$a = \log_2 3, \quad b = \log_3 \sqrt{2}$$

따라서 $ab = \log_2 3 \cdot \log_3 \sqrt{2} = \log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2}$

[다른 풀이 2]

주어진 식의 양변에 밑이 3인 로그를 취하면

$$a \log_3 2 = 1, \quad b = \frac{1}{2} \log_3 2$$

$$a = \frac{1}{\log_3 2}$$

따라서 $ab = \frac{1}{\log_3 2} \cdot \frac{1}{2} \log_3 2 = \frac{1}{2}$

54) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질을 이해하고 식의 값을 구한다.

$2^x = 24$ 이므로

$$x = \log_2 24 = \log_2 (2^3 \times 3) = 3 + \log_2 3$$

따라서 $x - 3 = \log_2 3$

$3^y = 24$ 이므로

$$y = \log_3 24 = \log_3 (3 \times 8) = 1 + \log_3 8$$

따라서 $y - 1 = \log_3 8$

그러므로 $(x-3)(y-1)$ 의 값은

$$(x-3)(y-1) = \log_2 3 \log_3 8$$

$$= \log_2 3 \times \frac{\log_2 8}{\log_2 3}$$

$$= \log_2 8 = 3$$

55) 답 : 9

[해설]

[출제 의도] 지수와 로그의 값을 계산한다.

$$9^{\frac{1}{2}} \times \log_2 8 = (3^2)^{\frac{1}{2}} \times \log_2 2^3 = 3 \times 3 = 9$$

56) 답 : 252

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근의 성질을 이해하여 주어진 조건을 만족시키는 자연수를 구한다.

$\sqrt{a} + \sqrt[3]{b}$ 이 자연수가 되기 위해서는 a 는 어떤 자연수의 제곱 꼴이

고 b 는 세제곱 꼴이다.

$$5^2 < 30 \leq a \leq 40 < 7^2 \text{이므로 } a = 6^2$$

또, $5^3 < 150 = 5^2 \times 6 < 6^3$ 이고

$$6^3 < 294 = 7^2 \times 6 < 7^3$$

이므로 $5 < \sqrt[3]{b} < 7$, $b = 6^3$

$$\text{따라서 } a+b = 36+216 = 252$$

57) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 계산하기

$$\sqrt{8} \times \sqrt[4]{4} = 2^{2^{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}}} = 2^2 = 4$$

58) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 계산하기

$$\sqrt[3]{81} \times \sqrt{\sqrt{16}} = 3 \times 2 = 6$$

59) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수 계산하기

$$4^{\frac{3}{2}} \times 16^{-\frac{1}{2}} = 2^3 \times 2^{-2} = 2$$

60) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 지수의 성질을 알고 계산하기

$$(\text{준식}) = (2^3)^{\frac{2}{3}} \times (2^4)^{\frac{1}{4}} = 2^2 \times 2 = 8$$

61) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수 계산하기

$$\sqrt{2} \div \sqrt[5]{4\sqrt{2}} = 2^{\frac{1}{2}} \div 2^{\frac{2}{5} + \frac{1}{10}} = 2^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} = 1$$

62) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수 계산하기

$$\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}} = 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \sqrt{2}$$

63) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 지수 계산하기: 여러개의 근호가 있는 곱셈과 나눗셈

$$\sqrt{5} \times \sqrt[3]{5\sqrt{5}} = 5^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = 5$$

$$[\text{다른 풀이}] 5^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = 5^1 = 5$$

64) 답 : 24

정답 및 해설

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 계산하기

$$\frac{\sqrt[3]{6\sqrt{4}}}{\sqrt[6]{6}} = \frac{\sqrt[6]{36 \cdot 4}}{\sqrt[6]{6}} = \sqrt[6]{24}$$

∴ $a = 24$

65) 답 : 98

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이해하여 식의 값을 구한다.

$$\left(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = a + 2 + a^{-1} \text{ 이므로}$$

$$a + a^{-1} = \left(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}\right)^2 - 2$$

$$100 - 2 = 98$$

66) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수법칙 이해하기

$$2^x = \sqrt{2} + 1, \quad 2^{-x} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1 \text{ 이므로}$$

$$2^x + 2^{-x} = 2\sqrt{2} \text{ 이고 } 2^x - 2^{-x} = 2$$

$$\frac{2^x - 2^{-x}}{4^x + 2 + 4^{-x}} = \frac{2^x - 2^{-x}}{(2^x + 2^{-x})^2} = \frac{2}{(2\sqrt{2})^2} = \frac{1}{4}$$

67) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 지수법칙 이해하기

$$2^x = 3^y = 5^z = k \text{ 라 하면 } 2 = k^{\frac{1}{x}}, 3 = k^{\frac{1}{y}}, 5 = k^{\frac{1}{z}} \text{ 이다.}$$

$$2 \times 3 \times 5 = k^{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}} = k^{\frac{1}{2}}$$

$$k = (2 \times 3 \times 5)^2 = 900$$

$$\therefore 2^x + 3^y + 5^z = 3k = 2700$$

68) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 지수와 로그 계산하기

[해설]

$$x = \log_a 8, y = \log_b 8, z = \log_c 8 \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \log_8 a - \log_8 b + \log_8 c = \log_8 \frac{ac}{b} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{ac}{b} = 4$$

(별해)

$$a = 8^x, b = 8^y, c = 8^z \text{ 이므로 } \frac{ac}{b} = 8^{\frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{z}} \text{ 이다.}$$

$$\frac{ac}{b} = 8^{\frac{2}{3}} = 4$$

69) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 주어진 값을 구한다.

$$75 = 5^{-\frac{1}{x}}, 3 = 5^{\frac{2}{y}} \text{ 이므로 } 5^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{75}, 5^{\frac{2}{y}} = 3 \text{ 이다.}$$

$$5^{\frac{1}{x} + \frac{2}{y}} = 5^{\frac{1}{x}} \times 5^{\frac{2}{y}} = 3 \times \frac{1}{75} = \frac{1}{25} = 5^{-2}$$

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = -2$$

70) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수법칙 이해하기

$$2^{2a+b} = 27 \text{ 이고, } 4^{a-3b} = \frac{1}{25} \text{ 에서 } 2^{2(a-3b)} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \text{ 이므로}$$

$$2^{a-3b} = \frac{1}{5} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 2^{3a-2b} = 2^{2a+b} \cdot 2^{a-3b} = \frac{27}{5}$$

71) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근의 대소 관계 이해하기

$$0 < \frac{a}{b} < 1 \text{ 이므로 } A = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{9}{12}} < \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{8}{12}} = C$$

$$\frac{a}{b} - \frac{b}{a^2} = \frac{a^3 - b^2}{a^2 b} < 0 \text{ 이므로 } \frac{a}{b} < \frac{b}{a^2} < 1 \text{ 이다.}$$

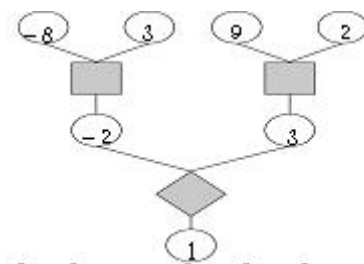
$$C = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{b}{a^2}\right)^{\frac{2}{3}} = B$$

$$\therefore A < C < B$$

72) 답 : 14

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기



$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = (-2)^2 + 3^2 + 1^2 = 14$$

73) 답 : ④

[해설]

$$8^{\frac{2}{3}} \div 4^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{2}{3}} = 2^{2 - \frac{2}{3} + \frac{2}{3}} = 2^2$$

74) 답 : 32

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\text{(좌변)} = \sqrt[4]{2} \times \sqrt[4]{8} = \sqrt[4]{16}$$

$$\text{(우변)} = \sqrt[8]{2} = \sqrt[8 \times 4]{2^4} = \sqrt[32]{16}$$

$$\text{따라서 } n = 32 \text{ 이다.}$$

[다른 풀이]

$$2^{\frac{1}{n}} \times 2^{\frac{3}{n}} = 2^{\frac{4}{n}} = 2^{\frac{1}{8}}$$

정답 및 해설

따라서 $\frac{4}{n} = \frac{1}{8}$ 이므로 $n = 32$ 이다.

75) 답 : ①

[해설]

$$2^{\frac{6}{2}} \times (2^{-2})^{-\frac{1}{2}} = 2^3 \times 2 = 16$$

76) 답 : ②

[해설]

$$3^{\frac{2}{5}} = (3^2)^{\frac{k}{5}} = 3^k \text{ 이므로 } k = \frac{2}{5} \text{ 이다.}$$

77) 답 : ③

[해설]

$$\sqrt[3]{8} \div 2^{-2} = (2^3)^{\frac{1}{3}} \div 2^{-2} = 2^{1 - (-2)} = 2^3 = 8$$

78) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수를 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$2^{\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{1}{3}} \times 10^{\frac{4}{3}} = 2^{\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}} \times 5^{\frac{4}{3}}$$

$$2^{\frac{2}{3} + \frac{4}{3}} \times 5^{-\frac{1}{3} + \frac{4}{3}} = 2^2 \times 5 = 20$$

79) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 계산하기

$$3\frac{\sqrt{3}}{4} \times 4\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \sqrt{6}$$

80) 답 : ③

[해설]

$$\sqrt{2} \div \sqrt[5]{4\sqrt{2}} = 2^{\frac{1}{2}} \div \left\{ (2^2 \times 2)^{\frac{1}{5}} \right\}^{\frac{1}{5}}$$

$$= 2^{\frac{1}{2}} \div 2^{\frac{1}{2}} = 1$$

81) 답 : ⑤

[해설]

$$(\text{준식}) = \sqrt[3]{6} \times \sqrt[3]{9} \div \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\{6 \times 9 \div 2\}} = \sqrt[3]{27} = 3$$

82) 답 : ①

[해설]

$$\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, \sqrt[3]{4} = 2^{\frac{2}{3}}, \sqrt[3]{8} = 2^{\frac{1}{3}} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt[3]{8} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{4} \text{ 이다.}$$

83) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 지수의 성질을 이해하고 계산할 수 있는 가를 묻는 문제이다.

$$4^x = 2^y \text{ 에서 } 2^{2x} = 2^y, y = 2x \text{ 이므로 } \frac{y}{x} + \frac{2x}{y} = 3 \text{ 이다.}$$

84) 답 : ②

[해설]

$$A = \sqrt[3]{\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{4}{12}} = \left(\frac{1}{256}\right)^{\frac{1}{12}}$$

$$B = \sqrt[4]{\frac{1}{6}} = \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{3}{12}} = \left(\frac{1}{216}\right)^{\frac{1}{12}}$$

$$C = \sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{15}}} = \left(\frac{1}{15}\right)^{\frac{2}{12}} = \left(\frac{1}{225}\right)^{\frac{1}{12}}$$

$$\therefore A < C < B$$

85) 답 : ②

[해설]

$$a = \sqrt[4]{3} = 3^{\frac{1}{4}}, b = \sqrt[6]{4} = (2^2)^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{3}} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt[12]{6} = 6^{\frac{1}{12}} = (2 \cdot 3)^{\frac{1}{12}} = 2^{\frac{1}{12}} \cdot 3^{\frac{1}{12}}$$

$$\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(3^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{4}}$$

86) 답 : 128

[해설]

$$\frac{1}{2}a^2 = 2^b, \frac{1}{2}c^2 = 4^d \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{4}(ac)^2 = 2^{b+2d} = 2^{12}$$

$$\therefore ac = 2^7 = 128$$

87) 답 : ③

[해설]

$$8^{-\frac{1}{2}} \times \sqrt{2^5} = (2^3)^{-\frac{1}{2}} \{ \times 2 \}^{\frac{5}{2}} = 2^{-\frac{3}{2} + \frac{5}{2}} = 2$$

88) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 지수 계산하기

$$\sqrt[3]{2} \times 2^{-2} \times 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{3} - 2 + \frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$$

89) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 유리수인 지수의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$9^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$$

90) 답 : 16

[해설]

$$2^{\frac{1}{6}} \times 2^{\frac{9}{2}} \div 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{6} + \frac{9}{2} - \frac{2}{3}} = 16$$

91) 답 : 27

[해설]

[출제 의도] 지수법칙 이해하기

주어진 식의 양변에 3^a 을 곱하면

$$2^a \times 3^a = 3, 6^a = 3$$

$$\therefore 6^{3a} = 3^3 = 27$$

정답 및 해설

92) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]지수법칙 이해하기

새로 만든 정육면체 한 개의 부피는

$$\frac{2^{15} + 2^{12}}{72} = \frac{2^{12}(2^3 + 1)}{72} = 2^9$$

∴ 한 모서리의 길이는 $\sqrt[3]{2^9} = 2^3$

93) 답 : 64

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이용한 수학 내적 문제 해결하기

이차방정식 $x^2 + 5x + 1 = 0$ 의 두 근을 각각 α, β 라 하면,

$$\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = 1$$

$$\frac{(2 \cdot 2^\alpha)^\beta}{2^\alpha \cdot 4^\beta} = \frac{2^\beta \cdot 2^{\alpha\beta}}{2^\alpha \cdot 2^{2\beta}} = 2^{\alpha\beta - (\alpha + \beta)} = 64$$

94) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]거듭제곱근의 성질 이해하기

$$\alpha^3 - 10\alpha + 9 = 0 \dots ①$$

$$\beta^3 - 10\beta + 9 = 0 \dots ②$$

$$\gamma^3 - 10\gamma + 9 = 0 \dots ③$$

①, ②, ③을 더하면

$$\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 - 10(\alpha + \beta + \gamma) + 27 = 0 \text{이다.}$$

근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha + \beta + \gamma = 0$ 이므로

$$\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = -27$$

$$\therefore \sqrt[3]{\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3} = -3$$

95) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]거듭제곱근의 뜻을 알고 있는가를 묻는 문제이다.

$$x = \sqrt[4]{2} = 2^{\frac{1}{4}} \text{이므로}$$

$$x^n = 2^{\frac{n}{4}} \text{이 세 자리의 자연수이려면}$$

$$2^4 = 2^7, 2^4 = 2^8, 2^4 = 2^9 \text{이어야 한다.}$$

따라서 구하는 자연수 n 의 값은 $4 \times 7, 4 \times 8, 4 \times 9$ 이므로

구하는 모든 자연수 n 의 값의 합은

$$4(7+8+9) = 96 \text{이다.}$$

96) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$3^a = 12^b = 6 \text{이므로 } 3 = 6^{\frac{1}{a}}, 12 = 6^{\frac{1}{b}} \text{이다.}$$

$$\text{이때, } 6^{\frac{1}{a}} \times 6^{\frac{1}{b}} = 6^{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = 3 \times 12 = 36 \text{이므로}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2 \text{이다.}$$

97) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]거듭제곱근의 성질 이해하기

$$\neg. \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}}{b^{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} \text{ (참)}$$

$$\neg. \sqrt[4]{(ab)^2} = \sqrt[4]{(-ab)^2} \text{이므로}$$

$$\sqrt[4]{(ab)^2} + \sqrt[4]{(-ab)^2} = 2\sqrt[4]{(ab)^2} \text{ (거짓)}$$

$$\neg. \sqrt[5]{(ab)^2} = (ab)^{\frac{2}{5}} = a^{\frac{2}{5}} b^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{a^2} \sqrt[5]{b^2} \text{ (참)}$$

98) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]거듭제곱근 이해하기

$$A = \{1, \sqrt{2}\}$$

$$B = \{\sqrt[3]{-2}, \sqrt[3]{-1}, 1, \sqrt[3]{2}\} \text{이므로}$$

$$A \cup B = \{\sqrt[3]{-2}, \sqrt[3]{-1}, 1, \sqrt[3]{2}, \sqrt{2}\}$$

$$\text{(모든 원소의 곱)} = -2^{\frac{1}{3}} \times (-1) \times 1 \times 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2^{\frac{7}{6}}$$

99) 답 : 23

[해설]

[출제 의도]지수의 성질 이해하기

$$\frac{360}{5^n}$$

이 자연수가 되려면 n 은 2이상인 360의 약수이다.

따라서 23개이다.

100) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]지수 방정식 계산하기

$$a^{6xyz} = 7^{6yz}, b^{6xyz} = 7^{3xz}, c^{6xyz} = 7^{2xy}$$

$$(abc)^{6xyz} = 7^{12xyz} = 7^{6yz + 3xz + 2xy}$$

$$\frac{6}{x} + \frac{3}{y} + \frac{2}{z} = 12$$

101) 답 : ④

[해설]

(i) $m = 2k + 1$ (k 는 자연수)일 때

$$\sum_{n=2}^m f(n) = 2 + 1 + 2 + 1 + \dots + 2 + 1 = 3k$$

(ii) $m = 2k$ (k 는 자연수)일 때

$$\sum_{n=2}^m f(n) = 2 + 1 + 2 + 1 + \dots + 2 = 3k - 1$$

$$\text{이때 } \sum_{n=2}^m f(n) = 33 \text{이므로 } k = 11$$

$$\therefore m = 23$$

102) 답 : 17

[해설]

[출제 의도]거듭제곱근 계산하기

$a > 0, a \neq 1$ 인 a 에 대하여,

$$\left\{ \frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{\sqrt{a^4}}} \times \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^{-4}} \right\}^6$$

정답 및 해설

$$= \left(a^{\frac{3}{2} - \frac{2}{3} + 2}\right)^6 = \left(a^{\frac{17}{6}}\right)^6 = a^{17} \therefore k=17$$

103) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 지수와 로그의 성질 이해하기

[해설] $a = \log_2 c, b = \log_2 d$

$$\neg. c^b = c^{\log_2 d} = d^{\log_2 c} = d^a \text{ (참)}$$

$$\neg. a+b = \log_2 c + \log_2 d = \log_2 cd \text{ (참)}$$

$$\neg. \frac{a}{b} = \frac{\log_2 c}{\log_2 d} = \log_d c \text{ (거짓)}$$

104) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 식의 값 구하기

[해설] $3^x + 3^{-x} = 3$ 이므로

$$3^{2x} + 3^{-2x} = (3^x + 3^{-x})^2 - 2 = 7 \text{ 이고}$$

$$3^{4x} + 3^{-4x} = (3^{2x} + 3^{-2x})^2 - 2 = 47 \text{ 이다.}$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{47+1}{7+1} = 6$$

105) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 수의 대소 비교하기

[해설] $8^A = 27, 9^B = 25, 7^C = 27$

$$i) 8^A > 9^B > 8^B \therefore A > B$$

$$ii) 7^C > 9^B > 7^B \therefore C > B$$

$$iii) 7^C = 8^A > 7^A \therefore C > A$$

i), ii), iii)에 의하여 $B < A < C$ 이다.

106) 답 : 512

[해설]

[출제 의도] 지수 법칙 이해하기

$$f(1) = 2^{\sqrt{2}-1}$$

$$f(2) = 2^{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

⋮

$$f(99) = 2^{10-\sqrt{99}} \text{ 이므로}$$

$$[\text{구하는 값}] = f(1) \times f(2) \times \dots \times f(99)$$

$$= 2^{(\sqrt{2}-1) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + \dots + (\sqrt{100}-\sqrt{99})} = 2^{10-1}$$

$$= 2^9 = 512$$

107) 답 : 49

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근의 정의 이해하기

$-p$ 가 음수이므로

$$n \text{이 짝수일 때, } N(-p, n) = 0$$

$$n \text{이 홀수일 때, } N(-p, n) = 1$$

$$\sum_{n=2}^{100} N(-p, n) = 49$$

108) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용한 추론하기

임의의 자연수 $m, n (m < n)$ 에 대하여

집합 S 의 두 원소 $2^{2^m} + 1$ 과 $2^{2^n} + 1$ 의 공통인수를 $d (d > 1)$ 라고 가정하자.

$$2^{2^n} + 1 = (2^{2^m} - 1) + 2 \text{ 이고}$$

$$2^{2^n} - 1 = (\sqrt{2^{2^m}} + 1)(\sqrt{2^{2^m}} - 1)$$

$$= (2^{2^{m-1}} + 1)(2^{2^{m-1}} - 1)$$

$$(\because \sqrt{2^{2^m}} = (2^{2^m})^{\frac{1}{2}} = 2^{2^m \times \frac{1}{2}} = 2^{2^{m-1}})$$

$$2^{2^{n-1}} - 1$$

$$= (2^{2^{n-2}} + 1)(2^{2^{n-3}} + 1) \times \dots \times (2+1)(2-1)$$

$$2^{2^n} + 1 = (2^{2^m} - 1) + 2$$

$$= (2^{2^{m-1}} + 1)(2^{2^{m-1}} - 1) + 2$$

$$= (2^{2^{m-1}} + 1) \times \dots \times (2^{2^m} + 1) \times \dots \times (2+1)(2-1) + 2$$

따라서, d 가 $2^{2^m} + 1$ 과 $2^{2^n} + 1$ 의 공통인수이고 $d > 1$ 이므로 $d = 2$ 이다.

그러나, 모든 자연수 n 에 대하여 $2^{2^n} + 1$ 은 홀수 이므로 모순이다.

따라서, $2^{2^m} + 1$ 과 $2^{2^n} + 1$ 은 1보다 큰 공통인수를 갖지 않으므로 서로소이다.

109) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 활용하여 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\sqrt[3]{(8 \times 27)^2} = \sqrt[3]{6^6} = \sqrt[3]{36^3} = 36$$

110) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 지수를 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$2^{-\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{2}{3}} = 2^{-\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}} = 2^{-\frac{1}{3} + \frac{4}{3}} = 2$$

111) 답 : ⑤

[해설]

$$\log_2 12\sqrt{2} - \log_2 3 = \log_2 4\sqrt{2} = \frac{5}{2}$$

112) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 값 구하기

$$[\text{해설}] 2^{\frac{5}{3}} \times 2^{\frac{1}{2}} \div 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2}$$

113) 답 : ②

[해설]

$$9^{\frac{3}{2}} + \log_3 81 = (3^2)^{\frac{3}{2}} = \log_3 3^4 = 3^{2 \times \frac{3}{2}} + 4 \log_3 3 = 27 + 4 = 31$$

114) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 계산하기

$$[\text{해설}] (\text{준식}) = 3^{\frac{1}{2}} \div 3^{\frac{3}{2}} \times 3^2 = 3$$

정답 및 해설

115) 답 : ⑤

[해설]

$$3^{\frac{2}{3}} \times 27^{\frac{1}{9}} + \log_2 8 = 3^{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}} + 3 = 6$$

116) 답 : 90

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$25^{\frac{x}{2}} + 625^{\frac{x}{2}} = 5^x + 5^{2x} = 5^x + (5^x)^2 = 9 + 9^2 = 90$$

117) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 간단한 지수 계산하기

$$2^{\frac{4}{5}} \div 2^{\frac{3}{10}} = 2^{\frac{8-3}{10}} = \sqrt{2}$$

118) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근의 성질 이해하기

[해설] $\sqrt[n]{\frac{2^{18}}{3^{24}}} = \sqrt[n]{\frac{2^{18}}{3^{24}}} = \sqrt[n]{\frac{(2^3)^6}{(3^4)^6}} = \sqrt[n]{\left(\frac{8}{81}\right)^6}$ 의 값이 유리수가 되려면 n 이 6의 약수인 1, 2, 3, 6이어야 한다. 그러므로 n 은 2, 3, 6 ($\because n \geq 2$)

[별해] $\sqrt[n]{2^{18}} = 2^{\frac{18}{n}}$, $\sqrt[n]{3^{24}} = 3^{\frac{24}{n}}$ 이므로 n 은 18과 24의 공약수이고, $n \geq 2$ 이므로, $n = 2, 3, 6$ 이다.

119) 답 : ④

[해설]

$$2^{2x+1} = a, 5^{1-x} = b$$

$$\left(\frac{1}{20}\right)^x = (2^{-2} \cdot 5^{-1})^x = 2^{-2x} \cdot 5^{-x}$$

$$\frac{2}{a} \cdot \frac{b}{5} = \frac{2b}{5a}$$

120) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수 계산하기

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}} \times \sqrt[3]{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}} \times \sqrt[6]{a}$$

$$= a^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6}}$$

$$= a^{\frac{1}{3}}$$

$$= \sqrt[3]{a}$$

121) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이해하고 계산하기

[해설]

$$\sqrt[5]{8} \times 4^{-\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{2^3} \times (2^2)^{-\frac{4}{5}} = 2^{\frac{3}{5}} \times 2^{-\frac{8}{5}} = \frac{1}{2}$$

122) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이해하고 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{\left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 4}$$

$$= \sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\text{이므로 } \therefore \left(\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 = 8$$

123) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$3^a = 5 \text{ 이므로 } 5^b = (3^a)^b = 3^{ab} = 9 \text{ 이다. } \therefore ab = 2$$

124) 답 : ④

[해설]

$$3^{x+1} - 3^x = 2 \cdot 3^x = a \quad \therefore 3^x = \frac{a}{2}$$

$$2^{x+1} + 2^x = 3 \cdot 2^x = b \quad \therefore 2^x = \frac{b}{3}$$

$$\therefore 12^x = 2^{2x} \times 3^x = \frac{ab^2}{18}$$

125) 답 : ⑤

[해설]

$$x^2 + 4 = 2^{\frac{1}{4}} + 2 + 2^{-\frac{1}{4}} = \left(2^{\frac{1}{8}} + 2^{-\frac{1}{8}}\right)^2$$

$$\therefore \sqrt{x^2 + 4} = 2^{\frac{1}{8}} + 2^{-\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{2} + \frac{1}{\sqrt[8]{2}}$$

126) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근 값의 대소 비교하기

$$[\text{해설}] A^{12} = (\sqrt[3]{2})^{12} = (\sqrt[3]{2^{12}}) = 2^{\frac{12}{3}} = 16$$

$$B^{12} = (\sqrt[4]{3})^{12} = (\sqrt[4]{3^{12}}) = 3^{\frac{12}{4}} = 27$$

$$C^{12} = (\sqrt[6]{5})^{12} = (\sqrt[6]{5^{12}}) = 5^{\frac{12}{6}} = 25$$

$$\therefore A < C < B$$

127) 답 : ⑤

[해설]

$$\sqrt[4]{4} \sqrt[3]{3} \sqrt{2} = 4^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{24}} = 2^{\frac{13}{24}} \cdot \frac{1}{12}$$

$$\therefore a + b = \frac{13}{24} + \frac{1}{12} = \frac{5}{8}$$

128) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 상용로그를 이용하여 실생활과 관련된 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$[\text{OH}^-] = 10^{-14} \times \frac{1}{[\text{H}^+]} \text{ 에서 } [\text{H}^+] = 10^{-14} \times \frac{1}{[\text{OH}^-]}$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{-4} \text{ 이므로}$$

정답 및 해설

$$[H^+] = 10^{-14} \times \frac{1}{10^{-4}} = 10^{-10}$$

$$\therefore pH = -\log[H^+] = -\log 10^{-10} = 10$$

129) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근의 대소를 비교할 수 있는가를 묻는 문제이다.

세 수 A, B, C 를 각각 6제곱하면

$$A^6 = (\sqrt{5})^6 = 5^3 = 125$$

$$B^6 = (\sqrt[3]{11})^6 = 11^2 = 121$$

$$C^6 = (\sqrt{2\sqrt{15}})^6 = (\sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{15})^6 = 2^3 \cdot 15 = 120$$

이므로 $C < B < A$ 이다.

130) 답 : 64

[해설]

[출제 의도] 간단한 지수 계산하기

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{a+3b} = (5^a)^{-1} \times (5^b)^{-3} = 8 \times 8 = 64$$

131) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 수열의 귀납적 정의를 이해하여 일반항 구하기

[해설] $f(1) = 2$,

$$f(2) = f(1+1) = f(1)f(1) = 2^2,$$

$$f(3) = f(1+2) = f(1)f(2) = 2^3,$$

...

$$f(n) = 2^n$$

$$a_{10} = a_1 + \sum_{k=1}^9 f(k) = 1 + \frac{2(2^9 - 1)}{2 - 1} = 1023$$

132) 답 : 64

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근의 뜻과 로그의 연산법칙을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$x^4 = k (k > 0)$ 에서 k 의 네 제곱근 중 실수인 것은 $-\sqrt[4]{k}, \sqrt[4]{k}$ 이므로

$$a = \sqrt[4]{k}, b = -\sqrt[4]{k} \text{ 이다.}$$

$x^3 = k (k > 0)$ 에서 k 의 세 제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[3]{k}$ 이므로

$$c = \sqrt[3]{k} \text{ 이다.}$$

$x^3 = -k (k > 0)$ 에서 $-k$ 의 세 제곱근 중 실수인 것은

$$\sqrt[3]{-k} = -\sqrt[3]{k} \text{ 이므로}$$

$$d = -\sqrt[3]{k} \text{ 이다.}$$

$$\log_2 \frac{c}{a} = \log_2 \frac{b}{d} + 1 \text{ 에서 } \log_2 \frac{c}{a} - \log_2 \frac{b}{d} = 1$$

$$\log_2 \frac{cd}{ab} = 1, \frac{cd}{ab} = 2$$

$$\frac{cd}{ab} = \frac{\sqrt[3]{k}(-\sqrt[3]{k})}{\sqrt[4]{k}(-\sqrt[4]{k})} = \frac{\sqrt[3]{k^2}}{\sqrt[4]{k^2}} = \frac{k^{\frac{2}{3}}}{k^{\frac{1}{2}}} = k^{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}} = k^{\frac{1}{6}}$$

따라서 $k^{\frac{1}{6}} = 2$ 이므로 $k = 2^6 = 64$ 이다.

133) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 식의 값 구하기

[해설] $\frac{a+a^5}{a^{-1}+a^{-5}} = 3$ 의 좌변의 분자, 분모에 a^5 을 곱하면

$$\frac{a^6+a^{10}}{a^4+1} = \frac{a^6(1+a^4)}{a^4+1} = a^6 = 3 \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a^2+a^4+a^6}{a^{-2}+a^{-4}+a^{-6}} &= \frac{a^8+a^{10}+a^{12}}{a^4+a^2+1} \\ &= \frac{a^8(1+a^2+a^4)}{a^4+a^2+1} = a^8 = (a^6)^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{3^4} \end{aligned}$$

134) 답 : ⑤

[해설]

제공하여 2가 되는 수는 $[\pm\sqrt{2}]$

세제곱하여 8이 되는 수는 2와 $[-1 \pm \sqrt{3}i]$

실수 범위에서 음수의 세제곱근은 항상 [1]개

135) 답 : 15

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질 이해하기

$a = \log_{30} 3, b = \log_{30} 5$ 이고,

$$\frac{a+b}{1-a} = \frac{\log_{30} 15}{\log_{30} 10} = \log_{10} 15 \text{ 이므로}$$

$$10^{\log_{10} 15} = 15^{\log_{10} 10} = 15$$

136) 답 : 78

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근이 자연수가 되기 위한 조건을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$\left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{n}} = 2^{-\frac{6}{n}} \text{ 이 자연수이려면}$$

$n = -1, -2, -3, -6$ 이 되어 집합 A 의 자연수인 원소는 $2^6, 2^3, 2^2, 2^1$ 이다.

$$\therefore 64 + 8 + 4 + 2 = 78$$

137) 답 : ③

[해설]

$$\text{(주어진 식)} = \left(3 \cdot 3^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{5}} = \left(3^{\frac{5}{3}}\right)^{\frac{3}{5}} = 3^1 = 3$$

138) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 계산하기

$$\text{[해설]} 2^{\frac{5}{2}} \cdot 2^{-\frac{1}{2}} \cdot 2^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}} = 2^2 = 2\sqrt{2}$$

139) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 계산하기

[해설] $9^x = 2$ 이므로 $3^{2x} = 2$ 이다.

$$\text{(준식)} = 3^{-3}$$

정답 및 해설

$$= (3^{2x})^6 = 2^6 = 64$$

140) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이용하여 계산하기

$$\begin{aligned} 8^{\frac{4}{3}} \times 4^{\frac{2}{3}} \div 2^{\frac{1}{3}} &= 2^4 \times 2^{\frac{4}{3}} \div 2^{\frac{1}{3}} \\ &= 2^{4+\frac{4}{3}-\frac{1}{3}} = 2^5 \end{aligned}$$

141) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 활용하여 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} 2^{2a-b} &= 2^{2a} \cdot 2^{-b} = (2^a)^2 (2^b)^{-1} \\ &= 3^2 \times \frac{1}{45} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

142) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이용하여 식을 간단히 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\sqrt{3} \times 27^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}} \times 3^3 = 9$$

143) 답 : ⑤

[해설]

$$8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{3 \times \frac{2}{3}} = 2^2 = 4$$

144) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이용하여 식 계산하기

$$a^2 b \times \sqrt[3]{\frac{b^2}{a}} = a^{2-\frac{1}{3}} b^{1+\frac{2}{3}} = a^{\frac{5}{3}} b^{\frac{5}{3}}$$

145) 답 : 512

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이용하여 계산하기

$$\begin{aligned} \text{[해설]}(\text{준식}) &= \frac{(2^4)^{-4} \times (2^3)^2 \times (2^2)^{-3}}{(2^3)^{-9} \times 2^2} \\ &= \frac{2^{-16} \times 2^6 \times 2^{-6}}{2^{-27} \times 2^2} \\ &= 2^9 = 512 \end{aligned}$$

146) 답 : 64

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이용한 지수 계산하기

$$\begin{aligned} \left(4^{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt[3]{16}\right)^2 &= \left(4^{\frac{5}{6}} \cdot 4^{\frac{2}{3}}\right)^2 \\ &= \left(4^{\frac{5}{6}+\frac{2}{3}}\right)^2 \\ &= 4^3 \\ &= 64 \end{aligned}$$

147) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 활용하여 수의 대소 관계를 구분할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} a &= 3^{55} = (3^5)^{11} = 243^{11} \\ b &= 4^{44} = (4^4)^{11} = 256^{11}, \\ c &= 5^{33} = (5^3)^{11} = 125^{11} \\ \therefore b &> a > c \end{aligned}$$

148) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이용하여 식을 간단히 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} \{(2^2 \times 3)\}^3 \times 2^{-4} \times 3^{-2} \\ &= 2^6 \times 3^3 \times 2^{-4} \times 3^{-2} \\ &= 2^2 \times 3 = 12 \end{aligned}$$

149) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근의 대소를 비교하여 식을 간단히 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} \sqrt{2} &= 2^{\frac{1}{2}}, \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{3}}, \sqrt[5]{5} = 5^{\frac{1}{5}} \\ 2^{\frac{1}{2}}, 3^{\frac{1}{3}} \text{ 에서 } \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^6 &= 2^3 = 8, \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^6 = 3^2 = 9 \\ \therefore \sqrt{2} &< \sqrt[3]{3} \dots CL21 \\ 2^{\frac{1}{2}}, 5^{\frac{1}{5}} \text{ 에서 } \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{10} &= 2^5 = 32, \left(5^{\frac{1}{5}}\right)^{10} = 5^2 = 25 \\ \therefore \sqrt[5]{5} &< \sqrt{2} \dots CL22 \\ \text{㉠, ㉡에서 } \sqrt[5]{5} &< \sqrt{2} < \sqrt[3]{3} \\ \therefore |\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}| + |\sqrt[3]{3} - \sqrt[5]{5}| + |\sqrt[5]{5} - \sqrt{2}| \\ &= -(\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}) + (\sqrt[3]{3} - \sqrt[5]{5}) - (\sqrt[5]{5} - \sqrt{2}) \\ &= 2(\sqrt[3]{3} - \sqrt[5]{5}) \end{aligned}$$

150) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]거듭제곱근의 성질 추론하기

$$\begin{aligned} \neg. \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} &= \sqrt[n]{ab} \text{ (참)} \\ \neg. \sqrt[n]{a} > 0, \sqrt[n]{b} > 0 \text{ 이므로} \\ \sqrt[n]{a} &< \sqrt[n]{b} \text{ 의 양변을 } n \text{ 제곱하여도 부등호 방향이 변하지 않는다.} \\ \therefore a &< b \text{ (참)} \end{aligned}$$

$$\text{c. (반례)} \quad m=2, n=3, a=\frac{1}{4}, b=\frac{1}{8} \text{ 이면}$$

$$\sqrt[2]{\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} \text{ 이지만 } \frac{1}{4} > \frac{1}{8} \text{ 이다. (거짓)}$$

151) 답 : ④

[해설]

$$\begin{aligned} \neg. a^{\frac{4}{3}} &= \sqrt[3]{a^4} \neq \sqrt[4]{a^3} \\ \neg. \sqrt{\sqrt{a^3}} &= \left\{ (a^3)^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{a^3} \\ \text{c. } \sqrt{a} \times \sqrt[4]{a} &= \sqrt[4]{a^2} \times \sqrt[4]{a} = \sqrt[4]{a^3} \end{aligned}$$

정답 및 해설

152) 답 : 648

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 활용하여 도형과 관련된 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \text{ 이므로 } \frac{2^a 3^b}{2^{a-1} 3^{b+1}} = \frac{2^{2a-1} 3^b}{2^{a+1} 3^{b+1}}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2^{a-2}}{3} \therefore a = 3$$

$$\therefore \begin{cases} A = 8 \cdot 3^b \\ B = 12 \cdot 3^b \\ C = 32 \cdot 3^b \\ D = 48 \cdot 3^b \end{cases}$$

$$\therefore A+B+C+D = (8+12+32+48) \cdot 3^b = 100 \cdot 3^b = 90^2$$

$$3^b = 81 = 3^4 \text{ 이므로 } b = 4$$

$$\therefore A = 2^3 \cdot 3^4 = 648$$

153) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 식 변형하기

$$\begin{cases} 2^{x+2y} = a \\ 2^{x-y} = b \end{cases} \text{ 를 이용하여 변형하면}$$

$$2^{3x} = 2^{x+2y} \cdot (2^{x-y})^2 = ab^2$$

$$2^{3y} = \frac{2^{x+2y}}{2^{x-y}} = \frac{a}{b}$$

$$[\text{구하는 값}] = 2^{x+y} = (2^{3x} \cdot 2^{3y})^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left(ab^2 \cdot \frac{a}{b} \right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a^2 b}$$

154) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 식을 변형하여 지수법칙 적용하기

[해설] $\alpha + \beta = 7$ 이므로

$$(\text{준식}) = 2^{\alpha+\beta-2}$$

$$2^5 = 32$$

155) 답 : ④

[해설]

$$3^{35} = (3^5)^7, 4^{28} = (4^4)^7, 5^{21} = (5^3)^7 \text{ 이므로}$$

$3^5, 4^4, 5^3$ 의 대소 관계는 $3^5, 4^4, 5^3$ 의 대소 관계와 같다.

$$3^5 = 243, 4^4 = 256, 5^3 = 125 \text{ 이므로}$$

$3^5, 4^4, 5^3$ 의 대소 관계는 $5^3 < 3^5 < 4^4$ 이다.

$$\therefore 5^{21} < 3^{35} < 4^{28}$$

156) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 수의 대소 관계 구하기

$$[\text{해설}] A = 3^{\frac{1}{3}}, B = 5^{\frac{1}{4}}, C = 10^{\frac{1}{6}} \text{ 이므로}$$

A, B, C 를 각각 12제곱하면

$$A^{12} = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{12} = 3^4 = 81$$

$$B^{12} = \left(5^{\frac{1}{4}}\right)^{12} = 5^3 = 125$$

$$C^{12} = \left(10^{\frac{1}{6}}\right)^{12} = 10^2 = 100$$

$$A^{12} < C^{12} < B^{12} \text{ 이므로 } A < C < B \text{이다.}$$

157) 답 : ⑤

[해설]

$$\neg. \sqrt[3]{(-2)^3} = -2, -\sqrt[3]{2^3} = -2 \therefore \text{참}$$

ㄴ. 16의 네제곱근은 $\pm 2, \pm 2i$ 이므로 실수인 것은 2개이다. \therefore 참

$$\text{ㄷ. } -27 \text{의 세제곱근은 } -3, \frac{-3 \pm 3\sqrt{3}i}{2} \text{ 이므로 실수인 것은 } -3$$

이다. \therefore 참

158) 답 : 16

[해설]

[출제 의도] 근과 계수와의 관계를 이용하여 지수값 계산하기

$x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = 1 \text{ 이므로}$$

$$(2^\alpha \times 2^\beta)^{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}} = 2^{\frac{(\alpha+\beta)^2}{\alpha\beta}} = 2^{16}$$

$$\therefore k = 16$$

159) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 곱셈공식을 이용하여 지수식 계산하기

$$2^x + 2^{-x} = 3 \text{ 일 때,}$$

$$8^x + 8^{-x} = (2^x + 2^{-x})^3 - 3(2^x + 2^{-x}) = 3^3 - 3 \times 3 = 18$$

160) 답 : 90

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 활용하여 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$x^{\frac{3}{2}} + y^{\frac{3}{2}} = 12 \text{ 의 양변을 제곱하면}$$

$$x^3 + 2(xy)^{\frac{3}{2}} + y^3 = 144$$

$$x^3 + y^3 = 144 - 2(xy)^{\frac{3}{2}} = 144 - 2 \cdot (3^2)^{\frac{3}{2}} = 144 - 54 = 90$$

161) 답 : 50

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근이 정수가 되기 위한 조건을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$\sqrt[4]{4^n} = 4^{\frac{n}{4}} = 2^{\frac{n}{2}} \text{ 이므로 } n \text{이 } 2 \text{의 배수일 때 } \sqrt[4]{4^n} \text{이 정수가 된다.}$$

따라서 100이하의 자연수에서 2의 배수의 개수는 50개다.

162) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수의 성질 이해하기

정답 및 해설

$a = \log_2 m, b = \log_2 n$ 이므로,

$$2^a - 2 = 2^{a-b} \Leftrightarrow m - 2 = \frac{m}{n}$$

$$\Leftrightarrow mn - 2n - m = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-2)(n-1) = 2$$

$$\therefore \begin{cases} m=4 \\ n=2 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} m=3 \\ n=3 \end{cases}$$

따라서, $m+n=6$

163) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 자연수가 될 조건 구하기

[해설] $\sqrt{\frac{2^a \cdot 5^b}{2}}$ 는 a 는 홀수, b 는 짝수일 때 자연수가 되고,

$\sqrt[3]{\frac{2^a \cdot 5^b}{5}}$ 는 a 와 $b-1$ 이 3의 배수일 때 자연수가 된다.

그러므로 a 의 최솟값은 3이고, b 의 최솟값은 4이다.

따라서 $3+4=7$

164) 답 : ④

[해설]

㉠) 1

3^{2p} 과 $1+3^{3q-2p}+3^{5r-2p}$ 의 곱이 3의 거듭제곱이므로

$1+3^{3q-2p}+3^{5r-2p}$ 은 1 또는 3의 거듭제곱이어야 한다.

따라서 3^{3q-2p} 과 3^{5r-2p} 이 모두 1이어야 한다.

㉡) 3^{30m+1}

$3^{2p}+3^{3q}+3^{5r} = 3^{7s}$ 에서 $3^{2p+1} = 3^{30m+1}$ 이므로

$$3^{7s} = 3^{30m+1}$$

㉢) 106

$3^{7s} = 3^{30m+1}$ 에서 $7s = 30m+1$ 이므로

양의 정수 m, s 의 최솟값은 $m=3, s=13$ 이다.

따라서 $p=45, q=30, r=18, s=13$ 이므로

$$p+q+r+s = 106$$

165) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수의 크기를 비교하는 과정 추론하기

㉠) 21

㉡) <

㉢) A

166) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 실생활의 문제 해결하기

[해설] A의 광도를 L_A , B의 광도를 L_B A의 표면 절대 온도를 T 라고 하면

$$\frac{L_A}{L_B} = \frac{4\pi k a^2 T^4}{4\pi k b^2 (5T)^4} = 40 \text{ 이므로}$$

$$\frac{a^2}{b^2} = 40 \times 5^4$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 50\sqrt{10}$$

167) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 활용하여 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{2\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{8} &= \left(2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} \times (2^3)^{\frac{1}{6}} = \left(2^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{3}{6}} \\ &= 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = 2 \end{aligned}$$

168) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이해하고 이를 이용하여 문제 해결하기

[해설] $9^n = 3^n$ 이므로 3^n 이 자연수가 되려면 n 은 2의 양의 약수 이어야 한다.

$$\therefore n=1, 2 \text{ 이므로 합은 } 3$$

169) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 값 구하기

[해설]

$$(\text{준식}) = \frac{(2 \times 3^3)^2 \times (3 \times 7)^3}{2^2 \times 7} = \frac{2^2 \times 3^9 \times 7^3}{2^2 \times 7} = 3^9 \times 7^2$$

170) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 실수의 대소관계 이해하기

$$\begin{aligned} [\text{해설}] \quad \sqrt{2\sqrt{2}} &= 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}, (\sqrt{2})^{\sqrt{2}} = 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}, \sqrt{2\sqrt{2}} = 2^{\frac{3}{4}} \\ \therefore \sqrt{2\sqrt{2}} &= (\sqrt{2})^{\sqrt{2}} < \sqrt{2\sqrt{2}} \end{aligned}$$

171) 답 : ⑤

[해설]

$$\begin{aligned} x+x^{-1} &= 3, \left(x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = x+x^{-1}+2=5 \text{ 이므로} \\ x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}} &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^{\frac{3}{2}}+x^{-\frac{3}{2}} &= \left(x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}\right)^3 - 3\left(x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}\right) \\ &= 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

172) 답 : 729

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱의 값을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\sqrt{\frac{3^{14}+3^{10}}{3^8+3^4}} = \sqrt{\frac{3^{10}(3^4+1)}{3^4(3^4+1)}} = 3^6 = 729$$

173) 답 : 81

[해설]

[출제 의도] 지수법칙과 로그의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$\sqrt{3} < 3^5 \text{ 이므로 } \sqrt{3} \circ 3^5 = \log_{\sqrt{3}} 3^5 = 10$$

$$\text{또 } 10 > \log 81 \text{ 이므로 } 10 \circ \log 81 = 10^{\log 81} = 81$$

174) 답 : ⑤

정답 및 해설

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 거듭제곱근을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$8^{\frac{x}{2}} = (2^3)^{\frac{x}{2}} = (2^x)^{\frac{3}{2}} = 3^{\frac{3}{2}} = 3\sqrt{3}$$

175) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수를 이용하여 수의 대소관계 구하기

$$A = 2^{100} = (2^{10})^{10} = 1024^{10}$$

$$B = 3^{70} = (3^7)^{10} = 2187^{10}$$

$$C = 5^{40} = (5^4)^{10} = 625^{10}$$

따라서 $C < A < B$

[별해]

A, B, C 에 각각 상용로그를 취하면

$$\log A = \log 2^{100} = 100 \log 2 = 30.1$$

$$\log B = \log 3^{70} = 70 \log 3 = 33.397$$

$$\log C = \log 5^{40} = 40 \log 5 = 27.96$$

따라서 $C < A < B$

176) 답 : 11

[해설]

[출제 의도] 지수의 성질을 이용하여 계산하기

$$\sqrt[4]{a^3 \sqrt{a \sqrt{a}}} = a^{\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24}} = a^{\frac{3}{8}}$$

$$\therefore m+n=11$$

177) 답 : ④

[해설]

$$\sqrt{2} = 8^{\frac{1}{6}}, \sqrt[3]{3} = 9^{\frac{1}{6}}, \sqrt[6]{6} = 6^{\frac{1}{6}} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt[6]{6} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{3} \text{ 이다.}$$

$$a = \sqrt[6]{6}, b = \sqrt[3]{3} \text{ 일 때, 최대이고 } \frac{b}{a} = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ 이다.}$$

178) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수법칙 이해하기

[해설] \neg . $a \circ 1 = a^2, 1 \circ a = 1$ 이므로

$$a \circ 1 \neq 1 \circ a \text{ (거짓)}$$

$$\neg$$
. $\frac{1}{a} \circ b = a^{-2b}, \frac{1}{a \circ b} = a^{-2b}$ 이므로

$$\frac{1}{a} \circ b = \frac{1}{a \circ b} \text{ (참)}$$

$$\neg$$
. $a \circ \left(\frac{1}{2}b\right) = a^b, \frac{1}{2}(a \circ b) = \frac{1}{2}a^{2b}$ 이므로

$$a \circ \left(\frac{1}{2}b\right) \neq \frac{1}{2}(a \circ b) \text{ (거짓)}$$

179) 답 : ①

[해설]

지수와 로그

$$a = \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, b = \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{3}} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[6]{6} &= 6^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{6}} \cdot 3^{\frac{1}{6}} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

180) 답 : ⑤

[해설]

지수함수와 로그함수

이미지가 없거나 이미지 크기가 0 임

$f(10) = g(10)$ 에서

$$1 + r_1 = \left(1 + \frac{r_2}{2}\right)^2 = 1 + r_2 + \left(\frac{r_2}{2}\right)^2$$

$$r_1 = r_2 + \left(\frac{r_2}{2}\right)^2$$

$$\therefore r_1 > r_2 \quad \text{①}$$

$$g(10) = h(10) \text{ 에서 } \left(1 + \frac{r_2}{2}\right)^{20} = \left(1 + \frac{r_3}{4}\right)^{40}$$

$$1 + \frac{r_2}{2} = \left(1 + \frac{r_3}{4}\right)^2 = 1 + \frac{r_3}{2} + \left(\frac{r_3}{4}\right)^2$$

$$r_2 = r_3 + 2 \cdot \left(\frac{r_3}{4}\right)^2$$

$$\therefore r_2 > r_3 \quad \text{②}$$

①, ②에서 $r_3 < r_2 < r_1$

181) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근의 크기를 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\sqrt[3]{4} = 4^{\frac{1}{3}}, \sqrt[4]{8} = 8^{\frac{1}{4}}, \sqrt[6]{6} = 6^{\frac{1}{6}} \text{ 이므로}$$

$$(\sqrt[3]{4})^{12} = \left(4^{\frac{1}{3}}\right)^{12} = 4^4 = 256$$

$$(\sqrt[4]{8})^{12} = \left(8^{\frac{1}{4}}\right)^{12} = 8^3 = 512$$

$$(\sqrt[6]{6})^{12} = \left(6^{\frac{1}{6}}\right)^{12} = 6^2 = 36$$

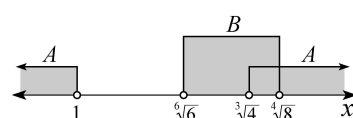
$$\therefore 1 < \sqrt[6]{6} < \sqrt[3]{4} < \sqrt[4]{8}$$

$$(x-1)(x-\sqrt[3]{4}) > 0 \therefore x < 1 \text{ 또는 } x > \sqrt[3]{4}$$

$$(x-\sqrt[4]{8})(x-\sqrt[6]{6}) < 0$$

$$\therefore \sqrt[6]{6} < x < \sqrt[4]{8}$$

이때, 각각의 해집합을 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore A \cup B = \{x | x < 1 \text{ 또는 } x > \sqrt[6]{6}\}$$

182) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이해하고 적용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\left(\frac{1}{256}\right)^{\frac{1}{n}} = (2^{-8})^{\frac{1}{n}} = 2^{-\frac{8}{n}} \text{ 에서 } 2^{-\frac{8}{n}} \text{ 이 자연수이려면}$$

정답 및 해설

$n = -1, -2, -4, -8$ 이어야 하고, 이때 $2^{-\frac{8}{n}}$ 의 값은 각각 256, 16, 4, 2이다.
따라서 구하는 자연수의 개수는 4이다.

183) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]지수함수를 이용하여 수의 대소관계를 판정할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$(1) \frac{A}{B} = \frac{a^a b^b c^c}{a^a b^c c^b} = \frac{b^{b-c}}{c^{b-c}} = \left(\frac{b}{c}\right)^{b-c} \text{에서}$$

$$0 < \frac{b}{c} < 1, b-c < 0 \text{이므로 } \frac{A}{B} > 1$$

$$\therefore B < A$$

$$(2) \frac{B}{C} = \frac{a^a b^c c^b}{a^b b^c c^a} = \frac{a^{a-b}}{c^{a-b}} = \left(\frac{a}{c}\right)^{a-b} \text{에서}$$

$$0 < \frac{a}{c} < 1, a-b < 0 \text{이므로 } \frac{B}{C} > 1$$

$$\therefore C < B$$

(1), (2)에서 $C < B < A$

184) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]거듭제곱근의 성질을 이해하기

$$[해설] \neg. \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a}} = \frac{\sqrt[4]{a^2}}{\sqrt[4]{a}} = \sqrt[4]{a} \text{ (참)}$$

$$\neg. (\sqrt[3]{a})^4 = \sqrt[3]{a^4} \neq \sqrt[12]{a} \text{ (거짓)}$$

$$\neg. \sqrt[3]{a^2} \sqrt{a} = \sqrt[3]{\sqrt{a^5}} = \sqrt[6]{a^5} \text{ (참)}$$

185) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]지수의 성질을 이용하여 계산하기

$$\left(\frac{3^{\sqrt{5}}}{9}\right)^{\sqrt{5}+2} = (3^{\sqrt{5}-2})^{\sqrt{5}+2} = 3$$

186) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이용하여 실생활과 관련된 상황을 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\sqrt{10} = 10^{\frac{1}{2}}, \sqrt[3]{10^2} = 10^{\frac{2}{3}}, \sqrt[6]{10^5} = 10^{\frac{5}{6}}$$

이므로 금속덩어리의 부피는 $10^{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{5}{6}} = 100$ 이다.

따라서 부피가 작은 덩어리의 부피는 25이므로

한 모서리의 길이는 $\sqrt[3]{25}$ 이다.

187) 답 : 22

[해설]

[출제 의도]지수의 성질을 이용하여 만족하는 자연수 구하기

$$x = \left\{ \frac{2^{11}(3^4 + 3^2 + 1)}{(3^2 - 1)(3^4 + 3^2 + 1)} \right\}^{\frac{1}{2n}}$$

$$\left(\frac{2^{11}}{3^2 - 1}\right)^{\frac{1}{2n}} = 2^{\frac{4}{n}}$$

양의 정수 n 에 대하여 x 가 자연수가 되기 위한 n 은 1, 2, 4이다.

따라서, $A = \{2, 4, 16\}$

그러므로 집합 A 의 원소의 합은 22

188) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이용하여 계산할 수 있는지를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} 6^{\frac{4}{3}} \times 2^{\frac{5}{3}} \times 3^{-\frac{1}{3}} \\ &= 2^{\frac{4}{3}} \times 3^{\frac{4}{3}} \times 2^{\frac{5}{3}} \times 3^{-\frac{1}{3}} \\ &= 2^{\frac{4}{3} + \frac{5}{3}} \times 3^{\frac{4}{3} - \frac{1}{3}} \\ &= 2^3 \times 3^1 = 24 \end{aligned}$$

189) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]거듭제곱근과 지수법칙에 관한 계산 능력을 측정한다.

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \times \sqrt[3]{4} \div \sqrt[4]{4} &= 2^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{1}{3}} \div 4^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{2}{3}} \div 2^{\frac{2}{6}} \\ &= 2^{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = 2^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{2^5} \end{aligned}$$

190) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이용하여 지수계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$(\text{준식}) = 2^{\frac{1}{3}} \times 3^{-\frac{1}{3}} \times (2 \times 3^2)^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} \times 3^{-\frac{1}{3} + \frac{4}{3}} = 6$$

191) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]지수법칙 이용하여 계산하기

$$\text{준식} = \left\{ \left(\frac{3}{2}\right)^3 \right\}^{\frac{2}{3}} = \frac{9}{4}$$

[정답]⑤

192) 답 : 26

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 계산하기

$$\begin{aligned} \frac{8^x + 8^{-x}}{2^x + 2^{-x}} &= \frac{(2^x + 2^{-x})(4^x - 2^x \cdot 2^{-x} + 4^{-x})}{2^x + 2^{-x}} \\ &= 4^x - 1 + 4^{-x} \\ &= 5 - 1 + \frac{1}{5} = \frac{21}{5} \end{aligned}$$

193) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]거듭제곱근의 성질을 이해하기

ㄱ) $\sqrt[3]{2}$ 는 $x^3 = 2$ 의 근이므로 2의 세제곱근이다(참)

ㄴ)거듭제곱근의 성질임(참)

ㄷ)16의 네제곱근은 $\pm 2, \pm 2i$ 이므로 실수는 2개뿐이다.(참)

[정답]⑤

194) 답 : 25

[해설]

정답 및 해설

[출제 의도] 지수법칙과 부분분수의 합을 이용하여 주어진 문제를 해결할 수 있는지를 묻는 문제이다.

$$f(2 \cdot 3)f(3 \cdot 4) \cdots f(9 \cdot 10)$$

$$= a^{\frac{1}{2 \cdot 3}} \cdot a^{\frac{1}{3 \cdot 4}} \cdots a^{\frac{1}{9 \cdot 10}} = a^{\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{9 \cdot 10}}$$

$$= a^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}} = a^{\frac{1}{2} - \frac{1}{10}} = a^{\frac{4}{10}} = a^{\frac{2}{5}} = f\left(\frac{5}{2}\right)$$

$$\therefore 10k = 10 \cdot \frac{5}{2} = 25$$

195) 답 : 16

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 거듭제곱을 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

$$2^a = 3^2, 3^b = 5^3 \text{에서 } 3 = 2^{\frac{a}{2}}, 5 = 3^{\frac{b}{3}} \text{이므로}$$

$$5^c = \left(3^{\frac{b}{3}}\right)^c = 3^{\frac{bc}{3}} = \left(2^{\frac{a}{2}}\right)^{\frac{bc}{3}} = 2^{\frac{abc}{6}}$$

$$= 2^{\frac{24}{6}} = 2^4 = 16$$

196) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 지수의 성질을 이용하여 대소관계를 알아낼 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\sqrt{2}^{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}^{\sqrt{2}} - \sqrt{2}^{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3}^{\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{2}^{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3}^{\sqrt{2}} (\sqrt{2}^{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \sqrt{3}^{\sqrt{3}-\sqrt{2}}) < 0$$

$$\therefore \sqrt{2}^{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}^{\sqrt{2}} < \sqrt{2}^{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3}^{\sqrt{3}}$$

따라서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은 순서대로

$\sqrt{2}, \sqrt{3} - \sqrt{2}, <$ 이다.

197) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이해하고 식의 값을 계산하기

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{32} \times \sqrt[3]{27} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 4\sqrt{2} \times 3 = 12$$

[정답] ②

198) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 계산하기

$$\left(\sqrt[3]{2^4}\right)^2 \times (\sqrt{2})^{\frac{1}{2}} \div \sqrt[4]{2}$$

$$= 2^{\frac{4}{3} \times \frac{2}{2}} \times 2^{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} \div 2^{\frac{1}{4}}$$

$$= 2^{2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}} = 4$$

199) 답 : 10

[해설]

[출제 의도] 지수의 성질 이용하여 식을 간단히 하기

$$9^{20} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{30} \div 27^{10} \times 4^{20}$$

$$= 3^{40} \times 2^{-30} \div 3^{30} \times 2^{40}$$

$$= 3^{10} \times 2^{10} = \{(3 \times 2)\}^{10} = 6^{10}$$

$\therefore n = 10$

200) 답 : 150

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용한 계산 능력을 측정한다.

$$4^x + 8^x = 2^{2x} + 2^{3x} = (2^x)^2 + (2^x)^3 = 5^2 + 5^3 = 150$$

201) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근의 성질 이해하기

$$[\text{해설}] \sqrt[3]{(-3)^3} - \sqrt[4]{2^4} + \sqrt[5]{(-1)^5}$$

$$= -3 - 2 - 1 = -6$$

[정답] ①

202) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 실수의 대소관계 이해하기

$$A = 2^{\frac{1}{2}} \text{이면 } A^{18} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{18} = 2^9 = 512$$

$$B = 3^{\frac{1}{3}} \text{이면 } B^{18} = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{18} = 3^6 = 729$$

$$C = 9^{\frac{1}{9}} \text{이면 } C^{18} = \left(9^{\frac{1}{9}}\right)^{18} = 9^2 = 81$$

$$\therefore C < A < B$$

203) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 이차방정식의 근과 계수의 관계, 지수법칙, 로그의 성질에 관한 이해력을 측정한다.

이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = 2$$

$$\therefore 2^\alpha \cdot 2^\beta + (\log_2 \alpha + \log_2 \beta) = 2^{\alpha+\beta} + \log_2 \alpha\beta$$

$$2^4 + \log_2 2 = 16 + 1 = 17$$

204) 답 : 102

[해설]

[출제 의도] 지수의 법칙을 이해하기

[해설] 분자, 분모에 a^{4x} 을 곱하면

$$\frac{a^{4x}(a^x + a^{2x} + a^{3x})}{a^x + a^{2x} + a^{3x}} = a^{4x} = \sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2} \text{에서}$$

$$m = 1, n = 2 \text{이므로}$$

$$\therefore 100m + n = 102$$

205) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이해하고, 귀류법을 이용한 증명능력을 측정한다.

$\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} = m$ (m 은 유리수)라 가정하면

$$m = \frac{q}{p} \text{ (p, q 는 서로소인 자연수)라 놓을 수 있다.}$$

이때

$$m^3 = (\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4})^3 = 6 + 6(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}) = 6(m+1)$$

$$m = \frac{q}{p} \text{를 대입하여 정리하면 } q^3 = 6p^2(p+q) \cdots \text{ ①}$$

정답 및 해설

따라서 q^3 은 6의 배수이고, $q=6k$ (k 는 자연수)로 놓고 ①식에 대입하여 정리하면 $p^2(6k+p)=36k^3$ 위의 식에서 p 는 짝수를 인수로 갖게 되어 p, q 가 서로소라는 가정에 모순이다. 그러므로 m 은 무리수이다.

206) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근의 뜻과 성질 이해하기

[해설] \neg . $\sqrt[4]{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[12]{5} \neq \sqrt[5]{5}$ (거짓)

\hookrightarrow . $1 \leq n < 8$ 이면 $[\sqrt[3]{n}] = 1$

$8 \leq n < 27$ 이면 $[\sqrt[3]{n}] = 2$

$27 \leq n \leq 36$ 이면 $[\sqrt[3]{n}] = 3$

$[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + \dots + [\sqrt{36}]$

$$1 \times 7 + 2 \times 19 + 3 \times 10 = 75 \text{ (참)}$$

\hookrightarrow . $1 \leq a \leq 10$ 이면 $1 \leq [\sqrt{a}] \leq 3$ 이다.

$[\sqrt{10}] = 3$ 이므로

(i) $[\sqrt{a}] = 1, [\sqrt{10-a}] = 2$ 인 경우

$[\sqrt{a}] = 1$ 이면 $1 \leq \sqrt{a} < 2$ 이므로 $1 \leq a < 4$

$[\sqrt{10-a}] = 2$ 이면 $2 \leq \sqrt{10-a} < 3$ 이므로

$$1 < a \leq 6$$

$$\therefore 1 < a < 4 \text{에서 } a = 2, 3$$

(ii) $[\sqrt{a}] = 2, [\sqrt{10-a}] = 1$ 인 경우

같은 방법으로 $6 < a < 9 \therefore a = 7, 8$

(iii) $[\sqrt{a}] = 3, [\sqrt{10-a}] = 0$ 인 경우

같은 방법으로 $9 < a \leq 10 \therefore a = 10$

따라서, (i), (ii), (iii)에서

$a = 2, 3, 7, 8, 10$ 이다. (참)

[정답] ④

207) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 유리수 지수를 계산할 수 있다.

$$a^{\frac{3}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$$

$$\therefore k = \frac{2}{3}$$

208) 답 : ②

[해설]

$$f(x) = a^x$$

$$f(1) - f(-1) = a - a^{-1} = 3$$

$$f(2) + f(-2) = a^2 + a^{-2}$$

$$= (a - a^{-1})^2 + 2$$

$$= 3^2 + 2$$

$$= 11$$

[정답] ②

209) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 유리수 지수 계산하기

$$(2^5)^{\frac{3}{5}} + (5^4)^{-\frac{1}{4}} = 2^3 + 5^{-1} = \frac{41}{5}$$

[정답] ②

210) 답 : ⑤

[해설]

$$\sqrt{4 \times \sqrt[3]{2}} = \left(2^2 \times 2^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(2^{\frac{7}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2^{\frac{7}{6}}$$

$$\therefore x = \frac{7}{6}$$

[정답] ⑤

211) 답 : 5

[해설]

[출제 의도] 지수가 실수인 식 계산하기

$$a^6 \div a^3 \times a^2 = a^5 = a^k$$

$$\therefore k = 5$$

[정답] 5

212) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근의 뜻을 알고 그 값을 구할 수 있다.

① $\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{9} = 3$

\therefore 거짓

② $\sqrt[3]{-64} = \sqrt[3]{(-4)^3} = -4$

\therefore 거짓

③ 16의 네 제곱근은 $\pm 2, \pm 2i$ 이다.

\therefore 거짓

④ $\sqrt{(-3)^2} = 9$ 의 제곱근은 ± 3 이다.

\therefore 거짓

⑤ $(-1)^3 = -1$ 이므로 -1 은 -1 의 세 제곱근 중 하나이다.

\therefore 참

213) 답 : 15

[해설]

[출제 의도] 지수의 성질을 이해하고 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$36 = 2^2 \cdot 3^2 = a^m b^n = 2^{\frac{2m}{3}} \cdot 3^{\frac{n}{6}} \text{에서}$$

$$\frac{2m}{3} = 2, \frac{n}{6} = 2 (\because m, n \text{은 자연수})$$

$$\therefore m + n = 3 + 12 = 15$$

214) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수법칙을 이용하여 두 수의 크기를 비교할 수 있다.

$$\neg. (\sqrt{2})^{2\sqrt{2}} = \{(\sqrt{2})^2\}^{\sqrt{2}} = 2^{\sqrt{2}} \neq (2\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$$

$$\hookrightarrow. (\sqrt{3})^{3\sqrt{3}} = \{(\sqrt{3})^3\}^{\sqrt{3}} = (3\sqrt{3})^{\sqrt{3}}$$

$$\hookrightarrow. (\sqrt{5})^{5\sqrt{5}} = \{(\sqrt{5})^5\}^{\sqrt{5}} = (25\sqrt{5})^{\sqrt{5}} \neq (5\sqrt{5})^{\sqrt{5}}$$

정답 및 해설

따라서 옳은 것은 ㄴ 뿐이다.

215) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이용하여 거듭제곱근의 대소를 비교할 수 있다.

$$\sqrt[3]{6} = 6^{\frac{4}{12}}, \sqrt[4]{8} = 2^{\frac{9}{12}}, \sqrt[6]{12} = 12^{\frac{2}{12}} \text{ 이므로}$$

$$\text{세 수를 12제곱하면 } 6^4 = 2^4 \times 81, 2^9 = 2^4 \times 32, 12^2 = 2^4 \times 9$$

따라서 작은 것부터 차례로 나열하면

$$\sqrt[6]{12} < \sqrt[4]{8} < \sqrt[3]{6}$$

216) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]거듭제곱근의 뜻을 알고, 그 성질 이해하기

$$\sqrt[8]{6} = \sqrt[2]{\sqrt[4]{6}} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{\sqrt[2]{6}}} = \sqrt[4]{\sqrt[2]{6}} = \sqrt[4]{a} \sqrt[4]{b}$$

[정답]①

217) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]거듭제곱근의 성질 이해하기

ㄱ. n 이 홀수일 때, 양변을 n 제곱하면

$$(\sqrt[n]{-5})^n = (-\sqrt[n]{5})^n = -5 \therefore \text{참}$$

ㄴ. n 이 짝수일 때, $\sqrt[n]{(-5)^n} = 5 \therefore$ 거짓

ㄷ. n 이 홀수일 때, $x^n = -5$, 실수 $x = \sqrt[n]{-5} \therefore$ 참

ㄹ. n 이 짝수일 때, $x^n = 5$, 실수 $x = \pm \sqrt[n]{5} \therefore$ 거짓

[정답]①

218) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]지수의 법칙을 이해하고 이를 이용하여 식을 간단히 나타내기

밑이 음수이므로

$$\{(-2)^2\}^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = 2$$

$$(\sqrt{2})^2 = 2, 2 \times 2 = 4$$

[정답]⑤

219) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이해하기

$$x^a = xy \text{에서 } a = 1 + \log_x y, y^b = xy \text{에서}$$

$$b = 1 + \log_y x = 1 + \frac{1}{\log_x y}$$

$$a + b = 2 + \log_x y + \frac{1}{\log_x y}$$

$$ab = 1 + \log_x y + \frac{1}{\log_x y} + 1$$

[정답]④

(별해)

$$x = (xy)^{\frac{1}{a}}, y = (xy)^{\frac{1}{b}}, 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = \frac{2(a+b)}{ab} \text{ 이므로}$$

$$xy = (xy)^{\frac{1}{a}} (xy)^{\frac{1}{b}} = (xy)^{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1 \text{ 이므로 } \frac{2(a+b)}{ab} = 2$$

220) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]지수가 유리수인 식 계산하기

$$x^2 - 4 = \left(2^{\frac{1}{4}} - 2^{-\frac{1}{4}}\right)^2 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{x^2 - 4} + x = \left(2^{\frac{1}{4}} - 2^{-\frac{1}{4}}\right) + \left(2^{\frac{1}{4}} + 2^{-\frac{1}{4}}\right) = 2^{\frac{5}{4}}$$

[정답]③

221) 답 : 31

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이용하여 지수 계산하기

양수 a 를 연산장치에 입력하면 $\sqrt[4]{a\sqrt{a^3}}$ 이 출력되므로

$$\sqrt[4]{a\sqrt{a^3}} = a^{\frac{5}{8}} \text{ 에서 } a \text{ 대신}$$

$$\sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}} \text{ 을 대입하면 } \left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{5}{8}} = a^{\frac{15}{16}} = a^{\frac{n}{m}}$$

$$\text{이므로 } m = 16, n = 15 \therefore m + n = 31$$

[정답] 31

222) 답 : 2

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이용하여 계산하기

$$\begin{cases} 2^{\frac{5}{x}} = 20 \\ 2^{\frac{7}{y}} = 5 \end{cases} \Rightarrow 2^{\frac{5}{x}} \div 2^{\frac{7}{y}} = 2^{\frac{5}{x} - \frac{7}{y}} = 2^2$$

$$\text{이므로 } \therefore \frac{5}{x} - \frac{7}{y} = 2$$

[정답] 2

223) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이용하여 문제를 해결할 수 있다.

2^x (단, $x \in \{2, 3, \dots, 8\}$)을 (가)에 쓸 수 있는 수라 하자.

가로의 곱과 세로의 곱을 곱하면

$$2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^5 \cdot 2^6 \cdot 2^7 \cdot 2^8 \cdot 2^x = 2^{35+x}$$

2^{35+x} 는 완전제곱수이므로 x 는 홀수이다.

i) $x=3$ 인 경우

$$\text{세로의 곱은 } (2^{35+3})^{\frac{1}{2}} = 2^{19} \text{이지만, (가)에 } 2^3$$

을 쓰면 위, 아래 칸의 곱이 2^{16} 이 되지 못하므로 성립하지 않는다.

ii) $x=5$ 일 경우

$$\text{세로의 곱은 } (2^{35+5})^{\frac{1}{2}} = 2^{20} \text{이고, 이 경우는(가)의 위, 아래 칸에 } 2^7$$

과 2^8 을 쓰면 된다.

iii) $x=7$ 일 경우

$$\text{세로의 곱은 } (2^{35+7})^{\frac{1}{2}} = 2^{21} \text{이고, 이 경우는 (가)의 위, 아래 칸에 } 2^6$$

과 2^8 을 쓰면 된다.

따라서, i), ii), iii)에서 $2^5 \cdot 2^7 = 2^{12}$