

III.수열

1.등차수열과 등비수열

중단원 기출문제

[난이도 : ★★☆☆] [2017 학년도 대수능]

1 세 수 $\frac{9}{4}, a, 4$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$
- ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

[난이도 : ★★☆☆] [2017 학년도 대수능]

2 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_2 의 값은? [4점]

(가) $a_6 + a_8 = 0$
 (나) $|a_6| = |a_7| + 3$

- ① -15 ② -13 ③ -11
- ④ -9 ⑤ -7

[난이도 : ★☆☆☆] [2016 학년도 대수능]

3 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $2(a_2 + a_3) = a_9$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 구하시오. [3점] [2016(B) /수능 22]

[난이도 : ★★☆☆] [2016 학년도 대수능]

4 첫째항의 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 4a_1, a_7 = (a_6)^2$ 일 때, 첫째항 a_1 의 값은? [3점] [2016(A) /수능 7]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$
- ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

[난이도 : ★★☆☆] [2016 학년도 대수능]

5 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_8 - a_4 = 28$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 구하시오. [3점] [2016(A) /수능 22]

[난이도 : ★★☆☆] [2015 학년도 대수능]

6 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 3, a_5 = 48$ 일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① 18 ② 16 ③ 14
- ④ 12 ⑤ 10

[난이도 : ★★☆☆] [2015 학년도 대수능]

7 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 3, a_2 = 1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{81}{8}$ ② $\frac{83}{8}$ ③ $\frac{85}{8}$
- ④ $\frac{87}{8}$ ⑤ $\frac{89}{8}$

[난이도 : ★★★] [2015 학년도 대수능]

8 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = 3n^2 + n$ 을 만족시킬 때, a_8 의 값은?[4점]

- ① 16 ② 19 ③ 22
- ④ 25 ⑤ 28

[난이도 : ★★☆☆] [2014 학년도 대수능]

9 첫째항이 6이고 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $\frac{a_8 - a_6}{S_8 - a_6} = 2$ 가 성립한다. d 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3
- ④ -4 ⑤ -5

[난이도 : ★★☆☆] [2014 학년도 대수능]

10 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_9 = 3a_3$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12
- ④ 13 ⑤ 14

[난이도 : ★☆☆] [2013 학년도 대수능]

11 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 16, a_5 = 10$ 일 때, $a_k = 0$ 을 만족시키는 k 의 값을 구하시오.[3점][2013학년도 수능]

[난이도 : ★★☆☆] [2013 학년도 대수능]

12 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_1 a_2}{a_3} = 2, \frac{2a_2}{a_1} + \frac{a_4}{a_2} = 8$$

일 때, a_3 의 값은?[3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20
- ④ 22 ⑤ 24

[난이도 : ★★☆☆] [2012 학년도 대수능]

13 첫째항이 -5이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=11}^{20} a_k \text{의 값은?}[3점]$$

- ① 260 ② 255 ③ 250
- ④ 245 ⑤ 240

[난이도 : ★★☆☆] [2012 학년도 대수능]

14 [공통]세 수 $a, a+b, 2a-b$ 는 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수 $1, a-1, 3b+1$ 은 이 순서대로 공비가 양수인 등비수열을 이룬다.

$a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2011 학년도 대수능]

15 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_2 + a_4 = 8, a_7 = 52$ 를 만족시킬 때, 공차를 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2011 학년도 대수능]

16 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

수열 $\{S_{2n-1}\}$ 은 공차가 -3 인 등차수열이고, 수열 $\{S_{2n}\}$ 은 공차가 2 인 등차수열이다. $a_2 = 1$ 일 때, a_8 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2011 학년도 대수능]

17 [공통]등비수열 $\{a_n\}$ 이 $a_2 = \frac{1}{2}, a_5 = \frac{1}{6}$ 을 만족시킨다.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n a_{n+1} a_{n+2} = \frac{q}{p} \text{ 일 때, } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2011 학년도 대수능]

18 두 자연수 a 와 b 에 대하여 세 수 $a^n, 2^4 \times 3^6, b^n$ 이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, ab 의 최솟값을 구하시오.(단, n 은 자연수이다.)[4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2010 학년도 대수능]

19 공차가 2 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_5 + a_9 = 45$ 일 때, $a_1 + a_{10}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2010 학년도 대수능]

20 네 수 $1, a, b, c$ 는 이 순서대로 공비가 r 인 등비수열을 이루고 $\log_8 c = \log_a b$ 를 만족시킨다. 공비 r 의 값은?(단, $r > 1$)[3점]

- ① 2
- ② $\frac{5}{2}$
- ③ 3
- ④ $\frac{7}{2}$
- ⑤ 4

[난이도 : ★★☆☆] [2009 학년도 대수능]

21 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_2 = 3, a_5 = 24$ 일 때, a_7 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2008 학년도 대수능]

22 세 수 $a, 0, b$ 가 이 순서로 등차수열을 이루고, 세 수 $2b, a, -7$ 이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, a 의 값은?[3점]

- ① 10
- ② 12
- ③ 14
- ④ 16
- ⑤ 18

[난이도 : ★★☆☆] [2008 학년도 대수능]

23 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 2, a_6 = 16$ 일 때, a_9 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2008 학년도 대수능]

24 [공통]첫째항이 0이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 이 $a_{n+1}b_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 를 만족시킬 때, b_{27} 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2007 학년도 대수능]

25 [문과]등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 = 4a_3$, $a_2 + a_4 = 4$ 가 성립할 때, a_6 의 값은? [2점]

- ① 5
- ② 8
- ③ 11
- ④ 13
- ⑤ 16

[난이도 : ★☆☆] [2007 학년도 대수능]

26 [문과]등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 = 4a_3$, $a_2 + a_4 = 4$ 가 성립할 때, a_6 의 값은? [2점]

- ① 5
- ② 8
- ③ 11
- ④ 13
- ⑤ 16

[난이도 : ★☆☆] [2006 학년도 대수능]

27 [문과]등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 = 10$, $a_3 + a_4 + a_5 = 45$ 가 성립할 때, a_{10} 의 값은? [2점]

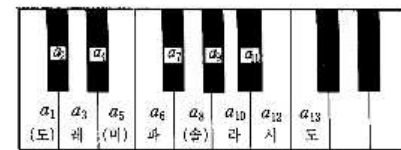
- ① 47
- ② 45
- ③ 43
- ④ 41
- ⑤ 39

[난이도 : ★☆☆] [2006 학년도 대수능]

28 [문과]공비가 r 이고 $a_2 = 1$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 10항까지의 곱을 $\omega = a_1 a_2 a_3 \cdots a_{10}$ 이라 할 때, $\log_r \omega$ 의 값을 구하시오.
(단, $r > 0$ 이고 $r \neq 1$ 이다.) [3점]

[난이도 : ★☆☆] [2000 학년도 대수능]

29 [공통]서양음악의 12음계에서 음의 주파수는 반음 올라갈 때마다 일정 비율로 높아져 12반음 올라가면 2배가 되는 등비수열을 이룬다. 아래 피아노 건반에 표시된 도, 미, 솔의 주파수비 $a_1 : a_5 : a_8$ 에 가장 가까운 정수비는?(단, $2^{\frac{1}{3}} = \frac{5}{4}$, $2^{\frac{5}{12}} = \frac{4}{3}$, $2^{\frac{7}{12}} = \frac{3}{2}$ 으로 근사하여 계산한다.)



- ① 2:3:4
- ② 3:4:5
- ③ 4
- ④ 5:6:8
- ⑤ 6:8:9

[난이도 : ★☆☆] [2018년 6월 모의평가]

30 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 = 5$, $a_{15} = 25$ 일 때, a_{20} 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★★] [2018년 6월 모의평가]

31 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 = 4(a_2 - a_1), \sum_{k=1}^6 a_k = 15$$

일 때, $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

[난이도 : ★★★] [2016년 6월 모의평가]

32 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 3, \frac{a_4 a_5}{a_2 a_3} = 16$

일 때, a_6 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2016년 6월 모의평가]

33 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_8 = a_2 + 12, a_1 + a_2 + a_3 = 15$ 일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 17 ② 19 ③ 21
- ④ 23 ⑤ 25

[난이도 : ★☆☆] [2015년 9월 모의평가]

34 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 4, 3a_5 = a_7$ 일 때, a_3 의 값은?[2점]

- ① 6 ② 9 ③ 12
- ④ 15 ⑤ 18

[난이도 : ★☆☆] [2015년 6월 모의평가]

35 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_7 + a_{11} = 20$$

을 만족시킬 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★☆☆] [2015년 9월 모의평가]

36 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 4,$

$$3a_5 = a_7 \text{ 일 때, } a_3 \text{의 값을 구하시오. [3점]}$$

[난이도 : ★☆☆] [2015년 6월 모의평가]

37 공차가 7인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_{13} - a_{11}$ 의 값은?[3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14
- ④ 16 ⑤ 18

[난이도 : ★★★] [2015년 6월 모의평가]

38 공차가 6인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

세 항 a_2, a_k, a_8 은 이 순서대로 등차수열을 이루고,

세 항 a_1, a_2, a_k 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

$k + a_1$ 의 값은? [4점]

- ① 7 ② 8 ③ 9
- ④ 10 ⑤ 11

[난이도 : ★★★] [2014년 9월 모의평가]

39 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 + a_4 = 55$ 일 때, a_3 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★★] [2014년 9월 모의평가]

40 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 12$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 24 ② 36 ③ 48
- ④ 60 ⑤ 72

[난이도 : ★★★] [2014년 6월 모의평가]

41 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 2$, $a_3 = 10$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 14 ② 15 ③ 16
- ④ 17 ⑤ 18

[난이도 : ★★★] [2014년 9월 모의평가]

42 자연수 n 에 대하여 $3^n \cdot 5^{n+1}$ 의 모든 양의 약수의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 8
- ④ 16 ⑤ 32

[난이도 : ★★★] [2014년 9월 모의평가]

43 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_{10} = 22$ 일 때, $\sum_{k=2}^9 a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★★] [2012년 3월 모의평가]

44 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이 $\frac{a_5}{a_2} = 8$, $a_3 + a_4 = 12$ 를 만족시킬 때, a_8 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★★] [2012년 6월 모의평가]

45 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 + a_2 = 12$, $\frac{a_3 + a_7}{a_1 + a_5} = 4$ 를 만족시킬 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 24 ② 28 ③ 32
- ④ 36 ⑤ 40

[난이도 : ★★★] [2012년 6월 모의평가]

46 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 8$, $a_6 - a_4 = 12$ 일 때, a_6 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 6월 모의평가]

47 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_3 = 10, a_2 + a_5 = 24$ 일 때, a_6 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 6월 모의평가]

48 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_{10} + a_6 = 6, a_{10} - a_6 = -12$

를 만족시킬 때, a_2 의 값을 구하시오.[3점][2012년 6월]

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 6월 모의평가]

49 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 a_9 = 4$ 일 때, $a_2 a_8 + a_4 a_6$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 12

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 6월 모의평가]

50 첫째항이 1이고 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$b_n = (a_{n+1})^2 - (a_n)^2$$

일 때, $\frac{b_6}{b_3}$ 의 값은?[3점][2012년 6월]

- ① 56 ② 58 ③ 60
- ④ 62 ⑤ 64

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 6월 모의평가]

51 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$S_n = n^2 - 10n$ 일 때, $a_n < 0$ 을 만족시키는 자연수 n 의 개수는?

[3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 3월 모의평가]

52 첫째항이 50, 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열

$\{T_n\}$ 을 $T_n = |a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n|$ 이라 하자. 수열 $\{T_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $T_{16} < T_{17}$
 (나) $T_{17} > T_{18}$

$T_n > T_{n+1}$ 을 만족시키는 n 의 최댓값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2011년 6월 모의평가]

53 공차가 6인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $|a_2 - 3| = |a_3 - 3|$ 일 때, a_5 의 값은?[3점]

- ① 15 ② 18
- ③ 21 ④ 24
- ⑤ 27

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 6월 모의평가]

62 네 수 $1, x, y, z$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루고,
 $6x + z = 5y$ 를 만족시킨다. $x + y + z$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 6월 모의평가]

63 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 6, a_5 = 162$ 일 때,

$\sum_{k=1}^n a_k \geq 1000$ 을 만족시키는 n 의 최솟값은?[3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 9월 모의평가]

64 [공통]두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수 k 에 대하여

$$b_{2k-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{a_1 + a_3 + \dots + a_{2k-1}}$$

$b_{2k} = 2^{a_2 + a_4 + \dots + a_{2k}}$ 을 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$ 은 등차수열이고,

$b_1 \times b_2 \times b_3 \times \dots \times b_{10} = 8$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차는?[4점]

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$
- ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 9월 모의평가]

65 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$S_n = 2^n - 1$ 일 때, a_9 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 6월 모의평가]

66 자연수 n 의 모든 양의 약수를 a_1, a_2, \dots, a_k 라 할 때,

$$x_n = (-1)^{a_1} + (-1)^{a_2} + \dots + (-1)^{a_k} \text{이라 하자.}$$

[보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[4점]

[보기]
ㄱ. $x_8 = 2$
ㄴ. $n = 3^m$ 이면 $x_n = -m + 1$ 이다.
ㄷ. $n = 10^m$ 이면 $x_n = m^2 - 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 6월 모의평가]

67 자연수 n 에 대하여 집합 $\{k | 1 \leq k \leq 2n, k \text{는 자연수}\}$ 의 세

원소 $a, b, c (a < b < c)$ 가 등차수열을 이루는 집합 $\{a, b, c\}$ 의

개수를 T_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{n^2}$ 의 값은?[4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

[난이도 : ★★★] [2008년 6월 모의평가]

68 [공통]공차가 d_1, d_2 인 두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 각각 S_n, T_n 이라 하자. $S_n T_n = n^2(n^2 - 1)$ 일 때, 다음 [보기]에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?[4점]

[보기]
ㄱ. $a_n = n$ 이면 $b_n = 4n - 4$ 이다.
ㄴ. $d_1 d_2 = 4$
ㄷ. $a_1 \neq 0$ 이면 $a_n = n$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 9월 모의평가]

69 자연수 $n = 2^3 \times 3^4$ 의 모든 양의 약수의 곱을 M 이라 할 때, $\log_n M$ 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2007년 6월 모의평가]

70 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 4, a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 = 28$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 9월 모의평가]

71 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = 2^n + (-1)^n$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9$ 의 값은?[3점]

- ① $2^{10} - 3$ ② $2^{10} - 1$ ③ 2^{10}
 ④ $2^{10} + 1$ ⑤ $2^{10} + 3$

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 9월 모의평가]

72 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $\sum_{n=1}^{10} a_n = 200$ 일 때, a_{11} 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 9월 모의평가]

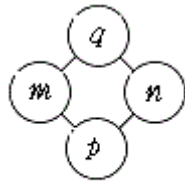
73 등차수열 $\{x_n\}$ 과 이차 함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 에 대하여 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[3점]

[보기]
ㄱ. 수열 $\{f'(x_n)\}$ 은 등차수열이다.
ㄴ. 수열 $\{f(x_{n+1}) - f(x_n)\}$ 은 등차수열이다.
ㄷ. $f(0) = 3, f(2) = 5, f(4) = 9$ 이면 $f(6) = 15$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2006년 9월 모의평가]

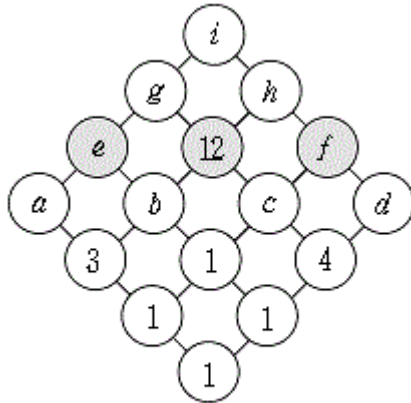
74 두 자연수 m 과 n 의 최대공약수를 p , 최소공배수를 q 라 할 때, 이런 관계를 만족시키는 수를 [그림 1]과 같이 나타내기로 하자.



[그림 1]

[그림 2]는 [그림 1]의 관계를 만족시키도록 수를 연결하여 나타낸 것이다.

세 자연수 $e, 12, f$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $e+f$ 의 값을 구하시오.



[그림 2]

[난이도 : ★☆☆] [2005년 6월 모의평가]

75 [공통] x 축 위의 점 $A(2, 0)$ 을 지나고 x 축에 수직인 직선이 세 함수 $y=8^x, y=a^x, y=\log_2 x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q, R 라 하자. $\overline{AP}, \overline{AQ}, \overline{AR}$ 가 차례로 등비수열을 이룰 때, a^4 의 값을 구하시오. (단, $2 < a < 8$) [3점]

[난이도 : ★☆☆] [2005년 6월 모의평가]

76 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2n^2 - 3n$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★☆☆] [2005년 6월 모의평가]

77 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 6, a_{10} = -12$ 일 때, $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_{20}|$ 의 값은? [3점]

- ① 280 ② 284 ③ 288
- ④ 292 ⑤ 296

[난이도 : ★☆☆] [2005년 9월 모의평가]

78 일반항이 $a_n = 2^{1-n}$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

[보기]
ㄱ. 수열 $\{\log a_n\}$ 은 등차수열이다. ㄴ. 수열 $\{S_n + a_n\}$ 은 등비수열이다. ㄷ. $S_n = \frac{1}{2}a_{n+1} + 2$ 가 성립한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2005년 06월 모의평가]

79 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 6, a_{10} = -12$ 일 때,

$|a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_{20}|$ 의 값은? [3점]

- ① 280 ② 284 ③ 288
- ④ 292 ⑤ 296

[난이도 : ★★★] [2005년 06월 모의평가]

80 다섯 개의 실수 a, b, c, d, e 를 적당히 배열하여 공비가 1보다

큰 등비수열을 만들었다. a, b, c, d, e 가 다음 조건을 만족시킬 때 b 가 이 수열의 제 n 항이라면, n 의 값은? [4점]

(가) $e = \sqrt{cd}$
 (나) $\frac{a}{e} = \frac{c}{d}$
 (다) $a < b$

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★★] [2004년 06월 모의평가]

81 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$S_n = 2n^2 - 3n$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★★] [2004년 6월 모의평가]

82 [공통] 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 6, a_{10} = -12$ 일 때,

$|a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_{20}|$ 의 값은? [3점]

- ① 280 ② 284 ③ 288
- ④ 292 ⑤ 296

[난이도 : ★★★] [2004년 9월 모의평가]

83 [공통] 일반항이 $a_n = 2^{1-n}$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터

제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

[보기]

ㄱ. 수열 $\{\log a_n\}$ 은 등차수열이다.
 ㄴ. 수열 $\{S_n + a_n\}$ 은 등비수열이다.
 ㄷ. $S_n = \frac{1}{2}a_{n+1} + 2$ 가 성립한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2004년 6월 모의평가]

84 다섯 개의 실수 a, b, c, d, e 를 적당히 배열하여 공비가 1보다

큰 등비수열을 만들었다. a, b, c, d, e 가 다음 조건을 만족시킬 때 b 가 이 수열의 제 n 항이라면, n 의 값은? [4점]

(가) $e = \sqrt{cd}$
 (나) $\frac{a}{e} = \frac{c}{d}$
 (다) $a < b$

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★★] [2018년 3월 학력평가]

85 첫째항이 10이고 공차가 5인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_3 의

값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2018년 3월 학력평가]

86 세 수 3, -6, a 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, a 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12
- ④ 14 ⑤ 16

[난이도 : ★★☆☆] [2018년 4월 학력평가]

87 두 양수 a, b 에 대하여 세 수 $a^2, 12, b^2$ 이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $a \times b$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2018년 4월 학력평가]

88 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 + a_2 + a_3 = 159$
 (나) $a_{m-2} + a_{m-1} + a_m = 96$ 인 자연수 m 에 대하여
 $\sum_{k=1}^m a_k = 425$ (단, $m > 3$)

a_{11} 의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★☆☆☆] [2016년 3월 학력평가]

89 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 4, a_4 = 8$ 일 때, a_6 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 12 ③ 14
- ④ 16 ⑤ 18

[난이도 : ★★☆☆] [2016년 7월 학력평가]

90 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 3, a_6 = 12$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2016년 7월 학력평가]

91 첫째항이 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} (a_{5n} - a_n) = 440 \text{ 일 때, } \sum_{n=1}^{10} a_n \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

[난이도 : ★★☆☆] [2015년 4월 학력평가]

92 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 1, a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 55$ 일 때, a_{11} 의 값은? [3점]

- ① 21 ② 24 ③ 27
- ④ 30 ⑤ 33

[난이도 : ★★☆☆] [2015년 10월 학력평가]

93 모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2^3 = 8, a_3 = 4$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $4\sqrt{2}$ ③ 8
- ④ $8\sqrt{2}$ ⑤ 16

[난이도 : ★★☆☆] [2015년 4월 학력평가]

94 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 6$, $a_4 + a_6 = 20$ 일 때, a_7 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12
- ④ 13 ⑤ 14

[난이도 : ★★☆☆] [2015년 3월 학력평가]

95 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2$ 일 때, a_{50} 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2015년 10월 학력평가]

96 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 + a_4 = 54$, $a_{12} + a_{14} = 254$ 일 때, a_{14} 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2015년 4월 학력평가]

97 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 6$, $a_4 + a_6 = 20$ 일 때, a_7 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12
- ④ 13 ⑤ 14

[난이도 : ★★☆☆] [2015년 3월 학력평가]

98 양의 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \log x$$

세 실수 $f(3)$, $f(3^t + 3)$, $f(12)$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 실수 t 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
- ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

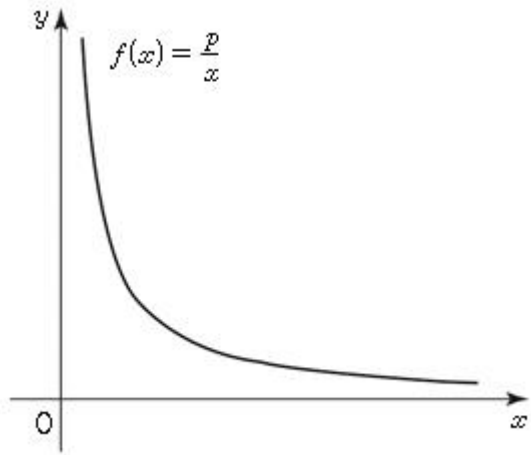
[난이도 : ★★☆☆] [2015년 3월 학력평가]

99 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 = 9$, $a_7 = 21$ 일 때, $a_3 + a_8$ 의 값은? [3점]

- ① 28 ② 29 ③ 30
- ④ 31 ⑤ 32

[난이도 : ★★☆☆] [2015년 7월 학력평가]

100 구간 $(0, \infty)$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \frac{p}{x}$ ($p > 1$)의 그래프는 그림과 같다.



세 수 $f(a), f(\sqrt{3}), f(a+2)$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수 a 의 값은? [3점]

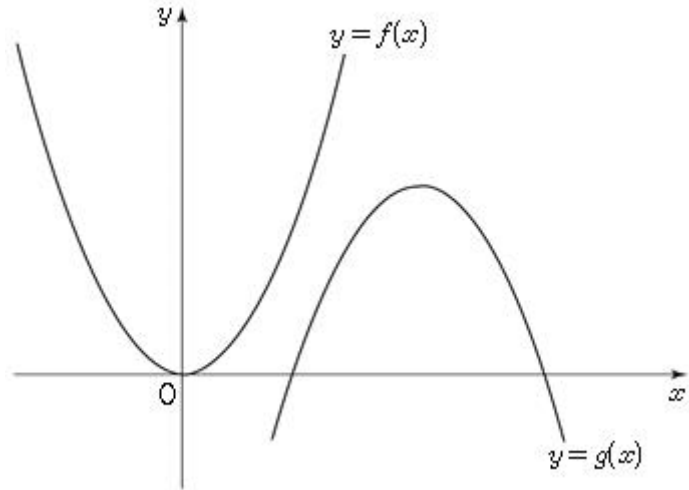
- ① 1 ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{5}{4}$
- ④ $\frac{11}{8}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

[난이도 : ★★☆☆] [2015년 3월 학력평가]

101 자연수 n 에 대하여 2^{n-1} 의 모든 양의 약수의 합을 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2015년 7월 학력평가]

102 두 함수 $f(x) = x^2$ 과 $g(x) = -(x-3)^2 + k$ ($k > 0$)에 대하여



직선 $y = k$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 두 점을 A, B 라 하고, 함수 $y = g(x)$ 의 꼭짓점을 C 라 하자.

세 점 A, B, C 의 x 좌표가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 상수 k 의 값은?(단, A 는 제2사분면 위의 점이다.) [3점]

- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

[난이도 : ★★☆☆] [2015년 3월 학력평가]

103 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 = 26, a_9 = 8$$

일 때, 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 최대가 되도록 하는 자연수 n 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13
- ④ 14 ⑤ 15

[난이도 : ★★★] [2015년 3월 학력평가]

104 모든 항이 양의 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_3 = 7a_3$ 일 때, $\sum_{n=1}^8 \frac{S_n}{a_n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★★] [2014년 7월 학력평가]

105 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 5$ 이고 $a_6 + a_7 = 24$ 일 때, a_{20} 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★★] [2014년 4월 학력평가]

106 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 + a_2 + a_3 = 21$, $a_7 + a_8 + a_9 = 75$ 를 만족시킬 때, $a_{10} + a_{11} + a_{12}$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★★] [2014년 3월 학력평가]

107 첫째항이 a 이고 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 세 수 $a_3, 2, a_7$ 이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수 a 의 값은? [3점]

① 16 ② 20 ③ 24
 ④ 28 ⑤ 32

[난이도 : ★★★] [2014년 7월 학력평가]

108 수열 $\{a_n\}$ 과 공차가 3인 등차수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 $b_n - a_n = 2n$ 이 성립한다. $a_{10} = 11$ 일 때, b_5 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★★] [2014년 3월 학력평가]

109 첫째항이 30이고 공차가 $-d$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 등식 $a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \dots + a_{m+k} = 0$ 을 만족시키는 두 자연수 m, k 가 존재하도록 하는 자연수 d 의 개수는? [4점]

① 11 ② 12 ③ 13
 ④ 14 ⑤ 15

[난이도 : ★★★] [2014년 3월 학력평가]

110 첫째항이 a 이고 공차가 -4 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 모든 자연수 n 에 대하여 $S_n < 200$ 일 때, 자연수 a 의 최댓값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★★] [2012년 10월 학력평가]

111 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 9, a_9 = 21$ 일 때, a_5 의 값은? [2점]

① 11 ② 12 ③ 13
 ④ 14 ⑤ 15

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 11월 학력평가]

112 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 1, 공차가 3인 등차수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 은 첫째항이 1000, 공차가 -6 인 등차수열이다. 이때, $a_k = b_k$ 를 만족시키는 자연수 k 의 값은? [3점]

- ① 112 ② 115 ③ 118
- ④ 121 ⑤ 124

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 3월 학력평가]

113 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 + a_4 = 36$ 일 때, a_6 의 값은? [3점]

- ① 48 ② 64 ③ 96
- ④ 108 ⑤ 128

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 10월 학력평가]

114 [공통] 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$ 이고, 공차가 3인 등차수열일 때, $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 11월 학력평가]

115 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$S_5 = 10$, $S_{10} = 30$ 일 때, S_{15} 의 값은? [3점]

- ① 60 ② 65 ③ 70
- ④ 75 ⑤ 80

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 11월 학력평가]

116 [공통] 첫째항이 3이고 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$ 의 값은? [3점]

- ① 1019 ② 1021 ③ 1023
- ④ 1025 ⑤ 1027

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 11월 학력평가]

117 [공통] 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 + a_3 + a_5 = 30$, $a_2 + a_4 + a_6 = 51$ 을 만족시킬 때, 공차는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 7월 학력평가]

118 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 2$, $a_{100} - a_{90} = 34$ 를 만족할 때, a_{21} 의 값을 구하시오. [3점][2012년 7월]

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 10월 학력평가]

119 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_3 + a_5 = 63$, $a_2 + a_4 + a_6 = 126$ 이 성립할 때, a_8 의 값은? [3점]

- ① 354 ② 364 ③ 374
- ④ 384 ⑤ 394

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 3월 학력평가]

120 [공통]등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 4, a_2 + a_3 = 17$ 일 때, a_4 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 10월 학력평가]

121 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항과 공차가 모두 d 이고, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{20} = 420$ 일 때, 공차 d 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
- ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 9월 학력평가]

122 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = -1, a_4 + a_6 + a_8 = 33$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 80 ② 85 ③ 90
- ④ 95 ⑤ 100

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 11월 학력평가]

123 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 3 \cdot 2^n - 3$ 일 때, a_5 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 11월 학력평가]

124 수직선 위의 두 점 $A(x), B(6)$ 에 대하여 선분 AB 를 1:2로 내분하는 점을 $C(y)$ 라 하자.

$x, y, 6$ 이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, x 의 값은?(단, $x < 6$) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 10월 학력평가]

125 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 3n^2 - 2n$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

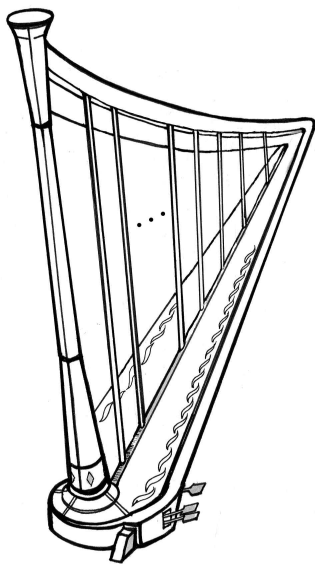
[난이도 : ★★☆☆] [2012년 3월 학력평가]

126 세 수 $1, \log_2(2^x + 1), \log_2(4^x - 1)$ 이 이 순서대로 등차수열을 이루도록 하는 x 의 값을 α 라 할 때, 다음 중 옳은 것은? [3점]

- ① $0 < \alpha < 1$ ② $1 < \alpha < 2$
- ③ $2 < \alpha < 3$ ④ $3 < \alpha < 4$
- ⑤ $4 < \alpha < 5$

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 10월 학력평가]

127 [공통] 현악기의 현은 두 현의 길이의 비가 4:3이면 짧은 현이 내는 음은 긴 현이 내는 음보다 3도 높다고 한다. 길이가 36인 줄을 잘라 그림과 같은 현악기를 만들려고 한다. 가장 긴 현의 길이가 10이고 각 현들의 길이는 차례대로 공비가 $\frac{3}{4}$ 인 등비수열을 이루며 현의 개수가 가장 많도록 현악기를 만들 때, 가장 짧은 현이 내는 음은 가장 긴 현이 내는 음보다 x 도 높다. x 의 값은?(단, $\log 2 = 0.301$, $\log 3 = 0.477$ 로 계산하고, 줄을 고정시키는 길이는 무시한다.) [4점]



- ① 21 ② 27 ③ 33
- ④ 39 ⑤ 45

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 3월 학력평가]

128 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 7$
- (나) 수열 $\{a_{n+1} - a_n\}$ 은 등차수열이다.

a_8 의 값은? [3점]

- ① 49 ② 51 ③ 53
- ④ 55 ⑤ 57

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 9월 학력평가]

129 2012년 9월 초부터 월이율 0.4%, 1개월마다의 복리로 매월 초에 10만 원씩 24개월 동안 은행에 적립할 때, 2014년 8월 말의 원리합계는?

(단, $1.004^{24} = 1.1$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 251만 원 ② 256만 원 ③ 261만 원
- ④ 266만 원 ⑤ 271만 원

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 4월 학력평가]

130 [공통]수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$$S_n = \frac{n^2 + 3n}{2} \text{ 일 때, } \sum_{n=1}^7 2^{a_n} \text{의 값을 구하시오. [3점]}$$

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 11월 학력평가]

131 첫째항이 -3 이고 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열

$$\{b_n\} \text{을 } \log_3 b_n = \frac{a_n + a_{n+2}}{6} \text{ (} n \geq 1 \text{)라 할 때, } b_n < 2012 \text{를}$$

만족시키는 자연수 n 의 최댓값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

[난이도 : ★★★] [2012년 10월 학력평가]

132 첫째항이 2, 공차가 2인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 에 대하여 수열 $\{T_n\}$ 을 $T_n = \frac{S_{2n}}{S_n}$ 이라 할 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

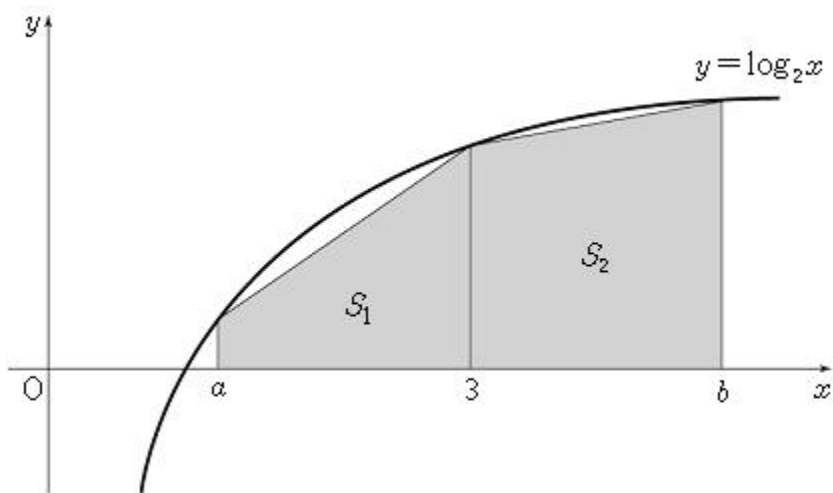
[보기]	
ㄱ. $T_1 = 3$	
ㄴ. $T_n < T_{n+1}$	
ㄷ. $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n = 4$	

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ,
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2012년 10월 학력평가]

133 [공통] 세 직선 $x=a, x=3, x=b$ 가 곡선 $y=\log_2 x$ 및 x 축과 만나는 점을 꼭짓점으로 하는 두 개의 사각형을 그림과 같이 만들고, 이들 사각형의 넓이를 왼쪽부터 차례로 S_1, S_2 라 하자.

$a, 3, b$ 가 이 순서대로 공차가 d 인 등차수열을 이루고 $S_2 - S_1 = d$ 일 때, d 의 값은?(단, $1 < a < 3 < b$)[4점]



- ① $\frac{7}{5}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{8}{5}$
 ④ $\frac{17}{10}$ ⑤ $\frac{9}{5}$

[난이도 : ★★★] [2012년 3월 학력평가]

134 첫째항이 60인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{T_n\}$ 을 $T_n = |a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n|$ 이라 하자. 수열 $\{T_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

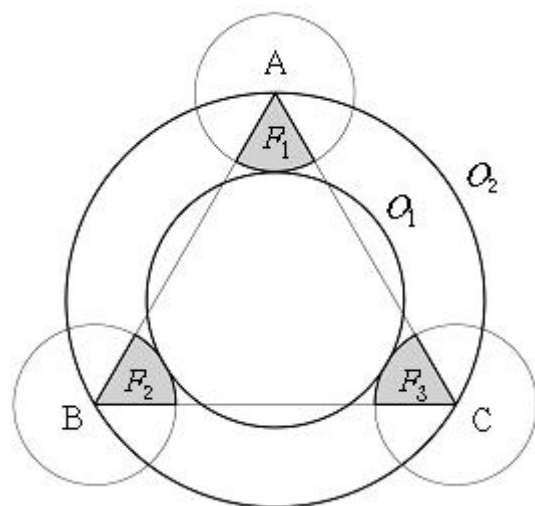
(가) $T_{19} < T_{20}$
(나) $T_{20} = T_{21}$

$T_n > T_{n+1}$ 을 만족시키는 n 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2012년 10월 학력평가]

135 그림과 같이 한 변의 길이가 2보다 큰 정삼각형 ABC 의 각 꼭짓점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 세 원이 정삼각형 ABC 와 만나서 생기는 세 개의 부채꼴을 각각 F_1, F_2, F_3 이라 하자. 세 부채꼴 F_1, F_2, F_3 의 호와 동시에 접하는 원을 O_1 , 정삼각형 ABC 의 외접원을 O_2 라 하자. 세 부채꼴 F_1, F_2, F_3 의 넓이의 합을 x , 원 O_1 의 넓이를 y , 원 O_2 의 넓이를 z 라고 할 때, $2x, y, z$ 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다. 이때, 원 O_1 의 반지름의 길이는 $\frac{p+\sqrt{q}}{2}$ 이다. p^2+q^2 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 유리수이고, 부채꼴 F_1, F_2, F_3 의 중심각의 크기는 모두 $\frac{\pi}{3}$ 이다.)[4점]



[난이도 : ★★☆☆] [2011년 10월 학력평가]

136 [공통]첫째항이 a 이고 공차가 $a+1$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6 = 15$$

를 만족시킬 때, a_7 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2011년 10월 학력평가]

137 첫째항이 4이고, 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \log_2 a_3 + \dots + \log_2 a_{10}$$

- 의 값은? [3점]
- ① 55 ② 65 ③ 75
 ④ 85 ⑤ 95

[난이도 : ★★☆☆] [2011년 3월 학력평가]

138 수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항과 공비가 모두 5인 등비수열일 때,

$$\sum_{n=1}^{20} \log_{25} a_n$$

의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2011년 4월 학력평가]

139 세 양수 a, b, c 가 이 순서대로 공비가 r 인 등비수열을

$$a+b=4, a+b+c=13$$

을 만족시킬 때, 공비 r 의 값을 구하시오.[3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$
 ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

[난이도 : ★★☆☆] [2011년 3월 학력평가]

140 자연수 n 에 대하여 1부터 $6n$ 까지의 자연수의 총합을

$$A_n, 1$$

$$B_n$$

이때, 서로소인 자연수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2011년 10월 학력평가]

141 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라

하자.

$$S_n = n^2 - 3n + 1$$

일 때, $a_1 + a_{10}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2011년 10월 학력평가]

142 [공통]삼차다항식 $x^3 - 2x^2 + 11x + a$ 를 일차식

$$x, x-1, x-2$$

로 나누었을 때의 나머지가 각각 α, β, γ 이다. 세 수 α, β, γ 가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 상수 a 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2011년 10월 학력평가]

143 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 3, a_n = 8n - 4 (n = 2, 3, 4, \dots)$ 를

만족시키고, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{S_n} = \frac{q}{p}$$

일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

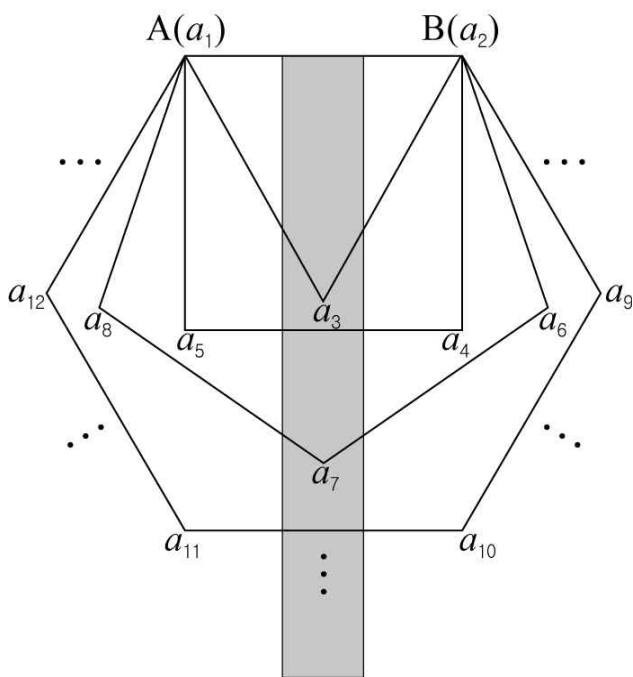
[난이도 : ★★★] [2011년 7월 학력평가]

144 그림과 같이 선분 AB 를 한 변으로 하는 정 n 각형을 차례로 그린다.

등차수열 $\{a_k\}$ 에 대하여 선분 AB 의 양 끝점에 각각 a_1, a_2 를 대응시키고, 정삼각형의 꼭짓점 중 점 A, B 를 제외한 꼭짓점에 a_3 , 정사각형의 꼭짓점 중 점 A, B 를 제외한 두 꼭짓점에 a_4, a_5 를 대응시킨다.

이와 같은 과정을 계속하여 정 n 각형의 꼭짓점 중 점 A, B 를 제외한 꼭짓점에 시계방향으로 a_k 를 대응시키자.

$a_1 + a_2 + a_3 = 3$, $a_1 + a_2 + a_6 + a_7 + a_8 = 33$ 일 때, 어두운 부분에 배열된 숫자들 중 십오각형의 꼭짓점에 대응되는 수를 구하시오.[4점]



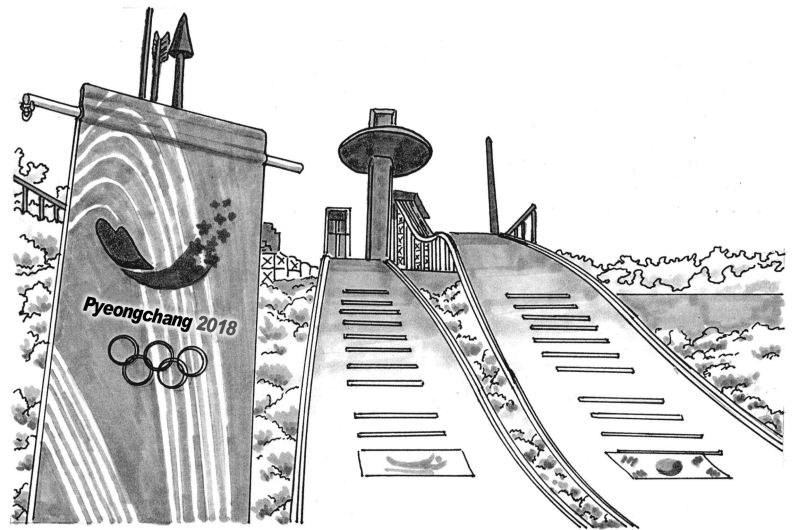
[난이도 : ★★★] [2011년 10월 학력평가]

145 [공통]모든 성분이 정수인 삼차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분을 a_{ij} ($i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3$)라 하자. 제 i 행의 세 성분 a_{i1}, a_{i2}, a_{i3} 이 이 순서로 등차수열을 이루고, 제 2열의 세 성분 a_{12}, a_{22}, a_{32} 가 이 순서로 등차수열을 이룬다. 행렬 A 의 모든 성분의 합이 36이고 $a_{31}^2 + a_{32}^2 + a_{33}^2 = 18$ 일 때, a_{12}^2 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2011년 10월 학력평가]

146 국내 한 경제 연구원의 '2018년 평창 동계올림픽의 경제적 효과'라는 보고서에 의하면 그 효과는 64조 원 이상이라 한다. 동계올림픽이 개최되는 2018년의 외국인 관광 수입이 9조 원으로 예상되고, 2019년부터 외국인 관광객 수는 매년 전년도보다 5%씩 감소되고, 외국인 관광객 1인당 평균 소비액은 매년 전년도보다 10%씩 증가 될 것으로 예상된다. 2018년부터 5년 동안 예상되는 외국인 관광 수입이 A 조 원이라 할 때, A 의 값을 구하시오.

(단, 외국인 관광 수입은 외국인 관광객 수와 1인당 평균 소비액의 곱으로 정의하고, $(\frac{19}{20})^5 = 0.8$, $(\frac{11}{10})^5 = 1.6$ 으로 계산한다.)[4점]



[난이도 : ★☆☆] [2010년 9월 학력평가]

147 첫째항이 3이고 공비가 2인 등비수열의 제 7항은?[2점]

- ① 184
- ② 186
- ③ 188
- ④ 190
- ⑤ 192

[난이도 : ★☆☆] [2010년 10월 학력평가]

148 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 8, a_7 = 33$ 일 때, a_{10} 의 값은?[2점]

- ① 42 ② 44 ③ 46
- ④ 48 ⑤ 50

[난이도 : ★☆☆] [2010년 11월 학력평가]

149 함수 $f(x) = x^{10} - x^9 + x^8 - x^7 + \dots + x^2 - x + 2$ 일 때 $(f \circ f)(0)$ 의 값은?[3점]

- ① 684 ② 696 ③ 708
- ④ 720 ⑤ 732

[난이도 : ★☆☆] [2010년 10월 학력평가]

150 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$(a_1 + a_2) : (a_2 + a_3) = 1 : 2$ 일 때, $\frac{a_{10}}{a_5}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2010년 11월 학력평가]

151 수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$S_n = 5(2^n - 1) (n = 1, 2, 3, \dots)$ 을 만족시킬 때, a_7 의 값은?[3점]

- ① 315 ② 320 ③ 325
- ④ 330 ⑤ 335

[난이도 : ★☆☆] [2010년 11월 학력평가]

152 다섯 개의 양수 $a, x, b, 2x, c$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $\frac{c}{a}$ 의 값은?[3점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4
- ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2010년 3월 학력평가]

153 [공통] 등차수열 $\{a_n\}$ 과 등비수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 = 2, b_1 = 2$

(나) $a_2 = b_2, a_4 = b_4$

$a_5 + b_5$ 의 값을 구하시오.(단, 수열 $\{b_n\}$ 의 공비는 1이 아니다.)[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2010년 10월 학력평가]

154 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 + a_4 + a_6 = 30$ 일 때, $a_1 + a_7$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2010년 11월 학력평가]

155 공차가 6인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 세 항 a_2, a_4, a_8 이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, a_{11} 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 10월 학력평가]

156 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_1 = 2, a_2 = 4, 2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$ 로 정의할 때,

$$\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k a_{k+1}}$$

- ① $\frac{1}{22}$ ② $\frac{3}{22}$ ③ $\frac{5}{22}$
 ④ $\frac{7}{22}$ ⑤ $\frac{9}{22}$

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 7월 학력평가]

157 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $S_n = ka_n$ 을 만족하는 k 가 두 자리 자연수가 되게 하는 n 의 최댓값은?(단, $a_1 \neq 0$)[3점]

- ① 191 ② 193 ③ 195
 ④ 197 ⑤ 199

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 10월 학력평가]

158 K-리그 관중의 수는 매년 전년도에 비해 10%씩 증가한다고 하자.

2009년 관중이 300만 명일 때, 2010년부터 2019년까지 10년 동안 예상되는 총 관중의 수는?(단, $1.1^{10} = 2.6$ 으로 계산한다.)(3점)

- ① 5280만 명 ② 5140만 명 ③ 4800만 명
 ④ 4320만 명 ⑤ 4200만 명

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 3월 학력평가]

159 $(x+a)^{10}$ 의 전개식에서 세 항 x, x^2, x^4 의 계수가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 상수 a 의 값은?(단, $a \neq 0$)[3점]

- ① $\frac{28}{27}$ ② $\frac{27}{26}$ ③ $\frac{26}{25}$
 ④ $\frac{25}{24}$ ⑤ $\frac{24}{23}$

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 10월 학력평가]

160 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 a_{10} = 9$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 곱은?[3점]

- ① 3^{10} ② 3^{11} ③ 3^{12}
 ④ 3^{13} ⑤ 3^{14}

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 11월 학력평가]

161 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_3 = 2, a_6 = 17$ 을 만족시킬 때, a_8 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 11월 학력평가]

162 어느 회사의 대리점은 다섯 명의 영업사원들에게 성과급으로 900만원을 차등 지급하였다. 각자에게 지급된 성과급은 등차수열을 이루고, 가장 적은 금액을 받은 사람과 그 다음으로 적은 금액을 받은 사람의 성과급의 합은 나머지 세 사람이 받은 성과급의 합의 $\frac{1}{2}$ 이다. 가장 많은 금액을 받은 사람의 성과급이 x 만원일 때, x 의 값은?[3점]

- ① 220 ② 230 ③ 240
 ④ 250 ⑤ 260

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 10월 학력평가]

163 첫째항이 -1 , 공차가 2 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 행렬

$$A = \begin{pmatrix} a_{n+1} & a_n \\ a_{n+2} & a_{n+1} \end{pmatrix} \text{이다.}$$

$A + A^{-1}$ 의 모든 성분의 합이 156 일 때, n 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 9월 학력평가]

164 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = \alpha$, $a_3 = \alpha + 12$, $a_5 = \alpha + 72$ 일 때, a_7 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 10월 학력평가]

165 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{a_{n+1} - 2a_n\}$ 은 첫째항이 15 , 공비가 5 인 등비수열이다.

이때, $\log_5(a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_{10})$ 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 4월 학력평가]

166 그림과 같이 자연수를 다음 규칙에 따라 나열하였다.

[규칙 1] 1행에는 $2, 3, 6$ 의 3개의 수를 차례대로 나열한다.
 [규칙 2] $n+1$ 행에 나열된 수는 1열에 2 , 2열부터는 n 행에 나열된 각 수에 2 를 곱하여 차례대로 나열한다.

	[1열]	[2열]	[3열]	[4열]	[5열]	...
[1행]	2	3	6			
[2행]	2	4	6	12		
[3행]	2	4	8	12	24	
⋮						

10행에 나열된 모든 자연수의 합을 S 라 할 때, $S = p \times 2^9 - 2$ 이다.

이때, p 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 10월 학력평가]

167 [공통]자연수 n 을 5 로 나눈 나머지를 $R(n)$ 이라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}$ 과 $\{b_n\}$ 은 다음 규칙을 만족한다.

(가) $a_1 = 6$, $a_{10} - a_5 = 5$
 (나) $\{b_n\}$ 은 등차수열이고 $b_n = a_n + R(n)$ 이다.

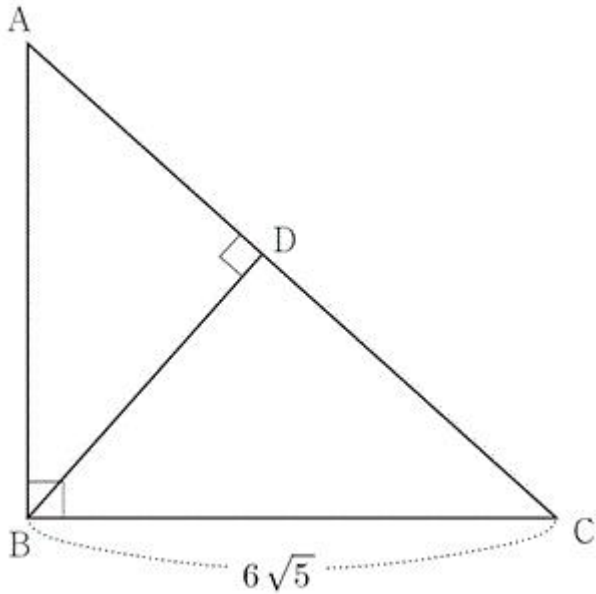
수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $R(S_{14})$ 의 값은?[4점]

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

[난이도 : ★★★] [2010년 4월 학력평가]

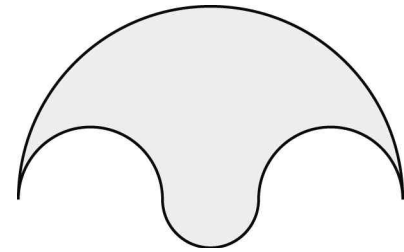
168 [공통] 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 이고 선분 BC 의 길이가 $6\sqrt{5}$ 인 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 B 에서 빗변 AC 에 내린 수선의 발을 D 라 하자.

세 선분 AD, CD, AB 의 길이가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 선분 AC 의 길이를 구하시오. [4점]



[난이도 : ★★★] [2010년 9월 학력평가]

169 [그림 1]은 아르키메데스의 [보조정리집]에 있는 셸리논(Salinon)이라는 도형이다.



[그림 1]

아르키메데스는 셸리논을 다음과 같은 방법으로 그렸다.

보기

[그림 2]

- (i) 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 ACB 를 그린다.
- (ii) 지름 AB 위에 A 와 B 로부터 각각 같은 거리만큼 떨어진 점 D, E 를 잡는다.
- (iii) 선분 AD 와 선분 EB 를 지름으로 하는 두 개의 반원을 반원 ACB 와 같은 쪽으로 그린다.
- (iv) 선분 DE 를 지름으로 하는 반원을 반원 ACB 와 반대쪽에 그린다.

[그림 2]에서 $\overline{AB} = 10$ 이고, $\overline{DE}, \overline{AD}, \overline{CF}$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 이 셸리논의 넓이는? (단, $\overline{AO} = \overline{BO}$, \overline{CF} 는 \overline{AB} 의 수직이등분선) [4점]

- ① 7π
- ② $\frac{15}{2}\pi$
- ③ 8π
- ④ $\frac{17}{2}\pi$
- ⑤ 9π

[난이도 : ★★★] [2010년 3월 학력평가]

170 각 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$b_n = \log_3 a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{11} 의 값은?[4점]

- (가) $b_1 + b_3 + b_5 + \dots + b_{15} + b_{17} = 36$
 (나) $b_2 + b_4 + b_6 + \dots + b_{16} + b_{18} = 45$

- ① 3^5 ② 3^6 ③ 3^7
 ④ 3^8 ⑤ 3^9

[난이도 : ★★★] [2010년 11월 학력평가]

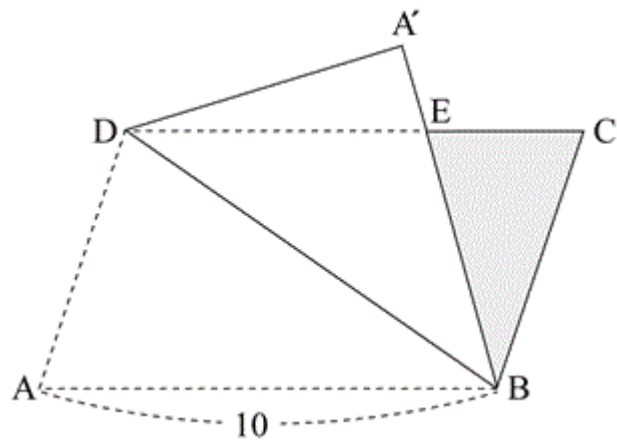
171 그림과 같이 5행 5열로 이루어진 표에 네 개의 수가 적혀 있다.

각 행의 다섯 개의 수는 열의 순서대로, 각 열의 다섯 개의 수는 행의 순서대로 각각 등차수열을 이루도록 나머지 빈칸에 수를 적고자 한다. 3행 3열에 들어갈 수를 구하시오.[4점]

	1열	2열	3열	4열	5열
1행	0				
2행			27		
3행					74
4행		41			
5행					

[난이도 : ★★★] [2010년 7월 학력평가]

172 그림과 같이 $\overline{AB}=10$ 인 평행사변형 $ABCD$ 가 있다. 이 도형을 대각선 BD 를 따라 접어서 생기는 삼각형 EBC 의 넓이가 평행사변형 $ABCD$ 의 넓이의 $\frac{1}{5}$ 이고, $\overline{CE}, \overline{EB}, \overline{BD}$ 의 길이가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 선분 AD 의 길이는?[4점]



- ① $2\sqrt{11}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{46}$
 ④ $\sqrt{47}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

[난이도 : ★★★] [2010년 4월 학력평가]

173 모든 항이 양수인 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

a_n, b_n, a_{n+1} 은 이 순서대로 등차수열을 이루고, b_n, a_{n+1}, b_{n+1} 은 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 일반항 a_n 과 b_n 을 구하는 과정이다.(단, $a_1 = 1, a_2 = 3, b_1 = 2$)

a_n, b_n, a_{n+1} 은 이 순서대로 등차수열을 이루므로
 $2b_n = a_n + a_{n+1} \cdots$ ① 이다.
 b_n, a_{n+1}, b_{n+1} 은 이 순서대로 등비수열을 이루므로
 $(a_{n+1})^2 = b_n b_{n+1}$
 이고, $a_{n+1} > 0, a_{n+2} > 0$ 이므로
 $a_{n+1} = \sqrt{b_n b_{n+1}}, a_{n+2} = \sqrt{b_{n+1} b_{n+2}}$ ② 이다.
 또한, ①, ②에서 얻어진 $2b_{n+1} = \sqrt{b_n b_{n+1}} + \sqrt{b_{n+1} b_{n+2}}$ 의 양변을 $\sqrt{b_{n+1}}$ 로 나누면 $2\sqrt{b_{n+1}} = \sqrt{b_n} + \sqrt{b_{n+2}}$ 이므로 $\{\sqrt{b_n}\}$ 은 [가]수열이다.
 그러므로 $a_2 = 3, b_1 = 2, (a_2)^2 = b_1 b_2$ 에서 $b_2 = \frac{9}{2}$ 이므로 $b_n =$ [나] 이다.
 따라서, $a_n =$ [다] 이다.

위 과정에서 가), 나), 다)에 알맞은 것은?[4점]

- ① 등차, $\frac{1}{2}(n+1)^2, \frac{n(n+1)}{4}$
- ② 등비, $\frac{1}{2}(n+1)^2, \frac{n(n+1)}{2}$
- ③ 등차, $\frac{1}{4}(n+1)^2, \frac{n(n+1)}{4}$
- ④ 등비, $\frac{1}{4}(n+1)^2, \frac{n(n+1)}{4}$
- ⑤ 등차, $\frac{1}{2}(n+1)^2, \frac{n(n+1)}{2}$

[난이도 : ★★★] [2010년 10월 학력평가]

174 등비수열 $\{a_n\}$ 이 $a_{n+1} > a_n$ 을 만족할 때, 옳은 것만을 다음

[보기]에서 있는 대로 고른 것은?(단, p, q, s, t 는 서로 다른 자연수이다.)[4점]

[보기]
ㄱ. $a_1 a_5 = a_2 a_4$
ㄴ. $p - s = q - t$ 이면 $a_p a_q = a_s a_t$ 이다.
ㄷ. $a_1 a_2 a_3 \cdots a_{3p} = a_2^3 a_5^3 a_8^3 \cdots a_{3p-1}^3$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 10월 학력평가]

175 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{2a_n - a_{n+1}\}$ 은 첫째항이 8,

공비가 -2인 등비수열을 이룬다. 이때, a_5 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 3월 학력평가]

176 [공통]두 등비수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 $a_4 b_4 = 3, a_7 b_7 = 6$ 일

때, $a_{16} b_{16}$ 의 값은?[3점]

- ① 30
- ② 36
- ③ 42
- ④ 48
- ⑤ 54

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 10월 학력평가]

177 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1a_6 = 0, a_2a_5 = 36$ 일 때, a_3a_4 의 값은?[3점]

- ① 46 ② 48 ③ 50
- ④ 52 ⑤ 54

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 10월 학력평가]

178 첫째항이 1이고 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $\log_2 a_8 - \log_2 a_5 = 6$ 이 성립할 때, $a_2 + a_4$ 의 값은?[3점]

- ① 24 ② 30 ③ 48
- ④ 52 ⑤ 68

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 3월 학력평가]

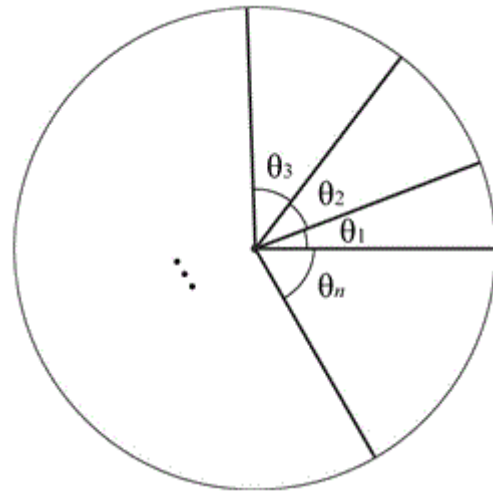
179 첫째항이 1인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 + a_4 = 2(a_5 - 4)$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 7월 학력평가]

180 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{a_n} = \frac{15}{14}$ 이다. r 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 7월 학력평가]

181 넓이가 A 인 원을 중심각이 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n$ 인 n 개의 부채꼴로 나누고 중심각이 θ_k ($k=1, 2, \dots, n$)인 부채꼴의 넓이를 A_k 이라 하자. 수열 $\{\theta_n\}$ 이 등차수열을 이루고, $\sum_{k=1}^n \theta_k = 2\pi$ 이다. $A_1 + A_n = \frac{1}{5}A$ 일 때, n 의 값은?[3점]



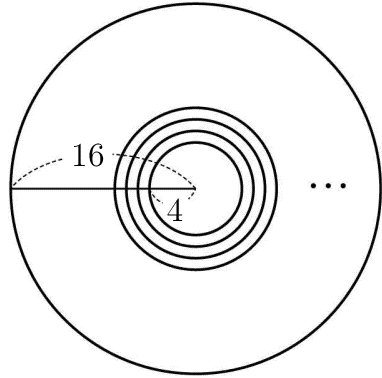
- ① 8 ② 9 ③ 10
- ④ 11 ⑤ 12

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 3월 학력평가]

182 자연수 n 에 대하여 n^2 을 6으로 나눈 나머지를 a_n 이라 할 때, $a_n = 4$ 를 만족시키는 100이하의 자연수 n 의 개수를 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 11월 학력평가]

183 그림과 같이 반지름의 길이가 4와 16인 동심원 사이에 11개의 동심원을 그려 13개 동심원의 반지름의 길이가 등차수열을 이룰 때, 모든 동심원의 둘레의 길이의 합은? [3점]



- ① 247π ② 260π ③ 273π
- ④ 286π ⑤ 299π

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 4월 학력평가]

184 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_3 = 40, a_8 = 30$ 일 때, $|a_2 + a_4 + \dots + a_{2n}|$ 이 최소가 되는 자연수 n 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 4월 학력평가]

185 등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차와 각 항이 0이 아닌 실수일 때, 방정식 $a_{n+2}x^2 + 2a_{n+1}x + a_n = 0$ 의 한 근을 b_n 이라 하면 등차수열 $\left\{\frac{b_n}{b_n+1}\right\}$ 의 공차는?(단, $b_n \neq -1$) [4점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{8}$
- ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 10월 학력평가]

186 [공통] 현재 금액이 일정기간 후 얼마의 가치를 가지게 될 것인가를 알아보는 계산을 미래가치 계산이라고 한다. 연이율 $r\%$ 이고 1년에 m 번 복리 재투자하는 금융상품의 현재 금액 a 원의 n 년 후 미래가치 (FV_n)은 $a\left(1 + \frac{1}{m} \times \frac{r}{100}\right)^{m \times n}$ 이다.

이때, 연이율 10%이고 3개월 마다 복리 재투자 하는 금융상품의 현재 금액 100만 원의 n 년 후 미래가치(FV_n)이 500만 원이상 되려면 최소 몇 년을 복리 재투자하여야 하는가?

(단, $\log 1.025 = 0.01, \log 2 = 0.30$) [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21
- ④ 24 ⑤ 27

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 10월 학력평가]

187 [공통] 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 $a_4 + b_{16} = 40, a_{24} + b_8 = 60$ 을 만족할 때, $a_9 + b_{14}$ 의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★★] [2009년 10월 학력평가]

188 지호는 여행 비용을 마련하기 위하여 다음 조건으로 저축을 시작하였다.

- (가) 2009년 1월부터 2010년 12월까지 매달 초에 입금한다.
- (나) 첫째 달은 10만원을, 두 번째 달부터는 바로 전 달보다 0.8% 증가한 금액을 입금한다.
- (다) 매번 입금한 금액에 대하여 입금한 날로부터 24개월까지는 월이율 1.1%의 복리로 매달 계산하고, 그 이후에는 월이율 0.8%의 복리로 매달 계산한다.

이와 같은 조건으로 저축하였을 때, 2012년 12월 말의 원리합계는?

(단, $1.008^{24} = 1.2$, $1.011^{24} = 1.3$ 으로 계산한다.) [4점]

- ① 368만 4천원
- ② 370만 4천원
- ③ 372만 4천 원
- ④ 374만 4천 원
- ⑤ 376만 4천 원

[난이도 : ★★★] [2009년 11월 학력평가]

189 $3 \cdot 2^n$ (n 은 자연수)의 모든 양의 약수 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_{2n+2}$ 에

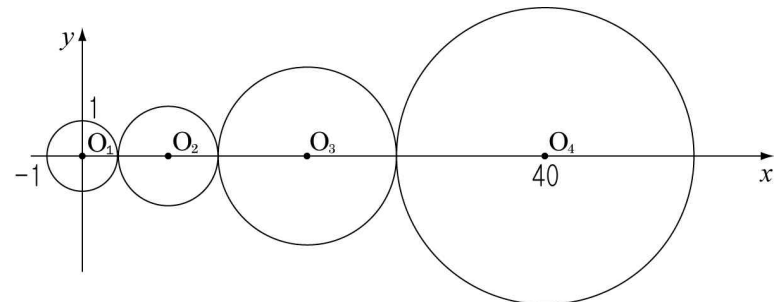
대하여 $S(n) = \sum_{k=1}^{2n+2} \frac{1}{p_k}$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S(n)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{2}{3}$
- ② $\frac{4}{3}$
- ③ 2
- ④ $\frac{8}{3}$
- ⑤ $\frac{10}{3}$

[난이도 : ★★★] [2009년 10월 학력평가]

190 [공통] 그림과 같이 중심이 x 축 위에 있고 외접하는 네 원 O_1, O_2, O_3, O_4 에 대하여 O_1 은 중심이 원점, 반지름의 길이가 1이고 O_4 는 중심이 $(40, 0)$ 이다.

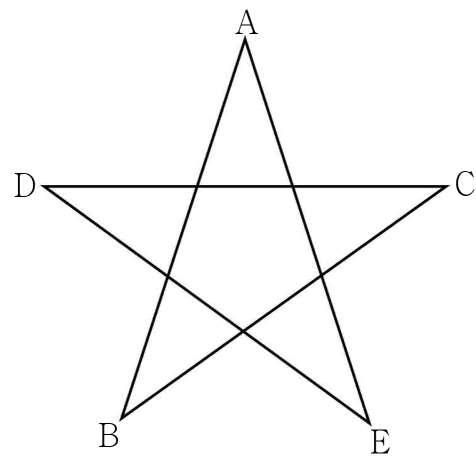
O_1, O_2, O_3 의 반지름의 길이가 이 순서대로 등비수열을 이루고, O_2, O_3, O_4 의 반지름의 길이는 이 순서대로 등차수열을 이룬다. 이때, 원 O_4 의 넓이는? [3점]



- ① 144π
- ② 169π
- ③ 196π
- ④ 225π
- ⑤ 256π

[난이도 : ★★★] [2009년 11월 학력평가]

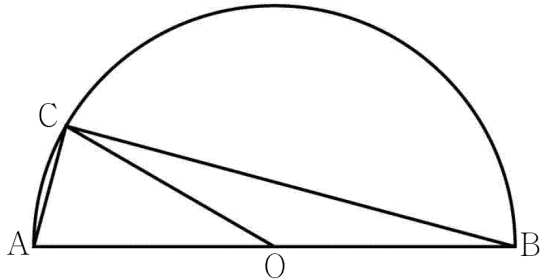
191 그림의 A, B, C, D, E 에 10, 12, 13, 14, 16을 적절히 하나씩 써 넣어 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EA}$ 의 양 끝에 있는 두 수의 합을 크기순으로 배열하여 등차수열이 되도록 하였다. 이 등차수열의 세 번째 항을 구하시오. [4점]



[난이도 : ★★★] [2009년 11월 학력평가]

192 [공통] 그림과 같이 점 O 가 중심이고 선분 AB 가 지름인 반원이 있다.

호 AB 위의 점 C 에 대하여 선분 AC, OC, BC 의 길이가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$ 의 값은? (단, $\overline{AC} < \overline{OC} < \overline{BC}$) [4점]



- ① $1 + \sqrt{2}$ ② $1 + \sqrt{3}$ ③ $2 + \sqrt{2}$
- ④ $2 + \sqrt{3}$ ⑤ $3 + \sqrt{2}$

[난이도 : ★★★] [2009년 10월 학력평가]

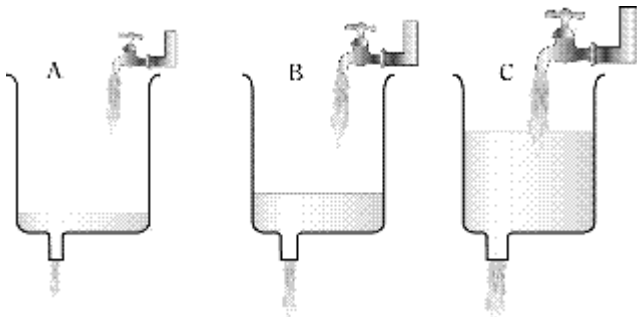
193 [공통] A, B, C 세 개의 빈 물통에 매초 일정하게 a, b, c 의 물을 넣는다.

세 개의 물통에는 밑에 구멍이 있어서 물을 넣는 순간 매초 일정하게 a', b', c' 의 물이 빠져 나간다. a, b, c 는 이 순서대로 등비수열을 이루고 a', b', c' 는 이 순서대로 등차수열을 이룬다.

물통 A 에는 물을 넣으면 넣은 물의 양의 $\frac{1}{2}$ 이 빠져 나간다.

또한, 물을 넣기 시작한 후 C 에 들어 있는 물의 양은 항상 A 와 B 에 들어 있는 물의 양의 합이 2배가 된다. $a : b : c = 1 : \alpha : \beta$ 일 때, $\alpha + \beta = \frac{1}{2}(p + q\sqrt{6})$ (p, q 는 자연수)이다.

p, q 의 곱 pq 의 값을 구하시오. [4점]



[난이도 : ★☆☆] [2008년 11월 학력평가]

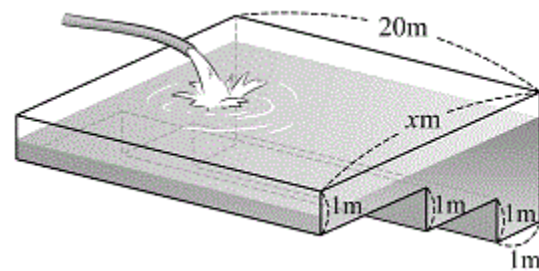
194 [공통] 서로 다른 세 수 $a, b, 3$ 이 이 순서로 등비수열을

이루고, $12, 3a, 2b$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, $9a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★☆☆] [2008년 9월 학력평가]

195 그림과 같이 가로 길이가 $20m$ 세로 길이가 xm 이고,

깊이가 단계적으로 $1m$ 씩 깊어지는 수영장이 있다. 이 수영장의 맨 밑바닥은 가로의 길이가 $20m$ 세로 길이가 $1m$ 이다. 물이 완전히 빠진 상태에서 이 수영장에 1시간에 $20m^3$ 씩 물을 채울 때, 처음 높이 $1m$ 를 채우는데 a 시간, 다음 높이 $1m$ 를 채우는데 b 시간, 그 다음 높이를 채우는데 c 시간이 소요되어 총 21시간이 걸렸다. 세 수 a, b, c 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, x 의 값은? (단, 인접한 면은 서로 수직이고, 가장 깊은 곳의 깊이는 $3m$ 이다.) [3점]



- ① 12 ② 13 ③ 14
- ④ 15 ⑤ 16

[난이도 : ★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

196 [공통]다음은 어느 신문기사의 일부이다.

2008년 10월 1일 프랑스에서 열린 기자회견에서 러시아의 가스회사 사장은 국제유가가 앞으로 몇 개월 내에 2배 이상 오를 것이란 전망을 내 놓았다.
중략 이에 따라 대체에너지 개발에 성공했으나 생산단가가 높은 것이 단점으로 지적되고 있어서 A 가스회사는 국제유가가 현재의 2배 이상이 되었을 때 대체에너지를 상용화한다고 발표하였다.

국제유가가 전월대비 매월 5%씩 상승한다고 할 때, 위 기사에 따라 A 가스회사가 대체에너지를 처음으로 상용화할 때는 몇 개월 후인가?(단, $\log 2 = 0.30, \log 1.05 = 0.02$)[4점]

- ① 30개월 ② 25개월 ③ 20개월
- ④ 15개월 ⑤ 10개월

[난이도 : ★☆☆] [2008년 11월 학력평가]

197 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_5 = 14, a_2 + a_3 = 11$ 일 때, a_{15} 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

198 $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + 2n$ 일 때, $\sum_{k=1}^3 (a_k + 1)^2 - \sum_{k=1}^3 (a_k - 1)^2$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

199 세 수 $1-a, 10, 2+2a$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, a 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2008년 03월 학력평가]

200 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 a_2 = 6, a_3 a_4 = 12$ 일 때, $a_7 a_8$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★☆☆] [2008년 7월 학력평가]

201 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = -1, a_1 + 2a_3 = 0$ 일 때, a_{10} 의 값은?[3점]

- ① 17 ② 19 ③ 21
- ④ 23 ⑤ 25

[난이도 : ★☆☆] [2008년 11월 학력평가]

202 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 3n^2 - 32n$ 일 때, 다음 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[4점]

[보기]
ㄱ. 수열 $\{a_n\}$ 은 등차수열이다. ㄴ. S_n 이 최소가 되는 n 의 값은 5이다. ㄷ. $\sum_{n=1}^{10} a_n $ 의 값은 140이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

203 세 순환소수 $0.\dot{1}$, $0.0\dot{a}$, $0.00\dot{9}$ 가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 한 자리 자연수 a 의 값은?[3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 9월 학력평가]

204 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$S_n = n^2 + 3n$ 일 때, a_4 의 값은?[2점]

- ① 8 ② 10 ③ 12
- ④ 15 ⑤ 18

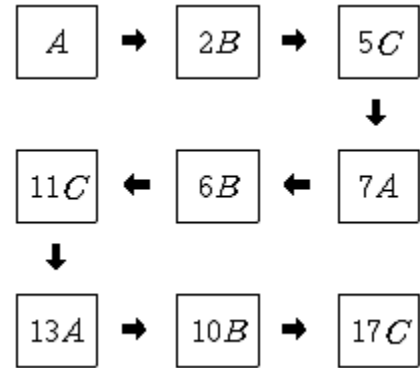
[난이도 : ★★☆☆] [2008년 11월 학력평가]

205 월이율 0.5%이고 1개월마다 복리로 매월 초에 10만 원씩 적립해 가면 60개월 후의 원리합계는?(단, 1.005^{60} 은 1.35로 계산한다.)[3점]

- ① 703만 5천 원 ② 712만 5천 원 ③ 724만 5천 원
- ④ 738만 5천 원 ⑤ 746만 5천 원

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

206 [공통]그림과 같이 네모 안의 9개의 수가 화살표 방향으로 등차수열을 이루고 있다. 네모안의 모든 수의 합이 162일 때, B 의 값은?[3점]



- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

207 [공통]공비가 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_2 = 6$, $a_5 = 162$ 일 때, a_4 의 값은?[2점]

- ① 54 ② 56 ③ 58
- ④ 60 ⑤ 62

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

208 방정식 $|\log_2 x| = ax + b$ 의 세 실근이 공비가 2인 등비수열을 이룰 때, b 의 값은?[3점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$
- ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

209 [공통] x 에 대한 삼차방정식 $3ax^3 - 9bx^2 + 11cx - 18a = 0$ 의 서로 다른 세 실근이 a, b, c 이다. a, b, c 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

210 일반항이 $a_n = 3p^{n-1}, b_n = -3q^{n-1}$ 인 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 $c_n = a_n \cdot b_n$ 인 수열 $\{c_n\}$ 이 있다.

$c_5 = 4\sqrt{2}c_3$ 이고 $c_9 = kc_5$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오. (단, $pq \neq 0$) [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

211 첫째항이 $a (a \neq 0)$ 이고 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 임의의 자연수 m, n 에 대하여 $a_m + a_n = a_{m+n}$ 을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 나타내는 것은? [3점]

- ① $25a$ ② $35a$ ③ $45a$
- ④ $55a$ ⑤ $65a$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 05월 학력평가]

212 세 수 $\sin\theta, \frac{\sqrt{3}}{4}, \cos\theta$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, $3|\tan\theta + \cot\theta|$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

213 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = pn^2 + 2pm$ 이고 $a_5 = 22$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하시오. (단, p 는 상수) [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

214 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{3a_{n+1} - a_n\}$ 의 공비는? (단, $a_1 \neq 0$) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

215 [공통] 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 1, a_1 - a_2 + a_3 + a_4 - a_5 + a_6 = 17$ 일 때, $a_8 + a_9$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 9월 학력평가]

216 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 1, 공차가 3인 등차수열이다. 부등식 $10 < a_n < 50$ 을 만족시키는 자연수 n 의 개수는? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

217 세 수 $\sin\theta, \frac{\sqrt{3}}{4}, \cos\theta$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때,
 $3|\tan\theta + \cot\theta|$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

218 1이 아닌 세 실수 a, b, c 가 이 순서대로 등비수열을 이루고
 $\frac{1}{2}\log a, \frac{1}{4}\log b, \frac{1}{8}\log c$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때,
 $\log_c ab$ 의 값은?[3점]

- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

219 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이
 $S_n = 2 \cdot 3^n - 2$ 일 때, 옳은 것을 다음 [보기]에서 모두
 고르면?[3점]

[보기]
ㄱ. $a_3 = 36$
ㄴ. $\{a_n\}$ 은 등비수열이다.
ㄷ. $\{\log_{10} a_n\}$ 은 등차수열이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 4월 학력평가]

220 수학자 드 브와브르에 대하여 다음과 같은 일화가 전해지고
 있다.

드 브와브르는 자신의 수면 시간이 매일 15분씩 길어진다는
 것을 깨닫고, 수면 시간이 24시간이 되는 날을 계산하여 그날
 에 자신이 죽을 것이라고 예측하였다.
 그런데, 놀랍게도 그날에 수면하는 상태에서 생을 마쳤다.

드 브와브르가 매일 밤 12시에 잠든다고 가정할 때, 처음 이
 사실을 알게 된 날의 수면 시간이 14시간이었다면 그날부터 생을
 마칠 때까지 깨어있는 시간의 합은?[3점]

- ① 197 ② 205 ③ 214
- ④ 224 ⑤ 235

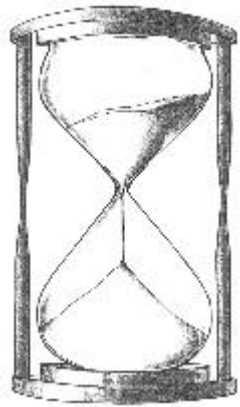
[난이도 : ★★☆☆] [2008년 3월 학력평가]

221 [공통]등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 5항까지의 합이
 $\frac{31}{2}$ 이고 곱이 32일 때, $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} + \frac{1}{a_5}$ 의
 값은?[3점]

- ① $\frac{31}{4}$ ② $\frac{31}{8}$ ③ $\frac{31}{12}$
- ④ $\frac{8}{31}$ ⑤ $\frac{4}{31}$

[난이도 : ★★★] [2008년 7월 학력평가]

222 [공통]모래시계 A, B, C에 들어 있는 모래의 양은 각각 $3^a, 9^b, 27^c$ 이고 매 초당 모래가 위에서 아래로 일정하게 떨어지는 양은 각각 a, b, c이다. a, b, c는 이 순서대로 등비수열을 이루고, $3^a, 9^b, 27^c$ 도 이 순서대로 등비수열을 이루며, 두 수열의 공비는 같다. 모래시계 A, B, C로 잴 수 있는 시간(초)을 각각 t_A, t_B, t_C 라 할 때, $t_A + t_B + t_C$ 의 값을 구하시오.(단, 모래가 다 떨어진 후 뒤집지 않는다.)[4점]



[난이도 : ★★★] [2008년 03월 학력평가]

223 그림과 같이 반지름의 길이가 15인 원을 5개의 부채꼴로 나누었더니 부채꼴의 넓이가 작은 것부터 차례로 등차수열을 이루었다.
가장 큰 부채꼴의 넓이가 가장 작은 부채꼴의 넓이의 2배일 때, 가장 큰 부채꼴의 넓이는 $k\pi$ 이다. 이때 k의 값을 구하시오. [4점]

이미지가 없거나 이미지 크기가 0 임

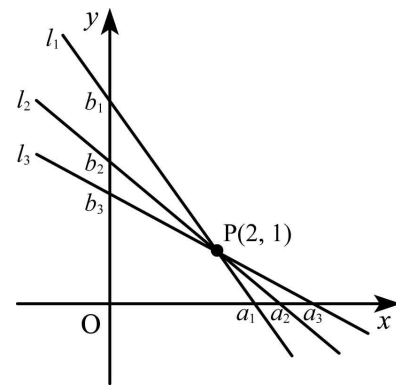
[난이도 : ★★★] [2008년 4월 학력평가]

224 1월 초에 1000만원을 월이율 0.5%, 1개월 마다 복리로 계산하는 예금 상품에 가입하고, 1월부터 그 해 12월까지 매월 말에 50만원씩 찾았다. 그 해 12월 말에 통장에 남아있는 금액은?(단, $1.005^{12} = 1.0617$ 으로 계산한다.)[4점]

① 426 만 7000 원
② 432 만 7000 원
③ 438 만 7000 원
④ 444 만 7000 원
⑤ 450 만 7000 원

[난이도 : ★☆☆] [2007년 9월 학력평가]

225 그림과 같이 점 P(2, 1)을 지나는 세 직선 l_1, l_2, l_3 의 x절편을 각각 a_1, a_2, a_3 이라 하고, y절편을 각각 b_1, b_2, b_3 이라 하자.



세 수 $\frac{1}{b_1}, \frac{1}{b_2}, \frac{1}{b_3}$ 이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 세 수 a_1, a_2, a_3 사이의 관계로 항상 옳은 것은?[4점]

- ① $a_1 + a_2 = a_3$
② $a_1 + a_3 = 2a_2$
③ $a_1 a_3 = a_2^2$
④ $2a_1 a_2 = a_2 a_3 + a_3 a_1$
⑤ $\frac{2}{a_2} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_3}$

[난이도 : ★☆☆] [2007년 4월 학력평가]

226 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_2 + a_4 = 810$, $a_5 + a_7 = 30$ 일 때, a_{10} 의 값은?[2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1
- ④ 3 ⑤ 9

[난이도 : ★☆☆] [2007년 11월 학력평가]

227 제 4항이 6, 제 7항이 12인 등비수열이 있다. 이 수열의 제 10항의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2007년 10월 학력평가]

228 [공통]첫째항이 3이고 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_n = 3d$ 를 만족시키는 n 이 존재하도록 하는 모든 자연수 d 의 값의 합은?[3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

[난이도 : ★☆☆] [2007년 7월 학력평가]

229 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 의 공차가 각각 $-2, 3$ 일 때, 등차수열 $\{3a_n + 5b_n\}$ 의 공차는?[3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 15

[난이도 : ★☆☆] [2007년 10월 학력평가]

230 [공통]서로 다른 두 실수 a, b 에 대하여 $1, a, b$ 가 순서대로 등차수열을 이루고, $a, 1, b$ 가 순서대로 등비수열을 이룰 때, $a+b$ 의 값은?[3점]

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$
- ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2007년 6월 학력평가]

231 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n$ 일 때, a_{100} 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2007년 9월 학력평가]

232 첫째항이 3이고 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합을 A , 수열 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합을 B 라 하자. 이때, $\frac{A}{B}$ 의 값은?[3점]

- ① 2^9 ② $3 \cdot 2^9$ ③ $3 \cdot 2^{10}$
- ④ $9 \cdot 2^9$ ⑤ $9 \cdot 2^{10}$

[난이도 : ★☆☆] [2007년 11월 학력평가]

233 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 3x + k = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 하자. $\frac{\alpha}{\beta}, \alpha + \beta, \alpha\beta$ 가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, k^2 의 값을 구하시오.(단, $\alpha\beta \neq 0$)[4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 11월 학력평가]

234 등비수열 $\{a_n\}$ 이 다음 두 조건을 만족시킨다. 이때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [3점]

I. $a_1 = 1$
 II. $\frac{a_3 + a_4}{a_2 + a_3} = 2$

- ① 511 ② 512 ③ 1023
 ④ 1024 ⑤ 2047

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 11월 학력평가]

235 [공통]수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 1$ 일 때, $a_{10} - a_1$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 10월 학력평가]

236 [공통]등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{50} a_{2k} - \sum_{k=1}^{50} a_{2k-1} = 150$ 이고, $a_3 = 2a_1$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 4월 학력평가]

237 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_3 = -2$, $a_9 = 46$ 일 때, $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_{10}|$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 9월 학력평가]

238 어느 농장에서 100마리의 돼지가 n 일 동안 먹을 수 있는 사료를 마련하였다. 그런데 사료를 주기 시작한 다음 날부터 매일 돼지가 3마리씩 줄어 $(n+9)$ 일 동안 사료를 먹일 수 있었고, 마련한 사료는 다 떨어졌다.

일수	첫째 날	둘째 날	셋째 날	...
사료를 먹는 돼지의 수	100	97	94	...

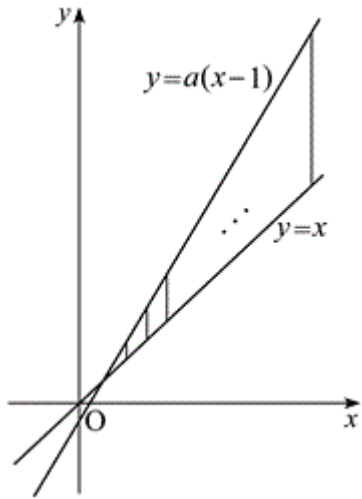
이때, n 의 값을 구하시오. (단, 돼지 한 마리가 하루에 먹는 사료의 양은 일정하다.) [4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 3월 학력평가]

239 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_7 = 12$, $\frac{a_6 a_{10}}{a_5} = 36$ 이 성립할 때, a_{15} 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 3월 학력평가]

240 그림과 같이 두 직선 $y=x, y=a(x-1)$ ($a>1$)의 교점에서 아래 방향으로 y 축에 평행한 14개의 선분을 같은 간격으로 그었다.



이들 중 가장 짧은 선분의 길이는 3이고, 가장 긴 선분의 길이는 42일 때, 14개의 선분의 길이의 합을 구하시오.(단, 각 선분의 양 끝점은 두 직선 위에 있다.)[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 4월 학력평가]

241 어느 회사원이 2011년 초에 200만원을 적립하고 다음 해부터 매년 초에 전년도 적립금을 5%를 증액하여 적립하기로 하였다. 2030년 말까지 적립되는 원리합계는?(단, 연이율 5%, 1년마다의 복리로 계산하고, $(1.05)^{20} = 2.65$ 로 계산한다.)[3점]

- ① 9600만원 ② 10600만원 ③ 11600만원
- ④ 12600만원 ⑤ 13600만원

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 10월 학력평가]

242 [공통]수열 $\{a_n\}$ 의 첫째 항부터 제 n 항까지의 합 $S_n = 2n^2 - n$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 3월 학력평가]

243 $x > 0$ 일 때, 자연수 n 에 대하여 함수 $f_n(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

(가) $f_1(x) = \log_2 x$
 (나) $f_{n+1}(x) = f_n(x^2) + f_n(x)$

$f_{2007}(8) = a$ 라 할 때, $\log_{27} a$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 9월 학력평가]

244 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_6 = 5, a_{11} = 3$ 일 때, a_{21} 의 값은?[3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 11월 학력평가]

245 [공통]두 등비수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 공비가 각각 3, $\frac{1}{2}$ 일 때, 다음 [보기]에서 항상 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a_1 b_1 \neq 0$)[3점]

[보기]

ㄱ. 수열 $\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$ 은 공비가 6인 등비수열이다.
 ㄴ. 수열 $\{a_n + 6b_n\}$ 은 공비가 3인 등비수열이다.
 ㄷ. 수열 $\{a_{n+1} - 2a_n\}$ 은 공비가 3인 등비수열이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 3월 학력평가]

246 [공통]공차가 $d(d \neq 0)$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열

$$\{T_n\} \text{을 } T_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + (-1)^{n-1}a_n$$

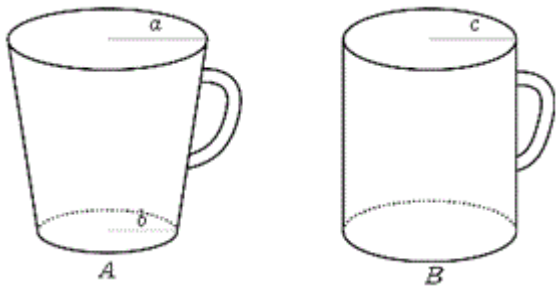
($n=1, 2, 3, \dots$)으로 정의할 때, [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[3점]

[보기]
ㄱ. $T_4 = 2d$
ㄴ. $T_5 = a_3$
ㄷ. 수열 $\{T_{2n}\}$ 은 등차수열이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 7월 학력평가]

247 직원빨대 모양의 커피잔 A와 직원기둥 모양의 커피잔 B가 있다. 커피잔 A의 윗면의 반지름의 길이를 a , 아랫면의 반지름의 길이를 b , 커피잔 B의 반지름의 길이를 c 라 할 때, a, c, b 순으로 등차수열을 이루고 $a:b=3:1$ 이며 각각의 높이는 윗면과 아랫면의 반지름의 길이의 합과 같다. A, B 두 커피잔에 커피를 높이의 $\frac{1}{2}$ 까지 부었을 때, 커피의 양을 각각 V_A, V_B 라 하자. $\frac{V_A}{V_B}$ 의 값을 $\frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소)라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★☆☆] [2007년 3월 학력평가]

248 [공통] n 개의 항으로 이루어진 등차수열 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 이

다음 조건을 만족한다.

- (가) 처음 4개 항의 합은 26이다.
 (나) 마지막 4개 항의 합은 134이다.
 (다) $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 260$

이때 n 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 3월 학력평가]

249 [공통]그림과 같이 각 단의 부피가 일정한 비율로 감소하는 8단 케이크를 만들었다. 이 케이크의 제 2단의 부피를 p , 제 4단의 부피를 q 라 할 때, 제 8단의 부피를 p 와 q 로 나타낸 것은?[4점]



- ① $\frac{q^3}{p^2}$ ② $\frac{q^2}{p^2}$ ③ $\frac{p^3}{q^2}$
 ④ $\frac{p^3}{q}$ ⑤ $\frac{p^2}{q}$

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 10월 학력평가]

250 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1a_3 = 4, a_2 + a_4 = 20$ 이 성립할 때, a_6 의 값은?[3점]

- ① 160 ② 161 ③ 162
 ④ 163 ⑤ 164

[난이도 : ★★★] [2007년 9월 학력평가]

251 자연수 $n = 2^3 \times 3^4$ 의 모든 양의 약수의 곱을 M 이라 할 때, $\log_n M$ 의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★★] [2007년 3월 학력평가]

252 [공통] a, b, c 가 서로 다른 세 실수일 때, 이차 함수 $f(x) = ax^2 + 2bx + c$ 에 대한 [보기]의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

[보기]
ㄱ. a, b, c 가 이 순서로 등차수열을 이루면 $f(1) = 4b$ 이다.
ㄴ. a, b, c 가 이 순서로 등차수열을 이루면 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.
ㄷ. a, b, c 가 이 순서로 등비수열을 이루면 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 만나지 않는다.

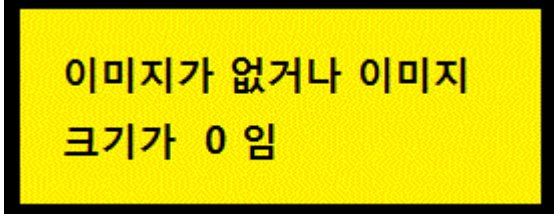
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2007년 7월 학력평가]

253 [공통] 그림과 같은 수도관은 물을 흘려 보내면 유실되는 물이 없이 왼쪽으로 $a\%$, 아래으로 $b\%$ 가 흐른다.

일정한 양의 물을 흘려 보낸 후 물통 A, B, C, D, E 의 물의 양을 측정하면 물통 B, C, D 순으로 등비수열을 이룬다.

$b = p\sqrt{5} - q$ (p, q 는 유리수)일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, $ab \neq 0$) [4점]



[난이도 : ★★★] [2007년 6월 학력평가]

254 다음은 어느 회사의 연봉에 관한 규정이다.

(가)입사 첫째 해 연봉은 a 원이고, 입사 19년째 해까지의 연봉은 해마다 직전 연봉에서 8%씩 인상된다.

(나)입사 20년째 해부터의 연봉은 입사 19년째 해 연봉의 $\frac{2}{3}$ 로 한다.

이 회사에 입사한 사람이 28년 동안 근무하여 받는 연봉의 총합은? (단, $1.08^{18} = 4$ 로 계산한다.) [4점]

- ① $\frac{101}{2}a$ ② $\frac{111}{2}a$ ③ $\frac{121}{2}a$
- ④ $\frac{131}{2}a$ ⑤ $\frac{141}{2}a$

[난이도 : ★★★] [2007년 5월 학력평가]

255 가격이 200만원인 TV를 이 달 초에 구입하여 100만원은 일시불로 지불하고, 나머지 100만원은 이 달 말부터 매월 말에 일정한 금액으로 n 회에 걸쳐 모두 갚으려고 한다. 매월 말에 갚아야 할 금액을 구하는 식으로 옳은 것은?

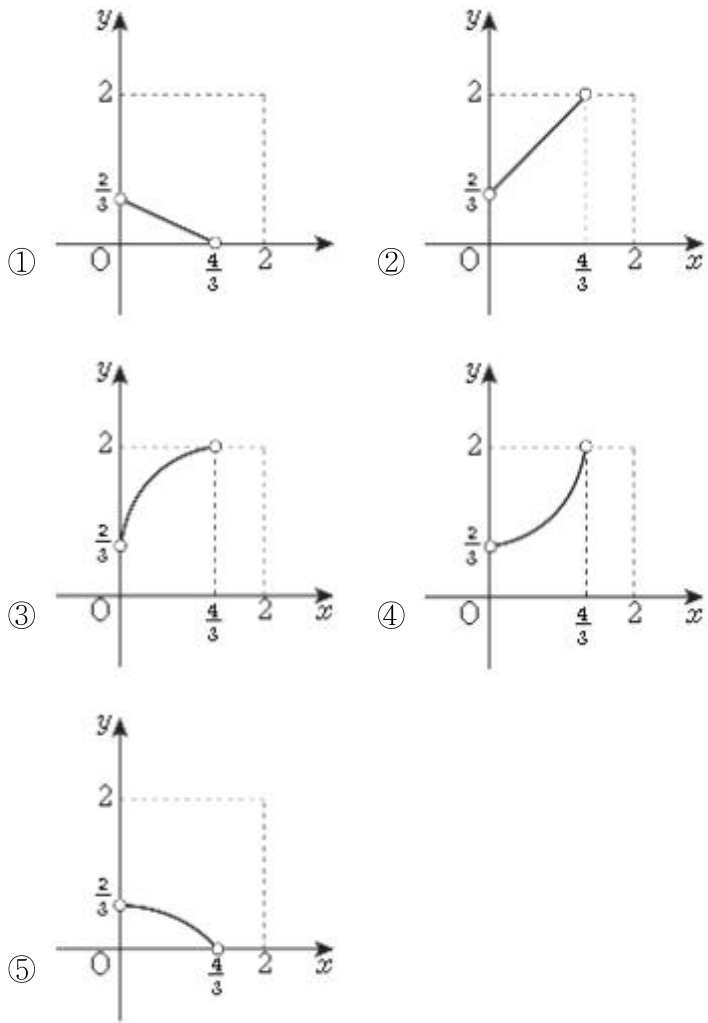
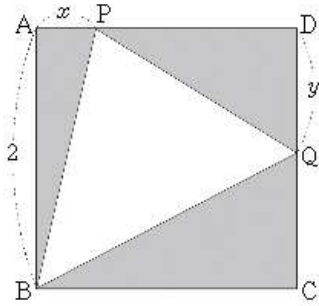
(단, 월이율은 1%의 복리로 계산하고, 단위는 만원이다.) [4점]

- ① $\frac{1.01^{n-1}}{1.01^n - 1}$
- ② $\frac{1.01^n - 1}{1.01^{n-1}}$
- ③ $\frac{1.01^n}{1.01^{n-1} - 1}$
- ④ $\frac{1.01^n - 1}{1.01^n}$
- ⑤ $\frac{1.01^n}{1.01^n - 1}$

[난이도 : ★★★] [2007년 11월 학력평가]

256 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $ABCD$ 의 변 AD 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP}=x$, 변 CD 위의 점 Q 에 대하여 $\overline{DQ}=y$ 라 하자.

$\triangle ABP$, $\triangle PQD$, $\triangle BCQ$ 의 넓이가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x, y 사이의 관계를 그래프로 나타내면? [4점]



[난이도 : ★★★] [2007년 5월 학력평가]

257 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - 6x - k = 0$ 의 세 근이 등차수열을 이룰 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★★] [2007년 5월 학력평가]

258 첫째항이 2이고 공차가 $d (d > 0)$ 인 등차수열이 있다.

다음은 첫째항부터 제 n 항까지의 합과 제 $n+1$ 항부터 제 $3n$ 항까지의 합의 비가 n 에 관계없이 항상 일정할 때, 공차 d 를 구하는 과정이다.

첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하면

$$S_n = \frac{n}{2} \{4 + (n-1)d\}, S_{3n} = \frac{3n}{2} \{4 + (3n-1)d\} \text{ 이므로}$$

$$S_{3n} - S_n = \frac{n}{2} [(\ast)] \text{ 이다.}$$

$$\frac{S_n}{S_{3n} - S_n} = \frac{4 + nd - d}{(\ast)} = k (\text{일정}) \text{라 하자.}$$

[(\ast)] $n + (4 - d - 8k + 2dk) = 0$ 이 자연수 n 에 관계없이 항상 성립하므로

$$[(\ast)] = 0 \text{ 이고 } 4 - d - 8k + 2dk = 0 \text{ 이다.}$$

$$d > 0 \text{ 이므로 } k = \frac{1}{8} \text{ 이고 } d = [(\ast)] \text{ 이다.}$$

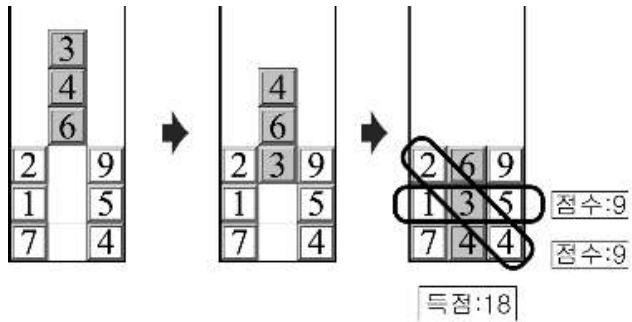
이 과정에서 (\ast) , (\ast) , (\ast) 에 알맞은 것은? [4점]

- ① $8 + (8n-2)d, (1-8k)d, 4$
- ② $8 + (8n-2)d, (1+8k)d, \frac{1}{4}$
- ③ $8 + (8n-2)d, (1-8k)d, \frac{1}{4}$
- ④ $8 + (8n+4)d, (1+8k)d, \frac{1}{4}$
- ⑤ $8 + (8n+4)d, (1-8k)d, 4$

[난이도 : ★★★] [2007년 7월 학력평가]

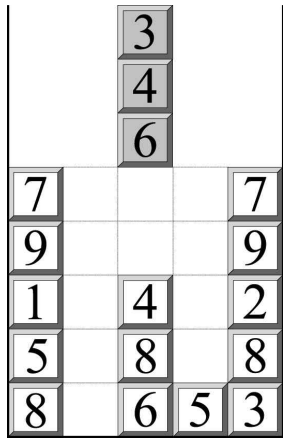
259 [공통]어느 게임은[예시]와 같이 엔터키를 누르면 게임이

시작되면서 어두운 부분의 막대가 아래쪽으로 계속 내려가고 더 이상 내려가지 않으면 게임은 끝난다. 방향키로는 어두운 부분의 막대를 왼쪽, 아래로만 이동시킬 수 있고 마우스를 한 번 클릭할 때마다 어두운 부분의 막대 맨 위의 숫자가 맨 아래로, 나머지 숫자들은 한 칸씩 올라간다. 더 이상 내려가지 않는 어두운 부분의 막대와 이웃한 막대들 속의 세 숫자들이 상하, 좌우 또는 대각선 방향 순서대로 등차수열이 될 때, 그 숫자들을 더한 점수들의 합을 득점으로 하는 게임이 있다.



[예시]

다음 게임에서 얻을 수 있는 득점의 최댓값을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★★] [2007년 10월 학력평가]

260 100만 원짜리 노트북 컴퓨터를 이 달 초에 50만 원을 주고

나머지 금액은 매월 갚기로 하고 구입하였다. 월이율 1%, 1개월마다 복리로 계산하고, 36회에 걸쳐 이 달 말부터 매달 말에 일정한 금액을 갚아 나가기로 하였다.

매월 갚아야 하는 금액을 a 원 이라 할 때, $\frac{a}{100}$ 의 값을

구하시오.(단, $1.01^{36} = 1.4$ 로 계산한다).[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2006년 11월 학력평가]

261 세 수 $-8, x, y$ 는 이 순서대로 등차수열을 이루고 세 수

$x, y, 64$ 는 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $x+y$ 의 값을

구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2006년 9월 학력평가]

262 아래 곱셈표에서 어두운 부분에 있는 수들의 총합은?[3점]

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

- ① 1080 ② 1155 ③ 1240
- ④ 1325 ⑤ 1400

[난이도 : ★☆☆] [2006년 3월 학력평가]

263 [공통]등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $(a_1 + a_2)(a_3 + a_4) = 12$ 가 성립할 때, $a_1 a_4$ 는?(단, $a_1 \neq 0$ 이다.)[3 점]

- ① 1:2 ② 1:3 ③ 2:3
- ④ 2:5 ⑤ 3:5

[난이도 : ★☆☆] [2006년 5월 학력평가]

264 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 다항식 $2x^2 + x + 1$ 을 $x - n$ 으로 나눈 나머지가 할 때, a_5 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2006년 11월 학력평가]

265 첫째항이 10, 공차가 7인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 처음으로 50보다 크게 되는 것은 k 번째항이다. 이때, k 의 값을 구하시오.[2점]

[난이도 : ★☆☆] [2006년 11월 학력평가]

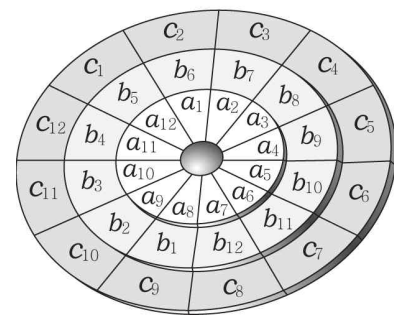
266 [공통]다음과 같은 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ 이 있다.

- ㄱ.수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항 a_1 이 5이고 공차는 2이다.
- ㄴ.수열 $\{b_n\}$ 은 첫째항 b_1 이 2이고 공차는 3이다.
- ㄷ.수열 $\{c_n\}$ 은 첫째항 c_1 이 28이고 공차는 -2 이다.

$a_i (i = 1, 2, \dots, 12), b_j (j = 1, 2, \dots, 12), c_k (k = 1, 2, \dots, 12)$ 가 시계방향 순서대로 적혀 있는 크기가 서로 다른 세 개의 원판이 있다.

각각의 원판은 같은 중심을 축으로 자유롭게 따로따로 회전하도록 되어 있으며, 세 개의 원판이 회전하다가 모두 멈추었을 때는 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ 의 각각의 항을 구분하는 직선들은 반드시 일직선상에 놓이게 된다고 하자.

그림은 세 개의 원판이 모두 멈추었을 때, 세 개의 항 a_2, b_7, c_3 이 일렬로 놓인 경우의 예이다.



위의 세 개의 원판들이 회전하다가 모두 멈추었을 때, 세 개의 항 a_3, b_2, c_{12} 가 일렬로 놓였다면, 일렬로 놓인 세 개의 항 a_i, b_j, c_k 의 합 $a_i + b_j + c_k$ 의 최솟값은?[4점]

- ① 10 ② 12 ③ 15
- ④ 17 ⑤ 19

[난이도 : ★☆☆] [2006년 9월 학력평가]

267 어떤 볼록다각형의 모든 내각의 크기를 크기순으로 나열하면 등차수열을 이룬다. 가장 작은 내각의 크기는 63° 이고 공차는 18° 일 때, 가장 큰 내각의 크기는?[3점]

- ① 117° ② 135° ③ 153°
- ④ 163° ⑤ 171°

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 5월 학력평가]

268 서로 다른 여섯 개의 수 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 이 차례대로 등비수열을 이룬다.

a_1 과 a_6 의 곱이 $25a_5$ 과 같을 때, a_4 를 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 9월 학력평가]

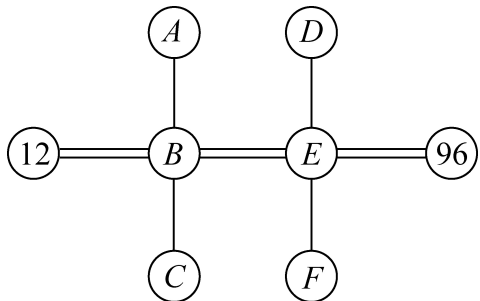
269 첫째항이 2이고 공비가 $\sqrt{3}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$\frac{a_{10}-a_9}{S_{10}-S_8} + \frac{S_5-S_3}{a_5-a_4}$ 의 값은?[3점]

- ① 3 ② 4 ③ $2\sqrt{3}$
- ④ 6 ⑤ $4\sqrt{3}$

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 9월 학력평가]

270 그림에서 A, B, C, D, E, F 는 실수이고 한 줄()로 연결된 수들은 그 순서로 등차수열을 이루고 두 줄()로 연결된 수들은 그 순서로 등비수열을 이룬다. 이때 $A+B+C+D+E+F$ 의 값을 구하시오.[3점]



[난이도 : ★★☆☆] [2006년 11월 학력평가]

271 [공통]수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$S_n = 5^n - 1$ 일 때, a_{21} 은 몇 자리 정수인가?(단,

$\log_{10}2 = 0.3010$ 으로 계산한다.)[3점]

- ① 15 ② 16 ③ 17
- ④ 18 ⑤ 19

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 10월 학력평가]

272 다항식 $x^{10} + x^9 + \dots + x^2 + x + 1$ 을 $x-1$ 로 나눈 몫을

$f(x)$ 라고 할 때, $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지는?[3점]

- ① $2^{10} - 10$ ② $2^{10} + 11$
- ③ $2^{11} - 12$ ④ $2^{11} - 10$
- ⑤ $2^{11} + 11$

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 5월 학력평가]

273 서로 다른 두 실수 a, b 에 대하여 $2, \frac{a^2}{2}, b$ 가 이 순서대로

등차수열을 이루고 $a+2, b, 1$ 이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?[3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 9월 학력평가]

274 수열 $x, y, z, w, 1, 1, 1, 3, 5, 9, 17, \dots$ 에서 넷째 항부터 각

항은 바로 왼쪽의 연속한 세 항의 합과 같다. 이때 x^4 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 11월 학력평가]

275 [공통] 100의 모든 양의 약수들을 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9$ 라 할 때, $\log_{10}a_1 + \log_{10}a_2 + \log_{10}a_3 + \dots + \log_{10}a_9$ 의 값은?[4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 5월 학력평가]

276 첫째항이 -10 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 7항까지의 합과 제 7항의 값이 같을 때, 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 3월 학력평가]

277 세 양수 a, b, c 는 이 순서대로 등비수열을 이루고, 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $a + b + c = \frac{7}{2}$
 (나) $abc = 1$

$a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?[3 점]

- ① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ $\frac{17}{4}$
- ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ $\frac{21}{4}$

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 9월 학력평가]

278 등차수열 $30, 30 + \frac{1}{7}, 30 + \frac{2}{7}, 30 + \frac{3}{7}, \dots, 50$ 의 모든 항의 합은?[3점]

- ① 5560 ② 5600 ③ 5640
- ④ 5680 ⑤ 5720

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 6월 학력평가]

279 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$S_n = 2n^2 - n$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n}{S_n}$ 의 값은?[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

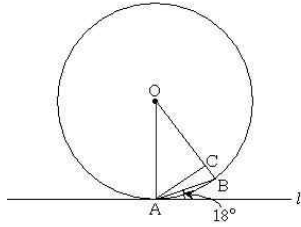
[난이도 : ★★☆☆] [2006년 11월 학력평가]

280 둘레의 길이가 132이고 세 변의 길이가 등차수열을 이루는 직각삼각형의 빗변의 길이는?[4점]

- ① 49 ② 51 ③ 53
- ④ 55 ⑤ 57

[난이도 : ★★★] [2006년 4월 학력평가]

281 [공통]원 O 위에 두 점 A, B 가 있다. 점 A 에서 원 O 에 접하는 접선 l 과 선분 AB 가 이루는 예각의 크기가 18° 이다. 선분 OB 위의 한 점 C 에 대하여 삼각형 OAC 의 세 내각의 크기가 등차수열을 이룰 때, 가장 큰 내각의 크기는?[4점]



- ① 68 ② 72 ③ 76
- ④ 80 ⑤ 84

[난이도 : ★★★] [2006년 5월 학력평가]

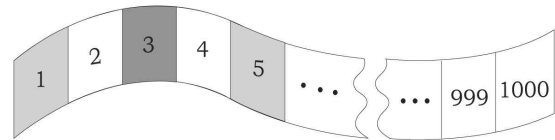
282 2005년 12월에 a 원 하는 자동차를 무이자 할부로 구입하여 매일 할부금을 2006년 1월부터 시작하여 홀수 달은 남은 금액의 10를 상환하고 짝수 달은 남은 금액의 20를 상환하려고 한다. n 회의 할부금을 상환한 후 남은 금액이 자동차 값의 $\frac{1}{10}$ 이하가 된다고 할 때, n 의 최솟값을 구하시오.(단, $\log 2 = 0.30, \log 3 = 0.48$ 으로 계산한다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2006년 3월 학력평가]

283 선미는 문제 수가 x 인 수학책을 첫째 날에는 15문제를 풀고 둘째 날부터 매일 문제 수를 d 만큼씩 증가시키면서 풀어 아홉째 날까지 문제를 풀고 나면 24문제가 남게 된다. 또, 첫째 날에는 30문제를 풀고 둘째 날부터 매일 문제 수를 d 만큼씩 증가시키면서 풀어 일곱째 날까지 문제를 풀고 나면 39문제가 남게 된다. 선미가 풀고자 하는 이 수학책의 문제 수 x 의 값을 구하시오.[4 점]

[난이도 : ★★★] [2006년 4월 학력평가]

284 그림과 같이 1부터 1000까지의 자연수가 쓰여진 흰색 종이 띠에 1부터 시작하여 공차가 4인 등차수열의 수가 있는 부분에는 빨간색, 3부터 시작하여 공비가 3인 등비수열의 수가 있는 부분에는 파란색을 칠하였다. 빨간색과 파란색이 겹쳐 칠해진 부분에 쓰여진 수 중에서 가장 큰 수를 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★★] [2006년 5월 학력평가]

285 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면?[4점]

[보기]
ㄱ. 수열 $\{3a_n\}$ 은 공차가 9인 등차수열이다.
ㄴ. 수열 $\{a_{2n-1}\}$ 은 공차가 6인 등차수열이다.
ㄷ. 수열 $\{2a_{2n} - a_{2n-1}\}$ 은 공차가 6인 등차수열이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2006년 5월 학력평가]

286 [공통]각 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 = \frac{5}{8}, a_1 a_2 a_3 = \frac{1}{8}$ 일 때, 첫째항의 값은?[2점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

[난이도 : ★★★] [2006년 10월 학력평가]

287 표와 같이 정사각형을 16개의 칸으로 나눈 다음 굵은 선으로 4개의 영역으로 구분하였다. 16개의 칸에 다음 규칙에 따라 수를 넣으려고 한다.

(가) 각 영역마다 각각의 칸에 1, 2, 3, 4를 한 번씩 넣는다.
 (나) 어떤 가로줄에도, 어떤 세로줄에도 동일한 숫자를 두 번 이상 사용하지 않는다.

표는 위의 규칙에 따라 만든 결과의 일부를 나타낸 것이다.

$a+b+c+d$ 의 값은? [4점]

4	1	a	
b			4
3	c		
		4	d

- ① 9 ② 10 ③ 11
 ④ 12 ⑤ 13

[난이도 : ★★★] [2006년 5월 학력평가]

288 [공통] 다음은 임의의 자연수 n 에 대하여 $a_n > 0$ 이고

$$\sum_{k=1}^n a_k^3 = \left(\sum_{k=1}^n a_k \right)^2 \text{ 이면 } a_n = [가] \text{ 임을 증명하는 과정이다.}$$

임의의 자연수 n 에 대하여 $a_n > 0$ 이고 $\sum_{k=1}^n a_k^3 = \left(\sum_{k=1}^n a_k \right)^2$ 이므로

$$\begin{aligned} a_{k+1}^3 &= \sum_{i=1}^{k+1} a_i^3 - \sum_{i=1}^k a_i^3 \\ &= \left(\sum_{i=1}^{k+1} a_i \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^k a_i \right)^2 \\ &= \left(\sum_{i=1}^k a_i + a_{k+1} \right) \left(\sum_{i=1}^k a_i - a_{k+1} \right) \\ &= [가] \left(\left[(나) \right] + 2 \sum_{i=1}^k a_i \right) \\ \therefore a_{k+1}^2 &= a_{k+1} + 2 \sum_{i=1}^k a_i \dots ① \end{aligned}$$

$$\text{즉, } a_k^2 = a_k + 2 \sum_{i=1}^{k-1} a_i \dots ②$$

① 과 ②에서 $a_{k+1}^2 - a_k^2 = [다]$
 따라서 $\{a_n\}$ 은 등차수열이다.
 $\therefore a_n = [가]$

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

- ① $a_n = 2n, a_{k+1}, a_{k+1} + a_k$
 ② $a_n = 2n, a_k, a_{k+1} - a_k$
 ③ $a_n = n, a_{k+1}, a_{k+1} - a_k$
 ④ $a_n = n, a_k, a_{k+1} + a_k$
 ⑤ $a_n = n, a_{k+1}, a_{k+1} + a_k$

[난이도 : ★★★] [2006년 11월 학력평가]

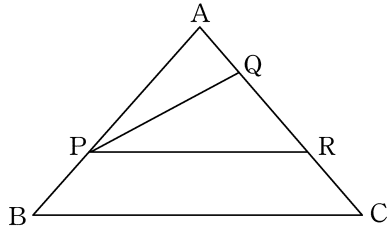
289 첫째항이 3이고 공비가 9인 등비수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_n = 3^{b_n}$ 을 만족시키는 수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 b_{10} 은? [4점]

- ① 19 ② 20 ③ 21
 ④ 22 ⑤ 23

[난이도 : ★★★] [2006년 6월 학력평가]

290 [공통]아래 그림과 같이 삼각형 ABC 의 변 AB 를 2:1로 내분하는 내분점을 P 로 잡고, 변 AC 위에 두 점 Q, R 를 잡자. 삼각형 APQ, PRQ 와 사각형 $PBCR$ 의 넓이가 차례로 첫째항이 a 이고 공차가 d 인 등차수열을 이룰 때, 다음은 $\frac{CQ}{AR}$ 의 값을 a 와 d 로 나타내는 과정이다.



삼각형 APQ 의 넓이는 a 이므로 삼각형 APR 의 넓이는 $2a+d$ 가 되어 $a:2a+d = \triangle APQ : \triangle APR$

$$\frac{1}{2} \overline{AP} \cdot \overline{AQ} \sin A : \frac{1}{2} \overline{AP} \cdot \overline{AR} \sin A \text{가 성립한다.}$$

따라서 $\frac{\overline{AQ}}{\overline{AR}} = \frac{a}{2a+d} \dots \textcircled{1}$

같은 방법으로, 삼각형 ABC 의 넓이는[가]이므로

$$a : [\text{나}] = \triangle APQ : \triangle ABC$$

$$\frac{1}{2} \overline{AP} \cdot \overline{AQ} \sin A : \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{AC} \sin A$$

또한 점 P 는 변 AB 를 2:1로 내분하는 내분점이므로

$$\overline{AP} = \frac{2}{3} \overline{AB}$$

따라서 $\frac{\overline{AQ}}{\overline{AC}} = [\text{다}]$

그러므로 $\frac{CQ}{AQ} = \{ \overline{AC} - \overline{AQ} \} \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의해 $\frac{CQ}{AR} = \frac{CQ}{AQ} \cdot \frac{AQ}{AR} = \frac{a+2d}{2a+d}$

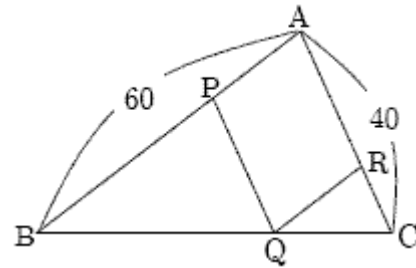
위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[4점]

- ① $a+2d, \frac{a}{3(a+d)}, \frac{2a+3d}{a}$,
- ② $a+2d, \frac{a+d}{2a+3d}, \frac{a+2d}{a+d}$
- ③ $3(a+d), \frac{a}{2(a+d)}, \frac{a+2d}{a+d}$
- ④ $3(a+d), \frac{a}{2(a+d)}, \frac{a+2d}{a}$,
- ⑤ $3(a+d), \frac{a}{3(a+d)}, \frac{2a+3d}{a}$,

[난이도 : ★★★] [2006년 5월 학력평가]

291 [공통]그림과 같이 $\overline{AB}=60, \overline{AC}=40$ 인 $\triangle ABC$ 의 세 변 AB, BC, CA 위에 각각 점 P, Q, R 가 있다. 다음은 선분 RQ 가 AB 와 평행하고 선분 PQ 가 AC 와 평행하며 $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RC}$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 사각형 $APQR$ 의 둘레의 길이를 구하는 과정이다.

$\overline{PQ}=x, \overline{QR}=y, \overline{RC}=z$ 라 하면



x, y, z 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

(가)... $\textcircled{1}$

$\overline{PQ} // \overline{AC}$ 이고 $\overline{AB} // \overline{RQ}$ 이므로

$$x+z=40 \dots \textcircled{2}$$

$\triangle ABC \sim \triangle RQC$ 이므로

(나)... $\textcircled{3}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 을 연립하여 풀면 x, y, z 를 구할 수 있다.

따라서, 사각형 $APQR$ 의 둘레의 길이는(다)이다.

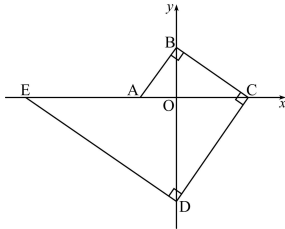
이 과정에서 (가)~(다)를 바르게 짚지은 것은?[4점]

- ① $y=x+z, y=z, \frac{140}{3}$
- ② $z=x+y, y=z, \frac{140}{3}$
- ③ $2y=x+z, 2y=3z, \frac{140}{3}$
- ④ $2y=x+z, 2y=3z, \frac{280}{3}$
- ⑤ $2y=x+z, 3y=2z, \frac{280}{3}$

[난이도 : ★★★] [2006년 3월 학력평가]

292 [공통] 그림과 같이 좌표축 위의 다섯 개의 점

A, B, C, D, E 에 대하여 $\overline{AB} \perp \overline{BC}, \overline{BC} \perp \overline{CD}, \overline{CD} \perp \overline{DE}$ 가 성립한다. 세 선분 AO, OC, EA 의 길이가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 직선 AB 의 기울기는? (단, O 는 원점이고 $\overline{OA} < \overline{OB}$ 이다.) [4 점]



- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2
- ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

[난이도 : ★☆☆] [2005년 10월 학력평가]

293 첫째항부터 n 항까지의 합이 $S_n = An^2 + Bn + C$ 인

등차수열의 일반항이 $a_n = 4n + 4 (n \geq 1)$ 일 때, $A + B - C$ 의 값은? (단, A, B, C 는 상수) [3 점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

[난이도 : ★☆☆] [2005년 7월 학력평가]

294 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = 2n^2$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_{2k}$ 의

값은? [3 점]

- ① 240 ② 300 ③ 360
- ④ 420 ⑤ 480

[난이도 : ★☆☆] [2005년 10월 학력평가]

295 금년 1월 초에 은행에서 100 만원을 대출받아 그 해 1월

말부터 매달 일정금액으로 1년 간 상환하려고 한다. 이때, 매달 상환해야 할 금액은? (단, 월이율은 1% 이고 매달 복리로 계산한다. $1.01^{12} = 1.125$) [4 점]

- ① 88, 000 ② 88, 500 ③ 89, 000
- ④ 89, 500 ⑤ 90, 000

[난이도 : ★☆☆] [2005년 4월 학력평가]

296 [공통] 표의 빈 칸에 6개의 자연수를 한 칸에 하나씩 써넣어

가로, 세로, 대각선 방향으로 각각 등차수열을 이루도록 할 때, 빈 칸에 써넣을 6개의 수의 합을 구하시오. [3 점]

3		7
	11	

[난이도 : ★☆☆] [2005년 10월 학력평가]

297 첫째항이 1, 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

수열 $\{S_n + p\}$ 가 등비수열을 이루도록 하는 상수 p 의 값은? [3 점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

[난이도 : ★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

298 [공통]등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_6 + a_{11} + a_{15} + a_{20} = 32$ 일 때,
 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{25}$ 의 합을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2005년 9월 학력평가]

299 다음과 같이 자연수 n 의 세제곱을 n 개의 연속한 홀수의 합으로 나타낼 수 있다. 22^3 을 22개의 연속한 홀수의 합으로 나타낼 때, 가장 작은 홀수 a 와 가장 큰 홀수 b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하시오.[3점]

$$1^3 = 1$$

$$2^3 = 3 + 5$$

$$3^3 = 7 + 9 + 11$$

$$4^3 = 13 + 15 + 17 + 19$$

$$\vdots$$

$$22^3 = a + (a+2) + \dots + (b-2) + b$$

$$\vdots$$

[난이도 : ★☆☆] [2005년 3월 학력평가]

300 [공통]등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 \cdot a_3 \cdot a_8 = 64$ 일 때, a_4 의 값은?[2점]

- ① 2 ② 4 ③ 8
- ④ 16 ⑤ 32

정답 및 해설

1. 등차수열과 등비수열 중단원 기출문제

1) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] : 세 수가 등비수열을 이룰 조건을 구할 수 있는가?

세 수 $\frac{9}{4}, a, 4$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$a^2 = \frac{9}{4} \times 4 \text{ 이며 정리하면 } a^2 = 9$$

이때, $a > 0$ 이므로 $a = 3$

2) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] : 등차수열의 뜻을 이해하고 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가?

등차수열의 첫째항을 a , 공차를 $d(d > 0)$ 라 하면 조건 (가)에서

$$(a+5d) + (a+7d) = 0$$

$$a = -6d \dots \textcircled{가}$$

조건 (나)에서 $|a_6| = |a_7| + 3$ 이므로

$$|a+5d| = |a+6d| = 3$$

\textcircled{가}을 대입하면 $d > 0$ 이므로

$$d = 3$$

[구하는 값] $= a_2 = a + d$

$$= -5d$$

$$= -15$$

3) 답 : 3

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 공차를 구할 수 있는가?

공차를 d 라 하면

$$a_2 = 2 + d, a_3 = 2 + 2d, a_9 = 2 + 8d \text{ 이므로}$$

$$2(2 + d + 2 + 2d) = 2 + 8d$$

$$8 + 6d = 2 + 8d$$

$$\therefore d = 3$$

4) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 일반항을 이용하여 첫째항을 구할 수 있는가?

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 라 하면

$$a_3 = 4a_1 \text{ 에서 } a_1 r^2 = 4a_1 \text{ 이므로}$$

$$r^2 = 4$$

$$a_7 = (a_6)^2 \text{ 에서 } a_1 r^6 = (a_1 r^5)^2 = a_1^2 r^{10}$$

따라서 $a_1 r^4 = 1$ 이므로 $a_1 \times 4^2 = 16a_1 = 1$

$$\therefore a_1 = \frac{1}{16}$$

5) 답 : 7

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 공차를 구할 수 있는가?

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$a_8 - a_4 = 4d = 28 \text{ 이므로}$$

$$d = 7$$

6) 답 : ④

[해설]

[해설] 주어진 등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 이라 하면

$$a_5 = a_1 r^4 = 3r^4 = 48 \text{ 이므로}$$

$$r^4 = 16 \text{ 이며 정리하면}$$

$$r = 2 (\because r > 0)$$

$$\therefore a_3 = a_1 r^2 = 3r^2 = 3 \cdot 4 = 12$$

[별해] $\{a_n\}$ 이 등비수열이므로

세 수 a_1, a_3, a_5 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

등비중항으로부터 $a_3^2 = a_1 a_5 = 3 \cdot 48 = 12^2$ 이고, $a_1 > 0, r > 0$ 이므로

$$\therefore a_3 = 12$$

7) 답 : ①

[해설]

$a_1 = 3, a_2 = 1$ 이므로 등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비는 $\frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{3}$ 이다.

수열 $\{a_n^2\}$ 은 첫째항이 $a_1^2 = 9$, 공비가 $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ 인 등비수열이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2 = \frac{9}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{81}{9-1} = \frac{81}{8}$$

8) 답 : ④

[해설]

$$\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = 3n^2 + n \text{ 이므로}$$

$$n=1 \text{ 일 때, } a_1 = 3+1=4$$

$$n=2 \text{ 일 때, } a_1 + a_3 = 3 \cdot 2^2 + 2 = 14$$

$$\therefore a_3 = 14 - a_1 = 14 - 4 = 10$$

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a_1 + 2d = 4 + 2d = 10$$

$$\therefore d = 3$$

$$\therefore a_8 = a_1 + 7d = 4 + 7 \cdot 3 = 25$$

9) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 일반항, 합과 일반항 상이의 관계를 이용하여 공차를 구할 수 있는가?

$$a_n = 6 + (n-1) \cdot d \text{ 에서 } a_8 - a_6 = 2d$$

$$S_8 - S_6 = a_7 + a_8 = 12 + 13d$$

$$\frac{2d}{12+13d} = 2 \text{ 에서 } \therefore d = -1$$

10) 답 : ①

정답 및 해설

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 일반항을 구할 수 있는가?

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$a_3 = 2 + 2d, \quad a_9 = 2 + 8d, \quad a_9 = 3a_3 \text{ 에서 } d = 2$$

$$\therefore a_5 = 2 + 4d = 10$$

11) 답 : 10

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_2 = 16 \text{ 에서 } a + d = 16 \dots \textcircled{A}$$

$$a_5 = 10 \text{ 에서 } a + 4d = 10 \dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{ 을 연립하여 풀면 } a = 18, d = -2$$

$$a_n = 18 + (n-1) \times (-2) = -2n + 20$$

따라서 $a_k = 0$ 을 만족시키는 k 는 $k = 10$

12) 답 : ①

[해설]

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 $r(r > 0)$ 라 하자.

$$\frac{a_1 a_2}{a_3} = 2 \text{ 에서 } \frac{a \times ar}{ar^2} = \frac{a}{r} = 2 \dots \textcircled{A}$$

$$2 \frac{a_2}{a_1} + \frac{a_4}{a_2} = 8 \text{ 에서 } \frac{2ar}{a} + \frac{ar^3}{ar} = 8$$

$2r + r^2 = 8$ 이며 정리하면

$$r^2 + 2r - 8 = 0 \text{ 이며 정리하면}$$

$$(r+4)(r-2) = 0$$

$$\therefore r = 2 (\because r > 0) \dots \textcircled{B}$$

\textcircled{B} 을 \textcircled{A} 에 대입하여 풀면 $a = 4$

$$\therefore a_3 = ar^2 = 4 \times 2^2 = 16$$

13) 답 : ⑤

[해설]

수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 -5 이고 공차가 2 인 등차수열이므로

일반항은 $a_n = 2n - 7$ 이다.

$$\therefore \sum_{k=11}^{20} a_k = \frac{10(a_{11} + a_{20})}{2} = \frac{10(15 + 33)}{2} = 240$$

14) 답 : 10

[해설]

세 수 $a, a+b, 2a-b$ 가 이 순서대로 등차수열이므로

$$2(a+b) = 3a-b$$

$$\therefore a = 3b \dots \textcircled{1}$$

세 수 $1, a-1, 3b-1$ 이 이 순서대로 등비수열이므로

$$(a-1)^2 = 3b+1 \text{ 이며 정리하면}$$

$$(a-1)^2 = a+1 \text{ 이며 정리하면}$$

$$a^2 - 3a = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = 3 \dots \textcircled{2}$$

① 과 ② 를 만족하고 공비가 양수이므로 $a = 3, b = 1 \dots \textcircled{3}$

$$\therefore a^2 + b^2 = 10$$

15) 답 : 12

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 두면

$$a_2 + a_4 = a + d + a + 3d = 2a + 4d = 8 \dots \textcircled{1}$$

$$a_7 = a + 6d = 52 \dots \textcircled{2}$$

①, ②에서 구하는 공차는 12 이다.

16) 답 : 16

[해설]

수열 $\{S_{2n-1}\}$ 은 공차가 -3 인 등차수열이므로

$$S_7 = S_1 + 3 \times (-3) = S_1 - 9$$

수열 $\{S_{2n}\}$ 은 공차가 2 인 등차수열이므로

$$S_8 = S_2 + 3 \times 2 = S_2 + 6$$

$$\therefore a_8 = S_8 - S_7 = S_2 - S_1 + 15 = a_2 + 15 = 1 + 15 = 16$$

17) 답 : 19

[해설]

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 라 하면

$$ar = \frac{1}{2}, \quad ar^4 = \frac{1}{6}$$

$$\frac{ar^4}{ar} = r^3 = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+1})^3 = \sum_{n=1}^{\infty} (ar^n)^3 = \sum_{n=1}^{\infty} a^3 r^{3n} = \frac{a^3 \cdot r^3}{1-r^3} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{16}$$

$$\therefore p+q = 16+3 = 19$$

18) 답 : 108

[해설]

세 수 $a^n, 2^4 \times 3^6, b^n$ 이 등비수열을 이루므로

$$a^n \times b^n = (2^4 \times 3^6)^2 = 2^8 \times 3^{12}$$

[구하는 값] = $(ab)^n = (2^2 \times 3^3)^4$

$$= (2^4 \times 3^6)^2$$

$$= (2^8 \times 3^{12})^1$$

따라서, ab 의 최솟값은 $2^2 \times 3^3 = 108$ 이다.

19) 답 : 32

[해설]

$a_1 + (a_1 + 8) + (a_1 + 16) = 45$ 이며 정리하면

$$a_1 = 7$$

$$\therefore a_1 + a_{10} = a_1 + (a_1 + 18) = 14 + 18 = 32$$

20) 답 : ⑤

[해설]

$a = r, b = r^2, c = r^3$ 이므로

$$\log_8 c = \log_a b \text{ 에서}$$

$$\log_8 r^3 = \log_r r^2$$

$$\log_2 r = 2$$

$$\therefore r = 4$$

정답 및 해설

21) 답 : 38

[해설]

$$a_2 = a + d = 3 \dots \textcircled{1}$$

$$a_5 = a + 4d = 24 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2} - \textcircled{1}$ 을 하면 $3d = 21 \therefore d = 7, a = -4$

$$\therefore a_7 = a + 6d = (-4) + 42 = 38$$

22) 답 : ③

[해설]

$a, 0, b$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로 등차중항 공식에 의해

$$2 \times 0 = a + b$$

$$\therefore a + b = 0 \Leftrightarrow b = -a \dots \textcircled{1}$$

$2b, a, -7$ 이 순서대로 등비수열을 이루므로 등비중항공식에 의해

$$a^2 = 2b \times (-7)$$

$$\therefore a^2 = -14b \dots \textcircled{2}$$

①을 ②에 대입하면,

$$a^2 = -14 \times (-a), a^2 = 14a$$

$$\therefore a = 0, 14$$

$a = 0$ 이면 $0, 0, -7$ 이 등비수열을 이루지 않으므로 모순이다.

따라서, $a = 14$

23) 답 : 128

[해설]

첫째항을 a , 공비를 r 라 하면

$$a_3 = ar^2 = 2 \dots \textcircled{1}$$

$$a_6 = ar^5 = 16 \dots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $r^3 = 8$

$$\therefore r = 2$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a_9 = ar^8 = \frac{1}{2} \cdot 2^8 = 128$$

별해]

공비를 r 라 하면 $\frac{a^6}{a^3} = \frac{16}{2} = r^3$ 이므로 $r^3 = 8$ 이다.

$$\therefore a_9 = a^6 \times r^3 = 16 \times 8 = 128$$

24) 답 : 13

[해설]

$$a_n = d(n-1)$$

$$a_{n+1}b_n = \sum_{k=1}^n a_k \text{에서 } dn \cdot b_n = \frac{d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$\therefore b_n = \frac{n-1}{2}$$

$$\therefore b_{27} = 13$$

25) 답 : ③

[해설]

a_2, a_3, a_4 는 이 순서로 등차수열을 이루므로 $a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2} = 2$

$$\therefore a_5 = 4a_3 = 8$$

이때, 공차를 d 라 하면 $a_5 = a_3 + 2d$ 이므로

$$8 = 2 + 2d \therefore d = 3$$

$$\therefore a_6 = a_5 + d = 8 + 3 = 11$$

26) 답 : ③

[해설]

a_2, a_3, a_4 는 이 순서로 등차수열을 이루므로

$$a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2} = 2$$

$$\therefore a_5 = 4a_3 = 8$$

이때, 공차를 d 라 하면 $a_5 = a_3 + 2d$ 이므로

$$8 = 2 + 2d$$

$$\therefore d = 3$$

$$\therefore a_6 = a_5 + d = 8 + 3 = 11$$

27) 답 : ⑤

[해설]

첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_1 + a_2 = 10$$

$$\therefore 2a + d = 10 \dots \textcircled{1}$$

$$a_3 + a_4 + a_5 = 45 \therefore 3a + 9d = 45$$

$$a + 3d = 15 \dots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면 $a = 3, d = 4$

$$\therefore a_{10} = 3 + 9 \times 4 = 39$$

28) 답 : 35

[해설]

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a 라 하면

$$a_2 = ar = 1 \text{에서 } a = \frac{1}{r}$$

$$\therefore \omega = a_1 a_2 a_3 \dots a_{10}$$

$$= a \cdot ar \cdot ar^2 \cdot \dots \cdot ar^9$$

$$= a^{10} r^{1+2+\dots+9}$$

$$= a^{10} r^{\frac{9 \cdot 10}{2}}$$

$$= a^{10} r^{45}$$

$$= \left(\frac{1}{r}\right)^{10} r^{45}$$

$$= r^{35}$$

$$\therefore \log_r \omega = \log_r r^{35} = 35$$

29) 답 : ③

[해설]

$a_1 r^{12} = 2a_1$ 이므로 $r^{12} = 2 \therefore r = 2^{\frac{1}{12}}$

$$a_1 : a_5 : a_8 = a_1 : a_1 r^4 : a_1 r^7$$

$$= a_1 : a_1 2^{\frac{4}{12}} : a_1 2^{\frac{7}{12}}$$

$$= 1 : 2^{\frac{1}{3}} : 2^{\frac{7}{12}}$$

$$= 1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2} = 4 : 5 : 6$$

정답 및 해설

30) 답 : 35

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 일반항을 알고 있는가의 문제이다.

첫째항 a , 공차 d 라고 하면 a_n 은 등차수열 이므로

$$a_5 = a_1 + 4d = 5 \dots \textcircled{1}$$

$$a_{15} = a_1 + 14d = 25 \dots \textcircled{2} \text{ 이므로}$$

① 과 ②의 두 식을 연립하면 $a_1 = -3$, $d = 2$ 이다.

따라서 $a_{20} = a_1 + 19d = 35$

31) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 합과 공비를 묻는 문제이다.

공비를 r , 첫째항을 a 라 하자.

a_n 이 등비수열이므로 $a_3 = 4(a_2 - a_1)$ 에서

$$ar^2 = 4(ar - a)$$

$$r^2 = 4r - 4$$

$$(r-2)^2 = 0$$

$$\therefore r = 2$$

$$\sum_{k=1}^6 a_k = \frac{a(1-r^6)}{1-r} = 15 \text{ 에서 } a = \frac{15}{63} = \frac{5}{21}$$

따라서

$$[\text{구하는 값}] = a_1 + a_3 + a_5$$

$$= a + ar^2 + ar^4$$

$$= a(1 + r^2 + r^4)$$

$$= \frac{5}{21}(1 + 2^2 + 2^4)$$

$$= 5$$

32) 답 : 96

[해설]

등비수열 $\{a_n\}$ 의 초항을 a , 공비를 r 이라고 두면 (a, r 은 양수)

$$a = 3, \frac{(ar^3) \times (ar^4)}{(ar) \times (ar^2)} = 16 \Rightarrow a = 3, r = 2$$

따라서 $a_6 = ar^5 = 96$

33) 답 : ③

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 초항을 a , 공차를 d 라 하면

$a_8 = a_2 + 12$ 에서 $a + 7d = (a + d) + 12$ 이며 정리하면

$a + (a + d) + (a + 2d) = 15$ 로부터

$$a = 3, d = 2$$

따라서 $a_{10} = a + 9d = 21$

34) 답 : ③

[해설]

$$a_1 = 4, 3a_5 = a_7 \text{ 이고}$$

a_n 은 등비수열이므로

$$3a_5 = 3a_1 r^4$$

$$a_7 = a_1 r^6$$

따라서 $r^2 = 3$

$$\therefore a_3 = a_1 \cdot r^2 = 4 \cdot 3 = 12$$

35) 답 : 11

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항이 2 이므로 $a_n = 2 + (n-1)d$

$$a_7 + a_{11} = 2 + 6d + 2 + 10d = 4 + 16d = 20$$

$$\therefore d = 1$$

$$\therefore a_{10} = a + 9d = 2 + 9 = 11$$

36) 답 : 12

[해설]

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 이라 하면 $3a_5 = a_7$ 으로부터

$$3 \times (4r^4) = 4r^6 \quad \therefore r^2 = 3$$

$$a_3 = a_1 \times r^2 \text{ 이므로 } a_3 = 12$$

37) 답 : ③

[해설]

[해설]

공차를 d 라 하면 $a_{13} - a_{11} = 2d$ 이므로 $2 \times 7 = 14$

38) 답 : ②

[해설]

$d = 6$ 이라 두면

a_2, a_k, a_8 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$d(k-2) = d(8-k)$$

$$\therefore 2k = 10 \quad k = 5$$

a_1, a_2, a_5 가 순서대로 등비수열을 이루므로

$$a_2^2 = a_1 \times a_5$$

$$(a_1 + 6)^2 = a_1(a_1 + 24)$$

식을 정리하면 $12a_1 + 36 = 24a_1$

$$\therefore a_1 = 3$$

$$a_1 + k = 8$$

39) 답 : 20

[해설]

공비가 2이므로

$$a_1 + a_2 + a_4 = a_1 + 2a_1 + 8a_1 = 55$$

$$11a_1 = 55 \quad a_1 = 5$$

$$\therefore a_3 = 5 \times 2^2 = 20$$

40) 답 : ③

[해설]

공비가 2인 등비수열이므로

$$a_5 = a_3 \times 2^2 = 12 \times 4 = 48$$

41) 답 : ⑤

정답 및 해설

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$a_3 - a_1 = 2d \text{이므로 } 10 - 2 = 8 = 2d \text{에서 } d = 4$$

$$\therefore a_5 = a_1 + 4d = 2 + 16 = 18$$

42) 답 : ①

[해설]

$3^n \cdot 5^{n+1}$ 의 모든 양의 약수의 개수는 $a_n = (n+1)(n+2)$ 이다.

따라서

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right\}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2} \right\}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) \right\}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{n+2} \right\}$$

$$= \frac{1}{2}$$

43) 답 : 88

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_1 + a_{10} = a + (a + 9d) = 2a + 9d = 22 \text{이므로}$$

$$\sum_{k=2}^9 a_k = a_2 + a_3 + \dots + a_9$$

$$= \frac{8(a_2 + a_9)}{2} = \frac{8(a + d + a + 8d)}{2}$$

$$= 4(2a + 9d)$$

$$= 4 \times 22 = 88$$

[MIM EDU다른 풀이]

등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 + a_{10} = 22$ 이므로 평균은 11이다.

$$\sum_{k=2}^9 a_k = a_2 + a_3 + \dots + a_9 = 8 \times 11 = 88$$

[참고] 단 $a_m + a_n = 2s$ ($m < n$) 이면 평균은 s 이며

항수가 $2k$ 인 $a_2 + a_3 + \dots + a_{m+n-3} + a_{m+n-2} = 2ks$

모든 항이 a_m, a_n 사이에 있어야 한다.

44) 답 : 128

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 일반항을 이용하여 항의 값을 구한다.

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 라 하면 $\frac{a_5}{a} \{2\} = r^3 = 8$ 에서 $r = 2$

이때

$$a_3 + a_4 = a_1 r^2 + a_1 r^3$$

$$= a_1(4 + 8)$$

$$= 12 \text{이므로}$$

$$a_1 = 1$$

$$\therefore a_8 = a_1 r^7 = 2^7 = 128$$

45) 답 : ③

[해설]

$a_n = ar^{n-1}$ 이라 하면

$$a_1 + a_2 = a(1+r) = 12 \dots \text{㉠}$$

$$\frac{a_3 + a_7}{a_1 + a_5} = \frac{ar^2(1+r^4)}{a(1+r^4)} = r^2 = 4 \dots \text{㉡}$$

$$\therefore r = 2 \ (r > 0), a = 4$$

$$a_4 = 4 \cdot 2^3 = 32$$

46) 답 : 26

[해설]

등차수열 a_n 에서 $a_6 - a_4 = 2d = 12$

$$\therefore d = 6$$

$$a_3 = a_1 + 2d = a_1 + 12 = 8, a_1 = -4$$

$$a_6 = a_1 + 5d = 26$$

47) 답 : 22

[해설]

등차수열 a_n 의 공차를 d 라 하면, $a_n = a_1 + (n-1)d$ 이므로,

$$a_3 = a_1 + 2d = 10 \dots \text{㉠}$$

$$a_2 + a_5 = (a_1 + d) + (a_1 + 4d) = 2a_1 + 5d = 24 \dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡를 연립하여 풀면, $a_1 = 2, d = 4$ 이다.

$$\therefore a_6 = a_1 + 5d = 22$$

48) 답 : 21

[해설]

$$a_{10} = -3, a_6 = 9 \text{이므로 } a_n = -3n + 27$$

$$\therefore a_2 = 21$$

49) 답 : ①

[해설]

등비수열 $a_n = a_1 r^{n-1}$ 에서

$$a_1 a_9 = a_1 \cdot a_1 r^8 = a_1^2 r^8 = 4$$

따라서 구하는 값인 $a_2 a_8 + a_4 a_6 = a_1 r \cdot a_1 r^7 + a_1 r^3 \cdot a_1 r^5 = 2a_1^2 r^8 = 8$

50) 답 : ⑤

[해설]

$$a_n = 2^{n-1}, b_n = 4^n - 4^{n-1} = 3 \cdot 4^{n-1}$$

$$\therefore \frac{b_6}{b_3} = \frac{3 \cdot 4^5}{3 \cdot 4^2} = 4^3 = 64$$

51) 답 : ①

[해설]

$S_n = n^2 - 10n$ 이므로 등차수열의 합이다.

정답 및 해설

$S_n = n^2 - 10n$ 의 이차식의 계수는 공차의 $\frac{1}{2}$ 이므로

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차는 2이고 첫째항은 $a_1 = S_1 = -9$ 이다.

그러므로 $a_n = 2n - 11$ 이다.

$a_n < 0, 2n - 11 < 0$ 에서 $n < \frac{11}{2}$ 이고 이 범위의 자연수 n 은

$n = 1, 2, 3, 4, 5$ 이다.

따라서 구하는 자연수 n 의 개수는 5개다.

52) 답 : 33

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 합과 이차 함수의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d (d 는 정수)라 하자.

$T_{16} < T_{17}, T_{17} > T_{18}$ 이 성립하므로

$$a_{17} > 0, a_{18} < 0$$

$$a_{17} = 50 + 16d > 0 \text{에서}$$

$$d > -\frac{25}{8}$$

$a_{18} = 50 + 17d < 0$ 에서

$$d < -\frac{50}{17}$$

따라서 $-\frac{25}{8} < d < -\frac{50}{17}$ 이므로

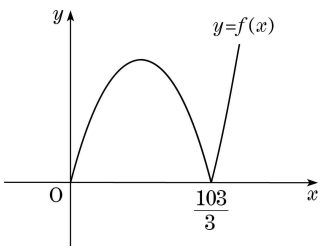
$$d = -3$$

$$T_n = \left| \frac{n\{100 + (n-1)(-3)\}}{2} \right|$$

$$= \frac{|3n^2 - 103n|}{2}$$

이때 $f(x) = \frac{|3x^2 - 103x|}{2}$ 라 하면

함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



$34 < \frac{103}{3} < 35$ 이므로 T_n 은 $n = 34$ 또는 35 일 때 최솟값을 갖는

다.

$$T_{34} = \frac{|3 \times 34^2 - 103 \times 34|}{2} = 17$$

$$T_{35} = \frac{|3 \times 35^2 - 103 \times 35|}{2} = 35$$

따라서 $T_n > T_{n+1}$ 을 만족시키는 n 은 $n = 17, 18, 19, \dots, 33$ 이므로

구하는 n 의 최댓값은 33이다.

53) 답 : ②

[해설]

해설

$$a_n = a_1 + (n-1)d = a_1 + 6(n-1)$$

$$|a_2 - 3| = |a_1 + 3|$$

$$|a_3 - 3| = |a_1 + 9|$$

그러므로,

$$|a_1 + 3| = |a_1 + 9| \text{가 된다.}$$

$$a_1 + 3 = \pm(a_1 + 9)$$

$$\text{따라서, } a_1 = -6$$

$$\therefore a_5 = 18$$

54) 답 : ④

[해설]

해설

먼저, 주어진 수열이 등비수열이므로,

$$a_n = ar^{n-1} \text{이라 놓고,}$$

그러면, $a_3 = ar^2 = \sqrt{5}$

$$a_1 \times a_2 \times a_4 \times a_8 = a^4 r^8 = (ar^2)^4$$

$$(\sqrt{5})^4 = 5^2 = 25$$

55) 답 : 39

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 일반항을 구할 수 있는가?

주어진 등차수열의 공차를 d 라 하면

$$a_2 = a_1 + d = 1$$

$$a_1 + a_6 = 2a_1 + 5d = 8$$

따라서 위의 두 식을 연립하면

$$a_1 = -1, d = 2$$

$$\therefore a_{21} = a_1 + 20d = -1 + 40 = 39$$

56) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 일반항을 구할 수 있는가?

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 라고 하면

$$S_2 = a_1 + a_2 = a(1+r)$$

$$S_4 = \frac{a(r^4 - 1)}{r - 1} = \frac{a(r-1)(r+1)(r^2+1)}{r-1} = a(r+1)(r^2+1) \text{이므}$$

로

$$\frac{S_4}{S_2} = \frac{a(r+1)(r^2+1)}{a(r+1)} = r^2 + 1 = 9$$

$$\therefore r^2 = 8$$

따라서 $\frac{a_4}{a_2} = \frac{ar^3}{ar} = r^2 = 8$ 이다.

57) 답 : 310

[해설]

해설

$$a_1 = 2, a_4 - a_2 = 2d = 4$$

$$d = 2 \text{ (공차)}$$

$$\text{일반항 } a_n \text{ 은 } a_n = 2 + (n-1) \cdot 2 = 2n$$

$$\sum_{k=11}^{20} a_k = \sum_{k=1}^{20} a_k - \sum_{k=1}^{10} a_k$$

$$= \sum_{k=1}^{20} 2n - \sum_{k=1}^{10} 2n$$

정답 및 해설

$$= 2 \cdot \frac{20 \cdot 21}{2} - 2 \cdot \frac{10 \cdot 11}{2}$$

$$= 310$$

58) 답 : 64

[해설]

$$a_2 a_4 = (a_3)^2 = 16, a_3 = 4$$

$$a_3 a_5 = (a_4)^2 = 64, a_4 = 8$$

공비 $r = 2$

$$a_7 = a_4 \cdot r^3 = 8 \cdot 2^3 = 64$$

59) 답 : 19

[해설]

등차수열 a_n 의 첫째항을 a , 공차를 d 라고 하면

$$a_3 = a + 2d = 5, a_6 - a_4 = 2d = 4$$

$$\therefore a = 1, d = 2$$

$$\therefore a_{10} = a + 9d = 1 + 18 = 19$$

60) 답 : ④

[해설]

1, $a_1, a_2, \dots, a_n, 2$ 가 등차수열이므로

2는 $n+2$ 번째 항이고 합이 24이므로

$$\frac{(n+2)(1+2)}{2} = 24$$

$$\therefore n = 14$$

61) 답 : 27

[해설]

$$a_n = 2^4 \times \left(2^{\frac{1}{10}}\right)^{n-1} \text{ 이므로}$$

$$\log a_n = 4\log 2 + (n-1) \times \frac{\log 2}{10}$$

$$\therefore b_n \text{의 공차는 } \frac{\log 2}{10} \text{ 이고 첫째항은 } 4\log 2 - 1 = 0.204 \text{ 이므로}$$

$$\therefore b_n = 0.204 + (n-1) \times \frac{\log 2}{10} < 1 (\because b_n \text{이 가수})$$

$$(n-1) \times 0.0301 < 0.796$$

$$n-1 < \frac{0.796}{0.0301} \therefore n < 27. \times \times \times \dots \textcircled{1}$$

$$\text{한 편, } b_{n+1} = 0.204 + n \times \frac{\log 2}{10} - 1 > 0 \text{ 이므로}$$

$$n > 26. \times \times \times \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 26. \times \times \times < n < 27. \times \times \times \therefore n = 27$$

62) 답 : 15

[해설]

1, x, y, z 가 등차수열이므로

$$1, x, y \text{에서 } 2x = 1 + y \dots \textcircled{1} (\because \text{등차중항})$$

$$x, y, z \text{에서 } 2y = x + z \dots \textcircled{2} (\because \text{등차중항})$$

$$6x + z = 5y \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3} \text{을 연립하면 } x = 3, y = 5, z = 7$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

63) 답 : ②

[해설]

$$a_2 = 6, a^5 = 162 \text{에서}$$

$$a_2 = ar = 6 \dots \textcircled{1}$$

$$a_5 = ar^4 = 162 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \div \textcircled{1}: r^3 = 27 \text{이므로 } r = 3, a = 2$$

$$\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^n 2 \cdot 3^{k-1} = \frac{2(3^n - 1)}{3 - 1} = 3^n - 1$$

$$\therefore 3^n - 1 \geq 1000 \text{이므로 } n = 7 \text{이다.}$$

64) 답 : ③

[해설]

수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$b_1 \times b_2 = 2^{-a_1 + a_2} = 2^d$$

$$b_3 \times b_4 = 2^{-a_1 - a_3 + a_2 + a_4} = 2^{2d}$$

⋮

$$b_9 \times b_{10} = 2^{5d}$$

$$\therefore b_1 \times b_2 \times b_3 \times \dots \times b_{10} = 2^{d+2d+\dots+5d} = 2^{15d} = 8$$

$$15d = 3 \text{이므로 } d = \frac{1}{5}$$

65) 답 : 256

[해설]

$$a_9 = S_9 - S_8 = (2^9 - 1) - (2^8 - 1) = 256$$

66) 답 : ④

[해설]

ㄱ. 8의 양의 약수는 1, 2, 4, 8이므로

$$x_8 = (-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^4 + (-1)^8 = 2 \therefore \text{참}$$

ㄴ. 3^m 의 양의 약수 a_k 는 모두 홀수이고 $(-1)_k^a = -1$ 이다.

양의 약수의 개수는 $m+1$ 개이므로

$$x_n = x_{3^m} = (-1)(m+1) = -m-1 \therefore \text{거짓}$$

ㄷ. $n = 2^m \cdot 5^m$ 의 양의 약수의 개수는 $(m+1)^2$ 개

그 중 홀수인 양의 약수 a_k 의 개수는 $(m+1)$ 개이고

이때 $(-1)_k^a = -1$

나머지 $(m+1)^2 - (m+1)$ 개의 양의 약수 a_k 는 짝수이므로

$$(-1)_k^a = 1$$

$$x_n = x_{10^m} = (-1) \times (m+1) + 1 \times \{(m+1)^2 - (m+1)\}$$

$$m^2 - 1$$

∴ 참

67) 답 : ②

[해설]

집합 $\{k | 1 \leq k \leq 2n, k \text{는 자연수}\}$ 의 세 원소 a, b, c 중 두 수만 결정되면 남은 수는 자동적으로 결정된다.

$b=2$ 인 경우 a 를 정하는 방법은 1가지

$b=3$ 인 경우 a 를 정하는 방법은 2가지

.....

$b=n$ 일 경우 a 를 정하는 방법은 $(n-1)$ 가지

정답 및 해설

$b = n + 1$ 일 경우 c 를 정하는 방법은 $(n - 1)$ 가지
 $b = n + 2$ 일 경우 c 를 정하는 방법은 $(n - 2)$ 가지

 $b = 2n - 1$ 일 경우 c 를 정하는 방법은 1가지
 \therefore 등차수열을 이루는 집합 $\{a, b, c\}$ 의 개수는 $T_n = n(n - 1)$
 $\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n - 1)}{n^2} = 1$

[다른 풀이] $2b = a + c$ 이고, $a < b < c$ 이므로 a 와 c 를 결정하면 b 는 자동적으로 결정된다.

$a + c$ 는 짝수이므로 (a, c) 를 만들 수 있는 경우는

짝수 n 개 중 2개를 취하는 경우 ${}_n C_2 = \frac{n(n - 1)}{2}$

홀수 n 개 중 2개를 취하는 경우 ${}_n C_2 = \frac{n(n - 1)}{2}$

\therefore 등차수열을 이루는 집합 $\{a, b, c\}$ 의 개수는 $T_n = n(n - 1)$

$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n - 1)}{n^2} = 1$

68) 답 : ③

[해설]

\neg . $a_n = n$ 이면 $S_n = \frac{n(n + 1)}{2}$

$T_n = \frac{n^2(n^2 - 1)}{S_n} = 2n(n - 1) = 2n^2 - 2n$

$b_n = T_n - T_{n-1}$
 $= 2n^2 - 2n - \{2(n - 1)^2 + 2(n - 1)\}$
 $= 4n - 4 \therefore$ 참

\neg . 수열 a_n 의 첫째항을 a_1 , 수열 b_n 의 첫째항을 b_1 라 하면

$S_n = \frac{n\{2a_1 + (n - 1)d_1\}}{2}$,

$T_n = \frac{n\{2b_1 + (n - 1)d_2\}}{2}$

$S_n T_n = n^2(n^2 - 1)$ 에서 n^4 의 계수를 비교하면

$\frac{d_1}{2} \times \frac{d_2}{2} = 1 \therefore d_1 d_2 = 4 \therefore$ 참

\neg . $a_n = 2n$ 이면 $a_1 = 2 \neq 0$ 이다.

$S_n = n(n + 1)$ 이므로

$T_n = n(n - 1) = n^2 - n$

$b_n = T_n - T_{n-1} = 2n - 2$ 가 돼서 b_n 이 존재한다.

즉, $a_n \neq n$ 이면서 $a_1 \neq 0$ 이고 주어진 조건을 만족하는 a_n 이 존재한다. \therefore 거짓

따라서, 옳은 것은 \neg , \neg 이다.

69) 답 : 10

[해설]

[출제 의도] 자연수의 양의 약수의 성질을 이용하여 로그값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$n = 2^3 \times 3^4$ 의 양의 약수의 개수는

$(3 + 1)(4 + 1) = 20$

이 20개의 약수를 작은 수부터 차례로

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{20}$ 라 하면

$a_1 a_{20} = n, a_2 a_{19} = n, \dots, a_{10} a_{11} = n$

$\therefore M = a_1 a_2 \dots a_{20} = n^{10}$

$\therefore \log_n M = \log_n n^{10} = 10$

70) 답 : 12

[해설]

$a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 = a_1 + (a_3 - a_2) + (a_5 - a_4)$

$a_1 + 2d = 4 + 2d = 28 \therefore d = 12$

$\therefore a_n = 12n - 8$

$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = \frac{12n - 8}{n} = 12$

71) 답 : ①

[해설]

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9$

$= \sum_{k=1}^9 \{2^k + (-1)^k\}$

$= \frac{2(2^9 - 1)}{2 - 1} + (-1 + 1) + (-1 + 1) + (-1 + 1) + (-1 + 1) - 1$

$= 2^{10} - 3$ [정답] ①

72) 답 : 42

[해설]

공차를 d 라 놓으면

$a_n = 2 + (n - 1)d$

$\sum_{n=1}^{10} a_n = \frac{10\{2 \times 2 + (10 - 1)d\}}{2} = 200$

$4 + 9d = 40$

$\therefore d = 4$

$\therefore a_{11} = 2 + (11 - 1) \times 4 = 42$

[정답] 42

73) 답 : ⑤

[해설]

수열 $\{a_n\}$ 이 등차수열일 필요충분조건은 a_n 이 n 에 대한 일차 이하의 다항식이다.

따라서 등차수열 $\{x_n\}$ 의 일반항은 $x_n = pn + q$ (p, q 는 실수)로 놓을 수 있다.

\neg . $f'(x) = 2ax + b$ 이므로

$f'(x_n) = 2ax_n + b = 2apn + 2aq + b$

이때, $2ap$ 와 $2aq + b$ 는 실수이므로

$f'(x_n)$ 은 n 에 대한 일차 이하의 다항식이다.

따라서 수열 $\{f'(x_n)\}$ 은 등차수열이다. (참)

\neg . $f(x_{n+1}) - f(x_n) = (ax_{n+1}^2 + bx_{n+1} + c) - (ax_n^2 + bx_n + c)$

$= a\{p(n + 1) + q\}^2 + c - a\{pn + q\}^2 - b\{pn + q\} - c$

$= (n$ 에 대한 일차 이하의 다항식)

따라서 수열 $\{f(x_{n+1}) - f(x_n)\}$ 은 등차수열이다. (참)

정답 및 해설

\subset, \supset, \sim 에서 수열 $\{x_n\}$ 이 등차수열일 때
 수열 $\{f(x_{n+1})-f(x_n)\}$ 이 등차수열이다.
 이때, 네 실수 0, 2, 4, 6은 이 순서대로 등차수열을 이루므로
 세 실수 $f(2)-f(0), f(4)-f(2), f(6)-f(4)$ 도 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
 따라서 $f(6)=\alpha$ 라 하면 $5-3, 9-5, \alpha-9$
 즉, $2, 4, \alpha-9$ 는 이 순서대로 등차수열을 이루므로
 $2 \cdot 4 = 2 + (\alpha - 9)$ 에서 $\alpha = 15$
 $\therefore f(6) = 15$ (참)
 이상에서 옳은 것은 \supset, \sim, \subset 이다. [정답] ⑤

74) 답 : 25
 [해설]
 [그림 2]에서
 b 는 3과 1의 최소공배수이므로 3
 c 는 1과 4의 최소공배수이므로 4
 따라서 e 는 12와의 최대공약수가 3이므로 $e = 3k$ (단 k 는 자연수)라 하면 k 는 4와 서로소이다.
 또한 f 는 12와의 최대공약수가 4이므로 $f = 4l$ (단 l 은 자연수)
 라 하면 l 는 3과 서로소이다.
 한편 $e, 12, f$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루므로 $12^2 = ef = 12kl$
 $\therefore kl = 12$
 이때 k, l 은 각각 4, 3과 서로소인 자연수이므로
 $k = 3, l = 4$ 임을 알 수 있다.
 $\therefore e + f = 9 + 16 = 25$
 [정답] 25

75) 답 : 64
 [해설]
 $\overline{AP} = 8^2, \overline{BP} = a^2, \overline{CP} = \log_2 2 = 1$ 이 등비수열을 이루므로
 $(a^2)^2 = 8^2 \times 1$
 $\therefore a^4 = 64$

76) 답 : 35
 [해설]
 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2n^2 - 3n$ 이므로
 $a_n = S_n - S_{n-1}, (n \geq 2)$
 $= (2n^2 - 3n) - \{2(n-1)^2 - 3(n-1)\}$
 $= 4n - 5$
 또, $a_1 = -1 = S_1$ 이므로 $a_n = 4n - 5 (n \geq 1)$ 이다.
 $\therefore a_{10} = 35$

77) 답 : ②
 [해설]
 공차를 d 라 두면
 $a_{10} = 6 + 9d = -12$
 $\therefore d = -2$
 $a_n = -2n + 8$ 이고, $a_n \geq 0$ 에서 $n \leq 4$ 이다.
 $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_{20}|$

$$\begin{aligned}
 &= 2 \sum_{n=1}^4 a_n - \sum_{n=1}^{20} a_n \\
 &= 2 \sum_{n=1}^4 (-2n+8) - \sum_{n=1}^{20} (-2n+8) \\
 &= 2 \times \left(-2 \times \frac{4 \times 5}{2} + 32 \right) - \left(-2 \times \frac{20 \times 21}{2} + 160 \right) \\
 &= 284
 \end{aligned}$$

78) 답 : ③

[해설]

$$a_n = 2^{1-n} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \text{ 이므로}$$

$$S_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \right\} = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore \log a_n = \log \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = (n-1) \frac{\log 1}{2} \text{ 이므로}$$

수열 $\{\log a_n\}$ 은 첫째항이 0 공차가 $\frac{\log 1}{2}$ 인 등차수열이다.

\therefore 참

$$\sim. S_n + a_n = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2 \text{ 이므로}$$

수열 $\{S_n + a_n\}$ 은 첫째항이 2 공비가 1인 등비수열이다. \therefore

참

$$\subset. \frac{1}{2} a_{n+1} + 2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^n + 2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + 2 \neq 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = S_n \text{ 이}$$

므로

$$S_n \neq \frac{1}{2} a_{n+1} + 2 \therefore \text{거짓}$$

따라서, 옳은 것은 \supset, \sim 이다.

79) 답 : ②

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 두면

$$a_{10} = 6 + 9d = -12$$

$$\therefore d = -2 \text{ 이므로}$$

$$a_n = -2n + 8$$

$a_n \geq 0$ 에서 $n \leq 4$ 이다.

$$|a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_{20}|$$

$$= 2 \sum_{n=1}^4 a_n - \sum_{n=1}^{20} a_n$$

$$= 2 \sum_{n=1}^4 (-2n+8) - \sum_{n=1}^{20} (-2n+8)$$

$$= 2 \times \left(-2 \times \frac{4 \times 5}{2} + 32 \right) - \left(-2 \times \frac{20 \times 21}{2} + 160 \right)$$

$$= 284$$

80) 답 : ⑤

[해설]

i) (가)에서 $e^2 = cd$ 이므로 e 는 c 와 d 의 등비중항이므로

정답 및 해설

c, e, d 또는 $d, e, c \dots \dots \dots$ ①

ii) (나) $\frac{a}{e} = \frac{c}{d}$ 과 ① 에서

$a, c, e, d \dots \dots \dots$ ②

iii) (다) $a < b$ 과 ②에서

$\therefore a, c, e, d, b$ 이므로 b 는 제 $n=5$ 항이다.

81) 답 : 35

[해설]

첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2n^2 - 3n$ 이므로

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1}, \quad (\text{단}, n \geq 2) \\ &= (2n^2 - 3n) - \{2(n-1)^2 - 3(n-1)\} \\ &= 4n - 5 \end{aligned}$$

또, $a_1 = -1 = S_1$ 이므로 $a_n = 4n - 5 (n \geq 1)$ 이다.

$$a_{10} = 35$$

82) 답 : ②

[해설]

공차를 d 라 두면

$$a_{10} = 6 + 9d = -12$$

$$\therefore d = -2 \text{ 이므로}$$

$a_n = -2n + 8$ 이고, $a_n \geq 0$ 에서 $n \geq 4$ 이다.

$$\begin{aligned} &|a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_{20}| \\ &= 2 \sum_{n=1}^4 a_n - \sum_{n=1}^{20} a_n \\ &= 2 \sum_{n=1}^4 (-2n + 8) - \sum_{n=1}^{20} (-2n + 8) \\ &= 2 \times \left(-2 \times \frac{4 \times 5}{2} + 32 \right) - \left(-2 \times \frac{20 \times 21}{2} + 160 \right) \\ &= 284 \end{aligned}$$

83) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 수열

$$a_n = 2^{1-n} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \text{ 이므로}$$

$$S_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= 2 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \right\}$$

$$= 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore \log a_n = \log \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = (n-1) \frac{\log 1}{2} \text{ 이므로}$$

수열 $\{\log a_n\}$ 은 첫째항이 0 공차가 $\frac{\log 1}{2}$ 인 등차수열이다.

\therefore 참

$$\therefore S_n + a_n = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2 \text{ 이므로}$$

수열 $\{S_n + a_n\}$ 은 첫째항이 2 공비가 1 인 등비수열이다.

\therefore 참

$$\therefore \frac{1}{2} a_{n+1} + 2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^n + 2$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + 2$$

$$\neq 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = S_n$$

$$\text{이므로 } S_n \neq \frac{1}{2} a_{n+1} + 2$$

\therefore 거짓

따라서, 옳은 것은 \neg, \cup 이다.

84) 답 : ⑤

[해설]

i) (가)에서 $e^2 = cd$ 이므로 e 는 c 와 d 의 등비중항이므로

c, e, d 또는 $d, e, c \dots \dots$ ①

ii) (나) $\frac{a}{e} = \frac{c}{d}$ 과 ① 에서 $a, c, e, d \dots \dots$ ②

iii) (다) $a < b$ 과 ②에서

$\therefore a, c, e, d, b$ 이므로 b 는 제 $n=5$ 항

85) 답 : 20

[해설]

[출제 의도] 첫째항과 공차가 주어진 등차수열의 항을 계산한다.

첫째항이 10 이고 공차가 5 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 은

$$a_n = 10 + (n-1) \times 5 = 5n + 5$$

따라서

$$a_3 = 5 \times 3 + 5 = 20$$

86) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 등비수열이 되도록 하는 실수의 값을 구한다.

세 수 3, -6, a 가 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$\frac{-6}{3} = \frac{a}{-6} \text{ 이며 정리하면 } 3 \times a = (-6)^2$$

따라서 $a = 12$

87) 답 : 12

[해설]

[출제 의도] 등비중항 이해하기

세 수 $a^2, 12, b^2$ 이 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$12^2 = a^2 b^2 = (ab)^2$$

a, b 는 양수이므로 $a \times b = 12$

88) 답 : 26

[해설]

[출제 의도] 등차수열을 활용하여 추론하기

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면 (가)에서

$$a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) = 159 \text{ 이므로}$$

$$a_1 + d = 53 \dots \dots \text{㉠}$$

(나)에서

$$(a_m - 2d) + (a_m - d) + a_m = 96 \text{ 이므로}$$

$$a_m - d = 32 \dots \dots \text{㉡}$$

정답 및 해설

㉠, ㉡에서 $a_1 + a_m = 85$ 이므로

$$\sum_{k=1}^m a_k = \frac{m}{2}(a_1 + a_m) = \frac{m}{2} \times 85 = 425 \text{ 이고 } m = 10 \text{ 이다.}$$

또한 ㉠, ㉡에서 $a_1 = 56$, $d = -3$ 이므로 $a_n = -3n + 59$

따라서 $a_{11} = -33 + 59 = 26$

89) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 등비중항의 성질을 이용하여 특정 항을 계산한다.

수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이므로 $a_4^2 = a_2 \cdot a_6$

즉, $8^2 = 4a_6$

따라서 $a_6 = 16$

90) 답 : .48

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 일반항 이해하기

등비수열의 첫째항을 a , 공비를 r 라 하면

$a_2 = ar = 3$, $a_6 = ar^5 = 12$ 이므로 $r^4 = 4$

따라서 $a_{10} = ar^9 = ar \times (r^4)^2 = 3 \times 16 = 48$

91) 답 : .120

[해설]

[출제 의도] 등차수열을 활용하여 문제 해결하기

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면 일반항은 $a_n = 3 + (n-1)d$

$a_{5n} - a_n = 4dn$ 이므로

$$\sum_{n=1}^{10} 4dn = 4d \times \frac{10 \times 11}{2} = 220d = 440$$

$d = 2$ 이므로 $a_n = 2n + 1$

따라서 $\sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{n=1}^{10} (2n + 1) = 120$

92) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등차수열 이해하기

$a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 5 \times a_6 = 55$

$\therefore a_6 = 11$

수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$a_6 - a_1 = 5d = 10 \therefore d = 2$

따라서 $a_{11} = a_1 + 10d = 21$

93) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 성질을 이해하고 일반항을 구한다.

$a_2 = 2$, $a_3 = 4$ 이므로 공비는 2

$\therefore a_5 = 16$

94) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 등차수열 이해하기

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$a_3 = a + 2d = 6 \dots\dots \textcircled{1}$

$a_4 + a_6 = a + 3d + a + 5d = 2a + 8d = 20 \dots\dots \textcircled{2}$

㉠, ㉡에서

$a = 2$, $d = 2$

따라서 $a_7 = 2 + 6 \times 2 = 14$

95) 답 : 99

[해설]

[출제 의도] 수열의 합과 일반항 사이의 관계를 이해하여 제 50 항의 값을 계산한다.

$$a_{50} = S_{50} - S_{49} = 50^2 - 49^2 = (50 - 49)(50 + 49) = 99$$

[다른 풀이]

$a_n = S_n - S_{n-1} \quad (n \geq 2)$

$= n^2 - (n-1)^2$

$= 2n - 1$

따라서 $a_{50} = 99$

96) 답 : 137

[해설]

[출제 의도] 수열의 성질을 이해하여 값을 구한다.

$$a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2} = 27, \quad a_{13} = \frac{a_{12} + a_{14}}{2} = 127$$

공차를 d 라 하면

$a_{13} = a_3 + (11-1)d$ 에서 $d = 10$

따라서 $a_{14} = a_{13} + d = 137$

97) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 등차수열 이해하기

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$a_3 = a + 2d = 6 \dots \textcircled{1}$

$a_4 + a_6 = a + 3d + a + 5d = 2a + 8d = 20 \dots \textcircled{2}$

㉠, ㉡에서 연립하여 풀면 $a = 2$, $d = 2$

따라서 $a_7 = 2 + 6 \times 2 = 14$

98) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 등차수열과 로그의 성질을 이해하여 미지수의 값을 구한다.

$\log 3$, $\log(3^t + 3)$, $\log 12$ 는 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$\log(3^t + 3) = \frac{\log 12 + \log 3}{2} = \frac{\log 36}{2} = \log \sqrt{36}$$

$3^t + 3 = \sqrt{36} = 6$, $3^t = 3$

따라서 $t = 1$

99) 답 : ③

[해설]

정답 및 해설

[출제 의도] 등차수열의 성질을 이해하고 주어진 항의 값을 구한다.

$$a_n = a + (n-1)d \quad (a_1 = a, \quad d: \text{공차}) \text{에서}$$

$$a_4 = a + 3d = 9, \quad a_7 = a + 6d = 21 \text{ 이므로}$$

위의 두 식을 연립하면 $d = 4$

$$a_8 = a_4 + 4d \text{이고 } a_3 = a_4 - d \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} a_3 + a_8 &= 2a_4 + 3d \\ &= 2 \times 9 + 3 \times 4 = 30 \end{aligned}$$

[다른 풀이 1]

$$d = 4 \text{이므로 } a_4 = a + 12 = 9, \quad a = -3$$

$$a_n = -3 + (n-1) \times 4 = 4n - 7$$

$$a_3 = 5, \quad a_8 = 25$$

$$a_3 + a_8 = 30$$

[다른 풀이 2]

a_4 는 제 4항이고, a_7 은 제 7항이다.

또, a_3 은 제 3항이고, a_8 은 제 8항이다.

$$4 + 7 = 3 + 8 \text{이므로 } a_4 + a_7 = a_3 + a_8$$

$$\text{따라서 } a_3 + a_8 = 9 + 21 = 30$$

100) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등비수열 이해하기

세 수 $f(a)$, $f(\sqrt{3})$, $f(a+2)$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$\{f(\sqrt{3})\}^2 = f(a) \times f(a+2)$$

$$\left(\frac{p}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{p}{a} \times \frac{p}{a+2}$$

$$a^2 + 2a - 3 = 0$$

$$(a-1)(a+3) = 0$$

$$a > 0 \text{이므로 } a = 1$$

101) 답 : 502

[해설]

[출제 의도] 양의 약수와 등비수열의 합을 활용하여 주어진 문제를 해결한다.

2^{n-1} 의 모든 양의 약수 : 1, 2, 2^2 , ..., 2^{n-1}

$$a_n = 1 + 2 + \dots + 2^{n-1} = \frac{1 \times (2^n - 1)}{2 - 1} = 2^n - 1$$

$$\sum_{n=1}^8 a_n = \sum_{n=1}^8 (2^n - 1)$$

$$= \sum_{n=1}^8 2^n - \sum_{n=1}^8 1$$

$$= \frac{2 \times (2^8 - 1)}{2 - 1} - 8$$

$$= 2^9 - 2 - 8 = 502$$

102) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등차수열 이해하기

두 점 A , B 의 x 좌표는 각각 $-\sqrt{k}$, \sqrt{k}

세 수 $-\sqrt{k}$, \sqrt{k} , 3이 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$2\sqrt{k} = -\sqrt{k} + 3 \Leftrightarrow \sqrt{k} = 1$$

$$\text{따라서 } k = 1$$

103) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 일반항을 이해하고 등차수열의 합이 최대가 되는 항을 구한다.

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a + 2d = 26$$

$$a_9 = a + 8d = 8$$

$$6d = -18 \text{이므로 } d = -3, \quad a = 32$$

$$\text{따라서 } a_n = 32 - 3(n-1) = -3n + 35$$

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 최대가 되도록 하는

자연수 n 은 $a_n = -3n + 35 > 0$ 을 만족시켜야 하므로

$$n < \frac{35}{3}$$

따라서 구하는 자연수 n 의 값은 11이다.

[다른 풀이]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$d = -3, \quad a = 32$$

이므로

$$S_n = \frac{n\{64 + (n-1)(-3)\}}{2}$$

$$= -\frac{3}{2}n^2 + \frac{67}{2}n$$

$$= -\frac{3}{2}\left(n - \frac{67}{6}\right)^2 + \frac{67^2}{24}$$

따라서 $\frac{67}{6}$ 에 가장 가까운 자연수는 11이므로 $n = 11$ 일 때

S_n 은 최댓값을 갖는다.

104) 답 : 502

[해설]

[출제 의도] 등비수열과 등비수열의 합의 관계를 이해하고 수열의 합을 구한다.

모든 항이 양의 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a ($a > 0$), 공비를 r ($r > 0$)이라 하면

$$S_3 = 7a_3 \text{에서 } a + ar + ar^2 = 7ar^2$$

$a > 0$ 이므로

$$1 + r + r^2 = 7r^2$$

$$6r^2 - r - 1 = 0$$

$$(3r+1)(2r-1) = 0$$

$$r > 0 \text{이므로 } r = \frac{1}{2}$$

따라서

$$a_n = a \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a \left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}}{1 - \frac{1}{2}} = 2a \left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}$$

정답 및 해설

이므로

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^8 \frac{S_n}{a_n} &= \sum_{n=1}^8 \frac{2a \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right\}}{a \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1}} \\ &= \sum_{n=1}^8 (2^n - 1) \\ &= \frac{2(2^8 - 1)}{2 - 1} - 8 = 502 \end{aligned}$$

[다른 풀이]

모든 항이 양의 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a ($a > 0$), 공비를 r ($r > 0$)이라 하면

i) $r = 1$ 일 때

$$S_3 = 7a_3 \text{에서 } a + a + a = 7a$$

$$4a = 0 \text{에서 } a = 0$$

$a > 0$ 이므로 조건을 만족하지 않는다.

ii) $r \neq 1$ 일 때

$$S_3 = 7a_3 \text{에서 } \frac{a(1-r^3)}{1-r} = 7ar^2$$

$$\frac{a(1-r)(1+r+r^2)}{1-r} = 7ar^2$$

$$r \neq 1 \text{이므로 } a(1+r+r^2) = 7ar^2$$

$a > 0$ 이므로

$$1+r+r^2 = 7r^2$$

$$6r^2 - r - 1 = 0$$

$$(3r+1)(2r-1) = 0$$

$$r > 0 \text{이므로 } r = \frac{1}{2}$$

$$\text{따라서 } \sum_{n=1}^8 \frac{S_n}{a_n} = 502$$

105) [답] : 39

[해설]

[출제 의도] 등차수열 이해하기

수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$a_6 + a_7 = (a_3 + 3d) + (a_3 + 4d) = 2a_3 + 7d = 10 + 7d = 24 \text{에서 } d = 2$$

$$\text{따라서 } a_{20} = a_3 + 17d = 39$$

106) [답] : 102

[해설]

[출제 의도] 등차수열 이해하기

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하자.

$$a_1 + a_2 + a_3 = 3a + 3d = 21$$

$$a_7 + a_8 + a_9 = 3a + 21d = 75$$

$$\therefore a = 4, d = 3$$

$$\text{따라서 } a_{10} + a_{11} + a_{12} = 3a + 30d = 102$$

107) [답] : ⑤

[해설]

[출제 의도] 등비중항의 성질을 이해한다.

수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 a 이고 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이므로

$$a_n = a \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1} \quad (n \geq 1)$$

세 수 $a_3, 2, a_7$ 이 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$2^2 = a_3 \times a_7 = a \left(\frac{1}{2} \right)^2 \times a \left(\frac{1}{2} \right)^6 = \frac{a^2}{2^8}$$

$$a^2 = 2^{10}$$

$$\therefore a = 32 \quad (\because a > 0)$$

108) [답] : 16

[해설]

[출제 의도] 등차수열 이해하기

수열 $\{b_n\}$ 은 공차가 3인 등차수열이므로 $b_n = 3n - 3 + b_1$

주어진 조건에 의하여

$$a_n = b_n - 2n = n - 3 + b_1$$

$$a_{10} = 7 + b_1 = 11$$

$$b_1 = 4$$

$$\text{따라서 } b_5 = 4 + 12 = 16$$

109) [답] : ②

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 합의 성질을 이용하여 수열의 항을 추론한다.

수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 30이고 공차가 $-d$ 인 등차수열이므로

$$a_n = 30 - (n-1)d \quad (n \geq 1)$$

이때

$$\begin{aligned} a_m + a_{m+1} + \dots + a_{m+k} \\ &= \frac{(k+1)\{30 - (m-1)d + 30 - (m+k-1)d\}}{2} \\ &= \frac{(k+1)\{60 - (2m+k-2)d\}}{2} = 0 \end{aligned}$$

$k+1 > 0$ 이므로

$$(2m+k-2)d = 60$$

$$2m+k = 2 + \frac{60}{d}$$

이를 만족하는 자연수 m, k 이 존재하기 위해서는 d 가 60의 약수이어야 한다.

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{이므로 } d \text{의 개수는 } 3 \times 2 \times 2 = 12$$

[다른 풀이]

등차수열의 연속된 $(k+1)$ 개의 항의 합이 0이기 위한 수열의 조건은 다음과 같다.

i) $k+1$ 이 홀수일 때

$$\dots, d, 0, -d, \dots$$

이때 d 는 30의 양의 약수가 되어야 하므로

$$d = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$$

ii) $k+1$ 이 짝수일 때

$$\dots, \frac{d}{2}, -\frac{d}{2}, \dots$$

$$\text{이때 } 30 - (n-1)d = \frac{d}{2} \text{에서}$$

정답 및 해설

$$n = \frac{1}{2} + \frac{30}{d}$$

n 은 자연수이므로

$$d = 4, 12, 20, 60$$

i), ii)에서 구하는 d 의 개수는 12이다.

110) **답** : 37

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 합을 이해하여 첫째항을 구한다.

첫째항이 a 이고 공차가 -4 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 은

$$S_n = \frac{n\{2a - 4(n-1)\}}{2} = -2n^2 + (a+2)n$$

모든 자연수 n 에 대하여 $S_n < 200$ 이므로

$$-2n^2 + (a+2)n < 200$$

$$2n^2 + 200 > (a+2)n$$

$$2n + \frac{200}{n} > a+2 \quad \text{ⓐ}$$

이때 $n > 0$ 이므로

$$2n + \frac{200}{n} \geq 2\sqrt{2n \times \frac{200}{n}} = 2\sqrt{400} = 40$$

(단, 등호는 $n=10$ 일 때 성립)

따라서 모든 자연수 n 에 대하여 ⓐ이 성립하려면 $a+2 < 40$ 이어야 하므로 자연수 a 의 최댓값은 37이다.

[다른 풀이]

$$S_n = \frac{n\{2a - 4(n-1)\}}{2} = -2n^2 + (a+2)n \text{에서}$$

모든 자연수 n 에 대하여 $S_n < 200$ 이므로

$$-2n^2 + (a+2)n < 200$$

$$2n^2 - (a+2)n > -200$$

$f(n) = 2n^2 - (a+2)n$ 이라 하면

$$\begin{aligned} f(n) &= 2\left(n^2 - \frac{a+2}{2}n\right) \\ &= 2\left\{\left(n - \frac{a+2}{4}\right)^2 - \frac{(a+2)^2}{16}\right\} \\ &= 2\left(n - \frac{a+2}{4}\right)^2 - \frac{(a+2)^2}{8} \end{aligned}$$

이때 a 는 자연수이므로 $f(n)$ 이 최소가 되게 하는 n 은 $\frac{a}{4}$,

$a + \frac{1}{4}$, $a + \frac{2}{4}$, $a + \frac{3}{4}$ 중의 하나이다. 따라서 모든 자연수 n 에

대하여

$f(n) > -200$ 이 성립하려면 네 부등식

$$f\left(\frac{a}{4}\right) > -200, \quad f\left(\frac{a+1}{4}\right) > -200,$$

$$f\left(\frac{a+2}{4}\right) > -200, \quad f\left(\frac{a+3}{4}\right) > -200$$

이 모두 성립해야 한다.

$$f\left(\frac{a}{4}\right) = 2 \times \frac{1}{4} - \frac{(a+2)^2}{8} > -200 \text{에서}$$

$$(a+2)^2 < 1604 \quad \text{ⓑ}$$

$$f\left(\frac{a+1}{4}\right) = 2 \times \frac{1}{16} - \frac{(a+2)^2}{8} > -200 \text{에서}$$

$$(a+2)^2 < 1601 \quad \text{ⓒ}$$

$$f\left(\frac{a+2}{4}\right) = -\frac{(a+2)^2}{8} > -200 \text{에서}$$

$$(a+2)^2 < 1600 \quad \text{ⓓ}$$

$$f\left(\frac{a+3}{4}\right) = 2 \times \frac{1}{16} - \frac{(a+2)^2}{8} > -200 \text{에서}$$

$$(a+2)^2 < 1601 \quad \text{ⓔ}$$

ⓑ, ⓒ, ⓓ, ⓔ이 모두 성립하려면 $(a+2)^2 < 1600$ 이어야 한다.

$$\therefore a+2 < 40$$

따라서 자연수 a 의 최댓값은 37이다.

111) **답** : ⑤

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 등차중항 계산하기

등차수열의 등차중항의 성질을 이용하면

$$a_1 + a_9 = 2a_5 \text{이므로}$$

$$a_5 = \frac{9+21}{2}$$

$$\therefore 15$$

112) **답** : ①

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 일반항 이해하기

첫째항이 1, 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은 $a_n = 3n - 2$ 이고,

첫째항이 1000, 공차가 -6 인 등차수열 $\{b_n\}$ 의 일반항은

$$b_n = -6n + 1006 \text{이다.}$$

$$a_k = b_k \text{이므로 } 3k - 2 = -6k + 1006 \text{이다.}$$

$$\therefore k = 112$$

113) **답** : ③

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 일반항을 이해하고, 항의 값을 구한다.

주어진 수열의 첫째항을 a 라 하면

$$a_3 = a \cdot 2^2 = 4a$$

$$a_4 = a \cdot 2^3 = 8a$$

이므로 주어진 조건에서

$$36 = a_3 + a_4 = 4a + 8a = 12a$$

$$\therefore a = 3$$

$$\therefore a_6 = 3 \times 2^5 = 96$$

114) **답** : 21

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 성질을 이해한다.

$$a_n = 1 + (n-1) \cdot 3 = 3n - 2 \text{에서}$$

$$a_3 = 7, a_5 = 13 \text{이므로 } a_1 + a_3 + a_5 = 21$$

115) **답** : ①

[해설]

정답 및 해설

[출제 의도] 등차수열의 합을 구하기

[해설] 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$S_5 = \frac{5(2a+4d)}{2} = 10 \text{ 이므로 } 2a+4d=4 \text{ 이다. } \dots \textcircled{1}$$

$$S_{10} = \frac{10(2a+9d)}{2} = 30 \text{ 이므로 } 2a+9d=6 \text{ 이다. } \dots \textcircled{2}$$

① 과 ②에 의해 $a = \frac{6}{5}$, $d = \frac{2}{5}$ 이다.

$$\therefore S_{15} = \frac{15(2a+14d)}{2} = 60$$

116) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 합 이해하기

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항이 3, 공비가 2이므로 수열

$\{a_{2n-1}\}$ 은 첫째항이 3, 공비가 4인 등비수열이다.

$$\text{따라서 } a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = \frac{3(4^5 - 1)}{4 - 1} = 1023$$

117) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 등차수열 이해하기

[해설] 수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$a_2 + a_4 + a_6 = (a_1 + d) + (a_3 + d) + (a_5 + d)$$

$$30 + 3d = 51$$

$$\therefore d = 7$$

118) 답 : 70

[해설]

[출제 의도] 등차수열 계산하기

$$a_{100} - a_{90} = 10d = 34$$

$$a_{21} = a_1 + 20d = 2 + 2 \cdot 34 = 70$$

119) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 등비수열 계산하기

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 이라 하면

$$a_2 + a_4 + a_6 = r(a_1 + a_3 + a_5) \text{ 이므로 } r = 2$$

이때, $a_1 + a_3 + a_5 = a + 4a + 16a = 63$ 이므로

$$a = 3$$

$$\therefore a_8 = 3 \times 2^7 = 384$$

120) 답 : 21

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 뜻을 이해하여 등차수열의 항을 구한다.

$$a_1 + a_4 = a_2 + a_3 \text{ 이므로 } 4 + a_4 = 17$$

$$\therefore a_4 = 13$$

[다른 풀이1]

공차를 d 라 하면

$$a_2 + a_3 = 17 \text{ 에서 } 2a_1 + 3d = 17$$

$$\therefore d = 3$$

$$\therefore a_4 = 13$$

[다른 풀이2]

$$a_1 + a_2 + a_3 = 21 \text{ 이므로 } 3a_2 = 21$$

$$\therefore a_2 = 7$$

$$a_1 = 4, a_2 = 7 \text{ 이므로 공차는 } 3 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a_4 = 13$$

121) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 합 이해하기

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{20} = \frac{20(2d+19d)}{2} = 420$$

$$\therefore d = 2$$

122) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 등차수열 계산하기

첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_2 = a + d = -1, a_4 + a_6 + a_8 = 3a + 15d = 33 \text{ 에서 } a = -4, d = 3$$

이다.

$$\therefore \sum_{k=1}^{10} a_k = \frac{10\{2 \times (-4) + (10-1) \times 3\}}{2} = 95$$

123) 답 : 48

[해설]

[출제 의도] a_n 과 S_n 사이의 관계 이해하기

$$a_5 = S_5 - S_4 = (3 \cdot 2^5 - 3) - (3 \cdot 2^4 - 3) = 48$$

124) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 등비중항을 활용하여 문제 해결하기

점 C 는 선분 AB 를 1:2로 내분하는 점이므로

$$\text{점 } C \text{의 좌표 } y = \frac{6+2x}{3} \text{ 이다.}$$

$$x, \frac{6+2x}{3}, 6 \text{ 이 이 순서대로 등비수열을 이루므로}$$

$$\left(\frac{6+2x}{3}\right)^2 = 6x \text{ 이며 전개하여 정리하면 } 2x^2 - 15x + 18 = 0$$

따라서 $(2x-3)(x-6) = 0$ 이므로

$$x = \frac{3}{2} \text{ (} \because x < 6 \text{)}$$

125) 답 : 55

[해설]

[출제 의도] 일반항과 합의 관계 이해하기

$$a_n = S_n - S_{n-1} (n \geq 2) \text{ 이므로}$$

$$a_n = 6n - 5$$

$$\therefore a_{10} = 55$$

126) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 등차중항의 뜻을 이해하여 로그방정식의 해를 구한다.

세 수 $1, \log_2(2^x + 1), \log_2(4^x - 1)$ 이 이 순서대로 등차수열을 이루므로

정답 및 해설

$$2\log_2(2^x + 1) = 1 + \log_2(4^x - 1)$$

$$(2^x + 1)^2 = 2(4^x - 1)$$

$$4^x - 2 \cdot 2^x - 3 = 0$$

$$(2^x - 3)(2^x + 1) = 0$$

$$2^x = 3 (\because 2^x > 0)$$

$$\therefore \alpha = \log_2 3$$

그런데 $\log_2 2 < \log_2 3 < \log_2 4$ 이므로

$$\therefore 1 < \alpha < 2$$

127) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등비수열을 이용하여 수학 외적 문제 해결하기
현악기의 현의 개수를 n 이라 하면

모든 현의 길이의 합이 36이하이므로

$$10 + 10 \cdot \frac{3}{4} + \dots + 10 \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} \leq 36$$

$$\frac{10 \left\{ 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n \right\}}{1 - \frac{3}{4}} \leq 36$$

$$1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n \leq \frac{9}{10}$$

$$n \log \left(\frac{3}{4}\right) \geq \log 10^{-1}$$

$$n \leq \frac{-1}{\log 3 - 2 \log 2} = 8$$

n 의 최댓값은 8이다.

$$\therefore x = 3 \times (8 - 1) = 21$$

128) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 등차수열과 계차수열을 이해하고, 항의 값을 구한다.

$b_n = a_{n+1} - a_n$ 이라 하면

수열 $\{b_n\}$ 은 수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열이고, 조건 (나)에서 $\{b_n\}$ 은 등차수열이다.

조건 (가)에서

$$b_1 = a_2 - a_1 = 2$$

$$b_2 = a_3 - a_2 = 4$$

이므로 수열 $\{b_n\}$ 은 첫째항이 2이고 공차가 2인 등차수열이다.

$$\therefore b_n = 2n$$

따라서 a_n 은 다음과 같다.

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k$$

$$= 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2k$$

$$= 1 + 2 \times \frac{(n-1)n}{2}$$

$$= n^2 - n + 1 \quad (n \geq 2)$$

$$\therefore a_8 = 57$$

[다른 풀이]

$a_{n+1} - a_n$ 은 수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열의 제 n 항이다.

주어진 조건에서

$$a_2 - a_1 = 2$$

$$a_3 - a_2 = 4$$

따라서 수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열은 공차가 2인 등차수열이므로 이를 이용하면

$$a_4 - a_3 = 6 \text{에서 } a_4 = 13$$

$$a_5 - a_4 = 8 \text{에서 } a_5 = 21$$

$$a_6 - a_5 = 10 \text{에서 } a_6 = 31$$

$$a_7 - a_6 = 12 \text{에서 } a_7 = 43$$

$$a_8 - a_7 = 14 \text{에서 } a_8 = 57$$

129) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 합을 이용하여 수학외적 문제 해결하기

$$10^5 (1.004)^{24} + 10^5 (1.004)^{23} + \dots + 10^5 (1.004)$$

$$= \frac{10^5 (1.004) \{ (1.004)^{24} - 1 \}}{1.004 - 1}$$

$$= \frac{10^5 (1.004) (1.1 - 1)}{0.004}$$

$$= 251 \text{ 만 원}$$

130) 답 : 508

[해설]

[출제 의도] 등차수열과 등비수열 이해하기

$a_n = S_n - S_{n-1} = n + 1 \quad (n \geq 2), a_1 = S_1 = 2$ 이므로

$$a_n = n + 1 \quad (n \geq 1)$$

$$[\text{구하는 값}] = \sum_{n=1}^7 2^{a_n} = \sum_{n=1}^7 2^{n+1} = \frac{2^2(2^7 - 1)}{2 - 1} = 508$$

131) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 일반항 이해하기

[해설]

$$a_n + a_{n+2} = 2a_{n+1} \text{이므로 } \frac{a_n + a_{n+2}}{6} = \frac{2 \times 3(n-1)}{6}$$

$$\text{따라서, } \log_5 b_n = \frac{a_n + a_{n+2}}{6} = n - 1$$

$5^{n-1} < 2012$ 인 n 의 최댓값을 구하면 된다.

$$5^4 < 2012 \text{이고 } 5^5 > 2012 \text{이므로 } n - 1 = 4$$

주어진 조건을 만족시키는 n 의 최댓값은 5이다

132) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 수열의 극한 추론하기

$$S_n = \frac{n\{4 + (n-1)2\}}{2} = n(n+1)$$

$$S_{2n} = \frac{2n\{4 + (2n-1)2\}}{2} = 2n(2n+1)$$

$$T_n = \frac{4n+2}{n+1} = 4 - \frac{2}{n+1}$$

$$\therefore T_1 = \frac{4+2}{1+1} = 3 \therefore \text{참}$$

정답 및 해설

$$\because T_{n+1} - T_n = \frac{2}{n+1} - \frac{2}{n+2} > 0 \text{ 이므로 } T_n < T_{n+1}$$

\therefore 참

$$\because \lim_{n \rightarrow \infty} T_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(4 - \frac{2}{n+1}\right) = 4$$

\therefore 참

따라서 옳은 것은 \neg , \wedge , \supset 이다.

133) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 로그함수 이해하기

$a, 3, b$ 는 공차가 d 인 등차수열이므로

$$a + b = 6 \dots \textcircled{A}$$

$$S_1 = \frac{1}{2}d(\log_2 a + \log_2 3)$$

$$S_2 = \frac{1}{2}d(\log_2 b + \log_2 3)$$

$$S_2 - S_1 = d \text{ 이므로}$$

$$\log_2 b - \log_2 a = 2$$

$$\frac{b}{a} = 4 \dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A} \text{과 } \textcircled{B} \text{을 연립하면 } a = \frac{6}{5}, b = \frac{24}{5}$$

$$\therefore d = \frac{9}{5}$$

134) 답 : 61

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 합에 대한 성질을 이용하여 조건에 맞는 자연수를 추측한다.

수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$T_n = \left| \frac{n\{120 + (n-1)d\}}{2} \right|$$

$$T_{20} = T_{21} \text{ 이므로}$$

$$\left| \frac{20(120 + 19d)}{2} \right| = \left| \frac{21(120 + 20d)}{2} \right|$$

$$i) \frac{20(120 + 19d)}{2} = \frac{21(120 + 20d)}{2} \text{ 일 때}$$

$$d = -3$$

이때 조건 $T_{19} < T_{20}$ 이 성립한다.

$$ii) \frac{20(120 + 19d)}{2} = -\frac{21(120 + 20d)}{2} \text{ 일 때}$$

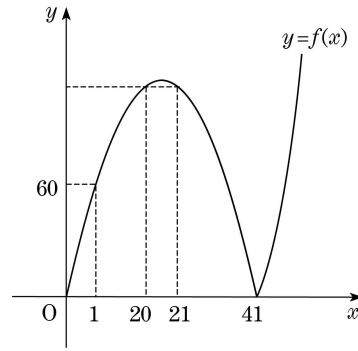
$$d = -\frac{123}{20}$$

이때 조건 $T_{19} < T_{20}$ 이 성립하지 않는다.

$$\text{따라서 } T_n = \left| \frac{-3n^2 + 123n}{2} \right| \text{ 이다.}$$

$$f(x) = \left| \frac{-3x^2 + 123x}{2} \right| \text{ 라 하면 함수 } y = f(x) \text{의 그래프는 다음과}$$

같다.



위 그래프에서 $f(41) = 0$ 이므로 $T_{41} = 0$

$$\text{그러므로 } T_{21} > T_{22} > T_{23} > \dots > T_{41} = 0, T_{41} < T_{42}$$

따라서 $T_n > T_{n+1}$ 을 만족시키는 n 의 값은

$$21, 22, 23, \dots, 40 \text{ 이다.}$$

그러므로 최솟값과 최댓값의 합은

$$21 + 40 = 61$$

135) 답 : 26

[해설]

[출제 의도] 등비중항을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

$$2x = 2 \left(\frac{1}{2} \times 1^2 \times \frac{\pi}{3} \times 3 \right) = \pi$$

r 를 O_1 의 반지름의 길이라 하면 $y = \pi r^2$

$z = \pi(r+1)^2$ 이고 $2x, y, z$ 가 이 순서대로 등비 수열을 이루므로

$$\pi^2 r^4 = \pi^2 (r+1)^2 \text{ 이다.}$$

$$r^2 = r+1 \text{ 이므로 } r = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} (r > 0)$$

$$p = 1, q = 5$$

$$\therefore p^2 + q^2 = 26$$

136) 답 : 27

[해설]

$$a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6 = a_2 + (-a_3 + a_4) + (-a_5 + a_6)$$

$$a + 3(a+1) = 4a + 3 = 15 \text{ 에서 } a = 3$$

$$\therefore a_7 = a + 6(a+1) = 7a + 6 = 27$$

137) 답 : ②

[해설]

$$a_n = 4 \cdot 2^{n-1} = 2^{n+1} \text{ 이므로}$$

$$\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \log_2 a_3 + \dots + \log_2 a_{10}$$

$$\log_2 2^2 + \log_2 2^3 + \log_2 2^4 + \dots + \log_2 2^{11}$$

$$2 + 3 + 4 + \dots + 11 = \frac{10(2+11)}{2} = 65$$

138) 답 : 105

[해설]

[출제 의도] 등비수열을 이용하여 등차수열의 합을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$a_n = 5^n \text{ 이므로}$$

$$\sum_{n=1}^{20} \log_{25} a_n = \sum_{n=1}^{20} \log_{25} 5^n$$

$$\sum_{n=1}^{20} \frac{n}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{20(20+1)}{2} = 105$$

정답 및 해설

139) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 뜻 이해하기

$a+b=4, a+b+c=13$ 에서

$a(1+r)=4, a(1+r+r^2)=13$ 이므로

$$\frac{r^2+r+1}{r+1} = \frac{13}{4}, 4r^2-9r-9=0$$

$$\therefore r=3 \text{ 또는 } r=-\frac{3}{4}$$

따라서 모든 항이 양수이므로 $r=3$

140) 답 : 5

[해설]

[출제 의도] 수열의 극한값을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$A_n = \frac{6n(1+6n)}{2} = 3n(6n+1)$$

$$B_n = A_n - \sum_{k=1}^{2n} 3k$$

$$3n(6n+1) - 3n(2n+1) = 12n^2$$

이므로

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{B_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n(6n+1)}{12n^2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore p+q=5$$

141) 답 : 15

[해설]

일반항과 합의 관계에 의하여

$$a_n = S_{n+1} - S_n = 2n - 4 (n \geq 2) \text{ 이고}$$

$$a_1 = S_1 = -1 \text{ 이다.}$$

따라서 $a_1 + a_{10} = -1 + 16 = 15$

142) 답 : 50

[해설]

$$\alpha = a, \beta = a+10, \gamma = a+22$$

$$(a+10)^2 = a(a+22)$$

$$\therefore a=50$$

143) 답 : 31

[해설]

$$S_n = \sum_{k=1}^n (8k-4) - 1 = 4n^2 - 1 (n=1, 2, 3, \dots)$$

$$\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{S_n} = \sum_{n=1}^{10} \frac{1}{4n^2-1} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{10} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{21} \right) = \frac{10}{21}$$

$$\therefore p+q=31$$

144) 답 : 171

[해설]

등차수열 $\{a_k\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$3a_1 + 3d = 3, 5a_1 + 19d = 33$$

$a_1 = -1, d = 2$ 이다.

어두운 영역에 배열된 수열 a_3, a_7, a_{15}, \dots 을 $\{a_{b_k}\}$ 라 하면

$$b_k = 3 + \sum_{l=1}^{k-1} 4l = 2k^2 - 2k + 3 \text{ 이고}$$

정십오각형에서 어두운 부분에 대응되는 항은 $k=7$ 일 때이고

$b_7 = 87$ 이다.

따라서 $a_{87} = 171$

145) 답 : 64

[해설]

제 i 행의 세 성분 a_{i1}, a_{i2}, a_{i3} 이 이 순서로 등차수열을 이루므로

$$2a_{i2} = a_{i1} + a_{i3} \text{ 이고 모든 성분의 합이 } 36 \text{ 이므로}$$

$$a_{12} + a_{22} + a_{32} = 12$$

a_{12}, a_{22}, a_{32} 가 이 순서로 등차수열을 이루므로

$$2a_{22} = a_{12} + a_{32} \dots \textcircled{1}$$

$$\therefore a_{22} = 4 \dots \textcircled{2}$$

$$a_{31} = a - d, a_{32} = a, a_{33} = a + d$$

(단, a, d 는 정수)라 하면

$$a_{31}^2 + a_{32}^2 + a_{33}^2 = 18 \text{ 에서}$$

$$3a^2 + 2d^2 = 18, 2d^2 = 3(6 - a^2)$$

$2d^2$ 은 18보다 작은 3의 배수이므로 $d^2 = 9$

$$\therefore a_{32} = a = 0 \dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③에 의해 $a_{12} = 8$

$$\therefore a_{12}^2 = 64$$

146) 답 : 56

[해설]

2018년 외국인 관광객 수 a (명), 1인당 평균소비액을 b (조원)라 하자.

2018년 외국인 관광객으로 인한 관광 수입은 $ab = 9$ (조원)

2019년 외국인 관광객으로 인한 관광 수입은

$$a \left(1 - \frac{5}{100} \right) b \left(1 + \frac{10}{100} \right) \text{ (조원)}$$

⋮

2022년 외국인 관광객으로 인한 관광 수입은

$$a \left(1 - \frac{5}{100} \right)^4 b \left(1 + \frac{10}{100} \right)^4 \text{ (조원)}$$

5년 동안의 외국인 관광객으로 인한 관광 수입은

$$ab \left\{ \left(\frac{19}{20} \right)^5 \left(\frac{11}{10} \right)^5 - 1 \right\} = \frac{9 \times (0.8 \times 1.6 - 1)}{\left(\frac{19}{20} \right) \left(\frac{11}{10} \right) - 1} = \frac{209}{200} - 1 = 56 \text{ (조원)}$$

$$\therefore A = 56$$

147) 답 : ⑤

[해설]

$$a_1 = 3, r = 2 \text{ 이므로 } a_n = 3 \times 2^{n-1}$$

$$\therefore a_7 = 192$$

148) 답 : ④

[해설]

정답 및 해설

첫째항을 a , 공차를 d 이라 하면,
 $a_2 = a + d = 8$, $a_7 = a + 6d = 33$
 $a = 3$, $d = 5$ 이므로 $a_{10} = 48$ 이다.

149) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 합 구하기

$$\begin{aligned} f(f(0)) &= f(2) = 2^{10} - 2^9 + \dots + 2^2 - 2 + 2 \\ &= \frac{(-2)\{1 - (-2)^{10}\}}{1 - (-2)} + 2 \\ &= \frac{2 \times 1023}{3} + 2 = 684 \end{aligned}$$

150) 답 : 32

[해설]

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면,

$$\begin{aligned} (a_1 + a_2) : (a_2 + a_3) &= 1 : 2 \\ a(1+r) : ar(1+r) &= 1 : 2 \\ r &= 2 \text{이다.} \\ \therefore \frac{a_{10}}{a_5} &= r^5 = 32 \end{aligned}$$

151) 답 : ②

[해설]

$$a_7 = S_7 - S_6 = 320$$

152) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 등차수열을 이해하기
 이 등차수열의 공차를 d 라 하면

$$\begin{cases} x = a + d \\ b = a + 2d \\ 2x = a + 3d \\ c = a + 4d \end{cases} \text{이므로}$$

$2d = x$ 이다.

$$a = \frac{x}{2}, b = \frac{3}{2}x, c = \frac{5}{2}x \text{이므로 } \frac{c}{a} = 5 \text{이다.}$$

[별해] $x, b, 2x$ 는 이 순서대로 등차수열을 이루므로 $b = \frac{3}{2}x$ 이다.

공차는 $\frac{x}{2}$ 이다.

그러므로 $a = \frac{x}{2}$, $c = \frac{5}{2}x$ 이므로 $\frac{c}{a} = 5$ 이다.

153) 답 : 10

[해설]

[출제 의도] 등차수열과 등비수열의 성질을 이해하여
 각 수열의 항을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d , 수열 $\{b_n\}$ 의 공비를 r 라 하면

$$a_2 = b_2 \text{이므로 } 2 + d = 2r \dots \text{①}$$

$$a_4 = b_4 \text{이므로 } 2 + 3d = 2r^3 \dots \text{②}$$

$$\text{①, ②에서 } r^3 - 3r + 2 = 0$$

$$(r-1)^2(r+2) = 0$$

$$\therefore r = -2 (\because r \neq 1), d = -6$$

$$\therefore a_5 + b_5 = (2 + 4d) + 2r^4 = -22 + 32 = 10$$

154) 답 : 20

[해설]

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_2 + a_4 + a_6 = 3a + 9d = 30 \therefore a + 3d = 10$$

$$\therefore a_1 + a_7 = 2(a + 3d) = 20$$

155) 답 : 66

[해설]

[출제 의도] 등차수열과 등비수열 이해하기

첫째항을 a_1 , 공차를 d 라 하면 a_4 이므로

$$(a_1 + 3d)^2 = (a_1 + d)(a_1 + 7d) \text{이며 정리하면}$$

$$d^2 = a_1 d$$

따라서 $d = a_1 = 6$ 이므로

$$a_{11} = 6 + 6 \cdot 10 = 66 \text{이다.}$$

156) 답 : ③

[해설]

$a_n = 2n$ 이므로

$$\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{4k(k+1)}$$

$$= \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{11} \right)$$

$$= \frac{5}{22}$$

157) 답 : ④

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항과 공차를 $a_1 (a_1 \neq 0)$ 라 하면 $S_n = ka_n$ 에서

$$\frac{n\{2a_1 + (n-1)a_1\}}{2} = k\{a_1 + (n-1)a_1\}$$

$$\frac{na_1(n+1)}{2} = kna_1$$

양변을 na_1 으로 나누면 $k = \frac{n+1}{2}$

두 자리 자연수 k 가 최댓값 99일 때, n 은 최댓값 197을 갖는다.

$$\therefore 197$$

158) 답 : ①

[해설]

10년 동안 예상되는 총 관중의 수는

$$\frac{3 \times 10^6 \times 1.1(1.1^{10} - 1)}{1.1 - 1} = 5.28 \times 10^7 \text{이므로}$$

5280만 명이다.

159) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 이항계수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$(x+a)^{10}$ 의 전개식에서 x, x^2, x^4 의 계수는

정답 및 해설

${}_{10}C_1a^9, {}_{10}C_2a^8, {}_{10}C_4a^6$ 즉, $10a^9, 45a^8, 210a^6$
 이 순서로 등비수열을 이루므로 $(45a^8)^2 = 10a^9 \cdot 210a^6$
 $\therefore a = \frac{28}{27}$

160) 답 : ①

[해설]

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 라 하면

$$a_1a_{10} = a^2r^9 = 9 \text{에서}$$

$$a_1 \times a_2 \times \dots \times a_{10} = a^{10} \times r^{45} = (a^2r^9)^5 = 9^5 = 3^{10}$$

161) 답 : 27

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 첫째항과 공차를 구하고 일반항을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a + 2d = 2 \dots \text{①}$$

$$a_6 = a + 5d = 17 \dots \text{②}$$

①, ②을 연립하여 풀면 $a = -8, d = 5$

$$\therefore a_8 = 27$$

162) 답 : ①

[해설]

다섯 사람에게 지급된 성과급을 차례대로

$$a-2d, a-d, a, a+d, a+2d \text{라 하면}$$

$$(a-2d) + (a-d) + a + (a+d) + (a+2d) = 5d = 900 \text{ (만원)}$$

$$\text{따라서 } a = 180 \text{ (만원)}$$

$$(a-2d) + (a-d) = \frac{1}{2} \{a + (a+d) + (a+2d)\} \text{이므로}$$

$$4a - 6d = 3a + 3d$$

$$d = \frac{1}{9}a = \frac{1}{9} \times 180 = 20 \text{ (만원)}$$

$$\text{따라서 } a + 2d = 220 \text{ (만원)}$$

163) 답 : 20

[해설]

$a_n = 2n - 3$ 이므로

$$A = \begin{pmatrix} 2n-1 & 2n-3 \\ 2n+1 & 2n-1 \end{pmatrix} \text{이고 } A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2n-1 & -2n+3 \\ -2n-1 & 2n-1 \end{pmatrix}$$

$$A + A^{-1} \text{의 모든 성분의 합 } 8n - 4 = 156$$

$$\therefore n = 20$$

164) 답 : 375

[해설]

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 이라 하면,

$$a_3 = ar^2 = \alpha + 12$$

$$a_5 = ar^4 = \alpha + 72$$

$$\alpha r^4 - \alpha = \alpha(r^2 + 1)(r^2 - 1) = 12(r^2 + 1) = 72$$

$$\text{따라서 } r^2 = 5, \alpha = 3 \text{이다.}$$

$$a_7 = ar^6 = 375$$

165) 답 : 55

[해설]

$a_n = ar^{n-1}$ 이므로

$$a_{n+1} - 2a_n = a(r-2)r^{n-1} = 15 \times 5^{n-1}$$

$$a = 5, r = 5$$

$$\therefore \log_5(a_1 \times a_2 \times \dots \times a_{10}) = \log_5 5^{55} = 55$$

166) 답 : 13

[해설]

n 행에 나열된 모든 자연수의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_1 = 2 + 3 + 3 \times 2$$

$$S_2 = 2 + 2S_1 = 2 + 2^2 + 3 \times 2 + 3 \times 2^2$$

$$S_3 = 2 + 2S_2 = 2 + 2^2 + 2^3 + 3 \times 2^2 + 3 \times 2^3$$

⋮

$S_n = 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n + 3 \times 2^{n-1} + 3 \times 2^n$ 이므로

$$S_{10} = (2^1 + 2^2 + \dots + 2^{10}) + (3 \times 2^9 + 3 \times 2^{10})$$

$$= \frac{2(2^{10} - 1)}{2 - 1} + 3 \times 2^9 + 3 \times 2^{10}$$

$$= 2^{11} - 2 + 3 \times 2^9 + 3 \times 2^{10}$$

$$= (4 + 3 + 6) \times 2^9 - 2 = 13 \times 2^9 - 2$$

따라서, $S = 13 \times 2^9 - 2$ 이므로 $p = 13$ 이다.

167) 답 : ⑤

[해설]

$$b_1 = a_1 + R(1) = 7$$

$$b_{10} - b_5 = (a_{10} + R(10)) - (a_5 + R(5)) = 5 \text{이므로 공차가 } 1 \text{이 된다.}$$

$\{a_n\}$ 을 나열하면

$$6, 6, 6, 6, 11, 11, 11, 11, 11, 16, 16, 16, 16, 16, \dots \text{이다.}$$

$$\therefore R(S_{14}) = 4$$

168) 답 : 18

[해설]

$\overline{AD} = a - d, \overline{CD} = a, \overline{AB} = a + d$ 라 하면

$$\triangle ABD \sim \triangle ACB \text{이므로}$$

$$(a+d)^2 = (a-d)(2a-d) \text{이다.}$$

$$a^2 = 5ad \text{에서 } a > 0 \text{이므로 } a = 5d \text{이다.}$$

이때, $\overline{AC} = 9d, \overline{BC} = 6\sqrt{5}, \overline{AB} = 6d$ 이므로

$$\text{피타고라스의 정리에 의하여 } 81d^2 = 36d^2 + 180 \text{에서}$$

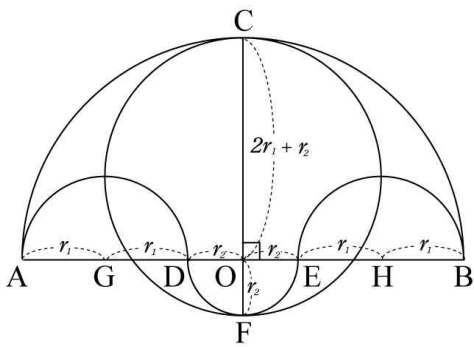
$$d = 2 (\because d > 0) \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } \overline{AC} = 18$$

169) 답 : ⑤

[해설]

정답 및 해설



$\overline{AB} = 10$ 이므로 $4r_1 + 2r_2 = 10$
 $\overline{DE} = 2r_2$, $\overline{AD} = 2r_1$, $\overline{CF} = 2r_1 + 2r_2$ 가 차례로 등차수열을 이루므로
 $4r_1 = 2r_1 + 4r_2$
 $\therefore r_1 = 2, r_2 = 1$

셀리논(Salinon)의 넓이 S 는

$$S = \frac{1}{2} \times 5^2 \pi - 2 \times \frac{1}{2} \times 4\pi + \frac{1}{2} \pi = 9\pi$$

【참고】

셀리논의 넓이는 \overline{CF} 를 지름으로 하는 원의 넓이와 같다.

170) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 등차수열과 등비수열의 성질을 이용하여 일반항을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 라 하면

$$\begin{aligned} & b_1 + b_3 + b_5 + \dots + b_{15} + b_{17} \\ &= \log_3 a + \log_3 ar^2 + \log_3 ar^4 + \dots + \log_3 ar^{14} + \log_3 ar^{16} \\ &= \log_3 a^9 r^{72} = 9 \log_3 ar^8 = 36 \\ &\therefore ar^8 = 3^4 \dots \text{①} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & b_2 + b_4 + b_6 + \dots + b_{16} + b_{18} \\ &= \log_3 ar + \log_3 ar^3 + \log_3 ar^5 + \dots + \log_3 ar^{15} + \log_3 ar^{17} \\ &= \log_3 a^9 r^{81} = 9 \log_3 ar^9 = 45 \\ &\therefore ar^9 = 3^5 \dots \text{②} \end{aligned}$$

①, ②에서 $r = 3, a = \frac{1}{81}$ 이므로 $a_n = 3^{n-5}$ 이다.

$$\therefore a_{11} = 3^{11-5} = 3^6$$

171) 답 : 44

[해설]

[출제 의도] 등차수열을 이용하여 문제 해결하기
 표의 3행 3열의 수를 a 라 하면 등차중항에 의하여
 표는 아래와 같다.

	1열	2열	3열	4열	5열
1행	0				
2행	$a-37$		27		
3행	$2a-74$		a		74
4행	$109-2a$	41	$2a-27$		
5행					

$$(a-37) + (109-2a) = 2(2a-74)$$

따라서 $a = 44$

172) 답 : ③

[해설]

$\overline{CE} = a, \overline{EB} = ar, \overline{BD} = ar^2$ 이라 하자.

(삼각형 EBC 의 넓이) = $\frac{1}{5}$ (사각형 $ABCD$ 의 넓이)

$$\therefore a = 4 \dots \text{①}$$

$\angle ABD = \angle A'BD, \angle ABD = \angle BDC$

$\triangle DEB$ 는 이등변 삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{EB}$

$$\therefore r = \frac{3}{2} \dots \text{②}$$

①, ②에 의하여

$\overline{CE}, \overline{EB}, \overline{BD}$ 의 길이는 각각 4, 6, 9.

$\angle EDB = \theta$ 이라 할 때, $\triangle DEB$ 에서

$$\text{제이코사인법칙에 의하여 } \cos \theta = \frac{36 + 81 - 36}{2 \times 6 \times 9} = \frac{3}{4}$$

$\triangle ABD$ 에서 제이코사인법칙에 의하여

$$\overline{AD}^2 = 10^2 + 9^2 - 2 \times 9 \times 10 \times \cos \theta$$

$$\therefore \overline{AD} = \sqrt{46}$$

173) 답 : ⑤

[해설]

$$\text{①) 등차(나)} \frac{1}{2}(n+1)^2 \quad \text{②) } \frac{n(n+1)}{2}$$

174) 답 : ③

[해설]

첫째항 a , 공비 r 이라 하면,

$a_{n+1} > a_n$ 이므로 r 은 1이 아닌 양수이다.

$$\neg. a_1 a_5 = a^2 r^4, a_2 a_4 = a^2 r^4 \therefore \text{(참)}$$

$$\neg. \text{(반례)} p=3, q=4, s=1, t=2 \text{이면}$$

$$a_p a_q = a_3 a_4 = a^2 r^5$$

$$a_s a_t = a_1 a_2 = a^2 r \therefore \text{(거짓)}$$

$$\neg. a_1 a_3 = a^2, a_4 a_6 = a^2, \dots \text{이므로}$$

$$(a_1 a_2 a_3)(a_4 a_5 a_6) \dots (a_{3p-2} a_{3p-1} a_{3p})$$

$$= a_2^3 a_5^3 \dots a_{3p-1}^3 \therefore \text{(참)}$$

175) 답 : 32

[해설]

$a_n = ar^{n-1}$ 이라 하면

$$2a_n - a_{n+1} = 2ar^{n-1} - ar^n = ar^{n-1}(2-r) = 8 \cdot (-2)^{n-1}$$

에서 $r = -2$ 이다.

$$a(2-r) = 8 \text{에서 } a = 2 \text{이므로 } a_5 = 2 \cdot (-2)^4 = 32 \text{이다.}$$

176) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 일반항을 알고 있는가를 묻는 문제이다.

$c_n = a_n b_n$ 이라 하면 수열 $\{c_n\}$ 도 등비수열이다.

$c_n = ar^{n-1}$ 이라 하면

$$ar^3 = 3 \dots \text{①}, ar^6 = 6 \dots \text{②}$$

정답 및 해설

② ÷ ① 을 계산하면

$$r^3 = 2$$

$$\therefore a_{16}b_{16} = c_{16} = ar^{15} = ar^3(r^3)^4 = 48$$

177) 답 : ⑤

[해설]

$a_1 = a$, 공차를 d 라 하면

$$a_1a_6 = a^2 + 5ad = 0, a_2a_5 = 4d^2 = 36$$

$$\therefore d^2 = 9$$

$$\therefore a_3a_4 = a^2 + 5ad + 6d^2 = 54$$

178) 답 : ⑤

[해설]

$$6 = \log_2 \frac{a_8}{a_5} = \log_2 \frac{r^7}{r^4} = \log_2 r^3$$

$$\therefore r^3 = 2^6 \rightarrow r = 4$$

$$a_2 + a_4 = 4 + 4^3 = 68$$

179) 답 : 100

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다. 주어진 등차수열의 공차를 d 라 하자.

$a_2 + a_4 = 2a_3$ 이므로 주어진 식을 정리하면

$$a_5 - a_3 = 2d = 4 \text{ 이다.}$$

$$\therefore d = 2$$

따라서 $a_1 = 1, a_{10} = 1 + (10-1) \times 2 = 19$ 이므로

$$\text{구하는 합은 } \frac{10(1+19)}{2} = 100 \text{ 이다.}$$

180) 답 : 15

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 극한의 성질 이해하기

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항 a , 공비 r 이라면

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a(1-r^n)}{ar^{n-1}(1-r)}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1-r} \cdot \frac{1-r^n}{r^{n-1}} = -\frac{r}{1-r} = \frac{15}{14}$$

$$\therefore r = 15$$

181) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 합의 성질 이해하기

$\{\theta_n\}$ 이 등차수열이므로 A_n 도 등차수열이다.

$$\sum_{k=1}^n A_k = \frac{n(A_1 + A_n)}{2} = A$$

$$A_1 + A_n = \frac{1}{5}A \text{ 이므로 } n = 10$$

182) 답 : 34

[해설]

[출제 의도] 규칙성을 발견할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$(n+6)^2 = n^2 + 12n + 36 = 6(2n+6) + n^2 \text{ 이므로}$$

$$a_{n+6} = a_n \text{ 이 성립한다.}$$

또, $a_1 = 1, a_2 = 4, a_3 = 3, a_4 = 4, a_5 = 1, a_6 = 0$ 이므로

$a_n = 4$ 를 만족시키는 자연수 n 은 2 또는 $n = 6k \pm 2$ (k 는 자연수)이다.

따라서 구하는 100 이하의 자연수 n 은

$$2, 4, 8, 10, \dots, 94, 98, 100 \text{ 의 } 34 \text{ 개다.}$$

183) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 등차수열을 이용하여 문제 해결하기

4와 16 사이의 원의 반지름을 r_1, r_2, \dots, r_{11} 이라 하면

4, $r_1, r_2, \dots, r_{11}, 16$ 은 등차수열이다.

모든 동심원의 둘레의 길이의 합은

$$\begin{aligned} 2\pi(4 + r_1 + r_2 + \dots + r_{11} + 16) \\ = 2\pi \cdot \frac{13(4+16)}{2} = 260\pi \end{aligned}$$

184) 답 : 22

[해설]

[출제 의도] 등차수열 합의 최솟값 구하기

수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a + 2d = 40, a_8 = a + 7d = 30 \text{ 이고}$$

$$a = 44, d = -2 \text{ 이므로 } a_n = -2n + 46 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a_{2n} = -4n + 46$$

$$|a_2 + a_4 + \dots + a_{2n}| = |-2n^2 + 44n|$$

따라서 최소가 되는 자연수 n 은 22이다.

185) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 성질 이해하기

$2a_{n+1} = a_{n+2} + a_n$ 이므로 $a_{n+2}x^2 + (a_{n+2} + a_n)x + a_n = 0$ 이다.

$$(a_{n+2}x + a_n)(x+1) = 0$$

$$\therefore b_n = -\frac{a_n}{a_{n+2}}$$

수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$\frac{b_n}{b_{n+1}} = \frac{-\frac{a_n}{a_{n+2}}}{-\frac{a_{n+1}}{a_{n+3}}} = \frac{-a_1 - (n-1)d}{2d} \text{ 이므로 공차는 } -\frac{1}{2} \text{ 이}$$

다.

186) 답 : ②

[해설]

$$10^6 \left\{ \left(1 + \frac{1}{4} \times \frac{10}{100} \right) \right\}^{4n} \geq 5 \times 10^6$$

$$4n \log 1.025 \geq \log 5$$

$$n \geq 17.5$$

$$\therefore n = 18$$

187) 답 : 45

정답 및 해설

[해설]

$$\frac{a_4 + a_{24}}{2} + \frac{b_{16} + b_8}{2} = a_{14} + b_{12} = 50$$

$$\frac{a_4 + a_{14}}{2} + \frac{b_{12} + b_{16}}{2} = a_9 + b_{14} = 45$$

따라서 $a_9 + b_{14} = 45$

188) 답 : ④

[해설]

n 회 ($n=1, 2, 3, \dots, 24$) 입금액의 원리합계는

$$10 \cdot 1.008^{n-1} \cdot 1.011^{24} \cdot 1.008^{25-n} = 10 \cdot 1.011^{24} \cdot 1.008^{24} \text{ 이므로}$$

구하는 원리합계는

$$10 \cdot 1.011^{24} \cdot 1.008^{24} \cdot 24 = 374.4 \text{ (만 원)}$$

189) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 부분합을 이용한 급수 문제 해결하기

$3 \cdot 2^n$ 의 양의 약수는 $1, 2, 2^2, \dots, 2^n, 3, 3 \cdot 2, 3 \cdot 2^2, \dots, 3 \cdot 2^n$ 이므로

$$S(n) = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 2^2} + \dots + \frac{1}{3 \cdot 2^n}\right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S(n) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{8}{3}$$

190) 답 : ④

[해설]

원 O_1, O_2, O_3, O_4 의 반지름을 각각 r_1, r_2, r_3, r_4 라

하면 $r_1 = 1$ 이고

$$r_1, r_2, r_3 \text{가 등비수열을 이루므로 } r_2^2 = r_1 r_3 \dots \text{ ①}$$

$$r_2, r_3, r_4 \text{는 등차수열을 이루므로 } 2r_3 = r_2 + r_4 \dots \text{ ②}$$

원 O_1 의 반지름의 길이는 1, 중심은 $(0, 0)$, 원 O_4 의 중심은

$(40, 0)$ 이므로

$$1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4 = 40 \text{ 이고}$$

$$\text{①, ②에 의해 } 4r_2^2 + r_2 - 39 = 0$$

$$\therefore r_2 = 3 (\because r_2 > 0), r_4 = 15$$

따라서 원 O_4 의 넓이는 225π

191) 답 : 26

[해설]

[출제 의도] 등차수열 추론하기

$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EA}$ 의 양끝에 쓰인 수의 합을 크기순으로 배열한 등차수열을

$a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$ 라 하면

$$(a-2d) + (a-d) + a + (a+d) + (a+2d) = 5a$$

$$5a = 2(10+12+13+14+16) = 130$$

$$\therefore a = 26$$

192) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 등비수열을 이용한 문제 해결하기

$\overline{AC} = a, \overline{OC} = ar, \overline{BC} = ar^2$ 이라 하자.

$\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = 90^\circ$ 이므로

$$a^2 + (ar^2)^2 = (2ar)^2 \text{ 에서 } r^4 - 4r^2 + 1 = 0$$

$$\therefore r^2 = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{ar^2}{a} = r^2 > 1 (\because \overline{AC} < \overline{OC} < \overline{BC})$$

$$\text{따라서 } \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = 2 + \sqrt{3}$$

193) 답 : 21

[해설]

등비수열 a, b, c 를 a, ar, ar^2 이라 하면

$$a' = \frac{1}{2}a \text{ 이므로}$$

$$\text{등차수열 } a' = \frac{a}{2}, b' = \frac{a}{2} + d, c' = \frac{a}{2} + 2d$$

$$ar^2 - \left(\frac{a}{2} + 2d\right) = 2 \left\{ \frac{a}{2} + ar - \left(\frac{a}{2} + d\right) \right\}$$

$$\frac{a}{2} (2r^2 - 4r - 1) = 0 \text{ 에서 } a \neq 0 \text{ 이므로}$$

$$r = \frac{2 + \sqrt{6}}{2} (\because r > 0)$$

$$a : b : c = 1 : \frac{2 + \sqrt{6}}{2} : \frac{5 + 2\sqrt{6}}{2}$$

$$\alpha + \beta = \frac{1}{2} (7 + 3\sqrt{6}) \text{ 이므로}$$

$$p = 7, q = 3$$

$$\therefore pq = 21$$

194) 답 : 20

[해설]

[출제 의도] 등차중항과 등비중항 이해하기

세 수 $a, b, 3$ 이 이 순서로 등비수열을 이루므로

$$2b = a + 3 \dots \text{ ①}$$

12, $3a, 2b$ 가 이 순서로 등차수열을 이루므로

$$3a = b + 6 \dots \text{ ②}$$

②를 ①에 대입하여 연립하여 풀면

$$b^2 - b - 6 = 0$$

$$b^2 - b - 6 = (b-3)(b+2) = 0$$

$$\begin{cases} a = \frac{4}{3} \\ b = -2 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \end{cases}$$

a, b 는 서로 다른 수이므로 $a = \frac{4}{3}, b = -2$

$$\therefore 9a^2 + b^2 = 20$$

195) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 등비중항을 이용하여 실생활과 관련된 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

정답 및 해설

수영장의 바닥으로부터 높이 $1m$ 까지의 부피는 $20m^3$ 이므로

$$a = \frac{20}{20} = 1 \text{ 이다.}$$

세 수 a, b, c 가 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$b^2 = 1 \cdot c \dots \textcircled{1}$$

문제조건에서 수영장을 가득 채우는데 걸린 시간이 21 시간이므로

$$1 + b + c = 21$$

$$c = 20 - b \dots \textcircled{2}$$

②을 ①에 대입하여 정리하면

$$b^2 + b - 20 = 0$$

$$(b+5)(b-4) = 0$$

$$\therefore b = 4 (\because b > 0), c = 16$$

$$20x = 16 \times 20$$

$$\therefore x = 16(m)$$

196) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 상용로그를 이용한 수학 외적문제 해결하기

현재의 유가를 a 라 하면

$$a(1+0.05)^n \geq 2a$$

$$n \log 1.05 \geq \log 2$$

$$n \geq \frac{\log 2}{\log 1.05} = 15$$

따라서 15개월

197) 답 : 43

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 일반항 구하기

공차를 d 라 할 때,

$$\begin{cases} 2a_1 + 4d = 14 \\ 2a_1 + 3d = 11 \end{cases} \text{을 연립하면 } a_1 = 1, d = 3 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a_{15} = 43$$

198) 답 : 60

[해설]

$$= \sum_{k=1}^3 (a_k^2 + 2a_k + 1) - \sum_{k=1}^3 (a_k^2 - 2a_k + 1)$$

$$\text{(준식)} \quad = 4 \sum_{k=1}^3 a_k$$

$$= 4(3^2 + 2 \times 3) = 60$$

199) 답 : 17

[해설]

[출제 의도] 등차중항의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$20 = 1 - a + 2 + 2a$$

$$\therefore a = 17$$

200) 답 : 48

[해설]

첫째항을 a , 공비를 r 라고 하면

$$a_1 a_2 = 6 \text{ 에서 } a^2 r = 6 \dots \textcircled{1}$$

$$a_3 a_4 = 12 \text{ 에서 } a^2 r^5 = 12 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 에서 } r^4 = 2$$

$$\therefore a_7 a_8 = ar^6 \cdot ar^7 = a^2 r^{13} = a^2 r^5 \cdot (r^4)^2$$

$$12 \times 2^2 = 48$$

201) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 항 구하기

$$a_2 = a_1 + d = -1$$

$$a_1 + 2(a_1 + 2d) = 0, 3a_1 + 4d = 0$$

$$a_1 = -4, d = 3$$

$$\therefore a_{10} = 23$$

202) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 수열의 합과 일반항 사이의 관계 이해하기

$$a_n = S_n - S_{n-1} = 6n - 35 \quad (n \geq 2)$$

$$a_1 = S_1 = -29$$

따라서 $a_n = 6n - 35$ 이다.

ㄱ. 수열 $\{a_n\}$ 은 등차수열이다. (참)

ㄴ. $n \leq 5$ 일 때, $a_n < 0$ 이므로 S_5 가 최솟값이다. (참)

ㄷ. $n \leq 5$ 일 때, $a_n < 0$ 이고

$n \geq 6$ 일 때, $a_n > 0$ 이므로

$$\sum_{n=1}^{10} |a_n| = -\sum_{n=1}^5 a_n + \sum_{n=6}^{10} a_n = 150 \text{ (거짓)}$$

203) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 순환소수와 등비중항을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$\left(\frac{a}{90}\right)^2 = \frac{1}{9} \times \frac{9}{900}$$

$$a^2 = 9 \therefore a = 3$$

204) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 수열의 합과 일반항 사이의 관계를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$a_4 = S_4 - S_3$$

$$= (4^2 + 3 \cdot 4) - (3^2 + 3 \cdot 3) = 10$$

205) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 원리합계 문제 해결하기

$$10(1.005) + 10(1.005)^2 + \dots + 10(1.005)^{60}$$

$$= \frac{10(1.005)\{(1.005)^{60} - 1\}}{1.005 - 1} = 703.5 \text{ (만 원)}$$

그러므로 60개월 후의 원리합계는 703만 5천 원이다.

206) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 등차수열 합의 성질 이해하기

등차수열을 이루는 9개의 수의 합은

정답 및 해설

$$\frac{9(A+17C)}{2} = \frac{9(2B+10B)}{2} = 54B = 162$$

따라서 $B=3$

207) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 항 계산하기

$$a_2 = ar = 6 \text{ 이고, } a_5 = ar^4 = 162$$

$$a_5 \div a_2 = r^3 = 162 \div 6 = 27 \text{ 이므로 } r^3 = 27$$

따라서 $r=3$ 이므로 $a=2$

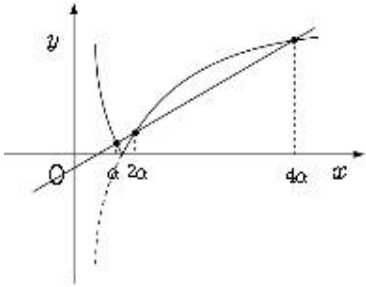
$$a_4 = ar^3 = 2 \times 3^3 = 54$$

208) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 등비수열을 이용한 수학 내적문제 해결하기

세 실근을 $\alpha, 2\alpha, 4\alpha$ 라 놓으면



$$-\log_2 \alpha = a\alpha + b \dots \text{ ①}$$

$$\log_2 2\alpha = 2a\alpha + b \dots \text{ ②}$$

$$\log_2 4\alpha = 4a\alpha + b \dots \text{ ③}$$

$$\text{① 식과 ②식을 더하면 } 3a\alpha + 2b = 1$$

$$\text{① 식과 ③식을 더하면 } 5a\alpha + 2b = 2$$

$$\text{따라서 } b = -\frac{1}{4}$$

209) 답 : 14

[해설]

[출제 의도] 등차수열을 이용한 수학 내적문제 해결하기

$$\text{근과 계수의 관계에 의해 } a+b+c = \frac{3b}{a} \dots \text{ ①}$$

$$ab+bc+ca = \frac{11c}{3a} \dots \text{ ②, } abc = 6 \dots \text{ ③}$$

또, a, b, c 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로 $2b = a+c \dots \text{ ④}$

$$\text{① 식과 ④식에 의해 } b=0 \text{ 또는 } a=1$$

$$b=0 \text{ 을 ③식에 대입하면 모순이므로 } a=1$$

$$a=1, b=1+d, c=1+2d \text{ 을 ③식에 대입하면}$$

$$d = -\frac{5}{2} \text{ 또는 } d=1$$

$$d = -\frac{5}{2} \text{ 을 ②식에 대입하면 모순이므로 } d=1$$

따라서 $a=1, b=2, c=3$ 이고

$$a^2 + b^2 + c^2 = 14$$

210) 답 : 32

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 공비 구하기

$$c_n = (3p^{n-1}) \cdot (-3q^{n-1}) = -9(pq)^{n-1} \text{ 이므로}$$

$\{c_n\}$ 은 첫째항 -9 , 공비 pq 인 등비수열이다.

$$c_5 = 4\sqrt{2}c_3 \text{ 이므로 } -9(pq)^4 = 4\sqrt{2}(-9)(pq)^2 \text{ 이다.}$$

$$(pq)^2 = 4\sqrt{2}$$

$$\therefore k = (pq)^4 = (4\sqrt{2})^2 = 32$$

211) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 성질을 이해하여 그 합을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$a_m + a_n = a_{m+n} \text{ 에서}$$

$$a + (m-1)d + a + (n-1)d = a + (m+n-1)d$$

$$a = d, a_n = an$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{n=1}^{10} an = 55a$$

212) 답 : 24

[해설]

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \text{ 이 등차중항이므로 } \frac{\sin \theta + \cos \theta}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{따라서 } \sin \theta \cdot \cos \theta = -\frac{1}{8}$$

$$(\text{준식}) = 3 \left| \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \right| = 3 \times 8 = 24$$

213) 답 : 42

[해설]

[출제 의도] 수열의 성질 이해하기

$$S_n = pn^2 + 2pn \text{ 에서 } a_n = S_n - S_{n-1} (n \geq 2) \text{ 이므로}$$

$$a_n = 2pn + p$$

$$a_5 = 10p + p = 11p = 22 \text{ 이므로 } p=2$$

$$a_{10} = 42$$

214) 답 : ②

[해설]

$$a_n = a_1 \cdot 2^{n-1}, a_{n+1} = a_1 \cdot 2^n$$

$$3a_{n+1} - a_n = a_1 \cdot 2^n - a_1 \cdot 2^{n-1} = 2^{n-1} \cdot a_1 (6-1)$$

$$5a_1 \cdot 2^{n-1} \therefore \text{공비는 } 2$$

215) 답 : 47

[해설]

[출제 의도] 등차중항을 이용하여 항의 값 구하기

$$a_1 + a_3 = 2a_2, a_4 + a_6 = 2a_5 \text{ 이므로,}$$

$$\text{준식은 } a_2 + a_5 = 17 \text{ 이다.}$$

$$2a_1 + 5d = 17 \text{ 에서 공차 } d=3$$

$$\therefore a_8 + a_9 = 2a_1 + 15d = 2 + 15 \times 3 = 47$$

216) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 일반항을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

첫째항이 1 이고 공차가 3 이므로 $a_n = 3n - 2$ 이다.

$$10 < a_n < 50, 10 < 3n - 2 < 50$$

정답 및 해설

$$4 < n < \frac{52}{3}$$

자연수인 n 은 5, 6, ..., 17의 13개이다.

217) [답] : 24

[해설]

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \text{ 이 등차중항이므로 } \frac{\sin\theta + \cos\theta}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{따라서 } \sin\theta \cdot \cos\theta = -\frac{1}{8}$$

$$(\text{준식}) = 3 \left| \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta \cdot \cos\theta} \right| = 3 \times 8 = 24$$

218) [답] : ②

[해설]

[출제 의도] 수열의 성질을 이용한 수학 내적문제 해결하기
세 실수 a, b, c 가 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$b^2 = ac,$$

$$\frac{1}{2} \log b = \frac{1}{2} \log a + \frac{1}{8} \log c \text{ 이므로}$$

$$a^4 c = b^4$$

따라서 $a^2 = c$ 이므로 $b = a\sqrt{a}$

$$\therefore \log_c ab = \frac{5}{4}$$

219) [답] : ⑤

[해설]

[출제 의도] 부분합으로 표시된 수열의 일반항 구하기

$$a_n = S_n - S_{n-1} \ (n \geq 2), \ a_1 = S_1 = 4 \text{ 이므로}$$

$$a_n = (2 \cdot 3^n - 2) - (2 \cdot 3^{n-1} - 2) = 4 \cdot 3^{n-1}$$

$$\therefore a_3 = 36$$

ㄱ. $\{a_n\}$ 은 첫째항이 4, 공비 3인 등비수열이다.

ㄴ. $\{\log_{10} a_n\}$ 은 첫째항이 $\{\log_{10} 4\}$, 공차가 $\{\log_{10} 3\}$ 인 등차수열이다.

220) [답] : ②

[해설]

이 사실을 알게 된 날을 첫째 날로 하여 드 브와브르가 깨어 있는 시간을 수열 $\{a_n\}$ 이라고 하면 a_n 은

$$a_1 = 10 \text{ (시간)이고 공차가 } -\frac{1}{4} \text{ (시간)인 등차수열이다.}$$

24시간 계속 수면하게 되는 날은 깨어 있는 시간이 0시간이므로

$$a_n = 10 - \frac{1}{4}(n-1) = 0$$

$$\therefore n = 41$$

$$\therefore \text{깨어있는 시간의 합은 } \frac{41(10+0)}{2} = 205 \text{ (시간)이다.}$$

221) [답] : ②

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 합을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

등비수열의 첫째항을 a , 공비를 r 라 하면

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4$$

$$= a(1 + r + r^2 + r^3 + r^4) = \frac{31}{2}$$

$$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 = a \cdot ar \cdot ar^2 \cdot ar^3 \cdot ar^4 = a^5 r^{10} = 32$$

$$\therefore ar^2 = 2$$

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} + \frac{1}{a_5}$$

$$= \frac{1}{a} + \frac{1}{ar} + \frac{1}{ar^2} + \frac{1}{ar^3} + \frac{1}{ar^4}$$

$$= \frac{1}{ar^4} (1 + r + r^2 + r^3 + r^4)$$

$$= \frac{a}{(ar^2)^2} (1 + r + r^2 + r^3 + r^4) = \frac{31}{8}$$

222) [답] : 27

[해설]

[출제 의도] 등비수열을 이용한 수학적외적문제 해결하기
수열 a, b, c 의 공비를 r 이라고 하면

$$b = ar, \ c = ar^2$$

그러므로 $3^a, 9^b, 27^c$ 은 $3^a, 9^{ar}, 27^{ar^2}$ 이고

두 수열의 공비가 같으므로

$$\frac{9^{ar}}{3^a} = \frac{27^{ar^2}}{9^{ar}} = r$$

$$\text{즉, } 3^{2ar-a} = 3^{3ar^2-2ar} = r \dots \text{ ①}$$

$$2ar - a = 3ar^2 - 2ar$$

$$a(3r^2 - 4r + 1) = 0$$

$$\therefore r = \frac{1}{3} \ (\because a > 0, r \neq 1) \dots \text{ ②}$$

②을 ①에 대입하면 $a = 3$

$$t_A = \frac{3^3}{3} = 9, \ t_B = \frac{9^1}{1} = 9, \ t_C = \frac{27^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}} = 9$$

$$\therefore t_A + t_B + t_C = 27$$

223) [답] : 60

[해설]

5개의 부채꼴의 넓이를 작은 것부터 차례로

$a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$ ($d > 0$)라 하면

5개의 부채꼴의 넓이의 합은 원의 넓이이므로

$$5a = 15^2 \pi$$

$$\therefore a = 45\pi$$

$$\text{또, 주어진 조건으로부터 } (a+2d) = 2(a-2d) \text{ 에서 } d = \frac{a}{6} = \frac{15\pi}{2}$$

따라서 가장 큰 부채꼴의 넓이는

$$a + 2d = 45\pi + 2 \cdot \frac{15}{2} \pi = 60\pi$$

$$\therefore k = 60$$

224) [답] : ④

[해설]

n 월 말에 통장에 남아있는 잔액을 a_n 이라 하면

$$a_1 = 1000 \times 1.005 - 50$$

정답 및 해설

$$\begin{aligned}
 a_2 &= a_1 \times 1.005 - 50 \\
 &= 1000 \times 1.005^2 - 50(1.005 + 1) \\
 a_3 &= a_2 \times 1.005 - 50 \\
 &= 1000 \times 1.005^3 - 50(1.005^2 + 1.005 + 1) \\
 &\vdots \\
 a_{12} &= a_{11} \times 1.005 - 50 \\
 &= 1000 \times 1.005^{12} - 50(1.005^{11} + \dots + 1.005 + 1) \\
 &= 444.7
 \end{aligned}$$

225) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 직선의 방정식과 등차수열에 관련된 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$l_1 : \frac{x}{a_1} + \frac{y}{b_1} = 1, l_2 : \frac{x}{a_2} + \frac{y}{b_2} = 1, l_3 : \frac{x}{a_3} + \frac{y}{b_3} = 1 \text{ 에서}$$

세 직선이 점 (2, 1)을 지나므로

$$\frac{1}{b_1} = 1 - \frac{2}{a_1}, \frac{1}{b_2} = 1 - \frac{2}{a_2}, \frac{1}{b_3} = 1 - \frac{2}{a_3}$$

이때 $\frac{1}{b_1}, \frac{1}{b_2}, \frac{1}{b_3}$ 가 등차수열을 이루므로

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{b_2} - \frac{1}{b_1} &= \frac{1}{b_3} - \frac{1}{b_2} \\
 \therefore \frac{2}{a_2} &= \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_3}
 \end{aligned}$$

226) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 일반항 구하기

첫째 항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$a_2 + a_4 = 810 \text{ 이므로}$$

$$ar + ar^3 = ar(1 + r^2) \dots \textcircled{1}$$

$$a_5 + a_7 = 30 \text{ 이므로}$$

$$ar^4 + ar^6 = ar^4(1 + r^2) \dots \textcircled{2}$$

① 을 ②를 나누면

$$\frac{ar^4(1+r^2)}{ar(1+r^2)} = \frac{30}{810} \Rightarrow r^3 = \frac{1}{27},$$

$$r = \frac{1}{3}$$

따라서 $a = 3^7$

$$a_{10} = 3^7 \left(\frac{1}{3}\right)^{10-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

227) 답 : 24

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 일반항 구하기

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$a_4 = ar^3 = 6 \dots \textcircled{1}$$

$$a_7 = ar^6 = 12 \dots \textcircled{2}$$

② ÷ ①을 하면 $\frac{ar^6}{ar^3} = \frac{12}{6}, r^3 = 2$

$$a_{10} = ar^9 = ar^3(r^3)^2 = a_4 \cdot 2^2$$

$$= 6 \times 4 = 24$$

228) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 일반항을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$a_n = 3 + (n-1)d = 3d \text{ 에서 } n = 4 - \frac{3}{d}$$

n, d 가 자연수이므로

$$d = 1, 3 \therefore 1 + 3 = 4$$

229) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 공차 구하기

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a

수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항을 b 라고 할 때,

$$\begin{aligned}
 3a_n + 5b_n &= 3a - 6(n-1) + 5b + 15(n-1) \\
 &= 3a + 5b + 9(n-1)
 \end{aligned}$$

\therefore 수열 $\{3a_n + 5b_n\}$ 의 공차는 9인 등차수열이다.

230) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등차중항과 등비중항의 성질 이해하기

$$1, a, b \text{가 등차수열이므로, } a = \frac{1+b}{2} \dots \textcircled{1}$$

$$a, 1, b \text{가 등비수열이므로, } ab = 1 \dots \textcircled{2}$$

①, ②에 의해서

$$a(2a-1) - 1 = 0$$

$$2a^2 - a - 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1 \text{ 또는 } a = -\frac{1}{2}, b = -2$$

a, b 는 서로 다른 두 실수이므로

$$a = -\frac{1}{2}, b = -2$$

$$\text{따라서, } a + b = -\frac{5}{2}$$

231) 답 : 196

[해설]

$$S_n = n^2 - 3n \text{ 이므로}$$

$$\text{구하는 값} = a_{100} = S_{100} - S_{99}$$

$$= 100^2 - 3 \cdot 100 - (99^2 - 3 \cdot 99)$$

$$= 100^2 - 99^2 - 3(100 - 99)$$

$$= (100 + 99)(100 - 99) - 3 = 196$$

232) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 합을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항이 3이고 공비가 2이므로

$$a_n = 3 \cdot 2^{n-1} \text{ 이고 } \frac{1}{a_n} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \text{ 이다.}$$

$$\therefore A = \sum_{k=1}^{10} a_k = \frac{3(2^{10}-1)}{2-1} = 3 \cdot (2^{10}-1)$$

정답 및 해설

$$\therefore B = \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k} = \frac{\frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{2^{10}}\right)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \left(\frac{2^{10}-1}{2^{10}}\right) = \frac{2^{10}-1}{3 \cdot 2^9}$$

$$\therefore \frac{A}{B} = 9 \cdot 2^9$$

233) **답** : 324

[해설]

[출제 의도] 등비중항과 근과 계수와의 관계를 이용하여 상수의 값 구하기

α, β 가 $x^2 - 3x + k = 0$ 의 두 실근이므로

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = k \text{이다.}$$

$\frac{\alpha}{\beta}, \alpha + \beta, \alpha\beta$ 가 등비수열을 이루므로

$$(\alpha + \beta)^2 = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \alpha\beta = \alpha^2 = 9$$

$$\text{따라서 } \begin{cases} \alpha = 3 \\ \beta = 0 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} \alpha = -3 \\ \beta = 6 \end{cases}$$

$$\alpha\beta \neq 0 \text{이므로 } \alpha = -3, \beta = 6$$

$$k = \alpha\beta = -18$$

$$\therefore k^2 = 324$$

234) **답** : ③

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 합 구하기

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 이라 하면

$$\frac{a_3 + a_4}{a_2 + a_3} = \frac{r^2 + r^3}{r + r^2} = r = 2 \text{이다.}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10} a_k = \frac{2^{10}-1}{2-1} = 1023$$

235) **답** : 17

[해설]

[출제 의도] 수열의 합과 일반항 사이의 관계 이해하기

$$a_{10} = S_{10} - S_9$$

$$= (100+1) - (81+1) = 19$$

$$a_1 = S_1 = 2$$

$$\therefore a_{10} - a_1 = 17$$

236) **답** : 33

[해설]

[출제 의도] 등차수열과 \sum 의 성질 이해하기

등차수열의 첫째 항을 a_1 , 공차를 d 라 하면

$$\sum_{k=1}^{50} a_{2k} - \sum_{k=1}^{50} a_{2k-1} = \sum_{k=1}^{50} (a_{2k} - a_{2k-1}) = \sum_{k=1}^{50} d = 50d = 150$$

$$\therefore d = 3 \text{이고 } a_3 = a_1 + 2d = 2a_1 \text{에서 } a_1 = 6$$

$$\text{따라서, } a_{10} = a_1 + 9d = 33$$

237) **답** : 240

[해설]

[출제 의도] 수열의 합 구하기

$$\begin{cases} a+2d=-2 \\ a+8d=46 \end{cases} \text{이므로 } a=-18, d=8 \text{이다.}$$

$$\text{구하는 값} = |a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_{10}|$$

$$= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} - 2(a_1 + a_2 + a_3)$$

$$= \frac{10\{(-18) \cdot 2 + (10-1)8\}}{2} - 2(-18 - 10 - 2)$$

$$= 240$$

238) **답** : 16

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 합에 관한 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$100n = 100 + 97 + \dots + \{100 - 3(n+8)\}$$

$$= \frac{(n+9)\{2 \cdot 100 + (-3)(n+8)\}}{2}$$

$$n^2 + 17n - 528 = 0 \Leftrightarrow (n+33)(n-16) = 0$$

$$n \text{은 자연수이므로 } n = 16$$

239) **답** : 108

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 일반항을 이용하여 항의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

첫째항을 a , 공비를 r 라 하면

$$\frac{a_6 a_{10}}{a_5} = \frac{ar^5 \times ar^9}{ar^4} = ar^{10} = a_{11} = 36$$

$$\therefore \frac{a_{11}}{a_7} = \frac{ar^{10}}{ar^6} = r^4 = \frac{36}{12} = 3$$

$$\therefore a_{15} = ar^{14} = ar^{10} \times r^4 = 36 \times 3 = 108$$

$$a_{15} = ar^{14} = ar^{10} \times r^4 = 36 \times 3 = 108$$

240) **답** : 315

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 합을 이용하여 선분의 길이의 합을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

x 좌표가 t 인 점에서 선분의 길이를 $f(t)$ 라 하면

선분의 길이는 두 직선의 y 의 값의 차이므로

$$f(t) = a(t-1) - t = at - a - t = (a-1)t - a$$

그러므로 주어진 14개의 선분의 길이는 등차수열을 이룬다.

$$\text{따라서 구하는 선분의 길이의 합은 } \frac{14(3+42)}{2} = 315$$

[참고]

일차함수 $f(x) = ax + b$ 에서 x 의 값들이 등차수열을 이루면 $f(x)$ 의 값들도 등차수열을 이룬다.

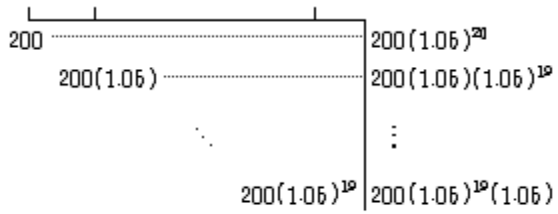
241) **답** : ②

[해설]

[출제 의도] 등비수열을 이용하여 원리합계 구하기

20년후

정답 및 해설



$$200(1.06)^{20} \cdot 20 = 4000 \cdot 2.66 = 10600 \text{ 만원}$$

$$200(1.05)^{20} \cdot 20 = 4000 \cdot 2.65 = 10600 \text{ 만원}$$

242) 답 : 37

[해설]

[출제 의도] 수열의 합과 일반항 사이의 관계 이해하기

$$S_n = 2n^2 - n \text{ 에서}$$

$$\therefore a_{10} = S_{10} - S_9 = 190 - 153 = 37$$

243) 답 : 669

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질을 이용하여 함수를 추론하고 함수값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$f_1(x) = \log_2 x$$

$$f_2(x) = f_1(x^2) + f_1(x) = \log_2 x^2 + \log_2 x$$

$$= 2\log_2 x + \log_2 x = 3\log_2 x$$

$$f_3(x) = f_2(x^2) + f_2(x) = 3\log_2 x^2 + 3\log_2 x$$

$$= 6\log_2 x + 3\log_2 x = 9\log_2 x$$

$$f_4(x) = f_3(x^2) + f_3(x) = 9\log_2 x^2 + 9\log_2 x$$

$$= 18\log_2 x + 9\log_2 x = 27\log_2 x$$

⋮

이상에서 $f_n(x) = 3^{n-1} \log_2 x$ 임을 알 수 있다.

$$a = f_{2007}(8) = 3^{2006} \log_2 8 = 3^{2007}$$

$$\log_{27} a = \log_{3^3} 3^{2007} = \frac{2007}{3} = 669$$

244) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 첫째항과 공차를 구하고 항의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_6 = a + 5d = 5 \cdots \textcircled{1}$$

$$a_{11} = a + 10d = 3 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 에서 } a = 7, d = -\frac{2}{5}$$

$$\therefore a_{21} = a + 20d = 7 + 20 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = -1$$

245) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 성질 추론하기

수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 첫째항을 각각 a_1, b_1 라 하면

$$a_n = a_1 \cdot 3^{n-1}, b_n = b_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \frac{a_n}{b_n} = \frac{a_1 \cdot 3^{n-1}}{b_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}} = \frac{a_1}{b_1} \cdot 6^{n-1} \text{ (참)}$$

$$\therefore \text{(반례)} a_n = 3^{n-1}, b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \text{ 이라 하면,}$$

수열 $\{a_n + 6b_n\}$ 의 첫째항은 7, 제 2항은 6.

제 3항은 $\frac{21}{2}$, ...은 등비수열이 아니다.(거짓)

$$\therefore a_{n+1} - 2a_n = a_1 \cdot 3^n - 2a_1 \cdot 3^{n-1}$$

$$= a_1 \cdot 3^{n-1}(3-2)$$

$$= a_1 \cdot 3^{n-1} \text{ (참)}$$

246) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 일반항을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$\therefore a_1 - a_2 = a_3 - a_4 = -d \text{ 이므로}$$

$$T_4 = (a_1 - a_2) + (a_3 - a_4) = -2d \text{ (거짓)}$$

$$\therefore a_3 - a_2 = a_5 - a_4 = d \text{ 이므로}$$

$$T_5 = a_1 + (-a_2 + a_3) + (-a_4 + a_5) = a_1 + 2d = a_3 \text{ (참)}$$

$$\therefore T_2 = -d, T_4 = -2d, T_6 = -3d, \dots \text{ 이므로}$$

수열 $\{T_{2n}\}$ 은 공차가 $-d$ 인 등차수열이다.(참)

247) 답 : 19

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 성질을 이용하여 수학외적 문제 해결하기

반지름의 길이가 a, c, b 순으로 등차수열을 이루고, $a : b : c = 3 : 1$ 이므로

$$a = 3k, b = k, c = 2k$$

높이는 $4k$

높이가 $2k$ 일 때의 커피잔 A 의 부피는

$$V_A = \frac{1}{3} \times \pi (2k)^2 \times 4k - \frac{1}{3} \times \pi k^2 \times 2k = \frac{14}{3} \pi k^3$$

커피잔 B 의 부피는 $V_B = \pi \times (2k)^2 \times 2k = 8\pi k^3$

$$\text{따라서 } \frac{V_A}{V_B} = \frac{7}{12} = \frac{q}{p}$$

$$\therefore p + q = 19$$

248) 답 : 13

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 합을 구하는 방법을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

(가)와(나)에서

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 26 \\ a_{n-3} + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n = 134 \end{cases} \text{ 이므로}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_{n-3} + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n = 160$$

$$4(a_1 + a_n) = 160$$

$$\therefore a_1 + a_n = 40$$

$$\text{한편, } S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = 260 \text{ 이므로 } \frac{40n}{2} = 260$$

$$\therefore n = 13$$

249) 답 : ①

정답 및 해설

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 일반항과 지수법칙을 활용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

케이크의 제 1단의 부피를 a 라 하고 각 단의 부피가 r 배씩 감소한다고 하면

$$\begin{cases} p = ar \\ q = ar^3 \end{cases} \text{이므로 } \frac{q}{p} = r^2$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{q}{p}}$$

따라서 케이크의 제 8단의 부피는

$$ar^7 = ar^3 \cdot r^4 = q \left(\sqrt{\frac{q}{p}} \right)^4 = \frac{q^3}{p^2}$$

250) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 일반항 구하기

첫째 항이 a_1 , 공비가 r 인 등비수열 a_n 이

$$a_1 a_3 = 4 \text{ 이므로}$$

$$a_1^2 r^2 = 4 \text{ 이고 } a_1 r = \pm 2 \dots \text{①}$$

$$a_2 + a_4 = 20 \text{ 에서 } a_1 r (1 + r^2) = 20 \dots \text{②}$$

$$\text{①, ②에 의해 } a_1 r = 2, r^2 = 9 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서, } a_6 = a_1 r^5 = a_1 r \cdot r^4 = 162$$

251) 답 : 10

[해설]

[출제 의도] 자연수의 양의 약수의 성질을 이용하여 로그값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$n = 2^3 \times 3^4 \text{의 양의 약수의 개수는 } (3+1)(4+1) = 20$$

이 20개의 약수를 작은 수부터 차례로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{20}$ 라 하면

$$a_1 a_{20} = n, a_2 a_{19} = n, \dots, a_{10} a_{11} = n$$

$$\therefore M = a_1 a_2 \dots a_{20} = n^{10}$$

$$\therefore \log_n M = \log_n n^{10} = 10$$

252) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 등차중항과 등비중항을 이용하여 이차 함수의 그래프를 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. a, b, c 가 이 순서로 등차수열을 이루므로

$$2b = a + c$$

$$\therefore f(1) = a + 2b + c = 2b + 2b = 4b \text{ (참)}$$

ㄴ. 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (2b)^2 - 4ac = (a+c)^2 - 4ac = (a-c)^2 > 0 (\because a \neq c)$$

따라서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른

두 점에서 만난다. (참)

ㄷ. a, b, c 가 이 순서로 등비수열을 이루므로

$$b^2 = ac \text{ 에서 } \frac{D}{4} = b^2 - ac = 0$$

따라서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축에 접한다. (거짓)

253) 답 : 100

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 성질을 이용하여 수학적 문제 해결하기

$$a + b = 100 \dots \text{①}$$

흘러 내린 물의 양을 M 이라 할 때 B, C, D 물의 양은 차례대로

$$M \left(\frac{a}{100} \right)^2 \left(\frac{b}{100} \right), M \left(\frac{a}{100} \right) \left(\frac{b}{100} \right)^2, M \left(\frac{a}{100} \right) \left(\frac{b}{100} \right)$$

B, C, D 가 등비수열을 이루므로

$$\left\{ \left(\frac{a}{100} \right) \left(\frac{b}{100} \right)^2 \right\}^2 = \left\{ \left(\frac{a}{100} \right)^2 \left(\frac{b}{100} \right) \right\} \left\{ \left(\frac{a}{100} \right) \left(\frac{b}{100} \right) \right\}$$

$$b^2 = 100a \dots \text{②}$$

①, ②에 의해

$$b = 50\sqrt{5} - 50$$

따라서 $p = 50, q = 50$

$$\therefore p + q = 100$$

254) 답 : ④

[해설]

첫째 해의 연봉: a 원

2년째 해의 연봉: $a(1+0.08)$ 원

3년째 해의 연봉: $a(1+0.08)^2$ 원

...

19년째 해의 연봉: $a(1+0.08)^{18}$ 원

20년째 해의 연봉: $\frac{2}{3}a(1+0.08)^{18}$

따라서 이 회사에 입사한 사람이 28년 동안 근무하여 받는 연봉의 총합은

$$\begin{aligned} & a + a \times 1.08 + a \times 1.08^2 + a \times 1.08^3 \\ & \quad + \dots + a \times 1.08^{17} + a \times 1.08^{18} + \frac{2}{3}a \times 1.08^{18} \times 9 \\ & = a + \frac{a \times 1.08(1.08^{18} - 1)}{1.08 - 1} + 6a \times 1.08^{18} \\ & = a + \frac{a \times 1.08(4 - 1)}{0.08} + 6a \times 4 \\ & = 25a + \frac{81}{2}a \\ & = \frac{131}{2}a \end{aligned}$$

255) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 합을 이용하여 실생활의 문제 해결하기

[해설] 월초에 100만원을 예금한 원리합계와 월말에 a 원씩

n 번 적립한 원리합계가 같아야 한다.

월초에 100만원을 예금한 원리합계는 $100(1.01)^n$

월말에 a 원씩 n 번 적립한 원리합계는

$$a + a(1.01) + a(1.01)^2 + \dots + a(1.01)^{n-1} = \frac{a(1.01^n - 1)}{1.01 - 1}$$

$$\therefore 100(1.01)^n = \frac{a(1.01^n - 1)}{1.01 - 1} \text{ 에서 } a = \frac{1.01^n}{1.01^n - 1} \text{ (만원)}$$

256) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 등차중항을 이용하여 관계식 찾기

정답 및 해설

$\triangle ABP, \triangle PQD, \triangle QBC$ 의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 이라 하면

$$S_1 = x, S_2 = \frac{1}{2}y(2-x), S_3 = 2-y$$

S_1, S_2, S_3 이 이 순서로 등차수열을 이루므로

$$2S_2 = S_1 + S_3$$

$$y(2-x) = x + (2-y)$$

$$y = \frac{-x-2}{x-3} = -\frac{5}{x-3} - 1 \quad (\text{단, } 0 < x < 2, 0 < y < 2)$$

257) 답 : 8

[해설]

[출제 의도] 등차중항의 정의와 근과 계수와의 관계를 이용하여 상수 구하기

[해설] 등차수열의 공차를 d 라 하면

삼차방정식의 세 근은 $a-d, a, a+d$ 이다.

근과 계수와의 관계를 이용하면

$$(a-d) + a + (a+d) = -3$$

$$(a-d)a + a(a+d) + (a-d)(a+d) = -6$$

$$(a-d)a(a+d) = k \text{에서}$$

$$a = -1, 3a^2 - d^2 = -6 \text{에서 } d = \pm 3, k = 8 \text{이다.}$$

258) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 합을 이용하여 공차 추론하기

[해설] (가): $8 + (8n-2)d$

(나): $(1-8k)d$

(다): 4

259) 답 : 33

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 성질을 이용하여 수학외적 문제 해결하기

7				7
9			6	9
1	4	3	2	점수:9
5	8	4	8	
8	6	5	3	점수:12

$$\therefore (\text{특점의 최댓값}) = 12 + 12 + 9 = 33$$

260) 답 : 175

[해설]

[출제 의도] 원리합계의 성질을 이용하여 실생활문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$A(1+r)^n = \frac{a[(1+r)^n - 1]}{r}$$

$$a = \frac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = \frac{500000\{\times 0.01(1+0.01)\}^{36}}{(1+0.01)^{36} - 1} = \frac{5000 \times 1.4}{0.4}$$

$$a = 17500$$

$$\therefore \frac{a}{100} = 175$$

261) 답 : 20

[해설]

[출제 의도] 등차수열과 등비수열의 뜻을 알고 문제 해결하기

$-8, x, y$ 는 등차수열이므로

$$2x = -8 + y \dots \text{①}$$

$x, y, 64$ 는 등비수열이므로

$$y^2 = 64x \dots \text{②}$$

① 과 ②을 연립하여 풀면 $x = 4, y = 16$

$$\therefore x + y = 20$$

262) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 규칙을 갖는 수들의 합을 Σ 를 이용하여 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

아래 표에서 k 번째 행의 수들의 합은

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

$$k + 2k + \dots + 9k = k(1 + 2 + \dots + 9) = 45k \text{이므로}$$

$$\text{곱셈표 전체의 수들의 총합은 } \sum_{k=1}^9 45k = 45 \sum_{k=1}^9 k = 45^2 \text{이다.}$$

곱셈표는 오른쪽 아래로 향하는 대각선을 중심으로 대칭이고 대각선에 있는 수들의 총합은

$$\sum_{k=1}^9 k^2 = \frac{9 \times 10 \times 19}{6} = 285 \text{이고 대각선 아래의 어두운 부분에 있는}$$

$$\text{수들의 총합은 } \frac{1}{2} \{(45^2 - 285)\} \text{이다.}$$

따라서 어두운 부분에 있는 수들의 총합은

$$870 + 285 = 1155 \text{이다.}$$

(다른 풀이) 어두운 부분의 제 k 번째 행에 있는 수들의 합은

$$k(1 + 2 + \dots + k) = \frac{k^3 + k^2}{2}$$

$$\text{따라서 구하는 합은 } \sum_{k=1}^9 \frac{k^3 + k^2}{2} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^9 (k^3 + k^2) = 1155$$

263) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 일반항을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$(a_1 + a_2)(a_3 + a_4) = (a_1 + a_1 + d)(a_1 + 2d + a_1 + 3d) = 12 \text{에서}$$

$$2a_1 + 5d = 4a_1 + 2d$$

$$\therefore 2a_1 = 3d$$

$$\therefore a_1 a_4 = a_1(a_1 + 3d) = a_1 3a_1 = 13$$

264) 답 : 19

[해설]

[출제 의도] 수열의 합에서 일반항 구하기

$$S_n = 2n^2 + n + 1 \text{에서}$$

정답 및 해설

$$a_n = S_n - S_{n-1} (n \geq 2), a_1 = S_1 \text{ 이므로}$$

$$a_n = \begin{cases} 4n-1, & (n \geq 2) \\ 4, & (n=1) \end{cases}$$

$$\therefore a_5 = 19$$

265) 답 : 7

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 뜻을 알고 문제 해결하기

첫째항이 10, 공차가 7인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 일반항은

$$a_n = 7n + 3 \text{ 이므로}$$

제 k 번째항은 $7k + 3$ 이다.

$$7k + 3 > 50 \text{ 에서}$$

$$k > 6.71 \times \times$$

$$\therefore k = 7$$

266) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 등차수열을 이용하여 문제 해결하기

[해설] 세 개의 항 a_3, b_2, c_{12} 가 일렬로 놓여 있을 때

a_3, b_2, c_{12} 를 기준으로 시계방향 순서대로 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ 을 배열하면

아래 표와 같다.

a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_1	a_2
b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_1
c_{12}	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	c_{11}
d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}

각 열의 합을 차례로 d_1, d_2, \dots, d_{12} 라 할 때,

d_2 부터 d_{10} 까지는 첫째항이 47이고 공차가 3인 등차수열이므로

최솟값은 $d_2 = 47$ 이다.

또한, d_1, d_{11}, d_{12} 는 등차수열이 아니므로

d_1, d_{11}, d_{12} 의 값을 구하면 $d_1 = 20, d_{11} = 50, d_{12} = 17$ 이다.

따라서, 일렬로 놓인 세 개의 항 a_i, b_j, c_k 의 합 $a_i + b_j + c_k$ 의 최솟값은 17

267) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 일반항과 합을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

이 볼록다각형의 꼭짓점의 수를 n 이라 하면

이 볼록다각형의 내각의 크기는

$63, 63 + 18, \dots, 63 + 18(n-1)$ 이고, 이들의 합은

$$\frac{n\{2 \times 63 + 18(n-1)\}}{2} = n\{63 + 9(n-1)\}$$

한편, 볼록 n 각형의 내각의 총합은 $(n-2) \times 180^\circ$ 이므로

$$180(n-2) = n\{63 + 9(n-1)\}, n=4 \text{ 또는 } n=10$$

$n=10$ 일 때, 최대각의 크기는 $63^\circ + 9 \times 18^\circ > 180^\circ$

이것은 볼록다각형이라는 사실에 모순이다.

따라서 $n=4$ 일 때, 최대각은 $63^\circ + 3 \times 18^\circ = 117^\circ$

268) 답 : 25

[해설]

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$a_1 = a, a_5 = ar^2, a_4 = ar^3, a_6 = ar^5 \text{ 이고}$$

$$a_1 a_6 = 25 a_5 \text{ 이므로}$$

$$a^2 r^6 = 25 a r^2, ar^3 = 25 \therefore a_4 = 25$$

269) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 합과 일반항의 관계를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$\frac{a_{10} - a_9}{S_{10} - S_8} + \frac{S_5 - S_3}{a_5 - a_4} = \frac{a_{10} - a_9}{a_{10} + a_9} + \frac{a_5 + a_4}{a_5 - a_4}$$

$$= \frac{\frac{a_{10}}{a_9} - 1}{\frac{a_{10}}{a_9} + 1} + \frac{\frac{a_5}{a_4} + 1}{\frac{a_5}{a_4} - 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} + \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= \frac{(\sqrt{3} - 1)^2 + (\sqrt{3} + 1)^2}{2} = 4$$

270) 답 : 216

[해설]

[출제 의도] 등차수열과 등비수열의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

공비를 r 라 하면 $B = 12r, E = 12r^2, 96 = 12r^3$ 이므로

$$r = 2 \text{ 이고 } B = 24, E = 48 \text{ 이다.}$$

또, B 와 E 는 각각 A 와 C, D 와 F 의 등차중항이므로

$$A + C = 2B, D + F = 2E \text{ 이다.}$$

따라서 $A + B + C + D + E + F$

$$= (A + C) + B + (D + F) + E$$

$$= 2B + B + 2E + E$$

$$= 3(B + E) = 3 \times 72 = 216$$

271) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 상용로그의 뜻을 알고 이를 활용하기

$$a_n = S_n - S_{n-1} = 5^n - 5^{n-1}$$

$$= 4 \cdot 5^{n-1} (n \geq 2) \text{ 이므로 } a_{21} = 4 \cdot 5^{20}$$

$$\log_{10}(4 \cdot 5^{20})$$

$$= 20 - 18 \times 0.3010 = 14.5820$$

$$\therefore 15 \text{ 자리 정수}$$

272) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 나머지정리를 이용하여 등비수열의 합을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$x^{10} + x^9 + \dots + x + 1 = (x-1)f(x) + 11 \text{ 이고}$$

$$f(x) \text{ 를 } x-2 \text{ 로 나눈 나머지는 } f(2) \text{ 이다.}$$

$$\therefore 2^{10} + 2^9 + \dots + 2 + 1 = f(2) + 11$$

$$\therefore f(2) = \frac{2^{11} - 1}{2 - 1} - 11 = 2^{11} - 12$$

273) 답 : ①

[해설]

정답 및 해설

t은 [출제 의도] 등차중항과 등비중항을 이용하여 계산하기

$$\frac{a^2}{2} = \frac{2+b}{2} \Rightarrow a^2 = 2+b \dots \textcircled{1}$$

$$b^2 = (a+2) \cdot 1 \Rightarrow b^2 = a+2 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{에서 } a+b = -1$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{에서 } a^2 + b^2 = 4 + a + b = 3$$

274) 답 : 81

[해설]

[출제 의도] 수열의 규칙성을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$w+1+1=1 \text{에서 } w=-1$$

$$z+w+1=1 \text{에서 } z=-w=1$$

$$y+z+w=1 \text{에서 } y=1$$

$$x+y+z=w \text{에서 } x=-3$$

$$\therefore x^4 = 81$$

275) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질을 이해하기

100의 모든 양의 약수의 집합은

$$\{1, 2, 2^2, 5, 2 \times 5, 2^2 \times 5, 5^2, 2 \times 5^2, 2^2 \times 5^2\} \text{이다.}$$

$$\log_{10} a_1 + \log_{10} a_2 + \dots + \log_{10} a_9$$

$$= \log_{10} (a_1 \times a_2 \times \dots \times a_9) = \log_{10} 10^9 = 9$$

276) 답 : 80

[해설]

$$a_1 = -10, a_7 = -10 + 6d$$

$$S_7 = \frac{7\{2 \cdot (-10) + 6d\}}{2}, a_7 = S_7 \text{에서 } d=4$$

$$S_{10} = \frac{10\{2 \cdot (-10) + 9 \cdot 4\}}{2} = 80$$

277) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 등비수열을 활용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

공비를 r라 하면

$$a+b+c = a+ar+ar^2 = \frac{7}{2} \text{에서}$$

$$a(1+r+r^2) = \frac{7}{2} \dots \textcircled{1}$$

$$\text{또, } abc = a \cdot ar \cdot ar^2 = 1 \text{에서}$$

$$a^3 r^3 = (ar)^3 = 1 \text{이고}$$

$$a, r \text{는 실수이므로 } ar = 1 \dots \textcircled{2}$$

①, ②에서

$$\frac{1+r+r^2}{r} = \frac{7}{2}, 2r^2+2r+2=7r, 2r^2-5r+2=0$$

$$(r-2)(2r-1)=0 \therefore r=2 \text{ 또는 } r=\frac{1}{2}$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } a = \frac{1}{2} \text{ 또는 } a=2$$

따라서 세 수는 2, 1, $\frac{1}{2}$ 이다.

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 2^2 + 1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{21}{4}$$

[다른 풀이] $b^2 = ac$ 이므로 ④에서 $b^3 = 1 \therefore b=1$

$b=1$ 이므로 $ac=1$ 이고, ②에서 $a+c = \frac{5}{2}$ 이므로

$$ab+bc = \frac{5}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) = \frac{21}{4}$$

278) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 합을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

주어진 수열의 항의 개수를 n이라 하면 공차가 $\frac{1}{7}$ 인 등차수열이므로

$$30 + (n-1)\frac{1}{7} = 50$$

$$\therefore n = 141$$

따라서 이 수열의 합은 $\frac{141(30+50)}{2} = 5640$

279) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 수열의 극한

$$a_1 = S_1 = 1$$

$$a_n = S_n - S_{n-1} (n \geq 2)$$

$$= (2n^2 - n) - \{2(n-1)^2 - (n-1)\}$$

$$= (2n^2 - n) - (2n^2 - 5n + 3)$$

$$= 4n - 3$$

$$\therefore a_n = 4n - 3 (n \geq 1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n}{S_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - 3n}{2n^2 - n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 - \frac{3}{n}}{2 - \frac{1}{n}} = \frac{4}{2} = 2$$

280) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 뜻을 알고 문제 해결하기

직각삼각형의 세 변의 길이를 a, a+d, a+2d라 놓으면

$$a > d > 0 \text{이고}$$

$$(a+2d)^2 = a^2 + (a+d)^2 \text{에서 } a=3d (\because a > 0)$$

따라서 직각삼각형의 세 변의 길이는 3d, 4d, 5d이다.

$$\text{이때, } 12d = 132 \text{이므로 } d = 11 \text{이다.}$$

$$\therefore \text{직각삼각형의 빗변의 길이는 } 55$$

281) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 등차중항을 이용하여 각의 크기 구하기

접선 l과 선분 AB가 이루는 예각의 크기가 18이므로

$$\angle AOC = 36 \text{이다.}$$

$$\angle OAC = \alpha, \angle ACO = \beta \text{라 하면,}$$

$$\alpha + \beta = 144 \text{이고, 가장 긴 변이 선분 OA이므로}$$

정답 및 해설

가장 큰 각은 β 이다.

(i) $36, \alpha, \beta$ 의 순서로 등차수열을 이루는 경우

$$2\alpha = \beta + 36 = (144 - \alpha) + 36 = 180 - \alpha$$

$$\therefore \alpha = 60, \beta = 84$$

(ii) $\alpha, 36, \beta$ 의 순서로 등차수열을 이루는 경우

$$\alpha + \beta = 72 \text{가 되므로 모순이다.}$$

(i), (ii)에 의해 $\beta = 84$

282) [답] : 15

[해설]

[출제 의도] 로그를 이용하여 실생활에서의 문제 해결하기

상환할 금액이 a 원

1월에 상환하고 남은 금액: $0.9a$

2월에 상환하고 남은 금액: $0.90.8a$

3월에 상환하고 남은 금액: $(0.9)^2.8a$

4월에 상환하고 남은 금액: $(0.9)^3(0.8)^2a$

⋮

홀수달 s 개월, 짝수달 t 개월 만에 상환한다면

$$0.9^s 0.8^t a \leq \frac{1}{10} a$$

양변에 로그에 취하면

$$s \log 0.9 + t \log 0.8 \leq \frac{\log 1}{10}$$

$$-0.04s - 0.1t \leq -1$$

$$4s + 10t \geq 100 (s=t \text{ 또는 } s=t+1)$$

$$\therefore s=8, t=7$$

$$\therefore s+t=15$$

$$\therefore n=15$$

283) [답] : 375

[해설]

[출제 의도] 등차수열을 이용하여 실생활에 관련된 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

선미가 매일 푸는 문제수는 공차가 d 인 등차수열이므로

$$x = 15 + (15+d) + (15+2d) + \dots + (15+8d) + 24$$

$$= 30 + (30+d) + (30+2d) + \dots + (30+6d) + 39$$

$$\text{즉, } \frac{9(15+15+8d)}{2} + 24 = \frac{7(30+30+6d)}{2} + 39$$

$$9(15+4d) + 24 = 7(30+3d) + 39 \text{에서}$$

$$15d = 90 \therefore d = 6$$

따라서 수학 책의 문제수는

$$x = 9(15+4d) + 24 = 9(15+4 \cdot 6) + 24 = 375$$

284) [답] : 729

[해설]

[출제 의도] 등차수열과 등비수열의 일반항 비교하기

빨간색이 칠해진 부분에 쓰여진 수: $(4n-3)$ 꼴

파란색이 칠해진 부분에 쓰여진 수: (3^m) 꼴

빨간색과 파란색이 겹쳐 칠해지는 부분에 쓰여진 수

$$:(9^k) \text{꼴이므로 } 9, 81, 729 \text{ (단, } k, m, n \text{은 자연수)}$$

$$\therefore \text{가장 큰 수는 } 729$$

285) [답] : ⑤

[해설]

공차가 3인 등차수열의 일반항은

$$a_n = 3n + b \text{ (단, } b \text{는 상수)}$$

∴ $3a_n = 9n + 3b$ 이므로 공차가 9인 등차수열 ∴ 참

∴ $a_{2n-1} = 3(2n-1) + b = 6n - 3 + b$ 이므로 공차가 6인 등차수열

∴ 참

∴ $2a_{2n} - a_{2n-1} = 2(3 \cdot 2n + b) - \{3(2n-1) + b\}$

$$6n + 3 + b \text{이므로 공차가 6인 등차수열 ∴ 참}$$

286) [답] : ②

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 첫째항 구하기

등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 + a_2 = \frac{5}{8} \text{에서, } a_1 + a_1 r = \frac{5}{8}$$

$$a_1 a_2 a_3 = \frac{1}{8} \text{에서 } (a_1 r)^3 = \frac{1}{8}$$

$$\text{즉 } a_2 = a_1 r = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a_1 = \frac{5}{8} - \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

287) [답] : ④

[해설]

[출제 의도] 규칙을 이해하여 문제 해결하기

4	1	a	
b			4
3	c		
		4	d

→

4	1	3	2
2	3	1	4
3	4	2	1
1	2	4	3

$$a=3, b=2, c=4, d=3$$

$$\therefore a+b+c+d=12$$

288) [답] : ⑤

[해설]

[출제 의도] 등차수열에서 증명 완성하기

임의의 자연수 n 에 대하여 $a_n > 0$ 이고,

$\sum_{k=1}^n a_k^3 = \left(\sum_{k=1}^n a_k\right)^2$ 이면 $a_n = n$ 임을 증명하는 과정이다.

임의의 자연수 n 에 대하여 $a_n > 0$ 이고

$$\sum_{k=1}^n a_k^3 = \left(\sum_{k=1}^n a_k\right)^2 \text{이므로}$$

$$a_{k+1}^3 = \sum_{i=1}^{k+1} a_i^3 - \sum_{i=1}^k a_i^3$$

$$= \left(\sum_{i=1}^{k+1} a_i\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^k a_i\right)^2$$

$$= \left(\sum_{i=1}^{k+1} a_i - \sum_{i=1}^k a_i\right) \left(\sum_{i=1}^{k+1} a_i + \sum_{i=1}^k a_i\right)$$

$$= a_{k+1} \left(a_{k+1} + 2\sum_{i=1}^k a_i\right)$$

정답 및 해설

$$\therefore a_{k+1}^2 = a_{k+1} + 2 \sum_{i=1}^k a_i \dots$$

$$\text{즉, } a_k^2 = a_k + 2 \sum_{i=1}^{k-1} a_i \dots$$

① 과 ②에서 $a_{k+1}^2 - a_k^2 = a_{k+1} + a_k$

$$a_{k+1} - a_k = 1$$

$\sum_{k=1}^n a_k^3 = \left(\sum_{k=1}^n a_k \right)^2$ 에서 $n=1$ 을 대입하여 정리하면

$a_1 = 1$ 이므로 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 1 이고 공차가 1 인 등차수열이다.

$$\therefore a_n = n$$

289) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 뜻을 알고 문제 해결하기

$$a_n = 3 \cdot 9^{n-1} = 3^{2n-1} \text{ 이므로}$$

$$3^{2n-1} = 3^{b_n} \text{ 에서 } b_n = 2n-1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore b_{10} = 19$$

290) 답 : ④

[해설]

수열

삼각형 ABC의 넓이는 $[3(a+d)]$ 이므로

$$\begin{aligned} a : [3(a+d)] &= \triangle APQ : \triangle ABC \\ &= \frac{1}{2} \overline{AP} \cdot \overline{AQ} \sin A : \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{AC} \sin A \\ &= \overline{AP} \cdot \overline{AQ} : \overline{AB} \cdot \overline{AC} \end{aligned}$$

이때, $\overline{AP} = \frac{2}{3} \overline{AB}$ 이므로

$$a : 3(a+d) = \frac{2}{3} \overline{AB} \cdot \overline{AQ} : \overline{AB} \cdot \overline{AC}$$

$$a \overline{AC} = \frac{2}{3} \cdot 3(a+d) \overline{AQ}$$

$$\therefore \frac{\overline{AQ}}{\overline{AC}} = \frac{a}{2(a+d)}$$

$$\therefore \frac{\overline{CQ}}{\overline{AQ}} = \frac{\overline{AC} - \overline{AQ}}{\overline{AQ}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AQ}} - 1$$

$$= \frac{2(a+d)}{a} - 1 = \frac{a+2d}{a}$$

291) 답 : ④

[해설]

$\overline{PQ} = x, \overline{QR} = y, \overline{RC} = z$ 라 하면

x, y, z 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$2y = x + z \dots ①$$

$\overline{PQ} // \overline{AC}$ 이고 $\overline{AB} // \overline{RQ}$ 이므로

$$x + z = 40 \dots ②$$

$$x + z = 40 \dots ②$$

$\triangle ABC \sim \triangle RQC$ 이므로

$$2y = 3z \dots ③$$

①, ②, ③을 연립하여 풀면 x, y, z 를 구할 수 있다.

따라서 사각형 $APQR$ 의 둘레의 길이는 $\frac{280}{3}$ 이다.

292) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 등차중항을 이용하여 직선의 기울기를 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 A 의 좌표를 $(-1, 0)$ 이라 놓고 풀어도 일반성을 잃지 않는다.

직선 AB 의 기울기를 m 이라 하면,

점 B 의 좌표는 $(0, m)$, 점 C 의 좌표는 $(m^2, 0)$,

점 D 의 좌표는 $(0, -m^3)$, 점 E 의 좌표는 $(-m^4, 0)$ 이다.

그런데 $\overline{AO}, \overline{OC}, \overline{EA}$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$2\overline{OC} = \overline{AO} + \overline{EA} \text{ 즉, } 2m^2 = 1 + (m^4 - 1)$$

$$\text{따라서 } m^4 = 2m^2 \text{ 에서 } m > 0 \text{ 이므로 } m = \sqrt{2}$$

293) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 합에서 등차수열의 일반항 구하기

$$a_n = S_n - S_{n-1} \text{ 에서 } a_n = 2An - A + B = 4n + 4 (n \geq 2)$$

$$a_1 = A + B = 8, S_1 = A + B + C \text{ 에서 } a_1 = S_1 \text{ 이므로}$$

$$C = 0$$

$$\therefore A + B - C = 8$$

294) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 수열의 일반항과 합 사이의 관계를 이해하고 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\sum_{k=1}^n a_k = S_n = 2n^2 \text{ 이므로}$$

$$a_n = S_n - S_{n-1} = 2n^2 - 2(n-1)^2 = 4n - 2 (n \geq 2)$$

$$\text{이때, } a_1 = 2 = S_1 \text{ 이므로 } a_n = 4n - 2 (n \geq 1)$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10} a_{2k} = \sum_{k=1}^{10} (8k - 2)$$

$$= 8 \times \frac{10(10+1)}{2} - 2 \times 10 = 420$$

295) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 원리합계를 이용하여 실생활 문제 해결하기

$$\text{대출금 상환총액은 } 100 \times 1.01^{12} = 112.5 \text{ (만원)}$$

월 상환액을 a 라 할 때,

$$1\text{년 간 납부한 금액의 총액은 } \frac{a(1.01^{12} - 1)}{1.01 - 1} = 12.5a \text{ (만원) 이다}$$

296) 답 : 51

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 뜻을 이해하기

6개의 수 a, b, c, d, e, f 를 표와 같이 넣고, 등차중항을 이용하여 수를 구할 수 있다.

정답 및 해설

3	a	7
b	c	d
e	11	f

$$\therefore a=5, b=6, c=8, d=10, e=9, f=13$$

$$\therefore a+b+c+d+e+f=51$$

[정답] 51

297) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 일반항을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$S_n = \frac{3^n - 1}{2}, S_n + p = \frac{3^n - 1}{2} + p = \frac{3}{2} \cdot 3^{n-1} + \frac{2p-1}{2}$$

$$\text{그런데 } S_n + p \text{가 등비수열이므로 } \frac{2p-1}{2} = 0$$

$$\therefore p = \frac{1}{2}$$

298) 답 : 200

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 뜻을 알고 합 구하기

첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_6 + a_{11} + a_{15} + a_{20} = 4a + 48d = 32$$

$$\therefore a = 8 - 12d$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{25} = \frac{25\{2(8-12d) + (25-1)d\}}{2} = 200$$

[정답] 200

299) 답 : 968

[해설]

[출제 의도] 등차수열의 합에 관한 이해력을 측정한다.

$a + (a+2) + \dots + (b-2) + b$ 는 항이 22개인 등차수열의 합이므로

$$22^3 = \frac{22(a+b)}{2}$$

$$\therefore a+b = 2 \times 22^2 = 968$$

300) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 등비수열의 항의 값을 계산할 수 있는지를 묻는 문제이다.

등비수열의 첫째항을 a , 공비를 r 라 하면

$$a \cdot a_3 \cdot a_8 = a \cdot ar^2 \cdot ar^7 = a^3 r^9 = (ar^3)^3 \text{이므로}$$

$$(ar^3)^3 = 64 = 4^3$$

$$\therefore a_4 = ar^3 = 4$$