

II.함수

2.유리함수와 무리함수

중단원 기출문제

[난이도 : ★★☆☆] [2018 학년도 대수능]

1 좌표평면에서 곡선 $y = \frac{1}{2x-8} + 3$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인

영역의 내부에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 점의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

[난이도 : ★★☆☆] [2017 학년도 대수능]

2 좌표평면에서 함수 $y = \frac{3}{x-5} + k$ 의 그래프가 직선 $y = x$ 에

대하여 대칭일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2005 학년도 대수능]

3 [공통] $x = \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{3}{x - \frac{x-1}{x+1}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}+1$ ② $2(\sqrt{2}+1)$ ③ $3(\sqrt{2}+1)$
- ④ $4(\sqrt{2}+1)$ ⑤ $5(\sqrt{2}+1)$

[난이도 : ★☆☆] [2005 학년도 대수능]

4 [문과] $x + \frac{2}{y} = 1$ 일 때, $xy - y$ 의 값을 구하시오. [2점]

[난이도 : ★☆☆] [2004 학년도 대수능]

5 $3x = 2y$ 일 때, $\frac{x^2+y^2}{(x+y)^2}$ 의 값은?(단, $xy \neq 0$) [2점]

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{9}{25}$
- ④ $\frac{11}{25}$ ⑤ $\frac{13}{25}$

[난이도 : ★☆☆] [2002 학년도 대수능]

6 분수함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프가 $y = ax$ 에 대하여 대칭이 되는 상수

a 의 값을 모두 구하면? [3점]

- ① -5, 5 ② -4, 4 ③ -3, 3
- ④ -2, 2 ⑤ -1, 1

[난이도 : ★☆☆] [2001 학년도 대수능]

7 [공통] 고대 인도의 수학자 바스카라는 다음과 같은 식을 사용하였다.

$$\sqrt{a+\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{b}}{2}} + \sqrt{\frac{a-\sqrt{b}}{2}}$$

() 안에 알맞은 것은?(단, $a \geq b \geq 1$) [2점]

- ① b ② $a^2 - b$ ③ $a^2 + b$
- ④ $a + b$ ⑤ $a - b$

[난이도 : ★☆☆] [1999 학년도 대수능]

8 [공통] $\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}$ 의 값은?

- ① -2 ② $-\sqrt{3}$ ③ 1
- ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

[난이도 : ★☆☆] [1998 학년도 대수능]

9 [공통] $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은? [2점]

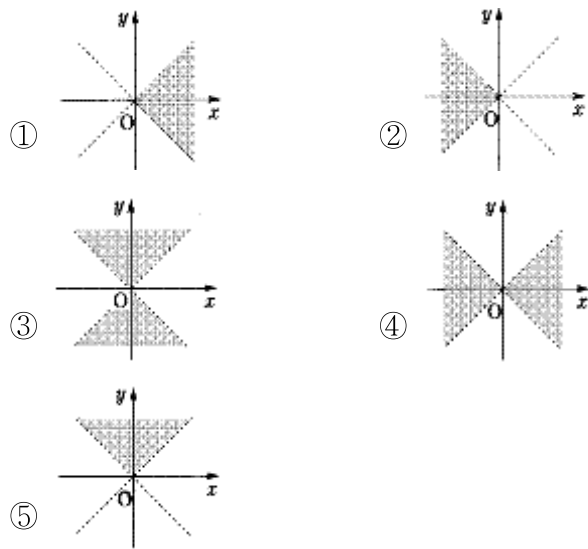
- ① 75 ② 125 ③ 900
- ④ 1000 ⑤ 1225

[난이도 : ★★★] [1996 학년도 대수능]

10 [공통] x 와 y 는 $(x+y)(x-y) \neq 0$ 인 실수이고,

$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = -\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}}$ 가 성립할 때, 점 (x, y) 가 존재하는 영역을

좌표평면 위에 검게 나타내면?(단, 점선은 제외)



[난이도 : ★☆☆] [2018년 6월 모의평가]

11 함수 $y = \frac{3x+1}{x-1}$ 의 그래프의 점근선은 두 직선 $x = a,$

$y = b$ 이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2018년 6월 모의평가]

12 함수 $y = \sqrt{2(x+3)}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 m 만큼

평행이동하였더니 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프와 일치하였다. 상수 m 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

[난이도 : ★★★] [2016년 6월 모의평가]

13 함수 $y = a\sqrt{x} + 4$ 의 그래프를 x 축의 양의 방향으로 m 만큼,

y 축의 양의 방향으로 n 만큼 평행이동 하였더니 함수

$y = \sqrt{9x-18}$ 의 그래프와 일치하였다. $a+m+n$ 의 값은?(단 a, m, n 은 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★★] [2016년 6월 모의평가]

14 함수 $f(x) = \frac{2x-3}{x-5}$ 의 그래프의 점근선은 두 직선

$x = p, y = q$ 이다. 두 상수 p, q 의 곱 pq 의 값을 구하시오.

[4점]

[난이도 : ★★★] [2005년 6월 모의평가]

15 정의역이 $\{x | -1 < x < 1\}$ 일 때, 함수 $y = \frac{\log\{2001+x\}}{1-x}$ 의

치역은? [4점]

- ① $\{y | y > 1\}$ ② $\{y | y > 2\}$ ③ $\{y | y > 3\}$
- ④ $\{y | y > 4\}$ ⑤ 실수 전체의 집합

[난이도 : ★★☆☆] [2018년 4월 학력평가]

16 함수 $y = \frac{3x+2}{x-2}$ 의 그래프의 점근선은 두 직선 $x = m,$

$y = n$ 이다. 두 상수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆☆] [2018년 3월 학력평가]

17 함수 $y = \frac{1}{x+3} + 8$ 의 그래프의 점근선은 두 직선 $x = a,$

$y = b$ 이다. $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

[난이도 : ★★☆☆] [2018년 4월 학력평가]

18 함수 $y = \sqrt{x+k}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 그래프가 점 $(0, 4)$ 를 지날 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆☆] [2016년 3월 학력평가]

19 유리함수 $y = \frac{5}{x-p} + 2$ 의 그래프가 제3사분면을 지나지

않도록 하는 정수 p 의 최솟값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

[난이도 : ★★☆☆] [2016년 7월 학력평가]

20 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$$f(x) = \sqrt{x+1}$$

$$g(x) = \frac{p}{x-1} + q \quad (p > 0, q > 0)$$

이다. 두 집합 $A = \{f(x) \mid -1 \leq x \leq 0\}$ 과

$B = \{g(x) \mid -1 \leq x \leq 0\}$ 이

서로 같을 때, 두 상수 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값은? [3점]

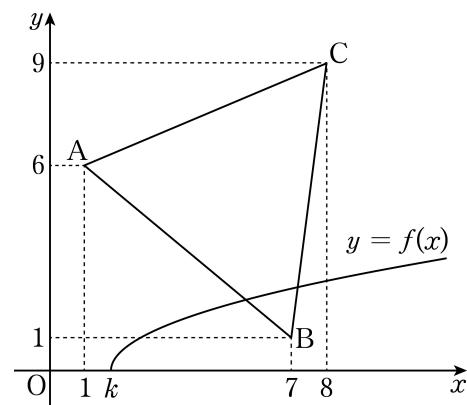
- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆☆] [2016년 3월 학력평가]

21 무리함수 $f(x) = \sqrt{x-k}$ 에 대하여 좌표평면에 곡선

$y = f(x)$ 와 세 점 $A(1, 6), B(7, 1), C(8, 9)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다.

곡선 $y = f(x)$ 와 함수 $f(x)$ 의 역함수의 그래프가 삼각형 ABC 와 만나도록 하는 실수 k 의 최댓값은? [4점]



- ① 6 ② 5 ③ 4
- ④ 3 ⑤ 2

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 9월 학력평가]

22 임의의 양수 a, b 에 대하여 $\frac{1}{a+\sqrt{ab}} + \frac{1}{b+\sqrt{ab}}$ 을 간단히 하면? [3점]

- ① $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ ② $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ ③ \sqrt{ab}
- ④ $\frac{1}{\sqrt{ab}}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 11월 학력평가]

23 두 유리수 p, q 에 대하여

$\frac{p}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}} + \frac{q}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} = 10+2\sqrt{2}$ 가 성립할 때, $2p-q$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 9월 학력평가]

24 $\begin{cases} x = \sqrt{7+4\sqrt{3}} \\ y = \sqrt{7-\sqrt{48}} \end{cases}$ 일 때, $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ② $\sqrt{3}-1$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 9월 학력평가]

25 어느 도시의 연합 동아리 회장 후보에 갑, 을 두 사람만 출마하였다. A 학교 학생들에게는 갑과 을이 3:1의 비율로 득표하였고, B 학교 학생들에게는 갑, 을은 3:5의 비율로 득표하였다. A 학교와 B 학교의 학생들의 투표자 수의 비가 5:4라고 할 때, A와 B 두 학교를 합한 전체 투표자 수에 대한 갑, 을이 얻은 득표수의 비는?(단, 무효표는 없고, 1인 1표로 한다.) [4점]

- ① 3:1 ② 2:1 ③ 5:3
- ④ 7:5 ⑤ 4:3

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 10월 학력평가]

26 분수식 $\frac{1}{(x-2)(x-1)} + \frac{2}{(x-1)(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ 을 간단히 하면 $\frac{c}{(x+a)(x+b)}$ 이다. 이때 $a+b+c$ 의 값은?(단, a, b, c 는 상수이다.) [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 11월 학력평가]

27 어느 학교에서 2011년과 2012년에 각각 구입한 책상 수와 의자 수의 비는 표와 같다.

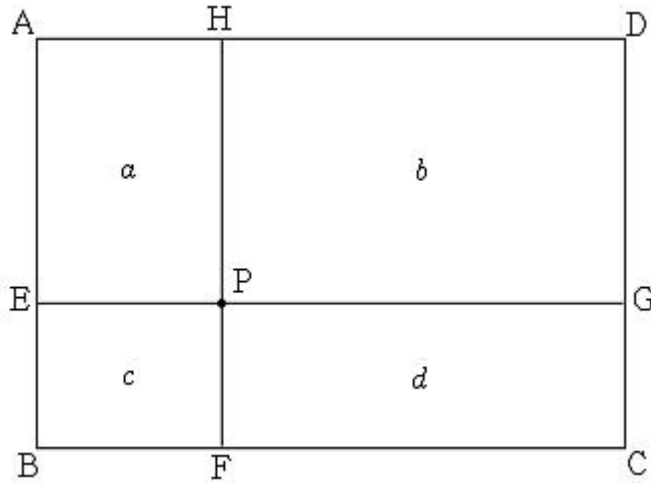
구분	(책상 수) : (의자 수)
2011년	1 : 2
2012년	5 : 4

2011년과 2012년 2년 동안 구입한 책상 수와 의자 수의 비가 8:7이다.

2011년과 2012년 2년 동안 구입한 책상 수와 의자 수의 합이 100보다 크고 150보다 작을 때, 2012년에 구입한 책상 수와 의자 수의 합을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★★] [2012년 10월 학력평가]

28 그림과 같이 직사각형 ABCD의 내부의 한 점 P를 지나고 각 변에 평행한 두 직선이 직사각형의 네 변과 만나는 점을 각각 E, F, G, H라 하자. 직사각형 AEPH, HPGD, EBFP, PFCG의 넓이를 각각 a, b, c, d라 할 때, 항상 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

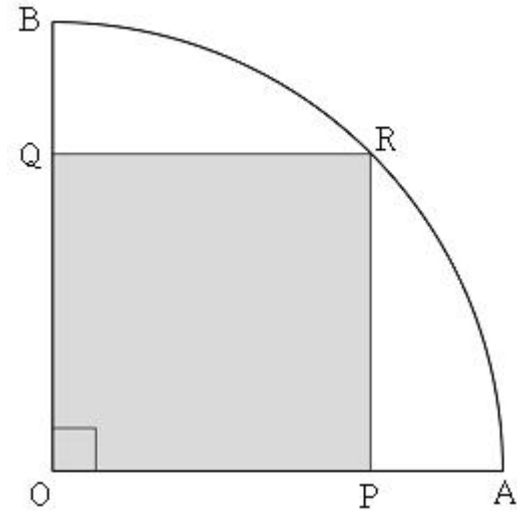


[보기]
ㄱ. $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$
ㄴ. $\frac{c+d}{a+b} = \frac{b+d}{a+c}$
ㄷ. 임의의 양의 실수 k에 대하여 $\frac{b+d}{a+c} = \frac{b+kd}{a+kc}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2012년 10월 학력평가]

29 그림과 같이 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 OAB가 있다. 두 선분 OA, OB 위에 각각 점 P, Q를 잡고 호 AB 위에 점 R를 잡아 정사각형 OPRQ를 만든다. 이 정사각형의 넓이가 $4-2\sqrt{3}$ 일 때, 호 AB의 길이는? [4점]



- ① $\frac{\sqrt{6}-2}{4}\pi$ ② $\frac{\sqrt{6}-2}{2}\pi$ ③ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\pi$
 ④ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\pi$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}-1}{2}\pi$

[난이도 : ★★★] [2012년 9월 학력평가]

30 상품 판매량의 변화에 의하여 광고의 실제 효과를 측정하는 “광고 효과법”에 의하면 광고를 한 후의 평균 판매량을 A , 광고하기 전의 평균 판매량을 B , 상품의 단가를 W , 광고에 든 비용을 P 라 할 때, 광고 효익(1원의 광고비를 내고 실제 얻은 수입) R 는 다음과 같다.

$$R = \frac{(A - B)W}{P}$$

1차 광고 전 평균 판매량이 a 인 어느 상품에 대하여, 이 상품의 단가는 변화시키지 않고 광고에 든 비용만을 조정하였을 때, 광고 후 평균 판매량은 표와 같았다.

	광고에 든 비용	광고 후 평균 판매량
1차 광고	p	$2a$
2차 광고	1차 광고에 든 비용보다 $x\%$ 증가시킨 금액	$4a$
3차 광고	2차 광고에 든 비용보다 $x\%$ 증가시킨 금액	$10a$

이 상품의 1차 광고 후 평균 판매량의 변화에 의한 광고 효익을 R_1 , 2차 광고 후 평균 판매량과 비교하여 3차 광고 후 평균

판매량의 변화에 의한 광고 효익을 R_3 라 하자. $\frac{R_1}{R_3} = \frac{2}{3}$ 일 때,

양수 x 의 값은? [4점]

- ① 75 ② 100 ③ 125
- ④ 150 ⑤ 200

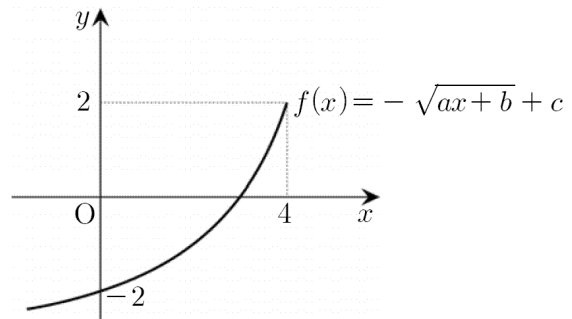
[난이도 : ★☆☆] [2011년 10월 학력평가]

31 $\sqrt{11 - 2\sqrt{18}}$ 을 간단히 하면? [2점]

- ① $3 - \sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$
- ③ $\sqrt{7} - 2$ ④ $\sqrt{6} - \sqrt{5}$
- ⑤ $\sqrt{6} - \sqrt{3}$

[난이도 : ★☆☆] [2011년 3월 학력평가]

32 함수 $f(x) = -\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $f(-5)$ 의 값은?(단, a, b, c 는 상수이다.) [3점]

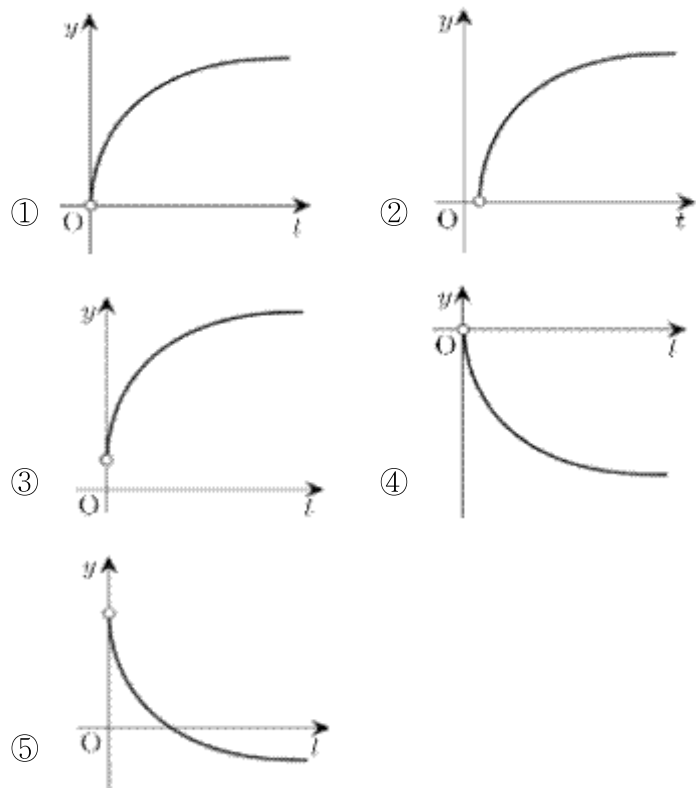


- ① -7 ② -6 ③ -5
- ④ -4 ⑤ -3

[난이도 : ★★★] [2011년 3월 학력평가]

33 수직선 위에 두 점 $A(-2), B(4)$ 가 있다. 선분 AB 를

$1:t(t > 0)$ 로 내분하는 점 P 의 좌표를 $f(t)$ 라 할 때, 함수 $y = f(t)$ 의 그래프를 좌표평면 위에 나타낸 것은? [3점]



[난이도 : ★★★] [2011년 3월 학력평가]

34 등식 $\sqrt{x-y+1}\sqrt{x^2+y^2-2} = -\sqrt{(x-y+1)(x^2+y^2-2)}$ 를 만족하는 두 실수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 를 좌표평면 위에 모두 나타낸 영역을 D 라 하자.

이때, 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?[4점]

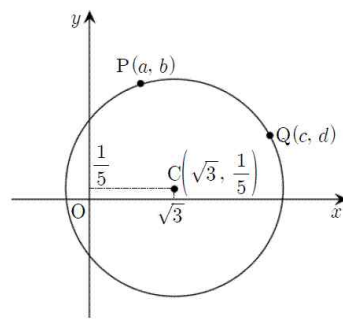
[보기]
ㄱ. $(-1, 1) \in D$
ㄴ. $(a, b) \in D$ 이면 $(-b, -a) \in D$
ㄷ. $(a, b) \in D$ 이면 $a^2 + b^2$ 의 최솟값은 $\frac{1}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2011년 3월 학력평가]

35 다음은 좌표평면 위의 점 $C(\sqrt{3}, \frac{1}{5})$ 을 중심으로 하고, x 좌표, y 좌표가 모두 정수인 점 P 를 지나는 원을 그리면 이 원 위의 점들 중에는 x 좌표, y 좌표가 모두 정수인 점이 P 외에 존재하지 않음을 증명한 것이다.

원 위에 점 $P(a, b)$ (a, b 는 정수)가 아닌 다른 점 $Q(c, d)$ (c, d 는 정수)가 존재한다고 가정하자.



$\overline{CP} = \overline{CQ}$ 이므로

$$\sqrt{(a - \sqrt{3})^2 + (b - \frac{1}{5})^2} = \sqrt{(c - \sqrt{3})^2 + (d - \frac{1}{5})^2}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$a^2 - c^2 + b^2 - d^2 - \frac{2}{5}(b - d) = [(\ast)] \dots \textcircled{1}$$

① 에서 좌변은 [ㄴ]이므로 $a - c = 0$

$$\therefore b^2 - d^2 - \frac{2}{5}(b - d) = 0 \dots \textcircled{2}$$

② 에서 b, d 는 정수이므로 [ㄷ]

따라서 이 원 위의 점들 중에는 x 좌표, y 좌표가 모두 정수인 점이 P 외에 존재하지 않는다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[4점]

- ① $\sqrt{3}(a - c)$ 유리수, $b + d = 5$
 ② $\sqrt{3}(a - c)$ 무리수, $b + d = 5$
 ③ $2\sqrt{3}(a - c)$ 유리수, $b + d = 5$
 ④ $2\sqrt{3}(a - c)$ 무리수, $b - d = 0$
 ⑤ $2\sqrt{3}(a - c)$ 유리수, $b - d = 0$

[난이도 : ★☆☆] [2010년 3월 학력평가]

36 $\sqrt{5+2\sqrt{6}} \times \sqrt{5-2\sqrt{6}}$ 의 값은?[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2010년 11월 학력평가]

37 $\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}$ 의 값은?[2점]

- ① $2\sqrt{3}$ ② 4 ③ $3\sqrt{3}$
- ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ 8

[난이도 : ★☆☆] [2010년 6월 학력평가]

38 $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{a^2-2a+1} + \sqrt{a^2}$ 을 간단히 하면?[2점]

- ① $-2a+1$ ② $2a-1$ ③ a
- ④ -1 ⑤ 1

[난이도 : ★☆☆] [2010년 3월 학력평가]

39 다음 식의 분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수 x 에 대하여

$$\frac{1 - \frac{1}{x+1}}{1 + \frac{1}{x-1}} = \frac{px+q}{x+1}$$

이 성립할 때, 상수 p, q 의 합 $p+q$ 의

값은?[3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

[난이도 : ★☆☆] [2010년 6월 학력평가]

40 $a = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$ 일 때, $\frac{1}{a-[a]} = m+n\sqrt{2}$ (m, n 은

유리수)이다.

$m+n$ 의 값은?(단, $[a]$ 는 a 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2010년 3월 학력평가]

41 다음의 값을 구하시오.[3점]

$$\frac{2010^2 - 2002 \times 2018}{2011^2 - 2009 \times 2013}$$

[난이도 : ★☆☆] [2010년 9월 학력평가]

42 $x = \sqrt{11-\sqrt{96}}$ 일 때, $(x+\sqrt{3})^2$ 의 값은?[3점]

- ① 9 ② 8 ③ 7
- ④ 6 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2010년 9월 학력평가]

43 유리수 a, b 에 대하여 $\frac{a}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{\sqrt{3}+1}}}} = 2\sqrt{3}+b$ 일

때, $a+b$ 의 값은?[3점]

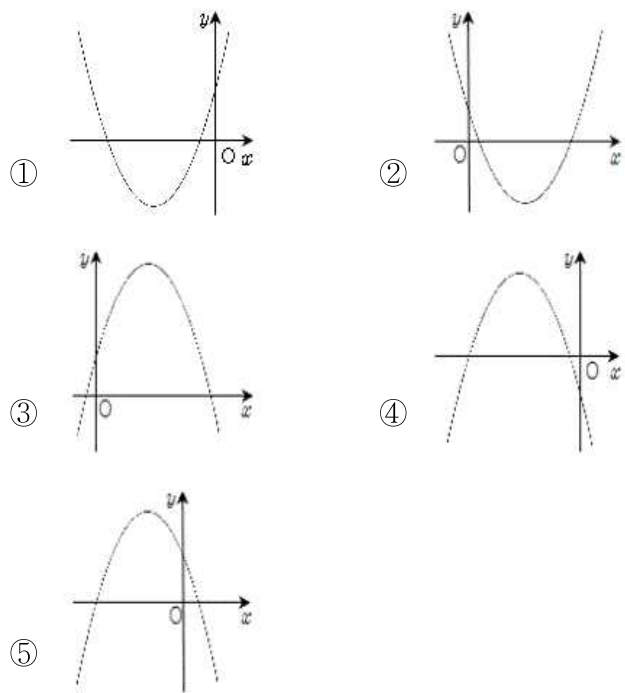
- ① 2 ② 1 ③ 0
- ④ -1 ⑤ -2

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 6월 학력평가]

44 0이 아닌 세 실수 a, b, c 가 다음 조건을 만족한다.

(가) $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$
 (나) $\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{c}{b}}$

이때, 이차 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 될 수 있는 것은? [3점]



[난이도 : ★★☆☆] [2010년 4월 학력평가]

45 [공통] 0이 아닌 세 실수 a, b, c 가 $\frac{a+b}{4} = \frac{b+c}{7} = \frac{c+a}{9}$ 를

만족시킬 때, $\{(2^a \times 2^b)\}^{\frac{1}{c}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt[3]{2}$ ② $\sqrt[3]{2}$ ③ $\sqrt[3]{4}$
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 6월 학력평가]

46 두 함수 $\begin{cases} y = \sqrt{2kx} \\ y = x+1-k \end{cases}$ 의 그래프가 만나지 않기 위한 실수 k 의 범위는? [3점]

- ① $-\frac{2}{3} < k < 0$ ② $-\frac{1}{3} < k < \frac{1}{3}$
 ③ $0 < k < \frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{3} < k < 1$
 ⑤ $\frac{2}{3} < k < \frac{4}{3}$

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 10월 학력평가]

47 유리수 a, b 에 대하여 $\frac{a}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{\sqrt{3}+1}}}} = 2\sqrt{3} + b$ 일

때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 1 ③ 0
 ④ -1 ⑤ -2

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 6월 학력평가]

48 $\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{5}$ 일 때, $\frac{xy-yz-zx}{x^2+y^2+z^2}$ 의 값은? (단, $xyz \neq 0$) [3점]

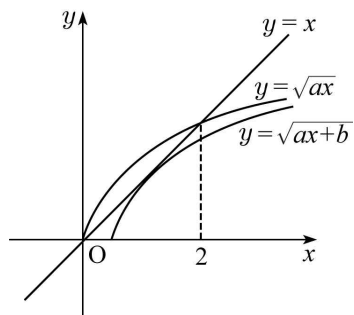
- ① $-\frac{9}{14}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{14}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{9}{14}$

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 3월 학력평가]

- 49** 양의 실수 x 에 대하여 x 의 정수부분을 $\langle x \rangle$, x 의 소수부분을 $\langle\langle x \rangle\rangle$ 라고 하자. 예를 들어 $\langle 5.2 \rangle = 5$, $\langle\langle 5.2 \rangle\rangle = 0.2$ 이다.
- $\langle 4 + \sqrt{2} \rangle + \frac{2}{\langle\langle 4 - \sqrt{2} \rangle\rangle} = a + b\sqrt{2}$ 일 때, 두 자연수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?(단, 소수부분은 0 이상 1 미만이다.)[3점]
- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 3월 학력평가]

- 50** 그림과 같이 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 가 만나는 한 점의 x 좌표가 2이다. 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 그래프가 직선 $y = x$ 에 접할 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?[4점]



- ① -4 ② -2 ③ -1
 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 10월 학력평가]

- 51** 두 양수 p, q 에 대하여 $\log_4 p = \log_{10} 2q = \log_{25} (p+3q)$ 가 성립할 때, $\frac{q}{p}$ 의 값은?[4점]
- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 6월 학력평가]

- 52** 부등식 $\frac{1}{4} < \frac{n}{m} < \frac{2}{7}$ 를 만족시키는 분수 $\frac{n}{m}$ (m, n 은 서로소인 자연수)에 대하여, m 이 최소일 때 $m+n$ 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 10월 학력평가]

- 53** 갑과 을이 같은 직선 주로를 같은 방향으로 달리는 시합을 하기로 하였다.

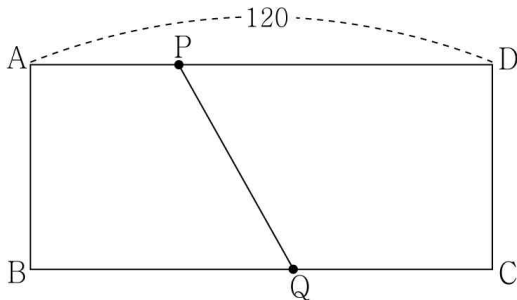
을의 속력은 갑의 속력의 p 배이고 갑과 을은 일정한 속력으로 달린다고 한다.

갑이 을보다 $q(m)$ 만큼 앞서서 출발할 때, 을이 갑을 따라 잡을 때까지 을이 달린 거리 (m)를 p, q 를 이용하여 나타낸 식으로 항상 옳은 것은?[4점]

- ① $\frac{2p}{p+q}$ ② $\frac{2q}{p+q}$ ③ $\frac{pq}{p-1}$
 ④ $\frac{p+q}{p-1}$ ⑤ $\frac{p+q}{p+1}$

[난이도 : ★★★] [2010년 9월 학력평가]

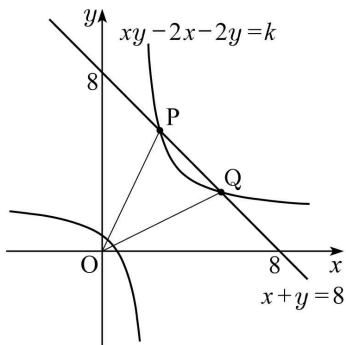
54 그림과 같이 $\overline{AD}=120$ 인 직사각형 $ABCD$ 가 있다. 점 P 는 A 에서 출발하여 D 방향으로 매초 a^2 만큼, 점 Q 는 C 에서 출발하여 B 방향으로 매초 $5a$ 만큼 이동한다. 점 P, Q 가 동시에 출발하여 5초 후 사다리꼴 $PABQ$ 와 사다리꼴 $PQCD$ 의 넓이의 비가 5:7이 되도록 상수 a 의 값을 정할 때, 모든 a 의 값의 합은?(단, $0 < a < 4.8$)[4점]



- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

[난이도 : ★★★] [2010년 3월 학력평가]

55 그림과 같이 도형 $xy-2x-2y=k$ 가 직선 $x+y=8$ 과 만나는 두 점을 P, Q 라 하자. 두 점 P, Q 의 x 좌표의 곱이 14일 때 $\overline{OP} \times \overline{OQ}$ 의 값을 구하시오.(단, $k < 0$)[4점]



[난이도 : ★★★] [2010년 9월 학력평가]

56 한 변의 길이가 4인 정사각형 $ABCD$ 가 있다.

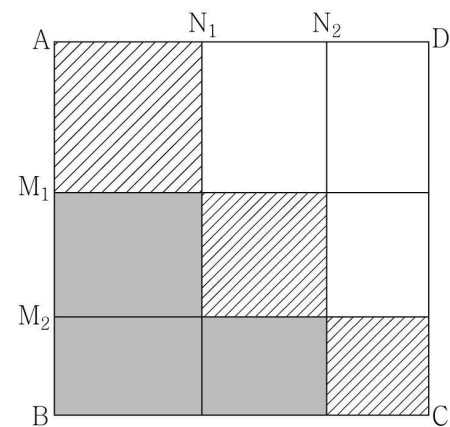
그림과 같이 선분 AB 와 선분 AD 위에

$$\overline{AM_1} : \overline{M_1M_2} : \overline{M_2B} = \overline{AN_1} : \overline{N_1N_2} : \overline{N_2D}$$

$(\overline{AM_1} > \overline{M_1M_2} > \overline{M_2B})$ 가 되도록 점 M_1, M_2 와 점 N_1, N_2 를 잡는다.

정사각형 $ABCD$ 의 내부에 점 M_1, M_2 에서 선분 AD 에 평행하도록 선분을 그리고, 점 N_1, N_2 에서 선분 AB 에 평행하도록 선분을 그린다.

빛금 친 부분의 넓이를 S_1 , 어두운 부분의 넓이를 S_2 라 하자.



$\overline{AM_1} \cdot \overline{M_2B} = 1$, $S_1 : S_2 = 2 : 1$ 이다. 선분 M_1M_2 의 길이를 m 이라 할 때, $10m$ 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ☆☆☆] [2009년 3월 학력평가]

57 $x=5\sqrt{2}$, $y=2\sqrt{5}$ 일 때, $(2x+y)(2x-y)$ 의 값은?[2점]

- ① 100 ② 120 ③ 140
- ④ 160 ⑤ 180

[난이도 : ★☆☆] [2009년 3월 학력평가]

58 $\sqrt{8+\sqrt{60}} + \sqrt{8-\sqrt{60}}$ 의 값은?[2점]

- ① 2 ② $2\sqrt{3}$ ③ 4
- ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2009년 3월 학력평가]

59 $\frac{5}{37}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 2009 번째 자리의 숫자는?[3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

[난이도 : ★☆☆] [2009년 3월 학력평가]

60 다음은 $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72}$ 의 값을 구하는 과정이다.

처음 두 수를 다음과 같이 변형하면

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{5 \times 6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$$

위와 같은 방법으로 변형하여 계산하면

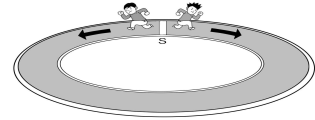
$$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} = [\quad]$$

위의 []안에 들어갈 값으로 알맞은 것은?[3점]

- ① $\frac{3}{28}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{8}$
- ④ $\frac{5}{36}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

[난이도 : ★☆☆] [2009년 3월 학력평가]

61 갑과 을은 그림과 같은 트랙의 S지점에서 서로 반대방향으로 동시에 출발하였다. 출발 후 갑이 160m를 달리고 난 지점에서 처음으로 서로 만났고, 을이 S지점까지 50m를 남겨 놓은 지점에서 두 번째로 만났다. 두 사람의 속력이 각각 일정하다고 할 때, 이 트랙의 길이는 am이다. a의 값을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★☆☆] [2009년 11월 학력평가]

62 유리함수 $y = \frac{3x+5}{x-1}$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?[3점]

[보기]
ㄱ. 점근선의 방정식은 $x=1, y=3$ 이다. ㄴ. 그래프는 제 3사분면을 지난다. ㄷ. 그래프는 직선 $y=x+3$ 에 대하여 대칭이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★☆☆] [2009년 3월 학력평가]

63 $\sqrt{\frac{504}{n}}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 n의 최솟값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 11월 학력평가]

64 $x \neq -1, x \neq -3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$\frac{x}{1 + \frac{2}{x+1}} = x + a + \frac{b}{x+3}$$

가 성립할 때, $a+b$ 의 값을

구하시오.(단, a, b 는 상수이다.)[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 5월 학력평가]

65 유리함수 $y = \frac{-3x+7}{x-2}$ 의 그래프는 두 직선 $y = ax+b$ 와

$y = cx+d$ 에 대하여 각각 대칭이다. 이때, $a+b+c+d$ 의 값은?[3점]

- ① -6 ② -3 ③ 0
- ④ 3 ⑤ 6

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 3월 학력평가]

66 두 함수 $f(x) = \sqrt{x+4}-3, g(x) = \sqrt{-x+4}+3$ 의 그래프와 두 직선 $x=-4, x=4$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 6월 학력평가]

67 함수 $y = \sqrt{|x|+1}$ 이 최솟값을 갖는 점을 A 라 하고 이 함수와 직선 $y=3$ 과의 두 교점을 각각 B, C 라 할 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하시오.[4점]

[난이도 : ★☆☆☆] [2008년 10월 학력평가]

68 유리식 $\left(1 - \frac{1}{x}\right) \times \frac{2x}{1-x}$ 를 간단히 하면?[2점]

- ① -2 ② -1 ③ x
- ④ $\frac{1}{x}$ ⑤ $\frac{1}{x^2}$

[난이도 : ★☆☆☆] [2008년 6월 학력평가]

69 $\sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}$ 을 간단히 하면?[2점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$
- ④ 4 ⑤ $2\sqrt{5}$

[난이도 : ★☆☆☆] [2008년 12월 학력평가]

70 $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} + \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ 의 값은?[2점]

- ① 3 ② 4 ③ $2(\sqrt{2}+1)$
- ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 6

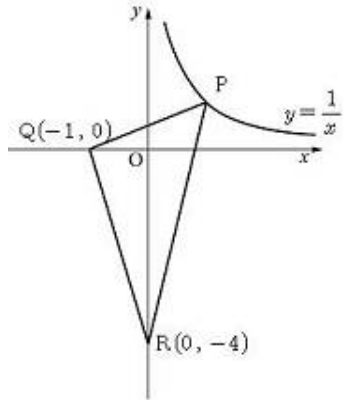
[난이도 : ★☆☆☆] [2008년 3월 학력평가]

71 $(-\sqrt{3})^2 - \sqrt{49} + \sqrt{(-3)^2}$ 의 값은?[2점]

- ① -3 ② -1 ③ 1
- ④ 3 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2008년 6월 학력평가]

72 [공통]유리함수 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 위의 임의의 점 P 와 점 $Q(-1, 0)$, $R(0, -4)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이의 최솟값은?[3점]



- ① 4 ② 6 ③ 8
- ④ 10 ⑤ 12

[난이도 : ★☆☆] [2008년 3월 학력평가]

73 $\sqrt{3.45} = 1.857$, $\sqrt{34.5} = 5.874$ 일 때 $\sqrt{0.345}$ 의 근삿값은?[2점]

- ① 0.01857 ② 0.1857 ③ 0.005874
- ④ 0.05874 ⑤ 0.5874

[난이도 : ★☆☆] [2008년 11월 학력평가]

74 유리수 x, y 에 대하여 $(1 + \sqrt{2})x - (1 - \sqrt{2})y + 1 = 0$ 이 성립할 때, xy 의 값은?[2점]

- ① $-\frac{5}{8}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{3}{8}$
- ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{8}$

[난이도 : ★☆☆] [2008년 11월 학력평가]

75 실수 x 가 $\frac{\sqrt{x+1}}{(x-1)} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$ 을 만족할 때, $\sqrt{(x-1)^2+4x} - \sqrt{(x+1)^2-4x}$ 를 간단히 하면?[3점]

- ① 2 ② $2x$ ③ $-2x$
- ④ $2x+2$ ⑤ $-2x+2$

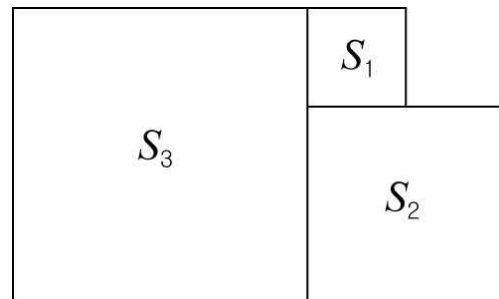
[난이도 : ★☆☆] [2008년 9월 학력평가]

76 $\sqrt{12-2\sqrt{35}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$ 를 만족시키는 두 유리수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

77 세 정사각형 S_1, S_2, S_3 을 그림과 같이 겹치지 않게 빈틈없이 붙여 놓았다.

S_1 의 넓이가 $6-4\sqrt{2}$ 이고, S_2 의 넓이가 $3+2\sqrt{2}$ 일 때, S_3 의 넓이는?[3점]



- ① 8 ② 9 ③ 10
- ④ 11 ⑤ 12

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 9월 학력평가]

78 $x = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{3\sqrt{7}-1}}}$ 일 때, x^2 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

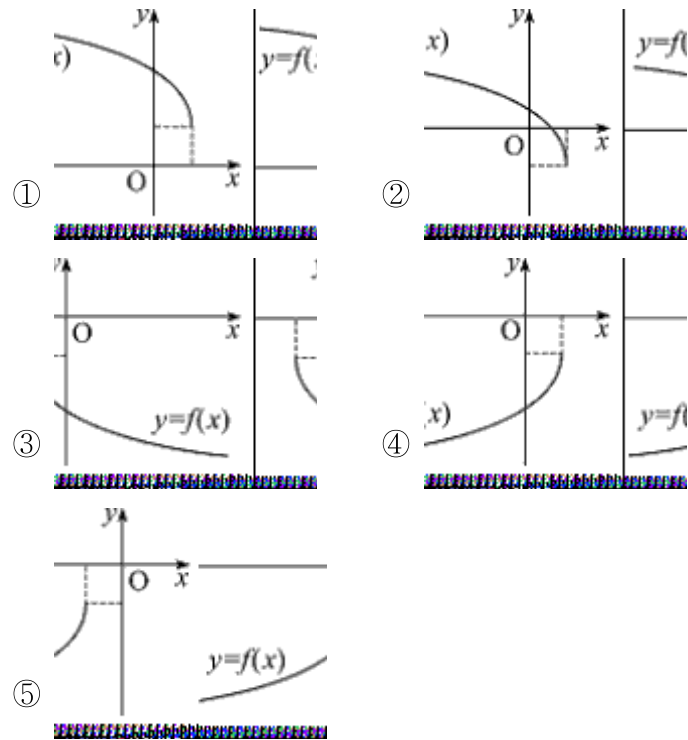
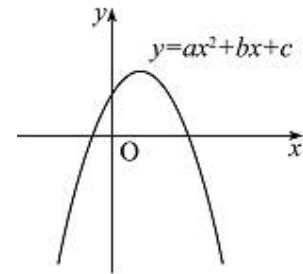
79 [공통]점 P(1, 1)을 지나는 함수 $y = \frac{ax-b}{x-3}$ 의 그래프가 $y=3$ 을 점근선으로 갖는다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하시오.(단, a, b 는 실수이다.)[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 11월 학력평가]

80 0이 아닌 세 실수 x, y, z 에 대하여 $3x-4y+5z=0, x-3y+5z=0$ 일 때, $\frac{3x+5y-5z}{x+y+z}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 0월 학력평가]

81 이차 함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 무리함수 $f(x)=a\sqrt{-x+b}-c$ 의 그래프의 개형은?(단, a, b, c 는 상수이다.)[3점]



[난이도 : ★★☆☆] [2008년 6월 학력평가]

82 $x=99$ 일 때, $\frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 6월 학력평가]

83 0이 아닌 실수 a, b 가 $\frac{a-b}{b} = \frac{b-a}{a}$ 를 만족할 때, $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 의 값 α, β 에 대하여 $4(\alpha^2 + \beta^2)$ 의 값을 구하시오.[3점]

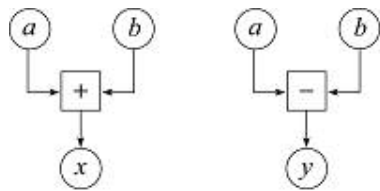
[난이도 : ★★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

84 $x + \frac{1}{x} = 4$ 일 때, $\frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.[3점]

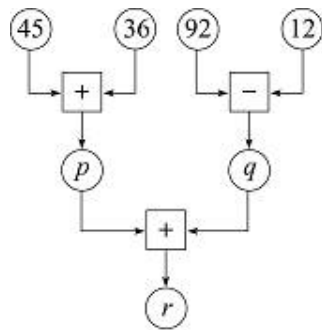
[난이도 : ★★☆☆] [2008년 0월 학력평가]

85 다음과 같은 두 연산 장치 \oplus, \ominus 가 있다.

연산 장치 \oplus 에 두 양수 a, b 가 입력될 때 출력되는 수 x 는 $x = \sqrt{a+b}$ 이고, 연산 장치 \ominus 에 두 양수 $a, b(a \geq b)$ 가 입력될 때 출력되는 수 y 는 $y = \sqrt{a-b}$ 이다.



위의 두 연산 장치를 결합하여 아래 그림과 같이 만든 연산 장치에서 출력되는 r 의 값은? [3점]



- ① $3+2\sqrt{2}$ ② $2+\sqrt{5}$ ③ $2+\sqrt{3}$
- ④ $3-\sqrt{5}$ ⑤ $3-2\sqrt{2}$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 6월 학력평가]

86 질량 $m(kg)$, 속력 $v_0(m/s)$ 인 물체에 이 물체의 운동 방향과 같은 방향으로 힘을 가해 속력이 $v(m/s)$ 가 되었을 때, 물체에 작용한 힘이 한 일 $W(J)$ 와 운동에너지의 변화량의 관계는 $W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$ 이다.

질량 $3(kg)$, 속력 $2(m/s)$ 인 물체에 이 물체의 운동 방향과 같은 방향으로 힘을 가해 속력이 $v(m/s)$ 가 되었을 때, 물체에 작용한 힘이 한 일이 $3\sqrt{3}(J)$ 이다. 이때, $v(m/s)$ 는?(단, J 는 일의 단위이고 마찰력은 무시한다.) [3점]

- ① $4-\sqrt{3}$ ② $1+\sqrt{2}$ ③ $1+\sqrt{3}$
- ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $4+2\sqrt{3}$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 03월 학력평가]

87 어느 나라의 14세 이하의 인구수를 P_1 , 15세 이상 64세 이하의 인구수를 P_2 , 65세 이상의 인구수를 P_3 라고 하면 고령화 지수는 각각 다음과 같다.

$$(\text{총 부양비}) = \frac{P_1 + P_3}{P_2} \times 100\%$$

$$(\text{유년 부양비}) = \frac{P_1}{P_2} \times 100\%$$

$$(\text{고령화 지수}) = \frac{P_3}{P_1} \times 100\%$$

어느 나라의 총 부양비와 유년 부양비가 각각 $a\%, b\%$ 일 때, 이 나라의 고령화 지수를 a, b 를 써서 나타낸 것은? [4점]

- ① $a + \frac{b}{a} \times 100\%$ ② $a - \frac{b}{a} \times 100\%$ ③ $\frac{a}{a-b} \times 100\%$
- ④ $a + \frac{b}{a} \times 100\%$ ⑤ $a - \frac{b}{a} \times 100\%$

[난이도 : ★★★] [2008년 6월 학력평가]

88 [공통] $x = \sqrt{3 - \sqrt{8}}$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② $-\sqrt{2}$ ③ 0
- ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

89 [공통] 다음은 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n^2 + 1}$ 이 무리수임을 증명한 것이다.

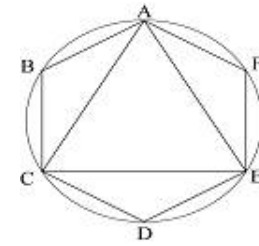
$\sqrt{n^2 + 1}$ 이 [가]라고 가정하면
 $\sqrt{n^2 + 1} = \frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소인 자연수)이다.
 $p^2(n^2 + 1) = q^2$ 이므로 q^2 은 p 로 나누어 떨어진다.
 p, q 는 서로소이므로 $p = [나]$ 이다.
 $\therefore n^2 = q^2 - 1$
 여기에서 $q > 1$ 이므로 자연수 k 에 대하여
 (i) $q = 2k$ 일 때, $(2k - 1)^2 < n^2 < [다]$ 을 만족하는 자연수 n 이 존재하지 않고
 (ii) $q = 2k + 1$ 일 때, $[다] < n^2 < (2k + 1)^2$ 을 만족하는 자연수 n 이 존재하지 않는다.
 (i)과 (ii)에 의하여 1보다 큰 자연수 q 는 존재하지 않는다.
 따라서 $\sqrt{n^2 + 1}$ 이 [가]라는 가정에 모순이다.
 그러므로 $\sqrt{n^2 + 1}$ 은 무리수이다.

이 증명에서 [가]~[다]에 알맞은 것을 바르게 짝지은 것은 [4점]

- ① 유리수, 1, $4k^2$
- ② 유리수, 1, $4k^2 - 1$
- ③ 유리수, 2, $4k^2 - 1$
- ④ 무리수, 1, $4k^2 - 1$
- ⑤ 무리수, 2, $4k^2$

[난이도 : ★★★] [2008년 6월 학력평가]

90 원모양의 운동장에서 갑과 을이 A 지점을 동시에 출발하여 다음과 같은 방법으로 걷기운동을 하기로 하였다.



갑: 운동장 위의 점 A, B, C, D, E, F를 연결한 정육각형의 변을 따라 일정한 속력으로 점 A, B, C, D, E, F의 순서대로 걷는다.
 을: 운동장 위의 점 A, C, E를 연결한 정삼각형 ACE의 세 변을 따라 점 A에서 점 C까지는 갑과 같은 속력으로, 점 C에서 점 E까지는

갑의 속력의 2배로, 점 E에서 점 A까지는 갑의 속력의 $\frac{1}{2}$ 배로 걷는다.

갑과 을이 코스를 한 번 도는 데 걸리는 시간을 각각 t_1, t_2 라 할 때, $\frac{t_1}{t_2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{8\sqrt{3}}{21}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ③ 1
- ④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ⑤ 2

[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

91 다음은 $\sqrt{6}$ 이 무리수임을 이용하여 $1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ 이 무리수임을 증명한 것이다.

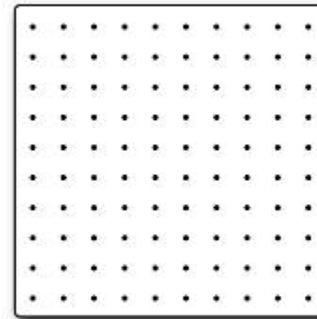
$1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ 을 [가]라 가정하면
 $1 + \sqrt{2} - \sqrt{3} = k$ (k 는 [나])
 $5 - 2\sqrt{6} = [다]$
 $\therefore \sqrt{6} = \frac{5 - (나)}{2}$
 ① 의 좌변은 무리수이고 우변은 [대]이다.
 따라서 $1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ 은 무리수이다.

이 증명에서 [가]~[대]에 알맞은 것을 바르게 짝지은 것은?[3점]

- ① 유리수, $(k-1)^2$, 유리수
- ② 유리수, $(k-1)^2$, 무리수
- ③ 유리수, k^2 , 유리수
- ④ 무리수, $(k-1)^2$, 무리수
- ⑤ 무리수, k^2 , 유리수

[난이도 : ★★★] [2008년 6월 학력평가]

92 그림과 같이 상하좌우의 간격이 1인 100개의 점이 있는 정사각형 모양의 판이 있다. 이 판 위의 점들 중 몇 개를 꼭짓점으로 하는 다각형을 만들 때, 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[4점]



[보기]

ㄱ. 한 변의 길이가 $9\sqrt{2}$ 인 다각형이 존재한다.
 ㄴ. 삼각형의 넓이는 항상 유리수이다.
 ㄷ. 넓이가 무리수인 다각형이 존재한다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★☆☆] [2007년 3월 학력평가]

93 다음 식의 \square 안에 알맞은 수를 구하시오[2점]

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times 3 - (-4) \div \square = 1$$

[난이도 : ★☆☆] [2007년 9월 학력평가]

94 유리식 $\frac{x}{1 + \frac{1}{x-1}}$ 를 간단히 하면?[2점]

- ① $x-1$
- ② x
- ③ $x+1$
- ④ $x+2$
- ⑤ $x+3$

[난이도 : ★☆☆] [2007년 3월 학력평가]

95 $\sqrt{9+4\sqrt{5}} + \sqrt{9-4\sqrt{5}}$ 의 값은?[2점]

- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ 6
- ④ 8 ⑤ $4\sqrt{5}$

[난이도 : ★☆☆] [2007년 10월 학력평가]

96 유리식 $\left(\frac{1}{2}ac^2\right) \times \left(-\frac{a}{b}\right)^2 \div \left(\frac{ac}{4b^2}\right)^2$ 을 간단히 하면?[2점]

- ① $4b^2$ ② $4ac$ ③ $8ab^2$
- ④ $8abc^2$ ⑤ $\frac{a^5c^4}{32b^6}$

[난이도 : ★☆☆] [2007년 9월 학력평가]

97 $\sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?[2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

[난이도 : ★☆☆] [2007년 11월 학력평가]

98 실수 a, b 에 대하여 $|a|=a, |ab|=-ab$ 를 만족시킬 때, $|a-b| + \sqrt{a^2} + \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면?[2점]

- ① a ② $a+2b$ ③ $a-2b$
- ④ $3a+2b$ ⑤ $3a-2b$

[난이도 : ★☆☆] [2007년 3월 학력평가]

99 $\sqrt{2^2} + \sqrt{2^4}$ 을 계산하면?[2점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ 4
- ④ 6 ⑤ 8

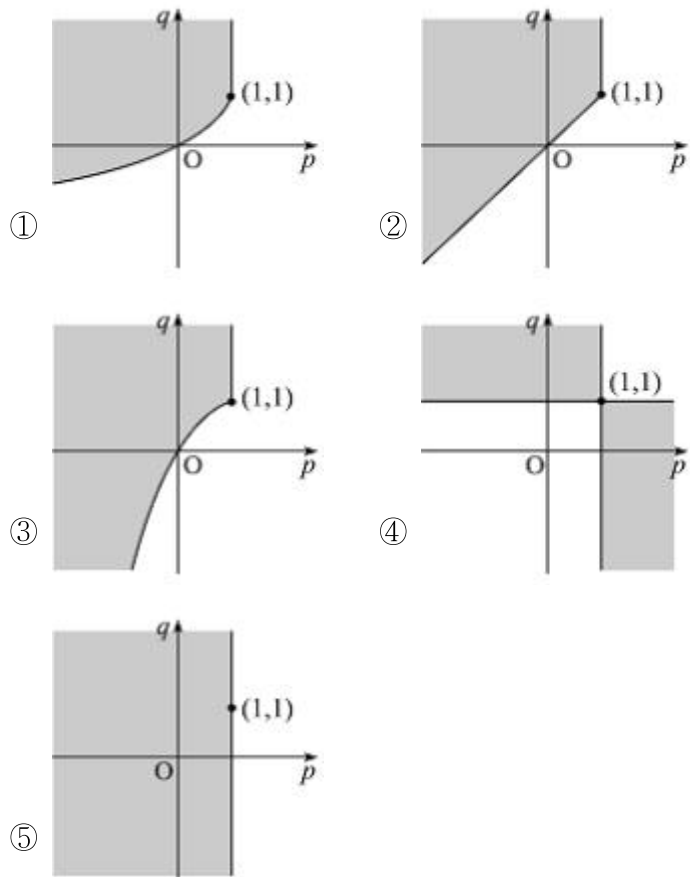
[난이도 : ★☆☆] [2007년 6월 학력평가]

100 [공통]유리함수 $f(x) = \frac{kx}{x+3}$ 의 그래프가 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭일 때, 실수 k 의 값은?[3점]

- ① -5 ② -3 ③ -1
- ④ 1 ⑤ 3

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 3월 학력평가]

101 좌표평면에서 무리함수 $y = \sqrt{x-p} + q$ 의 그래프가 도형 $A = \{(x, y) | x=1 \text{ 이고 } y \geq 1\}$ 과 한 점에서 만난다고 한다. 이때, 점 (p, q) 가 존재하는 영역을 나타낸 것은?(단, 경계선 포함)[4점]



[난이도 : ★★☆☆] [2007년 3월 학력평가]

102 $2(a + \sqrt{3}) - b(3 - \sqrt{3}) = 2 + 8\sqrt{3}$ 을 만족하는 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 6월 학력평가]

103 자연수 a, b, c 에 대하여 $[a; b, c]$ 를 $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}$ 로 정의한다.

자연수 n 에 대하여 $\frac{1}{n} \times [n^2; 1, n^2]$ 을 $[x; y, z]$ 의 형태로 나타낼 때, 항상 옳은 것은?[4점]

- ① $[n; n, n]$ ② $[n; 1, n]$ ③ $[n; n, 1]$
- ④ $[n; n^2, 1]$ ⑤ $[n; n^2, n]$

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 6월 학력평가]

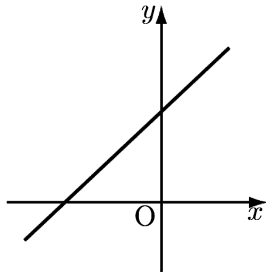
104 $\frac{1}{4} < x < 1$ 일 때, $\sqrt{4x+1} - 4\sqrt{x} + |\sqrt{x}-1|$ 을 간단히 하면?[3점]

- ① \sqrt{x} ② $2\sqrt{x}$ ③ $3\sqrt{x}-2$
- ④ $4\sqrt{x}+1$ ⑤ $5\sqrt{x}+2$

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 5월 학력평가]

105 [공통]일차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 개형이 그림과 같을 때,

함수 $y=f\left(\frac{1}{2x}\right)$ 의 그래프의 개형은?[3점]



- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 10월 학력평가]

106 $\frac{x+xy+y}{x-xy+y}=10$ 을 만족하는 두 실수 x, y 에 대하여

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.(단, p, q 는 서로소인 자연수)[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 06월 학력평가]

107 서로 소인 두 자연수 $m, n(m > n)$ 에 대하여 유리수 $\frac{m}{n}$ 을

다음과 같이 나타낼 수 있으며

$$\frac{m}{n} = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \dots}}}$$

∴

$$+ \frac{1}{a_n + \frac{1}{1}}$$

이를 기호로 $\langle a_0; a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, 1 \rangle$ 으로 나타내기로 하자.(단, a_0, a_1, \dots, a_n 은 자연수)

이와 같은 방법으로 $\frac{165}{98}$ 를 기호로 나타내면

$\langle 1, a, b, c, d, 1 \rangle$ 가 된다.

이때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 3월 학력평가]

108 다음은 n 이 자연수일 때 $\sqrt{78-3n}$ 이 자연수가 되게 하는 n 의 값을 구하는 과정이다.

자연수 k 에 대하여 $\sqrt{78-3n}=k$ 라 하면
 $78-3n=k^2$ 이므로 $n=\frac{78-k^2}{3}$ 이다.
 이때, n 은 자연수이므로 $78-k^2$ 은 3의 배수이다.
 따라서 k 는 [가]의 배수이다.
 또, $78-k^2 > 0$ 이므로
 $k=[나]$ 또는 $k=6$ 이다.
 그러므로 $n=[다]$ 또는 $n=14$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 들어갈 수의 합은?[3점]

- ① 27 ② 29 ③ 31
- ④ 33 ⑤ 35

[난이도 : ★★★] [2007년 3월 학력평가]

109 합과 차의 비가 7:2가 되는 두 자연수 a, b 에 대하여 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오.(단, a, b 는 100보다 작다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2007년 6월 학력평가]

110 0이 아닌 세 실수 x, y, z 가 $\begin{cases} \sqrt{x}\sqrt{y} = \sqrt{xy} \\ \frac{\sqrt{z}}{\sqrt{y}} = -\frac{\sqrt{z}}{y} \end{cases}$ 을 만족할 때,

$|x-y| + |y-z| - \sqrt{(x-y+z)^2}$ 을 간단히 하면?[4점]

- ① $2x$ ② $-y$ ③ $2x-y$
- ④ $y-2z$ ⑤ $x-2z$

[난이도 : ★★★] [2007년 5월 학력평가]

111 [공통] $a = \sqrt{4 + \sqrt{12}}$ 일 때, $\frac{a}{a-[a]} + \frac{a-[a]}{a}$ 의 값은?

(단, $[a]$ 는 a 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)[4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2
- ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 4

[난이도 : ★★★] [2007년 6월 학력평가]

112 어느 고등학교의 학년별 학생 수는 같다. 1학년 여학생 수는 2학년 남학생 수와 같고, 3학년 여학생 수는 전체 여학생 수의 $\frac{2}{5}$ 이다.

3학년 여학생 수가 전체 학생수의 $\frac{b}{a}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.(단, a 와 b 는 서로소인 자연수)[4점]

[난이도 : ★★★] [2007년 9월 학력평가]

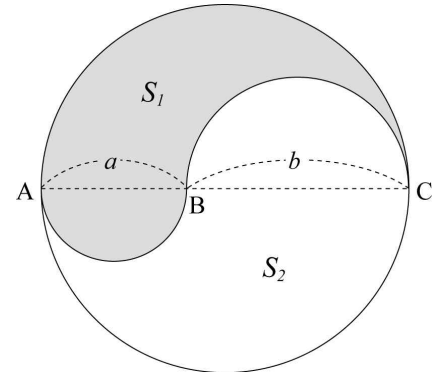
113 [공통]양의 실수 a 와 2이상의 정수 n 에 대하여 항상 옳은 것을 다음 [보기]에서 모두 고른 것은?[4점]

[보기]
ㄱ. $\sqrt[n]{a^{2n}} = a^2$
ㄴ. $\sqrt[n]{a^{2n}}\sqrt{a} = \sqrt[n]{a^{2n+1}}$
ㄷ. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n+1]{a}} = \sqrt[n(n+1)]{a}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2007년 10월 학력평가]

114 선분 AC 가 지름인 원 안에 길이가 a 인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원과, 길이가 b 인 선분 BC 를 지름으로 하는 반원으로 그림과 같은 태극 문양을 그렸을 때, 나누어진 두 영역 S_1 과 S_2 의 넓이의 비는?(단, $a \neq b$)[4점]



- ① $\sqrt{a} : \sqrt{b}$ ② $a : b$ ③ $b : a$
- ④ $a^2 : b^2$ ⑤ $b^2 : a^2$

[난이도 : ★★★] [2007년 5월 학력평가]

115 [공통]무리함수 $y = \sqrt{4x-3} + k$ 의 그래프와 이 함수의 역함수의 그래프가 두 점에서 만날 때, 교점 사이의 거리가 $2\sqrt{6}$ 이 되도록 하는 상수 k 의 값은?[4점]

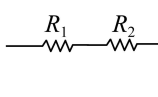
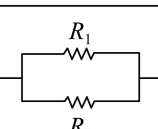
- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

[난이도 : ★★★] [2007년 11월 학력평가]

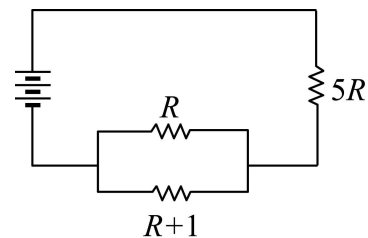
116 $a = 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$, $b = 1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{a^3 + b^3 + 1}$ 을 간단히 하면 $p + 2\sqrt{q}$ 이다. 이때, $p+q$ 의 값을 구하시오..(단, p, q 는 유리수이다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2007년 9월 학력평가]

117 표는 전기회로에서 크기가 $R_1(\Omega)$, $R_2(\Omega)$ 인 두 저항을 연결하였을 때, 연결 방법에 따른 전체 저항의 크기를 구하는 방법을 나타낸 것이다.

연결 방법	직렬연결	병렬연결
회로도		
전체 저항	$R = R_1 + R_2$	$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

그림과 같이 저항의 크기가 각각 $R(\Omega)$, $R+1(\Omega)$, $5R(\Omega)$ 인 세 저항을 연결한 전기회로가 있다.



이 전기회로의 전체 저항의 크기가 $\frac{aR^2 + bR}{2R+1}(\Omega)$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2006년 3월 학력평가]

118 $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2$ 의 값은?[2점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

[난이도 : ★☆☆] [2006년 3월 학력평가]

119 $\frac{1}{2-\sqrt{3}} - \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 의 값은?[2 점]

- ① $-2\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{3}$
- ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 4

[난이도 : ★☆☆] [2006년 9월 학력평가]

120 $\frac{x - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x^2}}$ 을 간단히 하면?[2점]

- ① 0 ② $\frac{1}{x}$ ③ $x-1$
- ④ x ⑤ 1

[난이도 : ★☆☆] [2006년 9월 학력평가]

121 [공통] \log_2 가 무리수임을 이용하여 등식

$a \log_2 20 + \frac{b}{\log_8 100} + 3 = 0$ 을 만족시키는 유리수 a, b 의 값을 정할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2006년 3월 학력평가]

122 $\sqrt{5+2\sqrt{6}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}}$ 의 값은?[2 점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$
- ④ 4 ⑤ $2\sqrt{5}$

[난이도 : ★☆☆] [2006년 9월 학력평가]

123 $\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ 의 값은?[2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 3 ⑤ $2\sqrt{3}$

[난이도 : ★☆☆] [2006년 11월 학력평가]

124 $a = \sqrt{2}-1, b = \sqrt{2}+1$ 일 때, $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ 의 값은?[2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2006년 11월 학력평가]

125 유리수 a, b 가 $(1+2\sqrt{3})a + (1-\sqrt{3})b = 6$ 을 만족시킬 때, ab 의 값을 구하시오.[2점]

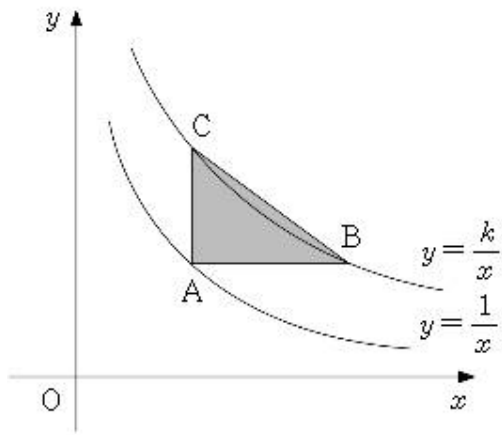
[난이도 : ★☆☆] [2006년 11월 학력평가]

126 실수 a, b, c 에 대하여 $\frac{a}{2} = b-1 = \frac{c+1}{3} \neq 0$ 일 때, $\frac{6a}{b+c}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 6월 학력평가]

127 [공통] 그림과 같이 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 제 1사분면 위의 점

A에서 x 축과 y 축에 평행한 직선을 그어 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$)와
만나는 점을 각각 B, C라 하자. $\triangle ABC$ 의 넓이가 50일 때, k의
값을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★☆☆] [2006년 3월 학력평가]

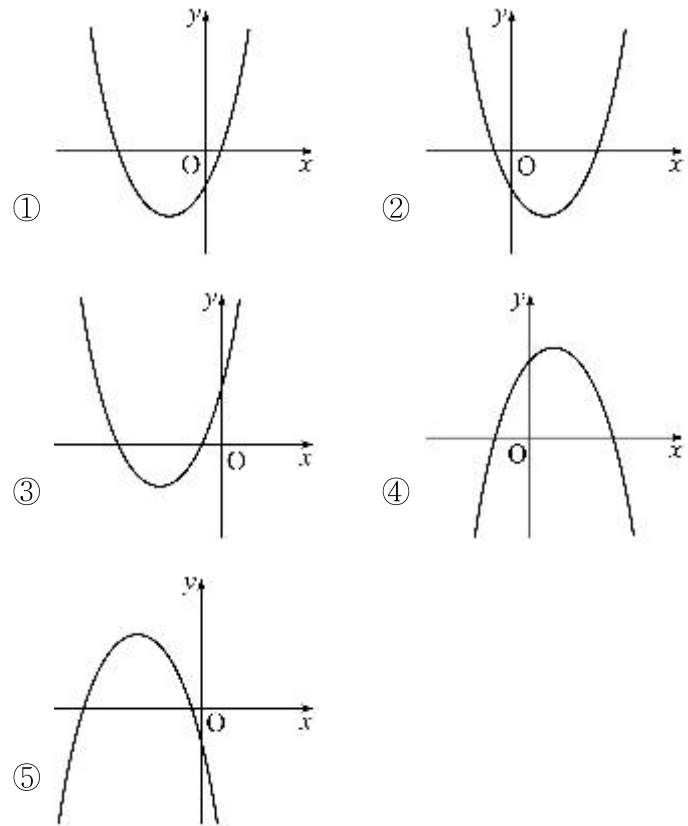
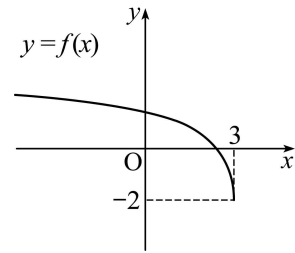
128 $\frac{xy}{x+y} = \frac{1}{3}$ 일 때, $\frac{5x-6xy+5y}{x+y}$ 의 값은? [3 점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 3월 학력평가]

129 무리함수 $f(x) = a\sqrt{-x+b}+c$ 의 그래프가 그림과 같을 때,
이차 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 개형은?

(단, a, b, c는 상수이다.) [3점]



[난이도 : ★★☆☆] [2006년 3월 학력평가]

130 두 분수함수 $y = \frac{ax+1}{2x-6}$, $y = \frac{bx+1}{2x+6}$ 의 그래프가 직선

$y = x$ 에 대하여 대칭일 때, $b-a$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b는 상수이다.) [3 점]

[난이도 : ★★★] [2006년 6월 학력평가]

131 유리수 a, b 에 대하여 $a + \frac{b}{2 - \sqrt{2}} = \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$ 가 성립 할 때, $2a - b$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2006년 10월 학력평가]

132 양수 x, y 에 대하여 연산 Δ 를 $x \Delta y = \sqrt{x + 2\sqrt{y}}$ 라고 정의할 때, $14 \Delta 24 = (a \Delta 1) + \sqrt{2}$ 를 만족하는 a 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2006년 3월 학력평가]

133 $a = \sqrt{2} + 1, b = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $\frac{a^3 + b^3}{a + b}$ 의 값을 구하시오.[3점]

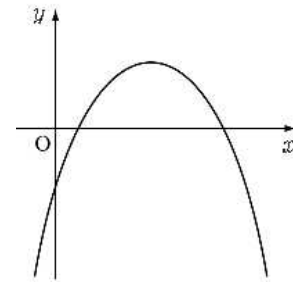
[난이도 : ★★★] [2006년 10월 학력평가]

134 0이 아닌 실수 x, y, z 에 대하여 $\frac{x+y}{a} = \frac{2y+z}{4} = \frac{z}{3} = \frac{2x+8y-z}{10}$ 를 만족하는 실수 a 의 값은? (단, $a \neq 0$)[4점]

- ① -5 ② 2 ③ 4
- ④ 10 ⑤ 12

[난이도 : ★★★] [2006년 6월 학력평가]

135 그림은 이차 함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프의 개형이다. $\sqrt{(b-a)^2} + (\sqrt{a-b})^2$ 을 간단히 하면?[4점]



- ① $2a$ ② $-2b$ ③ 0
- ④ $2a - 2b$ ⑤ $-2a + 2b$

[난이도 : ★★★] [2006년 3월 학력평가]

136 x 가 자연수일 때, 분수 $\frac{x}{1100}$ 는 다음 세 조건을 만족한다.

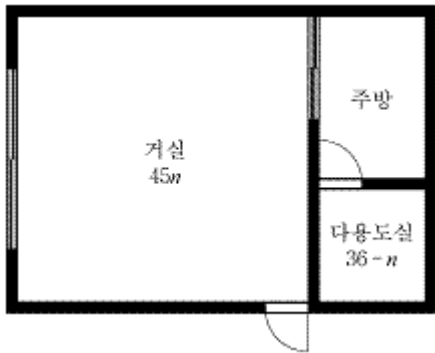
- (가) x 는 7의 배수이다.
- (나) x 는 세 자리 자연수이다.
- (다) $\frac{x}{1100}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이다.

x 의 최솟값을 구하시오.[4 점]

[난이도 : ★★★] [2006년 6월 학력평가]

137 그림은 어느 건물의 평면도의 일부분이다. 두 정사각형 모양의 거실과 다용도실은 한 변의 길이가 자연수이고, 넓이가 각각 $45n$ 과 $36-n$ 이다.

이때, 주방의 넓이를 구하시오.(단, 벽의 두께는 무시한다.)[4점]



[난이도 : ★★★] [2006년 9월 학력평가]

138 두 도시를 운항하는 어느 비행기의 수하물 운송 요금은 탑승객 1인당 일정한 무게 a kg까지는 무료이고, a kg을 초과하면 초과한 무게에 비례하여 정해진다고 한다.

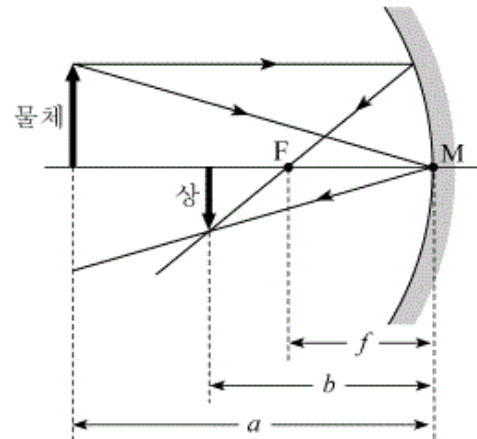
이 비행기에 탑승하는 두 사람 A, B가 부치려고 하는 수하물의 무게는 각각 26kg, 27kg이다.

이 수하물을 A 혼자서 모두 부치면 운송 요금이 30만 원이고, 각자 자신의 수하물을 부치면 두 사람의 운송 요금의 합이 7만 원이다.

이때, a 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2006년 9월 학력평가]

139 그림과 같이 초점 거리가 f 인 오목거울에서 물체까지의 거리를 $a(a > f)$, 상까지의 거리를 b 라 하면, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ 이고, 물체와 상의 크기의 비는 $a:b$ 이다.



이때, 옳은 내용을 다음 [보기]에서 모두 고른 것은?[4점]

[보기]
ㄱ. $a=3f$ 이면 $b=\frac{3}{2}f$ 이다.
ㄴ. 물체와 상의 크기가 같으면 $a=2f$ 이다.
ㄷ. 상의 크기는 물체의 크기보다 클 수 없다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2006년 6월 학력평가]

140 연료탱크의 용량의 비가 3:4인 소형차와 중형차의 연비(연료 1l당 주행거리)를 비교하기 위해 두 자동차의 속도를 같게 하여 주행실험을 실시하였다.

두 자동차에 연료를 가득 채우고 320km를 주행 후 확인한 소형차와 중형차의 연료탱크에 남은 연료량의 비는 7:10이었고, 다시 연료를 가득 채우고 400km를 주행 후 확인한 연료탱크에 남은 연료량의 비는 2:3이었을 때, 소형차와 중형차의 연비의 비는 $a:b$ 이다.

ab 의 값을 구하시오.(단, a, b 는 서로소)[4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 9월 학력평가]

141 $x = \sqrt{5}$ 일 때, $\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}} + \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}}$ 의 값은? [3점]

- ① $2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{5}+1$ ③ $\sqrt{5}$
- ④ $\sqrt{5}-1$ ⑤ 1

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 6월 학력평가]

142 0이 아닌 두 실수 x, y 가 $\frac{x-y}{2} = \frac{x+y}{3}$ 를 만족할 때,

$\frac{x^2-5y^2}{xy}$ 의 값을 구하시오. [3점]

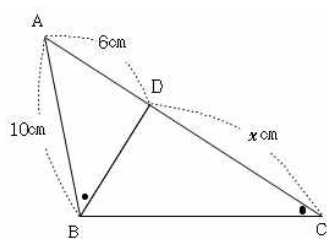
[난이도 : ★★☆☆] [2005년 6월 학력평가]

143 $x = 2005$ 일 때, $\frac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x^2}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2005}{2004}$ ② $\frac{2004}{2005}$ ③ $\frac{2006}{2005}$
- ④ $\frac{2005}{2006}$ ⑤ $\frac{2007}{2006}$

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 3월 학력평가]

144 아래 그림에서 $\angle ABD = \angle ACB$ 이다. $\overline{DC} = x\text{cm}$ 라 할 때, $30x$ 의 값을 구하시오. [3점]



[난이도 : ★★☆☆] [2005년 3월 학력평가]

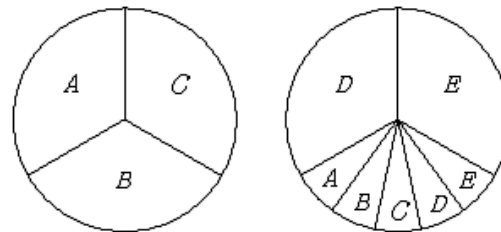
145 다음에서 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

[보기]
ㄱ. $0.\dot{2} > 0.\dot{2}\dot{1}$
ㄴ. $0.\dot{5}$ 는 유리수이다.
ㄷ. $0.\dot{9} + 0.\dot{1} = 1$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 6월 학력평가]

146 그림은 5명의 학생 A, B, C, D, E에게 피자 2판을 똑같이 나누어 주는 방법 중의 하나이다.



5명의 학생에게 피자 2판을 똑같이 나누어 주는 방법은

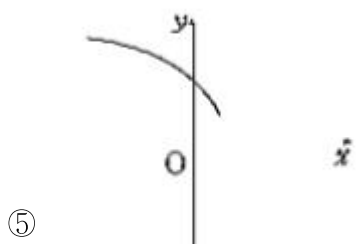
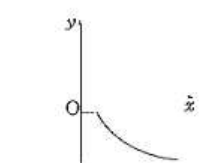
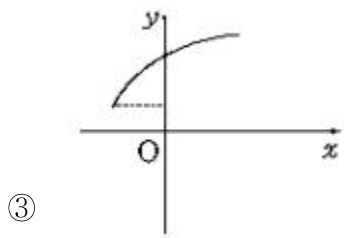
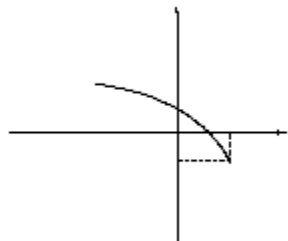
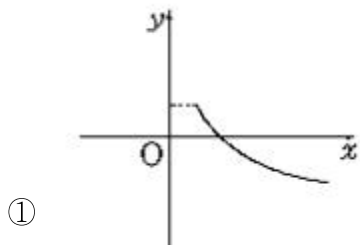
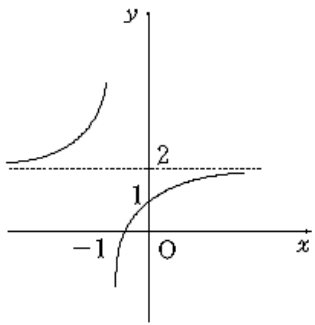
$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ 으로 표현할 수 있는 위와 같은 방법으로 7명의

학생에게 피자 2판을 똑같이 나누어 주는 방법이 $\frac{2}{7} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 일

때, $|a-b|$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로 다른 자연수) [4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

147 [공통]유리함수 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 의 그래프가 그림과 같을 때,
무리함수 $y = \sqrt{ax+b+c}$ 의 개형은?[3점]



[난이도 : ★★☆☆] [2005년 10월 학력평가]

148 실수 a, b 가 $\sqrt{\frac{b}{a}} = -\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$ 를 만족할 때, 다음 [보기]에서
항상 옳은 것을 모두 고른 것은?[3점]

[보기]
ㄱ. $ax > b$ 의 해는 $x < \frac{b}{a}$ 이다.
ㄴ. $x^2 - ax - b = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 직선 $y = ax + b$ 는 제 2, 3, 4사분면을 지난다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 10월 학력평가]

149 $x = 2y, y = 3z$ 일 때, $\frac{x^2 + \square z^2}{xz + yz} = 10$ 이다.

\square 에 들어갈 값을 구하시오.(단, x, y, z 는 실수)[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 6월 학력평가]

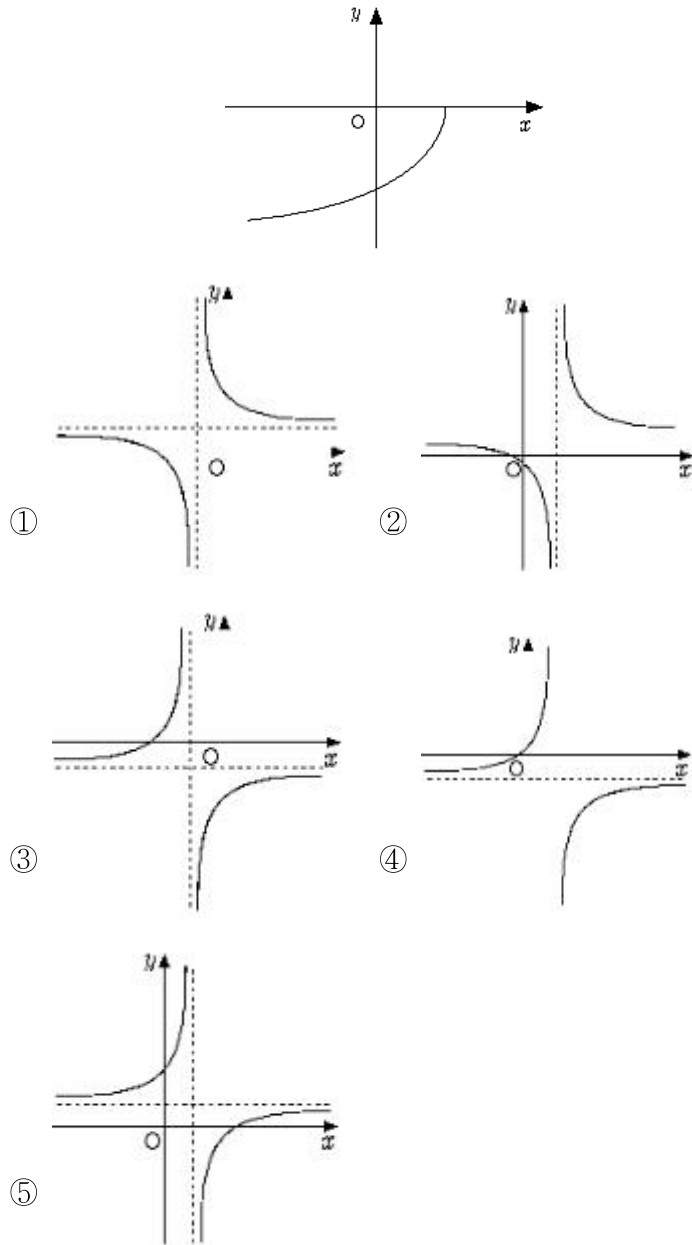
150 $\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}}$ 의 정수부분을 a , 소수부분을 b 라
할 때, $a + \frac{2}{b}$ 의 값은?[3점]

- ① $1 + \sqrt{2}$ ② $2 - \sqrt{2}$ ③ $2 + \sqrt{2}$
④ $3 - \sqrt{3}$ ⑤ $3 + \sqrt{3}$

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 6월 학력평가]

151 [공통]그림은 무리함수 $y = a\sqrt{bx+c}$ 의 그래프의 개형이다.

이때, 유리함수 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프의 개형은?[4점]



[난이도 : ★★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

152 [공통]유리함수 $f(x) = \frac{ax+b}{-x+c}$ 의 역함수가

$f^{-1}(x) = \frac{2x+3}{x+4}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 6월 학력평가]

153 유리수 α, β 가 $\alpha - \beta + \sqrt{\alpha + 3\beta} = \sqrt{16 + 2\sqrt{63}}$ 을 만족하고

이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 11월 학력평가]

154 $\sqrt{2}$ 가 무리수임을 이용하여, "유리수 a, b, c, d 에 대하여

$a + b\sqrt{2} = c + d\sqrt{2}$ 이면 [가]임을 증명한 것이다.

a, b, c, d 는 유리수이고, $a + b\sqrt{2} = c + d\sqrt{2}$ 에서 $(b-d)\sqrt{2} = c-a \dots$ ①

[가]라고 가정하면 $\sqrt{2} = \frac{c-a}{b-d} \dots$ ②

유리수는 사칙연산(단, 0으로 나누는 것은 제외)에 대하여 닫혀 있으므로

$\frac{c-a}{b-d}$ 는 유리수이다.

② 식의 좌변은 무리수이고 우변은 유리수이므로 모순이다.

따라서, [나]이다.

이때, ①에서 $c-a=0$ 즉, $a=c$ 이다.

그러므로 유리수 a, b, c, d 에 대하여 $a + b\sqrt{2} = c + d\sqrt{2}$ 이면 [다]이다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 들어갈 내용을 바르게 짝지은 것은?[3점]

① $a=c$ 이고 $b=d \ b \neq d \ b=d$

② $a=c$ 이고 $b=d \ b=d \ b \neq d$

③ $a=c$ 이고 $b=d \ b \neq d \ b \neq d$

④ $a=c$ 또는 $b=d \ b=d \ b \neq d$

⑤ $a=c$ 또는 $b=d \ b \neq d \ b=d$

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

155 세 실수 x, y, z 에 대하여 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \neq 0$ 가 성립할 때,

$\frac{3x+5y+2z}{2x+3y+4z}$ 의 값은?[3점]

- ① $\frac{43}{41}$ ② $\frac{39}{38}$ ③ $\frac{33}{31}$
- ④ $\frac{29}{27}$ ⑤ $\frac{21}{20}$

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 10월 학력평가]

156 실수 $a = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$ 에 대하여 $\frac{1}{a} + \frac{1}{a-[a]}$ 의 값은?

(단, $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수)[3점]

- ① $-2\sqrt{2}$ ② -2 ③ $\sqrt{2}+1$
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 3월 학력평가]

157 $5 + \sqrt{3}$ 의 소수부분을 x 라 할 때, $x^2 + 2x + 2$ 의 값을 구하면?[4점]

- ① $2 + \sqrt{3}$ ② $3 + \sqrt{3}$
- ③ $5 - \sqrt{3}$ ④ 4
- ⑤ 5

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 11월 학력평가]

158 $n \geq 2$ 인 정수 n 에 대하여 부등식

$\sqrt{n+1} - \sqrt{n} < \frac{1}{2\sqrt{n}} < \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$ 이 성립함을 이용하여

$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{81}} \right)$ 의 값을 계산하였을 때, 정수 부분의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

159 자연수 a, b, c, d 에 대하여 $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{151}{115}$ 일 때,

$a+b+c+d$ 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 11월 학력평가]

160 자연수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{a + \sqrt{24}} = \sqrt{b} + \sqrt{c}$ 가 성립할 때,

$a+b+c$ 의 최솟값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2005년 9월 학력평가]

161 실수 x 에 대하여 $n \leq x < n+1$ 을 만족하는 정수 n 을 x 의 정수부분이라고 한다.

다음은 $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ 의 정수부분을 구하는 과정이다.(단, a, b, c, d 는 정수이다.)

$x = \sqrt{2} + \sqrt{6}$ 으로 놓으면
 $x^2 = 8 + \sqrt{a}$
 그런데, \sqrt{a} 의 정수부분은 b 이므로
 $c \leq x^2 < c+1$ 이다.
 따라서 $d \leq x < d+1$
 이므로 $x = \sqrt{2} + \sqrt{6}$ 의 정수부분은 d 이다.

위의 과정에서 네 정수 a, b, c, d 의 합 $a+b+c+d$ 의 값은?[4점]

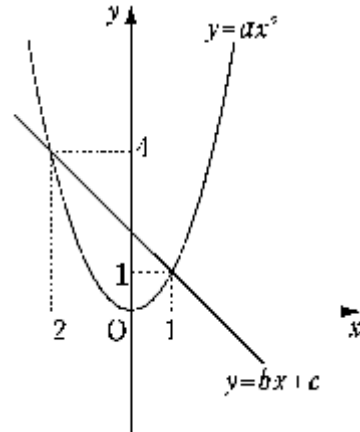
- ① 65 ② 68 ③ 71
- ④ 74 ⑤ 77

[난이도 : ★★★] [2005년 5월 학력평가]

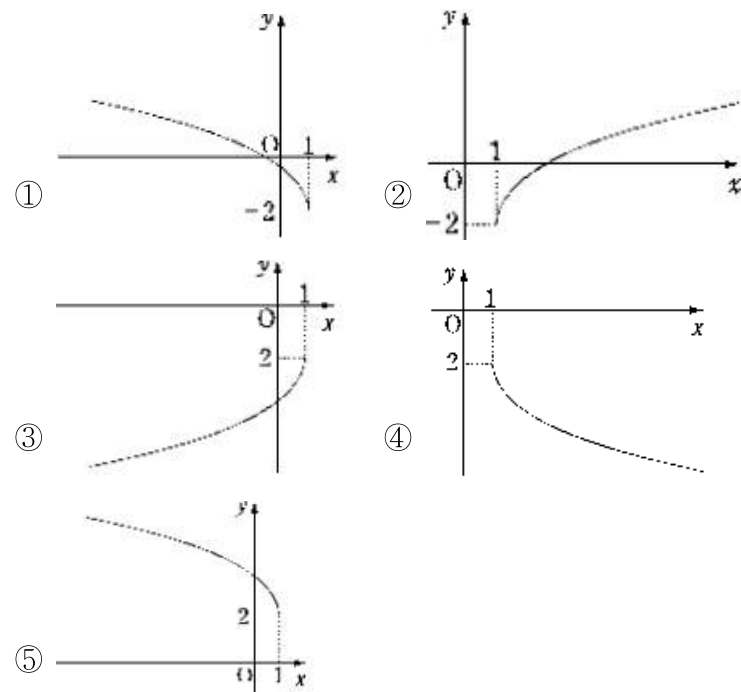
162 $x = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $y = \sqrt{7-\sqrt{48}}$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2005년 10월 학력평가]

163 [공통]그림은 두 함수 $y = ax^2$ 과 $y = bx+c$ 의 그래프이다.



이때, 함수 $y = a\sqrt{b(x-1)} - c$ 의 그래프의 개형은? [4점]



[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

164 $5 - \sqrt{3}$ 의 소수부분을 x 라 할 때, $x^2 - 4x + 5$ 의 값을 구하면?[4점]

- ① $3 - \sqrt{3}$ ② $4 - \sqrt{3}$ ③ 3
- ④ 4 ⑤ 7

[난이도 : ★★★] [2005년 10월 학력평가]

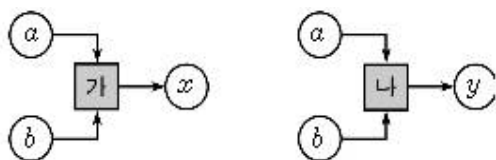
165 유리수 $\frac{73}{14}$ 은 $\frac{73}{14} = 5 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$ 로 표현할 수 있다. 이때,

유리수 $\frac{95}{9}$ 를 $\frac{95}{9} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}$ 로 표현할 때, $a+b+c+d$ 의

값을 구하시오. (단, a, b, c, d 는 자연수)[4점]

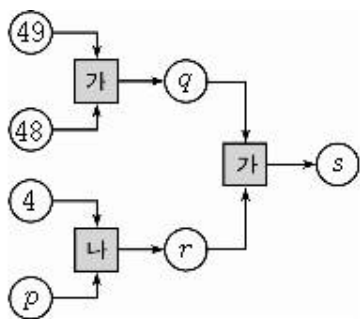
[난이도 : ★★★] [2005년 9월 학력평가]

166 다음과 같은 두 연산 장치 가, 나가 있다.



연산 장치 가에 두 양수 a, b 가 입력될 때 출력되는 수를 x 라 하면 $x = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ 이고, 연산 장치 나에 두 양수 a, b 가 입력될 때 출력되는 수를 y 라 하면 $y = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 이다.

위의 두 연산 장치를 결합하여 아래와 같이 만든 연산 장치에서 최종적으로 출력되는 s 의 값이 $2+2\sqrt{3}$ 일 때, p 의 값은?[4점]



- ① $\frac{4}{11}$ ② $\frac{5}{11}$ ③ $\frac{6}{11}$
- ④ $\frac{7}{11}$ ⑤ $\frac{8}{11}$

[난이도 : ★★★] [2005년 5월 학력평가]

167 두 자동차 A, B의 연료통을 가득 채운 휘발유 양의 비는 9:7이고, 1l의 휘발유로 갈 수 있는 거리의 비는 8:9이다.

자동차 A, B의 연료통에 휘발유를 가득 채우고 144km를 간 후 남아있는 휘발유 양의 비는 4:3이었다. 자동차 B에 휘발유를 가득 채우면 최대 x km를 갈 수 있다.

이때, x 의 값을 구하시오.

(단, 자동차의 속도와 노면 상태 등 주어진 조건 이외의 상황은 고려하지 않는다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2005년 6월 학력평가]

168 다음은 2004년도 국토계획 및 이용에 관한 연차보고서(요약)중 수자원 이용 실태의 일부분이다.

수자원 총량의 26%만 이용되고 나머지 74%는 증발, 지하침투 또는 바다로 유실된다.

수자원 이용량의 22%인 73억 m^3 가 생활용수로 이용되고, 나머지는 농업용수, 공업용수 등으로 사용된다.

-중략-

우리 나라도 리비아, 이집트 등과 같이 UN의 물부족 국가 군에 해당된다.

위 사실에서 수자원 총량(억 m^3)은?[4점]

- ① $\frac{73 \times 10^4}{22 \times 26}$ ② $\frac{73 \times 10^3}{22 \times 26}$ ③ $\frac{73 \times 10^4}{22 \times 74}$
- ④ $\frac{73 \times 10^3}{74 \times 78}$ ⑤ $\frac{73 \times 10^4}{74 \times 78}$

[난이도 : ★☆☆] [2004년 9월 학력평가]

169 $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 의 값은?[2점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ 2
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

[난이도 : ★☆☆] [2004년 11월 학력평가]

170 $x:y=3:2$ 일 때, $\frac{x+2y}{x-y}$ 의 값을 구하시오.[2점]

[난이도 : ★☆☆] [2004년 11월 학력평가]

171 $x = \sqrt{2}$ 일 때, $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$ 의 값은?[2점]

- ① $-1 - \sqrt{2}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ $-1 + \sqrt{2}$
- ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $1 + \sqrt{2}$

[난이도 : ★★☆☆] [2004년 9월 학력평가]

172 $x=5$ 일 때, $\frac{x^3+1}{x^2-3x} \times \frac{x^2+2x}{x^2-x+1}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2004년 9월 학력평가]

173 [공통] $a=1+\sqrt{3}, b=1-\sqrt{3}$ 일 때, a^2+b^2-ab 의 값은?[2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

[난이도 : ★★★] [2004년 10월 학력평가]

174 유리수 a, b 에 대하여 $\frac{2+\sqrt{2}}{a+b\sqrt{2}}$ 가 유리수이기 위한

필요충분조건은?

(단, a, b 중 적어도 하나는 0 이 아니다.)[4 점]

- ① $a+b=0$ ② $2a+b=0$ ③ $a-b=0$
- ④ $2a-b=0$ ⑤ $a-2b=0$

[난이도 : ★★★] [2004년 9월 학력평가]

175 두 기업 A, B의 작년 상반기 매출액의 합계는 70 억 원이었다.

올해 상반기 두 기업 A, B의 매출액은 작년 상반기에 비해 각각 10%, 20% 증가하였고, 두 기업 A, B의 매출액 증가량의 비는 2:3 이라고 한다.

올해 상반기 두 기업 A, B의 매출액의 합계는?[4점]

- ① 78 억 원 ② 80 억 원 ③ 82 억 원
- ④ 84 억 원 ⑤ 86 억 원

[난이도 : ★★★] [2004년 10월 학력평가]

176 잔디밭에 스프링쿨러를 이용하여 물을 주려고 한다.

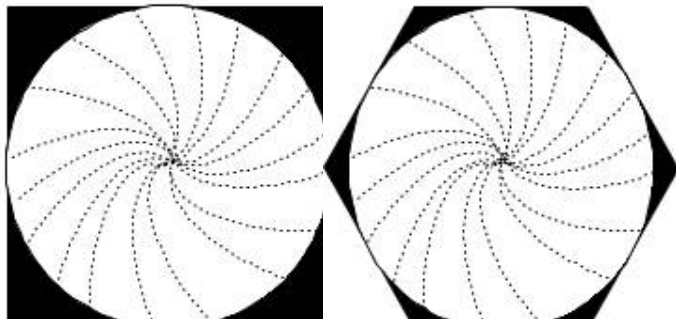
물이 뿌려지는 원모양의 영역과 뿌려지지 않는 어두운 영역이 그림과 같다.

공간 활용도를 U 라 하면,

$$U = \frac{\text{(원의 넓이)}}{\text{(원에 외접한 정다각형의 넓이)}} \text{이다.}$$

(그림 1), (그림 2)의 스프링쿨러의 공간활용도를 각각

U_1, U_2 라고 할 때, $\frac{U_2}{U_1}$ 의 값은?(단, 정다각형은 원에 외접한다.)[4점]



(그림 1)

(그림 2)

- ① $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\sqrt{2}$
- ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

정답 및 해설

2. 유리함수와 무리함수

중단원 기출문제

1) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 유리함수의 그래프를 이해하고 조건을 만족시키는 순서쌍의 개수를 구할 수 있는가?

$$y = \frac{1}{2x-8} + 3$$

$$= \frac{1}{2(x-4)} + 3$$

그러므로 함수 $y = \frac{1}{2x-8} + 3$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로

4만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

한편, $y=0$ 을 대입하면 $\frac{1}{2x-8} + 3 = 0$ 이며 정리하면

$$\frac{1}{2x-8} = -3 \text{ 이므로 } 2x-8 = -\frac{1}{3} \text{ 이며 정리하면}$$

$$x = \frac{23}{6}$$

그러므로 조건을 만족시키는 자연수 x 는 1, 2, 3이다.

(i) $x=1$ 일 때, $y = -\frac{1}{6} + 3 = \frac{17}{6}$

그러므로 조건을 만족시키는 순서쌍은 (1, 1), (1, 2)이다.

(ii) $x=2$ 일 때, $y = -\frac{1}{4} + 3 = \frac{11}{4}$

그러므로 조건을 만족시키는 순서쌍은 (2, 1), (2, 2)이다.

(iii) $x=3$ 일 때, $y = -\frac{1}{2} + 3 = \frac{5}{2}$

그러므로 조건을 만족시키는 순서쌍은 (3, 1), (3, 2)이다.
따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 순서쌍의 개수는 $2+2+2=6$

2) 답 : ⑤

[해설]

유리함수 $y = \frac{3}{x-5} + k$ 의 점근선은 $x=5$, $y=k$ 이므로

유리함수 $y = \frac{3}{x-5} + k$ 의 그래프는 점 (5, k)에 대하여 대칭이다.

따라서, 점 (5, k)는 직선 $y=x$ 위에 있어야 하므로 $k=5$

3) 답 : ①

[해설]

$$\frac{3}{x - \frac{x-1}{x+1}} = \frac{3(x+1)}{x(x+1) - (x-1)}$$

$$= \frac{3(x+1)}{x^2+1}$$

$$= \frac{3(\sqrt{2}+1)}{2+1} = \sqrt{2}+1$$

4) 답 : -2

[해설]

$x + \frac{2}{y} = 1$ 의 양변에 y 를 곱하면

$$xy + 2 = y \text{ 에서 } xy - y = -2$$

정답: -2

[다른 풀이]

$$x = 1 - \frac{2}{y} \text{ 이므로}$$

$$xy - y = \left(1 - \frac{2}{y}\right)y - y = 2$$

[*정답] -2

5) 답 : ⑤

[해설]

$3x = 2y$ 에서 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = k$ 로 놓으면

$$x = 2k, y = 3k (k \neq 0)$$

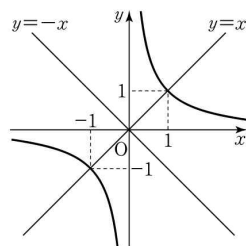
$$\text{즉, } \frac{x^2 + y^2}{(x+y)^2} = \frac{4k^2 + 9k^2}{(5k)^2}, \frac{13k^2}{25k^2} = \frac{13}{25}$$

6) 답 : ①

[해설]

$y = \frac{1}{x}$ 의 그래프는 직선

$y = \pm x$ 에 대해 대칭이다.



즉, $a = \pm 1$

7) 답 : ②

[해설]

$$\square = x \text{ 라 하면 } \sqrt{a + \sqrt{b}} = \sqrt{a + \frac{\sqrt{x}}{2}} + \sqrt{a - \frac{\sqrt{x}}{2}}$$

양변을 제곱하면

$$a + \sqrt{b} = \frac{a + \sqrt{x}}{2} + \frac{a - \sqrt{x}}{2} + 2\sqrt{\frac{a^2 - x}{4}}$$

$$a + \sqrt{b} = a + \sqrt{a^2 - x}$$

$$\therefore \sqrt{b} = \sqrt{a^2 - x}$$

$$\therefore b = a^2 - x$$

$$\therefore x = a^2 - b$$

8) 답 : ⑤

[해설]

$$\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-\sqrt{3}} = (\sqrt{3}+1) - (\sqrt{3}-1) = 2$$

정답 및 해설

9) 답 : ④

[해설]

$$[\text{분자}] = 125^2 - 75^2 = (125 + 75)(125 - 75) = 200 \times 50 = 10000$$

$$[\text{분모}] = 5 + (30 - 50) \div (-4) = 10$$

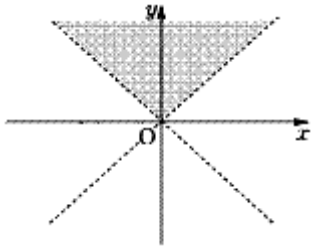
$$\text{주어진 식} = 10000 \div 10 = 1000$$

10) 답 : ⑤

[해설]

$$(x+y)(x-y) \neq 0, \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = -\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}} \text{ 이므로}$$

$$\begin{cases} x-y < 0 \\ x+y > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > x \\ y > -x \end{cases} \text{ 이며 좌표평면에 그려보면}$$



11) 답 : ④

[해설]

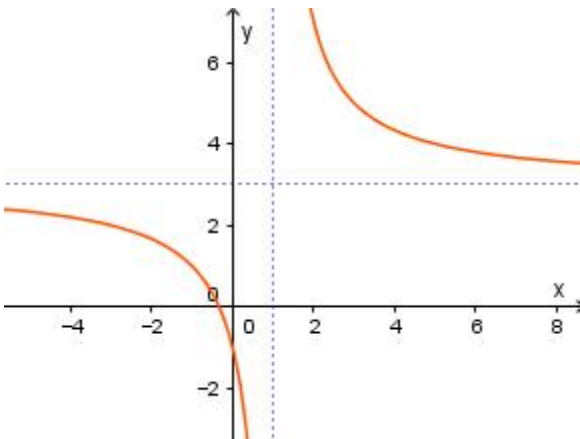
[출제 의도] 유리함수의 점근선을 구하는 문제이다.

$$y = \frac{3x+1}{x-1} = \frac{3(x-1)+4}{x-1} = 3 + \frac{4}{x-1} \text{ 이고,}$$

이 그래프는 $y = \frac{4}{x}$ 를 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 3만큼 이동시킨 그래프이다.

따라서 점근선은 $x=1, y=3$ 이다.

$$a=1, b=3 \rightarrow a+b=4$$



12) 답 : ②

[해설]

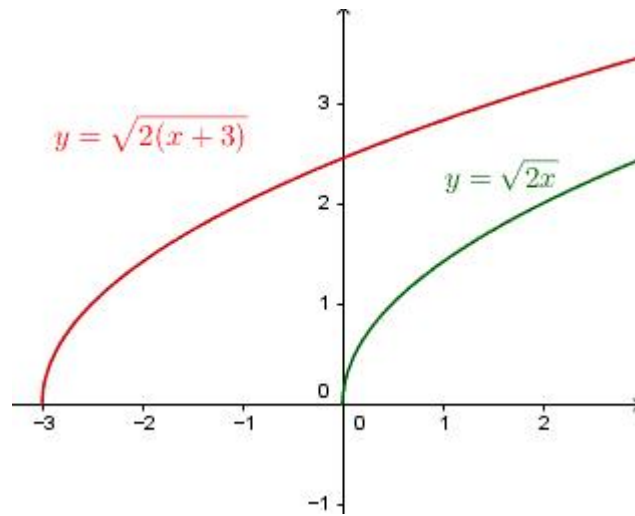
[출제 의도] 그래프의 평행이동에 관한 문제이다.

$y = \sqrt{2(x+3)}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 m 만큼 평행이동 시키면

$$y = \sqrt{2(x-m+3)} \text{ 이 된다.}$$

이 그래프가 $y = \sqrt{2x}$ 이므로 $-m+3=0$ 이며 정리하면

$$m=3$$



13) 답 : ①

[해설]

함수 $y = a\sqrt{x} + 4$ 의 그래프를 x 축의 양의 방향으로 m 만큼, y 축의 양의 방향으로 n 만큼 평행이동하면 $y = a\sqrt{x-m} + 4 + n$ 이 된다.

이 그래프가 $y = \sqrt{9x-18}$ 의 그래프와 일치하므로

$$a=3, m=2, n=-4$$

따라서 $a+m+n=1$

14) 답 : 10

[해설]

$$f(x) = \frac{2x-3}{x-5} = \frac{7}{x-5} + 2 \text{ 이므로}$$

점근선의 방정식은 $x=5, y=2$ 이다.

따라서 $pq=10$

15) 답 : ③

[해설]

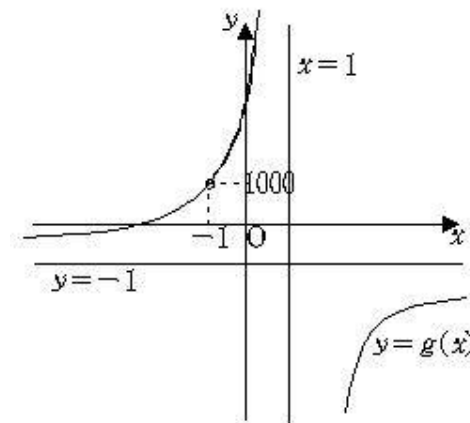
$$g(x) = \frac{2001+x}{1-x} \quad (-1 < x < 1) \text{ 라 두고,}$$

$g(x)$ 의 치역을 구하면

$$g(x) = -\frac{2002}{x-1} - 1 \text{ (점근선이 } x=1, y=-1 \text{ 인 분수함수)}$$

아래쪽 그래프에서 $-1 < x < 1$ 에서 $g(x) > 1000$ 이므로

$$y = \frac{\log\{2001+x\}}{1-x} \text{ 의 치역은 } \{y|y > 3\}$$



16) 답 : ⑤

[해설]

정답 및 해설

[출제 의도] 유리함수의 그래프 이해하기

$y = \frac{3x+2}{x-2} = \frac{8}{x-2} + 3$ 이므로 함수 $y = \frac{3x+2}{x-2}$ 의 그래프의 점근선은 두 직선 $x=2$, $y=3$ 이다.

그러므로 $m=2$, $n=3$
따라서 $m+n=2+3=5$

17) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 평행이동을 이해하여 유리함수의 그래프의 두 점근선을 구한다.

함수 $y = \frac{1}{x+3} + 8$ 의 그래프의 두 점근선의 방정식은 $x=-3$,

$y=8$ 이므로

$a=-3$, $b=8$ 이다.

따라서 $a+b = -3+8 = 5$

18) 답 : ②

[해설]

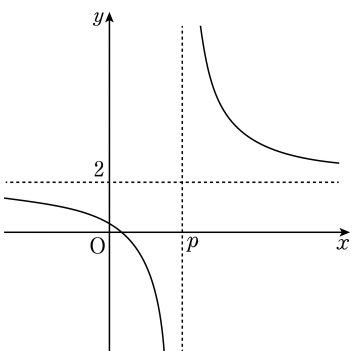
[출제 의도] 무리함수의 그래프 이해하기

함수 $y = \sqrt{x+k}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 그래프는 함수 $y = \sqrt{x+1+k}+1$ 의 그래프와 같고 이 그래프가 점 $(0, 4)$ 를 지나므로 $k+2=4$ 따라서 $k=2$

19) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 유리함수의 그래프의 성질을 이해하여 조건을 만족시키는 값을 구한다.



주어진 함수의 그래프는 함수 $y = \frac{5}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로

p ,

y 축의 방향으로 2 만큼 평행 이동한 그래프이므로

점근선의 방정식은 $x=p$, $y=2$ 이다.

$p \leq 0$ 이면 곡선 $y = \frac{5}{x-p} + 2$ 는 반드시 제3사분면을 지나므로

$p > 0$ 이다.

$x > p$ 인 범위에서 함수의 그래프는 제1사분면만을 지난다.

$x < p$ 일 때 주어진 함수의 그래프가 제3사분면을 지나지 않기 위해서는

$x=0$ 일 때 y 의 값은 0 이상이 되어야 한다.

그러므로 $\frac{5}{-p} + 2 \geq 0$ 이다.

따라서 조건을 만족시키는 최소의 정수 p 는 3 이다.

20) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 유리함수와 무리함수 이해하기

함수 $f(x)$ 는 닫힌 구간 $[-1, 0]$ 에서 증가하므로

$$A = \{y \mid 0 \leq y \leq 1\}$$

$p > 0$ 이므로 함수 $g(x)$ 는 닫힌 구간 $[-1, 0]$ 에서 감소하고

$A=B$ 이므로 $g(-1)=1$, $g(0)=0$

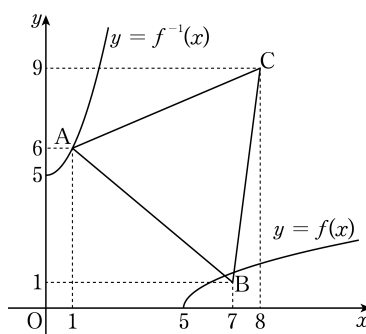
$$\frac{p}{-2} + q = 1, \quad -p + q = 0 \text{이므로 } p=2, \quad q=2$$

따라서 $p+q=4$

21) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 평행이동한 무리함수의 역함수의 그래프를 추측하여 문제를 해결한다.



그림과 같이 k 의 값이 증가하면 곡선 $y = \sqrt{x-k}$ 는 점 B 를 지난 이후에

삼각형과 만나지 않고 곡선 $y=f(x)$ 가 점 B 를 지날 때

$1 = \sqrt{7-k}$ 이므로 k 는 6 이다.

즉, $k > 6$ 이면 곡선 $y=f(x)$ 와 삼각형은 만나지 않는다.

또, $y = \sqrt{x-k}$ 의 역함수를 구하면 $y = x^2+k$ ($x \geq 0$)이다.

k 의 값이 증가하면 곡선 $y = x^2+k$ 가 점 A 를 지난 이후 삼각형과 만나지 않고

곡선 $y = x^2+k$ 가 점 A 를 지날 때 $6 = 1^2+k$ 이므로 k 는 5 이다.

즉, $k > 5$ 이면 곡선 $y = x^2+k$ 와 삼각형은 만나지 않는다.

따라서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 역함수의 그래프가 삼각형과 동시에

만나도록 하는 실수 k 의 최댓값은 5 이다.

22) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 무리식 계산하기

$$\begin{aligned} & \frac{1}{a+\sqrt{ab}} + \frac{1}{b+\sqrt{ab}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})} + \frac{1}{\sqrt{b}(\sqrt{b}+\sqrt{a})} \\ &= \frac{\sqrt{b}+\sqrt{a}}{\sqrt{ab}(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \end{aligned}$$

23) 답 : 16

[해설]

[출제 의도] 무리식의 뜻 이해하기

$$\begin{aligned} & \frac{p}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}} + \frac{q}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} \\ &= \frac{p}{\sqrt{2}-1} + \frac{q}{\sqrt{2}+1} \end{aligned}$$

정답 및 해설

$$\begin{aligned}
 &= p(\sqrt{2}+1)+q(\sqrt{2}-1) \\
 &= (p-q)+(p+q)\sqrt{2} \\
 &= 10+2\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$p-q=10, p+q=2$ 에서 $p=6, q=-4$
따라서 $2p-q=16$

24) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 이중근호를 이용하여 수학 내적문제 해결하기

$$x=2+\sqrt{3}, y=2-\sqrt{3} \text{ 에서}$$

$$x>0, y>0 \text{ 이므로 } \sqrt{x}\sqrt{y}=\sqrt{xy} \text{ 이고}$$

$$x+y=4, x-y=2\sqrt{3}, xy=1 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} &= \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}{x-y} \\
 &= \frac{x+y+2\sqrt{x}\sqrt{y}}{x-y} = \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

25) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 비례식을 이용하여 수학외적 문제 해결하기

A 학교에서 갑, 을의 득표수는 각각 $3a, a$ ($a \neq 0$ 인 상수)

B 학교에서 갑, 을의 득표수는 각각 $3b, 5b$ ($b \neq 0$ 인 상수)

A, B 학교의 투표자 수의 비가 5:4이므로

$$(3a+a):(3b+5b)=5:4$$

$$a:2b=5:4$$

$$\therefore a:b=5:2$$

그러므로 갑, 을의 전체 득표수의 비는

$$(3a+3b):(a+5b)=21:15=7:5$$

26) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 분수식 계산하기

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{(x-2)(x-1)} + \frac{2}{(x-1)(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} \\
 &= \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1}\right) + \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) \\
 &= \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} = \frac{4}{(x-2)(x+2)} \\
 &\therefore a+b+c=4
 \end{aligned}$$

27) 답 : 108

[해설]

[출제 의도] 유리식을 활용하여 문제 해결하기

2011년의 책상 수와 의자 수의 합을 a ,

2012년의 책상 수와 의자 수의 합을 b 라 할 때,

2011년과 2012년에 각각 구입한 책상 수와 의자 수는 표와 같다.

구분	책상 수	의자 수	합계
2011	$\frac{1}{3}a$	$\frac{2}{3}a$	a
2012	$\frac{5}{9}b$	$\frac{4}{9}b$	b
합계	$\frac{1}{3}a + \frac{5}{9}b$	$\frac{2}{3}a + \frac{4}{9}b$	$a+b$

$$\left(\frac{1}{3}a + \frac{5}{9}b\right) : \left(\frac{2}{3}a + \frac{4}{9}b\right) = 8:7 \text{ 에서 } 9a=b$$

$a+b=10a$ 이고 a 는 3의 배수이므로

$10a$ 는 30의 배수이다.

$100 < a+b < 150$ 이므로 $a+b=120$ 이다.

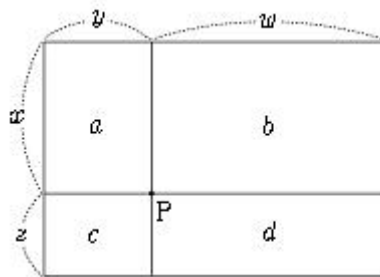
$a+b=10a=120$ 이므로 $a=12, b=108$ 이다.

따라서 2012년에 구입한 책상 수와 의자 수의 합은 108

28) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 비례식의 성질 추론하기



그림에서 $a=xy, b=xw, c=zy, d=zw$ 이므로 $a:b=c:d$ 가 성립한다.

즉, $ad=bc$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ 이므로 } \frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1 \text{ 에서}$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \text{ (참)}$$

ㄴ. (반례) $a:b=c:d=1:2$ 일 때,

$$\frac{c+d}{a+b} = 1, \frac{b+d}{a+c} = 2 \text{ (거짓)}$$

$$\text{ㄷ. } ad=bc \text{ 이므로 } \frac{b}{a} = \frac{d}{c} = \frac{b+d}{a+c} \dots \textcircled{\text{C}}$$

임의의 양의 실수 k 에 대하여

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c} = \frac{kd}{kc} = \frac{b+kd}{a+kc} \dots \textcircled{\text{D}}$$

$$\textcircled{\text{C}}, \textcircled{\text{D}} \text{ 에서 } \frac{b+d}{a+c} = \frac{b+kd}{a+kc} \text{ (참)}$$

\therefore 항상 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

29) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 이중근호를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{3}-1$ 이므로

$$\overline{OR} = \sqrt{2}(\sqrt{3}-1) = \sqrt{6}-\sqrt{2} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \text{ 호 } AB \text{의 길이는 } \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\pi$$

30) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 유리식을 이용하여 수학외적문제 해결하기

$$R_1 = \frac{aW}{p} \text{ 이다.}$$

2차 광고에 든 비용은 $p + \frac{x}{100}p = \left(1 + \frac{x}{100}\right)p$ 이므로

$$3차 \text{ 광고에 든 비용은 } \left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 p \text{ 이다.}$$

정답 및 해설

따라서 $R_3 = \frac{6aW}{\left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 p}$ 이다.

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{2}{3} \text{ 이므로 } \left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 = 4$$

$$\therefore x = 100 \quad (x > 0)$$

31) 답 : ①

[해설]

$$\sqrt{11-2\sqrt{18}} = \sqrt{(9+2)-2\sqrt{9 \times 2}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{9}-\sqrt{2})^2} = 3 - \sqrt{2}$$

32) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 무리함수의 그래프를 이해하여 함수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

함수 $f(x)$ 는 $y = -\sqrt{ax}$ ($a < 0$)를 x 축 방향으로 4만큼,
 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로

$$f(x) = -\sqrt{a(x-4)} + 2 \text{ 이다.}$$

$$f(0) = -2 \text{ 이므로 } f(0) = -\sqrt{-4a} + 2 = -2 \text{ 에서}$$

$$a = -4$$

$$f(x) = -\sqrt{-4(x-4)} + 2$$

$$\therefore f(-5) = -\sqrt{-4(-5-4)} + 2 = -4$$

33) 답 : ⑤

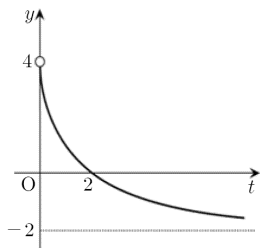
[해설]

[출제 의도] 유리함수의 그래프를 좌표평면 위에 나타낼 수 있는가를 묻는 문제이다.

선분 AB 를 $1:t$ ($t > 0$)로 내분하는 점 P 의 좌표 $f(t)$ 는

$$f(t) = \frac{1 \times 4 + t \times (-2)}{1+t} = \frac{4-2t}{1+t} = \frac{6}{1+t} - 2 \quad (t > 0) \text{ 이므로}$$

그래프를 좌표평면 위에 나타내면 그림과 같다.



34) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 제곱근의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

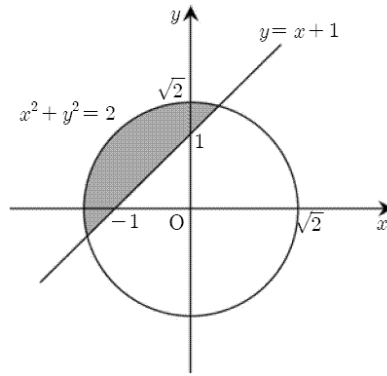
등식이 성립하기 위해서는 두 실수 x, y 가 다음 ① 또는 ② 또는 ③을 만족해야한다.

$$x - y + 1 < 0 \text{ 이고 } x^2 + y^2 - 2 < 0$$

$$x - y + 1 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2 = 0$$

①, ②, ③을 좌표평면 위에 나타내면 그림과 같다.



(단, 경계선은 영역에 포함된다.)

ㄱ. 점 $(-1, 1)$ 은 D 에 속한다.(참)

ㄴ. D 에 속하는 모든 점은 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이므로 점 $(-b, -a)$ 도 D 에 속한다.(참)

ㄷ. $\sqrt{a^2 + b^2}$ 의 최솟값은 원점과 직선 $y = x + 1$ 사이의 거리

$$\frac{1}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ 과 같다.}$$

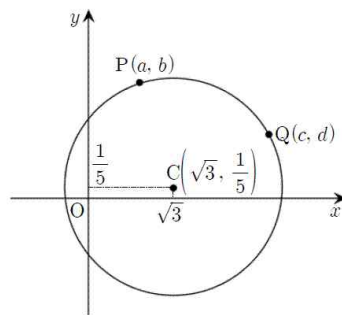
$$\therefore a^2 + b^2 \text{의 최솟값은 } \frac{1}{2} \text{ (참)}$$

35) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 무리수가 서로 같을 조건을 이용하여 명제가 참임을 증명할 수 있는가를 묻는 문제이다.

원 위에 점 $P(a, b)$ (a, b 는 정수)가 아닌 다른 점 $Q(c, d)$ (c, d 는 정수)가 존재한다고 가정하자.



$\overline{CP} = \overline{CQ}$ 이므로

$$\sqrt{(a - \sqrt{3})^2 + \left(b - \frac{1}{5}\right)^2} = \sqrt{(c - \sqrt{3})^2 + \left(d - \frac{1}{5}\right)^2}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$a^2 - c^2 + b^2 - d^2 - \frac{2}{5}(b-d) = 2\sqrt{3}(a-c) \dots ①$$

①에서 좌변은 유리수 이므로 $a - c = 0$

$$\therefore b^2 - d^2 - \frac{2}{5}(b-d) = 0 \dots ②$$

②에서 b, d 는 정수이므로 $b - d = 0$

$a = c, b = d$ 이므로 두 점 P, Q 는 서로 같은 점이다.

따라서 이 원 위의 점들 중에는 x 좌표, y 좌표가 모두 정수인 점이 P 외에 존재하지 않는다.

36) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 이중근호를 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\sqrt{5+2\sqrt{6}} \times \sqrt{5-2\sqrt{6}} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 3 - 2 = 1$$

[다른 풀이]

$$\sqrt{5+2\sqrt{6}} \times \sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})}$$

정답 및 해설

$$= \sqrt{25-24} = \sqrt{1} = 1$$

37) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 무리식을 계산하기

$$\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}} = (\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1) = 2\sqrt{3}$$

38) 답 : ⑤

[해설]

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \sqrt{(a-1)^2} + \sqrt{a^2} \\ &= |a-1| + |a| \\ &= -(a-1) + a (\because 0 < a < 1) \\ &= 1 \end{aligned}$$

39) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 복잡한 유리식을 간단히 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{x+1} &= \frac{x}{x+1} = \frac{x-1}{x+1} \text{ 이므로} \\ 1 + \frac{1}{x-1} &= \frac{x}{x-1} \\ x-1 &= px+q \text{ 에서 } p=1, q=-1 \\ \therefore p+q &= 1-1=0 \end{aligned}$$

40) 답 : ②

[해설]

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2} \\ a - [a] &= \sqrt{2} - 1 \\ \frac{1}{a - [a]} &= \frac{1}{\sqrt{2}-1} = 1 + \sqrt{2} \text{ 이므로 } m=1, n=1 \\ \therefore m+n &= 2 \end{aligned}$$

41) 답 : 16

[해설]

[출제 의도] 곱셈공식을 활용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} \frac{2010^2 - 2002 \times 2018}{2011^2 - 2009 \times 2013} &= \frac{2010^2 - (2010-8) \times (2010+8)}{2011^2 - (2011-2) \times (2011+2)} \\ &= \frac{2010^2 - 2010^2 + 64}{2011^2 - 2011^2 + 4} \\ &= \frac{64}{4} \\ &= 16 \end{aligned}$$

[다른 풀이]

2010 = x, 2011 = y 라 하면

$$\begin{aligned} \frac{2010^2 - 2002 \times 2018}{2011^2 - 2009 \times 2013} &= \frac{x^2 - (x-8) \times (x+8)}{y^2 - (y-2) \times (y+2)} \\ &= \frac{x^2 - x^2 + 64}{y^2 - y^2 + 4} \\ &= \frac{64}{4} \\ &= 16 \end{aligned}$$

42) 답 : ②

[해설]

$$x = \sqrt{11 - \sqrt{96}} = \sqrt{(8+3) - 2\sqrt{8 \cdot 3}} = \sqrt{8} - \sqrt{3}$$

$$(x + \sqrt{3})^2 = (\sqrt{8})^2 = 8$$

43) 답 : ①

[해설]

$$2 + \frac{2}{\sqrt{3}+1} = 2 + \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \sqrt{3}+1 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= \frac{a}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{\sqrt{3}+1}}}} \\ &= \frac{a}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{\sqrt{3}+1}}} \\ &= \frac{a}{2 + \frac{2}{\sqrt{3}+1}} \\ &= \frac{a(\sqrt{3}-1)}{2} = 2\sqrt{3} + b \end{aligned}$$

따라서 $a=4, b=-2, \therefore a+b=2$

44) 답 : ⑤

[해설]

조건 (가)로부터 $a < 0, b < 0$

조건 (나)로부터 $b < 0, c > 0$

따라서, 포물선은 위로 볼록한 모양이고,

대칭축 $x = -\frac{b}{2a} < 0, y$ 절편 $c > 0$ 이므로

이차 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 될 수 있는 것은 ⑤이다.

45) 답 : ③

[해설]

$$\frac{a+b}{4} = \frac{b+c}{7} = \frac{c+a}{9} = k (\neq 0) \text{ 라 하면}$$

$a+b=4k, b+c=7k, c+a=9k$ 이다.

$$\therefore a=3k, b=k, c=6k$$

따라서, (준식) $= 2 \frac{a+b}{c} = 2 \frac{4k}{6k} = 2 \frac{2}{3} = \sqrt[3]{4}$ 이다.

46) 답 : ③

[해설]

$k \leq 0$ 이면 두 그래프는 항상 한 점에서 만난다.

$k > 0$ 일 때, $2kx = (x+1-k)^2$

$$x^2 + 2(1-2k)x + (1-k)^2 = 0$$

$$\frac{D}{4} = (1-2k)^2 - (1-k)^2 < 0$$

따라서 $0 < k < \frac{2}{3}$ 일 때, 두 그래프는 만나지 않는다.

47) 답 : ①

[해설]

정답 및 해설

$$2 + \frac{2}{\sqrt{3}+1} = 2 + \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \sqrt{3}+1 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= \frac{a}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{\sqrt{3}+1}}}} \\ &= \frac{a}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{\sqrt{3}+1}}} \\ &= \frac{a}{2 + \frac{2}{\sqrt{3}+1}} \\ &= \frac{a(\sqrt{3}-1)}{2} = 2\sqrt{3}+b \end{aligned}$$

따라서 $a=4, b=-2$
 $\therefore a+b=2$

48) 답 : ②

[해설]

$$\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{5} = k \text{ (} k \text{는 상수)일 때,}$$

$$x+y=3k, y+z=4k, z+x=5k$$

연립방정식을 풀면 $x=2k, y=k, z=3k$ ($k \neq 0$)

$$\text{(준식)} = \frac{2k^2 - 3k^2 - 6k^2}{4k^2 + k^2 + 9k^2} = -\frac{1}{2}$$

49) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 실수의 대소 관계를 판단할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로

$$5 < 4 + \sqrt{2} < 6, 2 < 4 - \sqrt{2} < 3 \text{ 이므로}$$

$$\langle 4 + \sqrt{2} \rangle = 5$$

$$\langle \langle 4 - \sqrt{2} \rangle \rangle = (4 - \sqrt{2}) - 2 = 2 - \sqrt{2}$$

$$\langle 4 + \sqrt{2} \rangle + \frac{2}{\langle \langle 4 + \sqrt{2} \rangle \rangle} = 5 + \frac{2}{2 - \sqrt{2}}$$

$$= 5 + (2 + \sqrt{2})$$

$$= 7 + \sqrt{2}$$

$$\therefore a=7, b=1$$

$$\therefore a+b=8$$

50) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 무리함수의 그래프와 역함수의 그래프 사이 관계를 이용하여 미정계수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\sqrt{ax}=x$ 의 한 실근이 $x=2$ 이므로

$$\sqrt{2a}=2$$

$$\therefore a=2$$

$y = \sqrt{2x+b}$ 의 역함수는

$$x = \sqrt{2y+b} \text{ 에서 } y = \frac{1}{2}(x^2 - b) \text{ 이므로}$$

$y = \sqrt{2x+b}$ 와 직선 $y=x$ 가 접하면

$$y = \frac{1}{2}(x^2 - b) \text{와 직선 } y=x \text{도 접한다.}$$

이차방정식 $\frac{1}{2}(x^2 - b) = x$ 가 중근을 가지므로

$$x^2 - 2x - b = 0 \text{에서 } \frac{D}{4} = 1 + b = 0, b = -1$$

$$\therefore ab = -2$$

51) 답 : ①

[해설]

$\log_4 p = \log_{10} 2q = \log_{25} (p+3q) = k$ 라면

$$p = 4^k, 2q = 10^k, p+3q = 25^k$$

$$(2q)^2 = p(p+3q)$$

$$4q^2 - 3pq - p^2 = 0 \text{이며 인수분해하면}$$

$$(q-p)(4q+p) = 0$$

$$\frac{q}{p} = 1 \text{ 또는 } -\frac{1}{4}$$

p, q 는 모두 양수이므로

$$\therefore \frac{q}{p} = 1$$

52) 답 : 14

[해설]

0과 1 사이에 분모가 m 인 분수는 $\frac{1}{m}, \frac{2}{m}, \frac{3}{m}, \dots, \frac{m-1}{m}$ 이다.

따라서

$$\frac{1}{4} < \frac{1}{m} < \frac{2}{7} \rightarrow \frac{7}{2} < m < 4 \text{이 경우 만족하는 자연수 } m \text{은 없다.}$$

$$\frac{1}{4} < \frac{2}{m} < \frac{2}{7} \rightarrow 7 < m < 8 \text{이 경우 만족하는 자연수 } m \text{은 없다.}$$

$$\frac{1}{4} < \frac{3}{m} < \frac{2}{7} \rightarrow \frac{21}{2} < m < 12 \text{에서 } m=11 \text{이다.}$$

범위가 증가하므로 m 은 점점 커진다.

따라서 최소인 것은 $m=11$ 이고 이때, $n=3$ 이다.

$$\therefore m+n=14$$

53) 답 : ③

[해설]

갑의 속력을 v 라 하면 을의 속력은 pv 이다.

을이 갑을 따라 잡을 때까지 갑이 달린 거리를 l 이라 하면

$$\frac{l}{v} = \frac{l+q}{pv} \text{ 이므로 } l = \frac{q}{p-1} \text{이다.}$$

따라서 을이 갑을 따라 잡을 때까지 을이 달린 거리는

$$l+q = \frac{q}{p-1} + q = \frac{pq}{p-1}$$

54) 답 : ④

[해설]

5초 후 $\overline{AP} = 5a^2, \overline{QC} = 25a$ 이다. $\overline{AB} = h$ 라 할 때,

$$(\square PABQ \text{의 넓이}) = \frac{5a^2 + (120 - 25a)}{2} \times h$$

$$(\square PQCD \text{의 넓이}) = \frac{25a + (120 - 5a^2)}{2} \times h \text{이다.}$$

정답 및 해설

$$\frac{5a^2 + (120 - 25a)}{2}h : \frac{25a + (120 - 5a^2)}{2}h = 5 : 7$$

에서 $a^2 - 5a + 4 = 0 \Rightarrow a = 1, 4$
따라서 a 의 값의 합은 5이다.

55) 답 : 36

[해설]

[출제 의도] 분수함수의 그래프와 직선과의 관계를 이해하고 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

도형 $xy - 2x - 2y = k$ 와 직선 $x + y = 8$ 의 교점 P, Q 의 x 좌표를 각각 α, β 라 하자.

$y = 8 - x$ 를 대입하여 정리하면

$$x^2 - 8x + (k + 16) = 0 \dots \textcircled{1}$$

이 방정식의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha\beta = k + 16 = 14$$

$$\therefore k = -2$$

$$k = -2 \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하여 풀면 } x = 4 \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore P(4 - \sqrt{2}, 4 + \sqrt{2}), Q(4 + \sqrt{2}, 4 - \sqrt{2})$$

$$\therefore \overline{OP} \times \overline{OQ} = \overline{OP}^2$$

$$= (4 - \sqrt{2})^2 + (4 + \sqrt{2})^2 = 36$$

[다른 풀이]

도형 $xy - 2x - 2y = k$ 와 직선 $x + y = 8$ 의 교점 P, Q 의 x 좌표를 각각 α, β 라 하자.

$y = 8 - x$ 를 대입하여 정리하면

$$x^2 - 8x + (k + 16) = 0 \dots \textcircled{1}$$

이 방정식의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = 8, \alpha\beta = k + 16$$

여기서 P, Q 의 x 좌표의 곱이 14이므로

$$k = -2$$

그런데 도형 $xy - 2x - 2y = -2$ 는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로

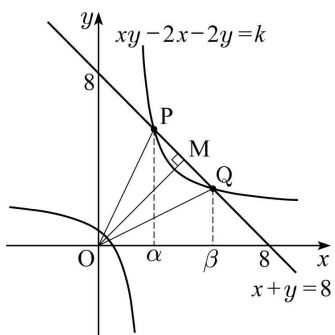
선분 PQ 의 중점을 M 이라 하면 삼각형 OPQ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \overline{OP} \times \overline{OQ} = \overline{OP}^2 = \overline{OM}^2 + \left(\frac{1}{2}\overline{PQ}\right)^2$$

$$\text{이때 } \overline{OM}^2 = 4^2 + 4^2 = 32,$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{2(\alpha - \beta)^2} = \sqrt{2\{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta\}} = 4$$

$$\therefore \overline{OP} \times \overline{OQ} = 32 + 4 = 36$$



56) 답 : 10

[해설]

$$\overline{AM_1} : \overline{M_1M_2} : \overline{M_2B} = \overline{AN_1} : \overline{N_1N_2} : \overline{N_2D} \text{이므로}$$

$$\overline{AM_1} = \overline{AN_1} = l, \overline{M_1M_2} = \overline{N_1N_2} = m,$$

$$\overline{M_2B} = \overline{N_2D} = n \quad (l > m > n) \text{이라 하면}$$

$$ln = 1, l + m + n = 4 \text{이고, } S_1 = l^2 + m^2 + n^2,$$

$$S_2 = lm + mn + nl \text{이다.}$$

$$S_1 : S_2 = 2 : 1 \text{이므로}$$

$$l^2 + m^2 + n^2 = 2(lm + mn + nl) \text{이고}$$

$$l + m + n = 4 \text{에서 } lm + mn + nl = 4 \text{이다.}$$

$$ln = 1 \text{이므로 } m(4 - m) + 1 = 4$$

$$\text{따라서 } m = \overline{M_1M_2} = 1 (\because l > m)$$

$$\therefore 10m = 10$$

57) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$(2x + y)(2x - y) = (2x)^2 - y^2$$

$$= 4x^2 - y^2$$

$$= 4 \times (5\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{5})^2$$

$$= 4 \times 50 - 20 = 180$$

58) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 이중근호를 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\sqrt{8 + \sqrt{60}} = \sqrt{8 + 2\sqrt{15}} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{8 - \sqrt{60}} = \sqrt{8 - 2\sqrt{15}} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$$

$$(\text{주어진 식}) = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) + (\sqrt{5} - \sqrt{3})$$

$$= 2\sqrt{5}$$

59) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 순환소수에 대해 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$\frac{5}{37} = 0.135135135 \dots = 0.1\dot{3}5$$

$$\text{또한 } 2009 = 3 \times 669 + 2 \text{이므로}$$

$$\text{소수점 아래 } 2009 \text{번째 자리의 숫자는 } 3 \text{이다.}$$

60) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 주어진 유리수의 변형과정을 이용하여

유리수의 계산 결과를 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

주어진 유리수를 변형하면

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{5 \times 6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{42} = \frac{1}{6 \times 7} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{56} = \frac{1}{7 \times 8} = \frac{1}{7} - \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{72} = \frac{1}{8 \times 9} = \frac{1}{8} - \frac{1}{9}$$

그러므로

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72}$$

정답 및 해설

$$= \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right)$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{9} = \frac{5}{36}$$

61) 답 : 270

[해설]

[출제 의도] 속력과 거리의 관계로부터 이차방정식을 구하여 트랙의 길이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

갑의 속력을 v_1 , 을의 속력을 v_2 라 하자.

출발 후 두 사람이 첫 번째 만날 때까지 걸린 시간이 같으므로

$$\frac{160}{v_1} = \frac{a-160}{v_2}$$

$$v_1 : v_2 = 160 : (a-160) \dots \textcircled{1}$$

두 사람이 두 번째 다시 만날 때까지 걸린 시간이 같으므로

$$\frac{a+50}{v_1} = \frac{a-50}{v_2}$$

$$v_1 : v_2 = (a+50) : (a-50) \dots \textcircled{2}$$

①, ②에서

$$160 : (a-160) = (a+50) : (a-50)$$

$$(a-160)(a+50) = 160(a-50)$$

$$a^2 - 270a = 0$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 270$$

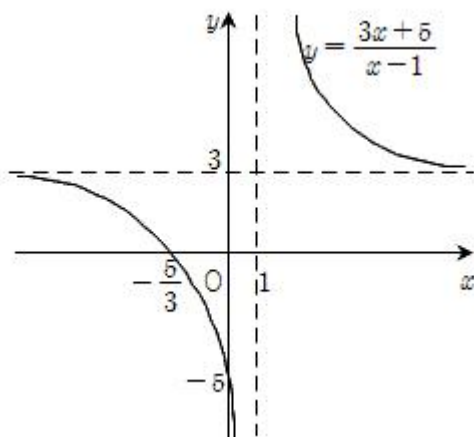
62) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 유리함수의 그래프의 성질을 추론하기

유리함수 $y = \frac{3x+5}{x-1} = \frac{8}{x-1} + 3$ 의 그래프는

아래 그림과 같다.



위의 그림으로부터

ㄱ. 점근선의 방정식은 $x=1, y=3$ 이다. (참)

ㄴ. 그래프는 제 3사분면을 지난다. (참)

ㄷ. 그래프는 점근선의 교점 $(1, 3)$ 을 지나고

기울기가 1 또는 -1인 직선에 대하여 대칭이다.

이때, 이 직선의 방정식을 구하면,

$$y-3 = \pm 1(x-1)$$

즉, $y = x+2$ 또는 $y = -x+4$ 이다.

그러므로 그래프는 직선 $y = x+3$ 에 대하여

대칭이 아니다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

63) 답 : 14

[해설]

[출제 의도] 제곱근의 성질과 자연수의 성질을 이용하여 자연수 n 의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ 에서

$$\sqrt{\frac{504}{n}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^2 \times 7}{n}}$$

$$= 2 \times 3 \times \sqrt{\frac{2 \times 7}{n}}$$

식의 값이 정수가 되도록 하는 자연수 n 의 값은

$2 \times 7, 2^3 \times 7, 2 \times 3^2 \times 7, 2^3 \times 3^2 \times 7$ 이다.

따라서 n 의 최솟값은 $2 \times 7 = 14$

64) 답 : 4

[해설]

[출제 의도] 유리식을 계산하여 문제 해결하기

$$\frac{x}{1 + \frac{2}{x+1}} = \frac{x}{\frac{x+3}{x+1}} = \frac{x^2+x}{x+3} = x-2 + \frac{6}{x+3}$$

따라서 $x-2 + \frac{6}{x+3} = x+a + \frac{b}{x+3}$ 에서

$$a = -2, b = 6 \text{ 이므로 } a+b = 4 \text{ 이다.}$$

65) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 유리함수의 그래프 이해하기

$$y = \frac{-3x+7}{x-2} = -3 + \frac{1}{x-2} \text{ 은}$$

$y = x$ 와 $y = -x$ 에 대하여 대칭인 유리함수 $y = \frac{1}{x}$ 을 x 축의 방향으로 2, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 유리함수이다.

따라서, 함수 $y = \frac{-3x+7}{x-2}$ 는 두 직선 $y = x$ 와 $y = -x$ 를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 직선에 대하여 각각 대칭이다. 즉, $y = x-5$ 와 $y = -x-1$ 에 대하여 대칭이다.

$$\therefore a+b+c+d = -6$$

66) 답 : 48

[해설]

[출제 의도] 무리함수의 그래프와 대칭이동, 평행이동의 성질을 이용하여 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$y = \sqrt{x+4} - 3$ 의 그래프는

$y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4만큼,

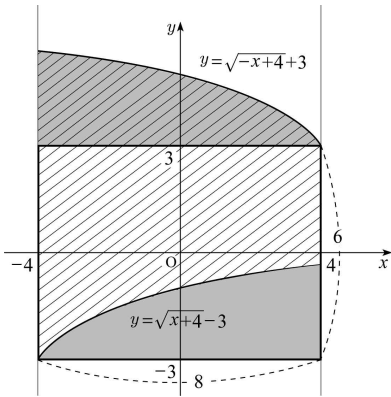
y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

또, $y = \sqrt{-x+4} + 3$ 의 그래프는

$y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 다음

x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

정답 및 해설



그림에서 두 어두운 부분의 넓이가 같으므로
 구하는 도형(빛금친 부분)의 넓이는 굵은 선으로 표시된 직사각형
 의 넓이와 같다.
 따라서 구하는 넓이는 $6 \times 8 = 48$

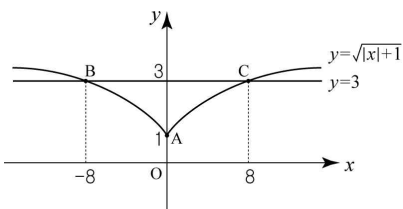
67) 답 : 16

[해설]

[출제 의도] 함수의 그래프 이해하기

$y = \sqrt{|x|+1}$ 이 최솟값을 갖는 점은 $A(0, 1)$

$y = \sqrt{|x|+1}$ 와 직선 $y=3$ 과의 두 교점은 $B(-8, 3), C(8, 3)$



$$\therefore (\text{삼각형 } ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 16 \times 2 = 16$$

68) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 유리식의 사칙연산 계산하기

$$(\text{준식}) = \frac{x-1}{x} \times \frac{2x}{1-x} = -2$$

69) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 이종근호 계산하기

$$\sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{5+1} - (\sqrt{5}-1) = 2$$

70) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 무리식을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} + \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} &= \frac{(\sqrt{2}-1)^2 + (\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} \\ &= (3-2\sqrt{2}) + (3+2\sqrt{2}) = 6 \end{aligned}$$

71) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 제곱근의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} (-\sqrt{3})^2 - \sqrt{49} + \sqrt{(-3)^2} \\ &= 3 - 7 + 3 \\ &= -1 \end{aligned}$$

72) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 유리함수와 직선 사이의 최단거리 구하기

직선 QR 의 방정식은 $4x+y+4=0$ 이고,

점 $P(a, \frac{1}{a})$ 에서 직선 QR 까지의 거리 h 는

$$h = \frac{|4a + \frac{1}{a} + 4|}{\sqrt{17}}$$

$$a \text{는 양수이므로 } 4a + \frac{1}{a} \geq 2\sqrt{4a \cdot \frac{1}{a}} = 4$$

따라서 $h = \frac{|4a + \frac{1}{a} + 4|}{\sqrt{17}} \geq \frac{8}{\sqrt{17}}$ 이다.

$$\therefore \triangle PQR \text{의 넓이의 최솟값은 } \frac{1}{2} \times \sqrt{17} \times \frac{8}{\sqrt{17}} = 4$$

73) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 제곱근의 근삿값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} \sqrt{0.345} &= \sqrt{\frac{34.5}{100}} \\ &= \frac{\sqrt{34.5}}{\sqrt{100}} \\ &= \frac{5.874}{10} \\ &= 0.5874 \end{aligned}$$

74) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 무리수가 같을 조건 이해하기

[해설] $x + \sqrt{2}x - y + \sqrt{2}y + 1 = 0$ 을 정리하면

$$(x-y+1) + (x+y)\sqrt{2} = 0 \text{ 이다.}$$

x, y 가 유리수이므로 $x-y+1=0$ 이고 $x+y=0$

$$\text{연립하여 풀면 } x = -\frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$$

$$\therefore xy = -\frac{1}{4}$$

75) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 무리식의 성질 이해하기

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \text{ 이므로}$$

$$x+1 \geq 0, x-1 < 0$$

$$\therefore -1 \leq x < 1$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(x-1)^2+4x} - \sqrt{(x+1)^2-4x} \\ &= \sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-1)^2} \\ &= |x+1| - |x-1| \\ &= x+1 - (-x+1) \\ &= 2x \end{aligned}$$

76) 답 : 74

[해설]

[출제 의도] 이종근호를 변형하여 주어진 식의 값을 계산할 수 있는가

정답 및 해설

를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned}\sqrt{12-2\sqrt{35}} &= \sqrt{(7+5)-2\sqrt{7\cdot 5}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{5})^2} = \sqrt{7}-\sqrt{5} \\ \therefore a=7, b=5\end{aligned}$$

따라서 $a^2+b^2=49+25=74$ 이다.

77) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]이중근호 계산을 이용한 정사각형의 넓이 구하기
 S_1 의 한변의 길이는

$$\sqrt{6-4\sqrt{2}} = \sqrt{6-2\sqrt{8}} = 2-\sqrt{2}$$

S_2 의 한변의 길이는

$$\sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{2}+1$$

S_3 의 한 변의 길이는 3이므로

$$\therefore S_3\text{의 넓이는 } 9$$

78) 답 : 63

[해설]

[출제 의도]유리수와 무리수가 들어있는 식을 간단히 하여
식의 값을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned}x &= \frac{1}{1-\frac{1}{1+\frac{1}{3\sqrt{7}-1}}} = \frac{1}{1-\frac{1}{(3\sqrt{7}-1)+1}} \\ &= \frac{1}{1-\frac{3\sqrt{7}-1}{3\sqrt{7}}} = \frac{1}{\frac{3\sqrt{7}-(3\sqrt{7}-1)}{3\sqrt{7}}} = 3\sqrt{7} \\ \therefore x^2 &= (3\sqrt{7})^2 = 63\end{aligned}$$

[별해]

$3\sqrt{7}-1=t$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}x &= \frac{1}{1-\frac{1}{1+\frac{1}{t}}} = \frac{1}{1-\frac{1}{\frac{t+1}{t}}} \\ \frac{1}{1-\frac{t}{t+1}} &= \frac{1}{\frac{t+1-t}{t+1}} = t+1 \\ \therefore x &= t+1 = 3\sqrt{7}\end{aligned}$$

따라서 $x^2 = (3\sqrt{7})^2 = 63$ 이다.

79) 답 : 8

[해설]

함수 $y = \frac{ax-b}{x-3}$ 이 $(1, 1)$ 을 지나므로

$$a-b = -2\text{이다.}$$

접근선의 방정식이 $y=3$ 이므로

$$a=3\text{이다.}$$

$$\therefore b=5, a+b=8$$

80) 답 : 2

[해설]

[출제 의도]유리식의 비례 관계 이해하기

$$\begin{cases} 3x-4y+5z=0 \cdots ① \\ x-3y+5z=0 \cdots ② \end{cases}$$

$$① - ② \text{하여 정리하면 } y=2x \cdots ③$$

$$③ \text{을 } ② \text{에 대입하여 정리하면 } z=x$$

$$\frac{3x+5y-5z}{x+y+z} = \frac{8x}{4x} = 2$$

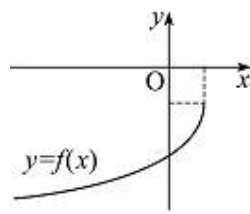
81) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]이차 함수와 무리함수의 그래프를 이해하고 있는가를 묻는
문제이다.

이차 함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프에서 $a<0, b>0, c>0$ 이므로

무리함수 $f(x)=a\sqrt{-x+b}-c$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



82) 답 : 20

[해설]

[출제 의도]무리식의 분모 유리화하기

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}} \\ &= \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}+\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}{x+1-x} \\ &= 2\sqrt{x+1} \\ \therefore x=99 \text{를 대입하면 } 20\end{aligned}$$

83) 답 : 32

[해설]

[출제 의도]유리식의 값 계산하기

$$\frac{a-b}{b} = \frac{b-a}{a} \text{을 정리하면}$$

$$a^2 = b^2 \text{이므로 } a = \pm b \text{이고}$$

$$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \pm 2$$

$$\alpha = 2, \beta = -2 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = 2$$

$$\therefore 4(\alpha^2 + \beta^2) = 32$$

84) 답 : 15

[해설]

[출제 의도]곱셈공식을 이용하여 유리식의 값 구하기

$$\frac{x^4+x^2+1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} + 1 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 1$$

$$\therefore \frac{x^4+x^2+1}{x^2} = 15$$

85) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]주어진 연산 장치를 이해하고

이중근호를 간단히 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

연산 장치 \square 에 45와 36이 입력되므로

$$p = \sqrt{45+36} = \sqrt{81} = 9$$

정답 및 해설

연산 장치 \square 에 92와 12가 입력되므로

$$q = \sqrt{92-12} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

따라서 연산 장치 \oplus 에 9와 $4\sqrt{5}$ 가 입력되므로

$$r = \sqrt{9+4\sqrt{5}} = \sqrt{9+2\sqrt{20}} = 2 + \sqrt{5}$$

86) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]이중근호를 이용하여 수학적문제 해결하기

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \text{이므로,}$$

$$W = 3\sqrt{3}, m = 3, v_0 = 2 \text{를 대입하면,}$$

$$3\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 3 \times v^2 - \frac{1}{2} \times 3 \times 4$$

$$v^2 = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$\therefore v = \sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1$$

87) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 유리식의 계산을 이용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{cases} a = \frac{P_1 + P_3}{P_2} \times 100 \\ b = \frac{P_1}{P_2} \times 100 \end{cases} \text{이므로}$$

$$a = \left(\frac{P_1}{P_2} + \frac{P_3}{P_2} \right) \times 100 = b + \frac{P_3}{P_2} \times 100$$

$$\therefore P_3 = a - \frac{b}{100} \times P_2, P_1 = \frac{b}{100} \times P_2$$

$$\therefore (\text{고령화 지수}) = \frac{P_3}{P_1} \times 100 = \frac{a - \frac{b}{100} \times P_2}{\frac{b}{100} \times P_2} \times 100$$

$$= a - \frac{b}{b} \times 100 (\%)$$

88) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]이중근호 계산하기

$$x = \sqrt{3-\sqrt{8}}$$

$$= \sqrt{3-2\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{2}-1$$

$$x - \frac{1}{x} = \sqrt{2}-1 - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$$

$$= (\sqrt{2}-1) - (\sqrt{2}+1)$$

$$= -2$$

89) 답 : ①

[해설]

$\sqrt{n^2+1}$ 이[유리수]라고 가정하면

$$\sqrt{n^2+1} = \frac{q}{p} \text{ (} p, q \text{는 서로소인 자연수)이다.}$$

$p^2(n^2+1) = q^2$ 이므로 q^2 은 p 로 나누어 떨어진다.

p, q 는 서로소이므로 $p = [1]$ 이다.

$$\therefore n^2 = q^2 - 1$$

여기에서 $q > 1$ 이므로 자연수 k 에 대하여

(i) $q = 2k$ 일 때, $(2k-1)^2 < n^2 < [4k^2]$ 을 만족하는 자연수 n 이 존재하지 않고

(ii) $q = 2k+1$ 일 때, $[4k^2] < n^2 < (2k+1)^2$ 을 만족하는 자연수 n 이 존재하지 않는다.

(i)과 (ii)에 의하여 1보다 큰 자연수 q 는 존재하지 않는다.

따라서 $\sqrt{n^2+1}$ 이[유리수]는 가정에 모순이다.

그러므로 $\sqrt{n^2+1}$ 은 무리수이다.

90) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]비례식을 응용하여 수학적문제 해결하기

원의 반지름을 r 이라 하면, 정육각형의 한 변의 길이는 r ,

정삼각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}r$ 이다.

갑의 속력을 x 라 하면

$$\text{갑이 한 번 도는데 걸린 시간 } t_1 = \frac{6r}{x}$$

을이 한 번 도는데 걸린 시간

$$t_2 = \frac{\sqrt{3}r}{x} + \frac{\sqrt{3}r}{2x} + \frac{\sqrt{3}r}{\frac{1}{2}x} = \frac{7\sqrt{3}r}{2x}$$

$$\therefore \frac{t_1}{t_2} = \frac{12}{7\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

91) 답 : ①

[해설]

$1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ 을 [유리수]라 가정하면

$$1 + \sqrt{2} - \sqrt{3} = k \text{ (} k \text{는 [유리수])}$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{3} = k - 1$$

양변을 제곱하면

$$5 - 2\sqrt{6} = [(k-1)^2]$$

$$\therefore \sqrt{6} = \frac{5 - (k-1)^2}{2} \dots \text{①}$$

①의 좌변은 무리수이고 우변은 [유리수]이다.

이는 모순이므로 $1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ 은 무리수이다.

92) 답 : ③

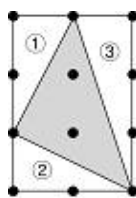
[해설]

[출제 의도]실수의 성질을 이용하여 수학 내적문제 해결하기

ㄱ. 맨 위쪽 줄의 왼쪽에서 열 번째 점과, 맨 아래줄의 왼쪽에서 첫 번째 점을 연결한 선분을 빗변으로 하는 직각이등변삼각형이 존재하고

이때 빗변의 길이는 $9\sqrt{2}$ 이다. \therefore 참

ㄴ. 임의의 삼각형에 대하여 그림과 같이 그 삼각형에 외접하는 직사각형을 만들 수 있다.



(구하고자 하는 삼각형의 넓이)

정답 및 해설

(사각형의 넓이) - (①+②+③)
 사각형과 직각삼각형 ①, ②, ③의 넓이는 유리수이므로
 모든 삼각형의 넓이는 유리수이다. ∴ 참
 c. 모든 다각형의 넓이는 몇 개의 삼각형의 넓이의 합으로 표현가능하다.
 삼각형의 넓이는 모두 유리수이므로,
 모든 다각형의 넓이는 유리수이다. ∴ 거짓

93) 답 : 16

[해설]
 [출제 의도]유리수의 사칙계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times 3 - (-4) \div \square &= 1 \\ \frac{1}{4} \times 3 - (-4) \div \square &= 1 \\ \frac{3}{4} - 1 &= (-4) \div \square \\ -\frac{1}{4} &= -\frac{4}{\square} \\ \therefore \square &= 16 \end{aligned}$$

94) 답 : ①

[해설]
 [출제 의도]분수식을 계산하여 주어진 식을 간단히 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} \frac{x}{1 + \frac{1}{x-1}} &= \frac{x(x-1)}{(x-1)+1} \\ &= x-1 \end{aligned}$$

95) 답 : ②

[해설]
 [출제 의도]이중근호를 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} \sqrt{9+2\sqrt{4 \cdot 5}} + \sqrt{9-2\sqrt{4 \cdot 5}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{5}+2)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} \\ &= (\sqrt{5}+2) + (\sqrt{5}-2) \\ &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

96) 답 : ③

[해설]
 [출제 의도]유리식 계산하기

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}ac^2\right) \times \left(-\frac{a}{b}\right)^2 \div \left(\frac{ac}{4b^2}\right)^2 \\ &= \frac{ac^2}{2} \times \frac{a^2}{b^2} \times \frac{16b^4}{a^2c^2} \\ &= 8ab^2 \end{aligned}$$

97) 답 : ④

[해설]
 [출제 의도]이중근호가 있는 식을 이중근호가 없는 식으로 변형할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} \sqrt{5+2\sqrt{6}} &= (3+2) + 2\sqrt{3 \times 2} \\ &= \sqrt{3} + \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\therefore a+b=5$$

98) 답 : ⑤

[해설]
 [출제 의도]절대값의 성질 이해하기
 [해설] $|a|=a$ 이므로 $a > 0$
 $|ab|=-ab$ 이므로 $ab < 0 \therefore b < 0$
 $|a-b| + \sqrt{a^2} + \sqrt{(b-a)^2}$
 $(a-b) + a - (b-a) = 3a - 2b$

99) 답 : ④

[해설]
 [출제 의도]제곱근의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.
 $\sqrt{2^2} + \sqrt{2^4} = \sqrt{2^2} + \sqrt{4^2}$
 $= 2 + 4$
 $= 6$

100) 답 : ②

[해설]
 [출제 의도]역함수의 성질 이해하기
 $f(x) = \frac{kx}{x+3}$ 가 직선 $y=x$ 에 대칭이므로

$$\begin{aligned} f(x) &= f^{-1}(x), f^{-1}(x) = \frac{-3x}{x-k} \\ \frac{kx}{x+3} &= \frac{-3x}{x-k} \\ \therefore k &= -3 \end{aligned}$$

101) 답 : ①

[해설]
 [출제 의도]좌표평면에서 두 도형의 교점이 존재할 조건을 찾아 영역으로 나타낼 수 있는가를 묻는 문제이다.

무리함수 $y = \sqrt{x-p} + q$ 의 그래프는 점 (p, q) 에서 시작하여 오른쪽 위로 증가하는 곡선이다.(그림참조)

곡선 $y = \sqrt{x-p} + q$ 가 반직선 A 와 만나기 위해서는 점 (p, q) 가 직선 $x=1$ 의 왼쪽에 놓여야 한다.

$$\therefore p \leq 1 \dots \textcircled{1}$$

또한, 곡선 $y = \sqrt{x-p} + q$ 가 반직선 A 와 한 점에서 만나는 경우 중

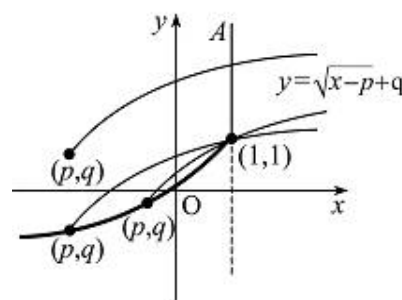
가장 아래쪽에 놓일 때는 곡선 $y = \sqrt{x-p} + q$ 가 점 $(1, 1)$ 을 지날 때이다.

점 $(1, 1)$ 을 지나는 경우는

$$1 = \sqrt{1-p} + q \text{에서 } q = 1 - \sqrt{1-p}$$

$$\therefore q \geq 1 - \sqrt{1-p} \dots \textcircled{2}$$

①, ②에 의하여 구하는 영역을 좌표평면 위에 나타내면 ①과 같다.



정답 및 해설

102) 답 : 16

[해설]

[출제 의도] 실수가 서로 같을 조건을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

주어진 등식을 전개하여 정리하면

$$2a + 2\sqrt{3} - 3b + \sqrt{3}b = 2 + 8\sqrt{3}$$

$$(2a - 3b) + (b + 2)\sqrt{3} = 2 + 8\sqrt{3}$$

a, b 는 유리수이므로

$$2a - 3b = 2, b + 2 = 8$$

$$\therefore a + b = 10 + 6 = 16$$

103) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 정의된 분수식 계산하기

$$\frac{1}{n} \times [n^2; 1, n^2] = \frac{1}{n} \left(n^2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{n^2}} \right)$$

$$n + \frac{1}{n \left(1 + \frac{1}{n^2} \right)} = n + \frac{1}{n + \frac{1}{n}}$$

$[n; n, n]$

$$\therefore \frac{1}{n} \times [n^2; 1, n^2] = [n; n, n]$$

104) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 이중근호 계산하기

$$\frac{1}{4} < x < 1 \text{ 이면}$$

$$\begin{aligned} \text{구하는 값} &= \sqrt{4x+1-4\sqrt{x}} + |\sqrt{x}-1| \\ &= \sqrt{4x+1-2\sqrt{4x}} + |\sqrt{x}-1| \\ &= |\sqrt{4x}-1| + |\sqrt{x}-1| \\ &= |2\sqrt{x}-1| + |\sqrt{x}-1| \\ &= 2\sqrt{x}-1 - (\sqrt{x}-1) \\ &= \sqrt{x} \end{aligned}$$

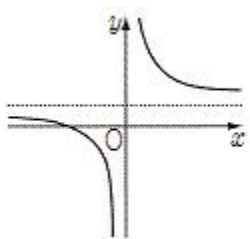
105) 답 : ①

[해설]

$f(x) = ax + b$ 라고 하면 기울기와 y 절편이 모두 양수이므로 $a > 0, b > 0$ 이다.

$$f\left(\frac{1}{2x}\right) = a \times \frac{1}{2x} + b = \frac{a}{2} \times \frac{1}{x} + b \text{에서 } \frac{a}{2} > 0, b > 0 \text{ 이므로}$$

$y = \frac{a}{2x}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 b ($b > 0$)만큼 평행 이동한 그래프이다.



106) 답 : 20

[해설]

[출제 의도] 유리식 계산하기

$$x + xy + y = 10x - 10xy + 10y$$

$$9x + 9y = 11xy$$

$$\text{양변을 } 9xy \text{로 나누면 } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{11}{9}$$

$$\text{따라서, } p + q = 20$$

107) 답 : 13

[해설]

[출제 의도] 유리수를 연속된 분수식으로 표현하기

$$\frac{165}{98} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{6 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1}}}}} \text{ 이므로}$$

$$\frac{165}{98} = \langle 1; 1, 2, 6, 4, 1 \rangle$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + 6 + 4 = 13$$

108) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 제곱근의 성질을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

자연수 k 에 대하여 $\sqrt{78-3n} = k$ 라 하면

$$78 - 3n = k^2 \text{ 이므로 } n = \frac{78 - k^2}{3} \text{ 이다.}$$

이때, n 은 자연수이므로 $78 - k^2$ 은 3의 배수이다.

그런데 78은 3의 배수이므로 k^2 도 3의 배수이다.

따라서 k 는 3의 배수이다.

또, $78 - k^2 > 0$ 이므로 $k = 3$ 또는 $k = 6$ 이다.

그러므로 구하는 자연수 n 의 값은

$$k = 3 \text{ 일 때, } n = \frac{78 - 3^2}{3} = 23$$

$$k = 6 \text{ 일 때, } n = \frac{78 - 6^2}{3} = 14$$

따라서 (가), (나), (다)에 들어갈 수의 합은 $3 + 3 + 23 = 29$ 이다.

[참고]

[k 가 자연수일 때 k^2 이 3의 배수이면 k 가 3의 배수인 이유]

모든 자연수는 $3m, 3m-1, 3m-2$ ($m=1, 2, 3, \dots$)로 놓을 수 있다.

$$\text{이때 } (3m)^2 = 9m^2 = 3(3m^2)$$

$$(3m-1)^2 = 9m^2 - 6m + 1 = 3(3m^2 - 2m) + 1$$

$$(3m-2)^2 = 9m^2 - 12m + 4 = 3(3m^2 - 4m + 1) + 1 \text{ 이다.}$$

이 중에서 제곱하여 3의 배수가 되는 것은 3의 배수인 $3m$ 뿐이다.

109) 답 : 22

[해설]

[출제 의도] 식의 계산을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(i) $a > b$ 일 때

$$(a+b):(a-b) = 7:2 \text{ 이므로}$$

정답 및 해설

$$7a - 7b = 2a + 2b, 5a = 9b$$

따라서 $a:b=9:5$ 이므로

구하는 순서쌍은 $(9, 5), (18, 10), (27, 15), \dots, (99, 55)$ 의 11개이다.

(ii) $a < b$ 일 때

같은 방법으로 순서쌍을 구하면

$(5, 9), (10, 18), (15, 27), \dots, (55, 99)$ 의 11개이다.

(iii) $a = b$ 일 때

주어진 조건을 만족하는 자연수가 존재하지 않는다.

(i), (ii), (iii)에서 구하는 순서쌍의 개수는 22이다.

[다른 풀이]

큰 수를 a , 작은 수를 b 라 하면 자연수 k 에 대하여 $a+b=7k, a-b=2k$ 라 할 수 있다.

$$\begin{cases} a+b=7k \\ a-b=2k \end{cases} \text{를 풀면 } a=\frac{9}{2}k, b=\frac{5}{2}k$$

$$\therefore a:b = \frac{9}{2}k : \frac{5}{2}k = 9:5$$

110) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 제곱근의 성질 이해하기

$$\sqrt{x} \sqrt{y} = \sqrt{xy}, \frac{\sqrt{z}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{z}{y}} \text{ 를 동시에 만족하는}$$

실수 x, y, z 는 $x > 0, y < 0, z > 0$ 이므로

$$x-y > 0, y-z < 0, x-y+z > 0$$

$$\begin{aligned} \text{구하는 식} &= |x-y| + |y-z| - \sqrt{(x-y+z)^2} \\ &= x-y - (y-z) - (x-y+z) \\ &= -y \end{aligned}$$

111) 답 : ⑤

[해설]

$$a = \sqrt{4 + \sqrt{12}} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1$$

$$1 < \sqrt{3} < 2 \text{ 이므로 } 2 < \sqrt{3} + 1 < 3$$

따라서 $[a] = 2$

$$\begin{aligned} \frac{a}{a-[a]} + \frac{a-[a]}{a} &= \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1-2} + \frac{\sqrt{3}+1-2}{\sqrt{3}+1} \\ &= \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \\ &= \frac{(\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} \\ &= 4 \end{aligned}$$

112) 답 : 11

[해설]

[출제 의도] 비례식을 활용하여 수학 외적 문제 해결하기

1학년 남학생, 여학생 수를 각각 x, y 라 하면

2학년 남학생, 여학생 수는 각각 y, x 이다.

3학년 여학생 수를 z 라고 하면,

$$z = \frac{2}{5}(x+y+z) \text{ 이고 } z = \frac{2}{3}(x+y)$$

$$(3\text{학년여학생수}) \div (\text{전체학생수}) = \frac{\frac{2}{3}(x+y)}{\frac{2}{3}(x+y) + \frac{2}{5}(x+y+z)} = \frac{2}{9}$$

$$\therefore a+b=11$$

113) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 거듭제곱근의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$\neg. \sqrt[n]{a^{2n}} = a^{\frac{2n}{n}} = a^2 \therefore \text{참}$$

$$\neg. \sqrt[n]{a^{2n}} \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} a^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n} + \frac{1}{n}} = a^{\frac{2}{n}}, \sqrt[3n]{a} = a^{\frac{1}{3n}}$$

이므로 $\sqrt[n]{a^{2n}} \sqrt[n]{a} \neq \sqrt[3n]{a} \therefore$ 거짓

$$\neg. \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n+1]{a}} = a^{\frac{1}{n}} \div a^{\frac{1}{n+1}} = a^{\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}} = a^{\frac{1}{n(n+1)}}$$

$$\sqrt[n(n+1)]{a} \therefore \text{참}$$

114) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 넓이의 비 계산하기

$$\text{영역 } S_1 \text{의 넓이는 } \frac{\pi}{2} \left\{ \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 + \frac{a^2}{4} - \frac{b^2}{4} \right\},$$

$$\text{영역 } S_2 \text{의 넓이는 } \frac{\pi}{2} \left\{ \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 - \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} \right\}$$

$$S_1 \text{의 넓이} : S_2 \text{의 넓이}$$

$$= (a^2 + ab) : (b^2 + ab)$$

$$= a : b$$

115) 답 : ④

[해설]

$f(x)$ 의 그래프와 $f^{-1}(x)$ 의 그래프의 두 교점은 $f(x)$ 의 그래프와 $y=x$ 의 그래프의 교점과 같다.

$$\sqrt{4x-3} + k = x \text{에서}$$

$$x^2 - 2(k+2)x + k^2 + 3 = 0 \text{의 근을 } \alpha, \beta \text{라 하면}$$

이 두 근은 그래프의 교점의 x 좌표이다.

따라서 두 교점은 $(\alpha, \alpha), (\beta, \beta)$ 이다.

또한 $\alpha + \beta = 2(k+2), \alpha\beta = k^2 + 3$ 이다.

두 점 사이의 거리는

$$\sqrt{2(\alpha-\beta)^2} = \sqrt{2\{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta\}}$$

$$\sqrt{8(4k+1)} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore k = \frac{1}{2}$$

116) 답 : 3

[해설]

[출제 의도] 식의 값 구하기

$$s=1, t=\sqrt{2}-\sqrt{3} \text{ 이라 하면 } a=s+t, b=s-t$$

$$a^3 + b^3 = (s+t)^3 + (s-t)^3 = 2s^3 + 6st^2$$

$$= 2 + 6(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$$

$$= 32 - 12\sqrt{6}$$

$$\therefore a^3 + b^3 + 1 = 33 - 2\sqrt{216}$$

$$\sqrt{a^3 + b^3 + 1} = \sqrt{(24+9) - 2\sqrt{24 \times 9}}$$

$$= \sqrt{24} - \sqrt{9} = -3 + 2\sqrt{6}$$

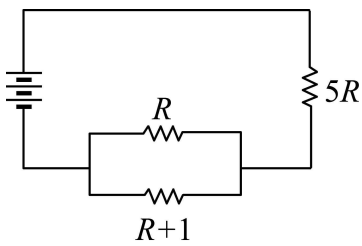
$$\therefore p+q = -3+6 = 3$$

정답 및 해설

117) 답 : 17

[해설]

[출제 의도] 주어진 조건을 만족시키는 유리식을 구하여 연산할 수 있는가를 묻는 문제이다.



병렬연결된 부분의 전체 저항의 크기를 R' (Ω)이라 하면

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R+1} + \frac{1}{R} = \frac{R+(R+1)}{R(R+1)}$$

$$\therefore R' = \frac{R^2+R}{2R+1} (\Omega)$$

구하는 전체 저항의 크기는

$$\begin{aligned} R'+5R &= \frac{R^2+R}{2R+1} + 5R \\ &= \frac{R^2+R+10R^2+5R}{2R+1} \\ &= \frac{11R^2+6R}{2R+1} (\Omega) \end{aligned}$$

$$\therefore a=11, b=6$$

따라서 $a+b=17$

118) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 유리수의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 &= \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

119) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 무리수의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} \text{구하는 값} &= \frac{1}{2-\sqrt{3}} - \frac{1}{2+\sqrt{3}} \\ &= \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} - \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} \\ &= \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} - \frac{2-\sqrt{3}}{4-3} \\ &= 2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

120) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 분수식을 계산하여 주어진 식을 간단히 할 수 있는가를 묻는 문항이다.

분모, 분자에 x^2 을 곱하여 간단히 하면

$$\text{구하는 식} = \frac{x - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x^2}} = \frac{x^3 - x}{x^2 - 1} = \frac{x(x^2 - 1)}{x^2 - 1} = x$$

121) 답 : 13

[해설]

[출제 의도] 무리수가 서로 같을 조건과 로그의 성질을 관련지어 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\log_8 20 = 1 + \log_2 \Rightarrow \frac{1}{\log_8 100} = \frac{\log 8}{\log 100} = \frac{3 \log 2}{2 \log 10} = \frac{3}{2} \log 2 \text{ 이므로}$$

$$a(1 + \log 2) + \frac{3b}{2} \log 2 + 3 = 0$$

$$(a+3) + \left(a + \frac{3b}{2}\right) \log 2 = 0$$

이때 $a+3, a + \frac{3b}{2}$ 는 유리수이고 $\log 2$ 가 무리수이므로

$$a+3=0, a + \frac{3b}{2} = 0$$

$$\therefore a=-3, b=2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 13$$

122) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 이중근호를 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} &= \sqrt{3} + \sqrt{2}, \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} = \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ \therefore (\text{주어진 식}) &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

123) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 이중근호를 계산할 수 있는가를 묻는 문항이다.

$$\begin{aligned} \text{구하는 값} &= \sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}} \\ &= (\sqrt{2}+1) + (\sqrt{2}-1) = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

124) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 무리식의 값 계산하기

$$[\text{해설}] ab = (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) = 1$$

$$b-a = (\sqrt{2}+1) - (\sqrt{2}-1) = 2$$

$$\text{따라서, } \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab} = \frac{2}{1} = 2$$

125) 답 : 8

[해설]

[출제 의도] 두 무리수가 서로 같을 조건 구하기

[해설] $(a+b) + (2a-b)\sqrt{3} = 6$ 이고, a, b 가 유리수이므로

$$a+b=6, 2a-b=0$$

$$\therefore a=2, b=4$$

따라서, $ab=8$

126) 답 : 3

[해설]

[출제 의도] 유리식의 값 구하기

정답 및 해설

[해설] $\frac{a}{2} = b - 1 = \frac{c+1}{3} = k (k \neq 0)$ 라 하면

$$a = 2k, b = k + 1, c = 3k - 1$$

$$\therefore \frac{6a}{b+c} = \frac{6 \cdot 2k}{(k+1) + (3k-1)} = \frac{12k}{4k} = 3$$

127) [답] : 11

[해설]

[출제 의도] 분수함수의 성질 이해하기

점 $A\left(p, \frac{1}{p}\right)$ 라 하면 점 $B\left(kp, \frac{1}{p}\right)$, 점 $C\left(p, \frac{k}{p}\right)$ 이다.

$$\overline{AB} = |kp - p| = |(k-1)p|$$

$$\overline{AC} = \left| \frac{k}{p} - \frac{1}{p} \right| = \left| \frac{k-1}{p} \right|$$

여기에서 $\triangle ABC$ 의 넓이가 50이므로

$$50 = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times |(k-1)p| \times \left| \frac{k-1}{p} \right|$$

$$100 = |k-1|^2 k = 11 \text{ 또는 } k = -9$$

$$\text{그러므로 } k = 11 (\because k > 0)$$

128) [답] : ③

[해설]

[출제 의도] 식을 변형하여 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$3xy = x + y \text{ 이므로}$$

$$\text{구하는 값} = \frac{5x - 6xy + 5y}{x + y} = \frac{5x - 2(x+y) + 5y}{x + y}$$

$$= \frac{3x + 3y}{x + y}$$

$$= \frac{3(x+y)}{x+y}$$

$$= 3$$

[다른 풀이]

$$\frac{5x - 6xy + 5y}{x + y} = \frac{5(x+y)}{x+y} - \frac{6xy}{x+y} = 5 - 6 \times \frac{1}{3} = 3$$

129) [답] : ①

[해설]

[출제 의도] 조건을 이용하여 함수의 그래프의 개형을 구하는 문제이다.

무리함수 $f(x) = a\sqrt{-x+b} + c$ 의 그래프가 그림과 같으므로

상수 a, b, c 의 값(부호)은 $a > 0, b = 3, c = -2a$ 이다.

이때, 이차 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 x 좌표가 $-\frac{b}{2a} < 0$ 이

고 x 절편이 $c < 0$ 이므로

이차 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 개형은 ①번 그림과 같다.

130) [답] : 12

[해설]

[출제 의도] 분수함수의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

두 분수함수 $y = \frac{ax+1}{2x-6}, y = \frac{bx+1}{2x+6}$ 의 그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여

대칭이면

두 함수는 서로 역함수이다.

$$y = \frac{ax+1}{2x-6} \text{ 에서 } x, y \text{ 를 서로 바꾸면 } x = \frac{ay+1}{2y-6}$$

이를 정리하면

$$x(2y-6) = ay+1, (2x-a)y = 6x+1$$

$$\therefore y = \frac{6x+1}{2x-a}$$

따라서 $y = \frac{ax+1}{2x-6}$ 의 역함수는 $y = \frac{6x+1}{2x-a}$ 이다.

이때, $y = \frac{bx+1}{2x+6} = \frac{6x+1}{2x-a}$ 이어야 하므로

$$a = -6, b = 6$$

$$\therefore b - a = 12$$

[다른 풀이]

두 분수함수의 그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이면 점근선의 교점도 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

$y = \frac{ax+1}{2x-6}$ 의 점근선은 $x = 3, y = \frac{a}{2}$ 이므로

점근선의 교점의 좌표는 $\left(3, \frac{a}{2}\right)$ 이다.

$y = \frac{bx+1}{2x+6}$ 의 점근선은 $x = -3, y = \frac{b}{2}$ 이므로

점근선의 교점의 좌표는 $\left(-3, \frac{b}{2}\right)$ 이다.

이때, 두 점 $\left(3, \frac{a}{2}\right), \left(-3, \frac{b}{2}\right)$ 가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이려면

$$3 = \frac{b}{2}, \frac{a}{2} = -3 \text{ 이어야 한다.}$$

$$\therefore a = -6, b = 6$$

$$\therefore b - a = 12$$

131) [답] : 10

[해설]

[출제 의도] 분모의 유리화와 이중근호 계산하기

$$a + \frac{b}{2 - \sqrt{2}} = \sqrt{6 - 4\sqrt{2}} \quad a + \frac{b(2 + \sqrt{2})}{2} = 2 - \sqrt{2}$$

$$(2a + 2b) + b\sqrt{2} = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$a = 4, b = -2 (\because a, b \text{가 유리수})$$

$$\therefore 2a - b = 10$$

132) [답] : 10

[해설]

[출제 의도] 이중근호를 이용한 연산 법칙 이해하기

$$14\triangle 24 = (a\triangle 1) + \sqrt{2}$$

$$\sqrt{14 + 2\sqrt{24}} = \sqrt{a + 2\sqrt{1}} + \sqrt{2}$$

$$\sqrt{12} + \sqrt{2} = \sqrt{a+2} + \sqrt{2}$$

$$\therefore a = 10$$

133) [답] : 5

[해설]

[출제 의도] 인수분해를 이용하여 주어진 식의 값을 구하는 문제이다.

$$a - b = 2, ab = 1 \text{ 이므로}$$

$$\frac{a^3 + b^3}{a + b} = \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{a+b} = a^2 - ab + b^2 = (a-b)^2 + ab$$

$$2^2 + 1 = 5$$

정답 및 해설

134) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]가비의 리 이해하기

$$\frac{2y+z}{4} = \frac{z}{3} = \frac{2x+8y-z}{10} = k (k \text{는 실수}) \text{라 하면}$$

$$2y+z=4k, z=3k, 2x+8y-z=10k$$

연립하여 풀면, $x = \frac{9}{2}k, y = \frac{1}{2}k, z = 3k$ 이다.

$$x, y \text{를 } \frac{x+y}{a} = k \text{에 대입하면, } a=5$$

135) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]이차 함수 그래프를 해석하여 무리식 계산하기

i) 대칭축 $x = \frac{a}{2} > 0$ 이므로 $a > 0$

ii) y 절편이 음수 이므로 $b < 0$

$$(\text{준식}) = (a-b) + (a-b) = 2a-2b$$

136) 답 : 154

[해설]

[출제 의도]유리수의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$\frac{x}{1100} = \frac{x}{2^2 \times 5^2 \times 11} \text{가 유한소수가 되려면 } x \text{는 } 11 \text{의 배수이어야}$$

한다.

그런데 x 는 7의 배수이므로 7과 11의 최소공배수인 77의 배수이다.

또, x 가 세 자리 자연수이므로 x 의 최솟값은 $77 \times 2 = 154$ 이다.

137) 답 : 104

[해설]

[출제 의도]무리수의 제곱수가 될 조건 구하기

$\sqrt{45n} = \sqrt{3^2 \times 5 \times n}$ 가 자연수가 될 조건은 $3^2 \times 5 \times n$ 이 제곱수가 되어야 하므로

$$n = 5, 5 \times 2^2, 5 \times 3^2, 5 \times 4^2, \dots$$

$36-n$ 은 제곱수이어야 하므로 두 조건을 만족하는 n 의 값은 20이다.

$$\text{주방의 가로길이는 } \sqrt{36-20} = 4,$$

$$\text{세로길이는 } \sqrt{45 \times 20} - 4 = 26$$

$$\therefore \text{주방의 넓이} = 104$$

138) 답 : 23

[해설]

[출제 의도]실생활의 상황을 비례식으로 표현하고

이를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문항이다.

A 가 부칠 수하물의 무게가 26kg이고 B 가 부칠 수하물의 무게가 27kg이므로

두 사람이 부칠 수하물의 무게의 합은 53kg이다.

이 수하물을 A 혼자서 모두 부칠 때의 초과 무게는 $(53-a)$ kg이고,

각자 자신의 수하물을 부칠 때의 초과 무게의 합은 $(53-2a)$ kg이다.

그런데 초과 무게에 대해 부과되는 1kg 당 요금은 일정하므로

$$(53-a):30 = (53-2a):7$$

$$(53-a) \times 7 = 30 \times (53-2a)$$

$$7 \cdot 53 - 7a = 30 \cdot 53 - 60a$$

$$53a = 23 \cdot 53$$

$$\therefore a = 23$$

따라서 운송 요금을 내지 않고 부칠 수 있는 수하물의 무게는 23kg이다.

139) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]주어진 유리식에서 문자 사이의 관계를 추론할 수 있는가를 묻는 문항이다.

$$\neg. a=3f \text{이면 } \frac{1}{3f} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \text{ 에서}$$

$$b+3f=3b \therefore b = \frac{3}{2}f \text{ (참)}$$

ㄴ. 물체와 상의 크기가 같으면 $a=b$ 이므로

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f} \therefore a=2f \text{ (참)}$$

$$\text{ㄷ. (반례) } a = \frac{3}{2}f \text{ 이면 } \frac{1}{\frac{3}{2}f} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \text{ 에서 } b=3f \text{ 이다.}$$

따라서 물체와 상의 크기의 비는 $\frac{3}{2}f:3f=1:2$ 이므로

상의 크기는 물체의 크기의 2배이다.(거짓)

그러므로 옳은 것은 $\neg, \text{ㄴ}$ 이다.

140) 답 : 20

[해설]

[출제 의도]비례식을 이용하여 실생활과 관련된 수학 외적 문제 해결하기

소형차와 중형차의 연료 탱크의 용량을 각각 $3x, 4x$ 라 하고,

연비를 각각 ak, bk 라 하자.(단, $x \neq 0, k \neq 0$)

320km 주행 후 남은 연료량의 비는

$$\left(3x - \frac{320}{ak}\right) : \left(4x - \frac{320}{bk}\right) = 7:10$$

$$x = \frac{1600}{ak} - \frac{1120}{bk} \dots \text{①}$$

400km 주행 후 남은 연료량의 비는

$$\left(3x - \frac{400}{ak}\right) : \left(4x - \frac{400}{bk}\right) = 2:3$$

$$x = \frac{1200}{ak} - \frac{800}{bk} \dots \text{②}$$

①, ②에서 $a:b=5:4$

$$\therefore ab=20$$

141) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]무리식의 성질을 알고 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}} + \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}} = \frac{(x-2)+(x+2)}{\sqrt{x+2}\sqrt{x-2}}$$

$$= \frac{2x}{\sqrt{x^2-4}}$$

정답 및 해설

$$= \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}-4}$$

$$= 2\sqrt{5}$$

142) 답 : 4

[해설]

[출제 의도] 비례식의 성질을 이용하여 분수식의 값 구하기

$$\frac{x-y}{2} = \frac{x+y}{3} = k \text{라 하면}$$

$$x-y=2k, x+y=3k \text{이고}$$

$$\text{따라서 } x = \frac{5}{2}k, y = \frac{1}{2}k \text{이다.}$$

$$\frac{x^2-5y^2}{xy} = \frac{\frac{20}{4}k^2}{\frac{5}{4}k^2} = 4$$

(별해)

$$\frac{x-y}{2} = \frac{x+y}{3} \text{의 양변에 6을 곱하면}$$

$$3(x-y) = 2(x+y) \text{이며 정리하면}$$

$$x = 5y$$

$$\frac{x^2-5y^2}{xy} = \frac{20y^2}{5y^2} = 4$$

143) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 유리식 계산하기

$$\frac{1 + \frac{1}{x}}{1 - \left(\frac{1}{x}\right)^2} = \frac{1 + \frac{1}{x}}{\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 - \frac{1}{x}\right)}$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$$

$$= \frac{1}{\frac{x-1}{x}}$$

$$= \frac{x}{x-1}$$

$$= \frac{2005}{2004}$$

144) 답 : 320

[해설]

$\angle ABD = \angle ACB$, $\angle A$ 는 공통각이므로

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACB$ 는 닮음이다.

$$\therefore 10:6 = (6+x):10 \text{이며 내항의 곱은 외항의 곱과 같으므로}$$

$$100 = 36 + 6x$$

$$\therefore 30x = 320$$

145) 답 : ③

[해설]

【출제 의도】 순환소수 이해하기

$$\neg. 0.\dot{2} = 0.2222 \dots > 0.2\dot{1} = 0.2121 \dots$$

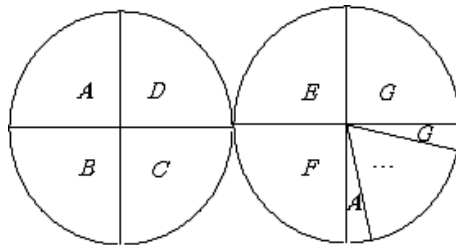
$$\neg. 0.\dot{5} = \frac{5}{9} \text{는 유리수}$$

$$\neg. 0.\dot{9} + 0.\dot{1} = \frac{9}{9} + \frac{1}{9} = \frac{10}{9} = 1.\dot{1}$$

146) 답 : 24

[해설]

【출제 의도】 실생활과 관련된 수학 외적 문제 상황을 식으로 표현하기



$$\therefore \frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$$

따라서 $28 - 4 = 24$

147) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 유리 및 무리함수 그래프 이해하기

주어진 유리함수의 그래프의 점근선이 $x = -1, y = 2$ 이므로

$$\text{유리함수를 } f(x) = \frac{k}{x+1} + 2 \dots \text{①라고 하면 ①이 점 } (0, 1) \text{를 지}$$

난다.

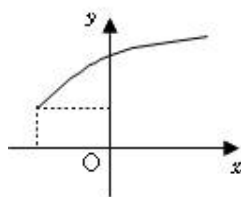
$$\text{①에 점 } (0, 1) \text{를 대입하여 풀면 } k = -1.$$

$$\text{따라서 유리함수는 } f(x) = \frac{2x+1}{x+1} \text{이므로}$$

$$a = 1, b = 2, c = 1$$

이때, 무리함수 $y = \sqrt{x+2} + 1$ 는 함수 $y = \sqrt{x}$ 를 x 축 방향으로 -2 만큼,

y 축 방향으로 $+1$ 만큼 평행이동 한 그래프이므로 개형은 아래 그림과 같다.



[정답] ③

148) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 무리수의 성질을 이해하기

$$\sqrt{\frac{b}{a}} = -\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \text{가 성립하므로 } a < 0, b \geq 0$$

$$\neg. ax > b \text{의 해는 } x < \frac{b}{a} \text{이므로 참. } \therefore a < 0$$

$$\neg. D = a^2 + 4b > 0 \text{이므로 참. } (\because b \geq 0)$$

$\neg.$ 직선 $y = ax + b$ 는 $b = 0$ 일 때, 2, 4사분면을 지나고 $b > 0$ 일 때, 1, 2, 4사분면을 지나므로 거짓.

149) 답 : 54

[해설]

[출제 의도] 유리식 계산하기 $x = 2y, y = 3z$ 이므로 $x = 6z$

정답 및 해설

$$\frac{x^2 + \square z^2}{xz + yz} = \frac{36z^2 + \square z^2}{6z^2 + 3z^2} = \frac{(36 + \square)z^2}{9z^2} = 10 \therefore \square = 54$$

150) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 이중근호 풀기

$$\begin{aligned} & \sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}} \\ &= \sqrt{(2+1)+2\sqrt{2}\cdot 1} + \sqrt{(3+2)-2\sqrt{3}\cdot 2} \\ &= (\sqrt{2}+1) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) \\ &= 1 + \sqrt{3} \end{aligned}$$

$2 < 1 + \sqrt{3} < 3$ 이므로 $a=2, b=\sqrt{3}-1$

따라서 $a + \frac{2}{b} = 2 + \frac{2}{\sqrt{3}-1} = 3 + \sqrt{3}$

151) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 무리함수의 그래프를 이해하여 유리함수의 그래프 나타내기

$y = a\sqrt{bx+c}$ 의 그래프에서 $a < 0, b < 0, c > 0$ 이다.

따라서 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 은 점근선이 $x = -a > 0, y = c > 0$ 이고,

$b < 0$ 인 그래프이다.

152) 답 : 3

[해설]

[출제 의도] 역함수의 뜻을 알고 역함수 구하기

$$y = \frac{2x+3}{x+4} \Leftrightarrow xy + 4y = 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow x(y-2) = -4y+3 \Leftrightarrow x = \frac{-4y+3}{y-2}$$

이때, x 와 y 를 바꾸면 $y = \frac{-4x+3}{x-2}$ 이다.

따라서 $(f^{-1})^{-1} = f$ 이므로

$$f(x) = \frac{-4x+3}{x-2} = \frac{4x-3}{-x+2} \text{ 에서}$$

$$a=4, b=-3, c=2$$

$$\therefore a+b+c=3$$

[정답] 3

153) 답 : 41

[해설]

[출제 의도] 근과 계수와의 관계를 이해하고 문제 해결하기

$\alpha - \beta + \sqrt{\alpha+3\beta} = 3 + \sqrt{7}$ 이고, α, β 가 유리수이므로

$\alpha - \beta = 3, \alpha + 3\beta = 7$ 를 만족하는

$$\alpha = 4, \beta = 1$$

근과 계수와의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = -a = 5, \alpha\beta = b = 4$$

$$\therefore a = -5, b = 4$$

따라서 $a^2 + b^2 = 25 + 16 = 41$

154) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 무리수의 성질을 이용한 증명과정 이해하기

[해설] (ㄴ) 0 이 아닌 수로 나눌 수 있으므로 $b-d \neq 0$ 즉 $b \neq d$

(ㄷ) $b \neq d$ 인 경우가 모순이므로 $b = d$

(ㄹ) $a = c$ 이고 $b = d$

[정답] ①

155) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 유리식에서 비례식의 성질 이해하기

문제의 조건 세 실수 x, y, z 이고 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \neq 0$ 에서

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = k (\neq 0) \text{ 라 치환하면}$$

$$x = 3k, y = 4k, z = 5k$$

구하는 값 $= \frac{3x+5y+2z}{2x+3y+4z} = \frac{9k+20k+10k}{6k+12k+20k} = \frac{39k}{38k} = \frac{39}{38}$

[정답] ②

156) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 가우스의 성질을 이해하고 무리수 계산하기

$$a = \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{2}+1, [a]=2 \text{ 이므로}$$

$$(\text{준식}) = \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{(\sqrt{2}+1)-2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1}$$

$$= (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{2}+1) = 2\sqrt{2}$$

157) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 제곱근의 근사값을 계산하기

$$\sqrt{3} = 1. \times \times \times \text{ 이므로 } 5 + \sqrt{3} = 6. \times \times \times \text{ 이다.}$$

따라서, $5 + \sqrt{3}$ 의 소수부분은

$$x = (5 + \sqrt{3}) - 6 = \sqrt{3} - 1 \text{ 이다.}$$

$$x + 1 = \sqrt{3}$$

양변을 제곱하면

$$(x+1)^2 = (\sqrt{3})^2$$

$$x^2 + 2x + 1 = 3$$

$$\therefore x^2 + 2x + 2 = 4$$

158) 답 : 7

[해설]

[출제 의도] 부등식을 활용하여 문제 해결하기

[해설] $n = 2, 3, 4, \dots, 81$ 을

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{n} < \frac{1}{2\sqrt{n}} < \sqrt{n} - \sqrt{n-1} \text{ 에 대입하면}$$

$$\sqrt{3} - \sqrt{2} < \frac{1}{2\sqrt{2}} < \sqrt{2} - \sqrt{1}$$

$$\sqrt{4} - \sqrt{3} < \frac{1}{2\sqrt{3}} < \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\sqrt{5} - \sqrt{4} < \frac{1}{2\sqrt{4}} < \sqrt{4} - \sqrt{3}$$

정답 및 해설

$$\sqrt{82} - \sqrt{81} < \frac{1}{2\sqrt{81}} < \sqrt{81} - \sqrt{80}$$

위의 식을 변변 더하면

$$\sqrt{82} - \sqrt{2} < \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{81}} \right) < \sqrt{81} - \sqrt{1}$$

$$7 < 9 - \sqrt{2} < \sqrt{82} - \sqrt{2} < \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{81}} \right) < 8 \text{ 이므로}$$

정수부분의 값은 7

[정답] 7

159) 답 : 16

[해설]

[출제 의도] 유리식에서 분수식을 이해하고, 그 계산하기

$$\frac{151}{115} = 1 + \frac{36}{115} = 1 + \frac{1}{\frac{115}{36}} = 1 + \frac{1}{3 + \frac{7}{36}}$$

$$= 1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{36}{7}}} = 1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5 + \frac{1}{7}}}$$

∴ a=1, b=3, c=5, d=7 이므로 a+b+c+d=16 이다.

[정답] 16

160) 답 : 10

[해설]

[출제 의도] 이중근호를 이해하고 이를 활용하여 최솟값 구하기

$$\sqrt{a + \sqrt{24}} = \sqrt{a + 2\sqrt{6}} = \sqrt{b} + \sqrt{c} \text{ 이므로}$$

$$a = b + c, 6 = bc$$

$$6 = 1 \times 6 = 2 \times 3 \text{ 이므로 } \begin{cases} b=1 \\ c=6 \end{cases}, \begin{cases} b=6 \\ c=1 \end{cases}, \begin{cases} b=2 \\ c=3 \end{cases}, \begin{cases} b=3 \\ c=2 \end{cases}$$

따라서 a+b+c의 최솟값은 10

[정답] 10

161) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 실수의 정수부분을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$x = \sqrt{2} + \sqrt{6} \text{ 으로 놓으면}$$

$$x^2 = 2 + 6 + 2\sqrt{12} = 8 + \sqrt{48}$$

이때 $6^2 < 48 < 7^2$ 이므로 $6 < \sqrt{48} < 7$ 이다.

따라서 $\sqrt{48}$ 의 정수부분은 6이다.

따라서 $14 < x^2 < 15$ 이므로 $c=14$ 이고

$$\sqrt{14} < x < \sqrt{15} \text{ 에서 } 3 < \sqrt{14} < \sqrt{15} < 4 \text{ 이므로}$$

$$3 < x < 4$$

따라서 $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ 의 정수부분은 3이다.

$$\therefore a+b+c+d = 48+6+14+3 = 71$$

162) 답 : 52

[해설]

[출제 의도] 무리식을 이해하고, 이를 곱셈공식에 활용하기

$$x = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} \text{ 의 분모를 유리화하면, } x = 2 + \sqrt{3}$$

$$y = \sqrt{7 - \sqrt{48}} = \sqrt{7 - 2\sqrt{12}} = \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3}$$

∴ x+y=4이고, xy=1이다.

$$\text{구하는 값} = x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) = 64 - 12 = 52$$

[정답] 52

163) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 무리함수의 그래프 이해하기

y=ax²은 점 (1, 1)을 지나므로 a=1

y=bx+c는 두 점 (1, 1), (-2, 4)를 지나므로

$$y = \frac{4-1}{-2-1}(x-1)+1 = -x+2$$

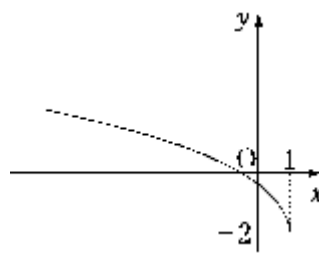
$$\therefore a=1, b=-1, c=2$$

따라서 y=a√b(x-1)-c=√-(x-1)-2의 그래프는

y=√-x의 그래프를 x축으로 1만큼, y축으로 -2만큼 평행이

동시킨

그래프이다.



164) 답 : ④

[해설]

√3 ≈ 1.××× 이므로 5-√3 ≈ 3.××× 이다.

따라서, 5-√3의 소수부분 x=2-√3이다.

$$x-2 = -\sqrt{3}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } (x-2)^2 = (-\sqrt{3})^2$$

$$x^2 - 4x + 4 = 3$$

$$\therefore x^2 - 4x + 5 = 4$$

165) 답 : 16

[해설]

[출제 의도] 유리수를 연분수로 이용하여 표현하기

$$\frac{95}{9} = 10 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}$$

$$\therefore a+b+c+d = 10+1+1+4 = 16$$

166) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 유리식과 무리식의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

장치 ㉠의 입력이 49와 48이므로 출력은

$$q = \sqrt{49} + \sqrt{48} = 7 + 4\sqrt{3} \dots \text{ ①}$$

장치 ㉡의 입력이 4와 p이므로 출력은

$$r = \frac{1}{4} + \frac{1}{p} \dots \text{ ②}$$

①과 ②이 다시 장치 ㉠의 입력이므로 출력 s는

$$s = \sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{p}} = 2 + 2\sqrt{3}$$

이때 $\sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{7+2\sqrt{12}} = 2 + \sqrt{3}$ 이므로

정답 및 해설

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{p} = 3 \text{이다.}$$

따라서 $\frac{1}{p} = 3 - \frac{1}{4}$ 에서

$$p = \frac{4}{11}$$

167) 답 : 630

[해설]

[출제 의도] 비례식의 성질을 활용하여, 실생활 문제에 적용하기 주어진 상황을 표로 나타내면 다음과 같다.

	l로 갈 수 있는 거리 (km)	연료통의 용량(l)	남아있는 휘발유의 양(l)
자동차 A	8a	9b	$9b - \frac{144}{8a}$
자동차 B	9a	7b	$7b - \frac{144}{9a}$

남아있는 휘발유의 양의 비가 4:3이므로

$$\left(9b - \frac{144}{8a}\right) : \left(7b - \frac{144}{9a}\right) = 4 : 3 \text{이다.}$$

$$\text{따라서, } 3\left(9b - \frac{144}{8a}\right) = 4\left(7b - \frac{144}{9a}\right) \text{이므로 } ab = 10 \text{이다.}$$

∴ 자동차 B가 갈 수 있는 최대거리는 $9a \times 7b = 63ab = 630$ (km)이다.

[정답] 630

168) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 비례식을 이용한 수학적 문제 해결하기

수자원 총량을 x라 할 때,

$$x \times \frac{26}{100} \times \frac{22}{100} = 73 \text{억 (m}^3\text{)} \quad \frac{x \times 26 \times 22}{10000} = 73 \text{억 (m}^3\text{)}$$

$$x = \frac{73 \times 10^4}{22 \times 26} \text{억 (m}^3\text{)}$$

169) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 분모의 유리화를 이용하여 무리식을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} \text{[구하는 값]} &: \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} \\ &= \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} + \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} \\ &= \sqrt{2}-1 + \sqrt{2}+1 \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

170) 답 : 7

[해설]

[출제 의도] 유리식의 값을 계산하기

$x = 3k, y = 2k (k \neq 0)$ 이라 하면

$$\text{준식} = \frac{3k+4k}{3k-2k} = 7$$

정답: 7

171) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 무리식의 뜻을 알고 계산하기

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = 1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}} = 1 - \frac{x}{x-1} = -\frac{1}{x-1}$$

$x = \sqrt{2}$ 를 대입하면

$$\text{(준식)} = -\frac{1}{\sqrt{2}-1} = -\frac{(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = -1 - \sqrt{2}$$

정답: ①

172) 답 : 21

[해설]

[출제 의도] 인수분해를 이용하여 분수식의 곱셈을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} \frac{x^3+1}{x^2-3x} \times \frac{x^2+2x}{x^2-x+1} \\ &= \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x(x-3)} \times \frac{x(x+2)}{x^2-x+1} \\ &= \frac{(x+1)(x+2)}{x-3} \\ &= 6 \cdot \frac{7}{2} \\ &= 21 \end{aligned}$$

173) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 무리수의 연산을 하여 식의 값을 구할 수 있다.

$a+b=2, ab=-2$ 이므로

$$a^2 + b^2 - ab = (a+b)^2 - 3ab = 10$$

174) 답 : ⑤

[해설]

$$\begin{aligned} \text{[구하는 식]} &= \frac{2+\sqrt{2}}{a+b\sqrt{2}} \\ &= \frac{(2+\sqrt{2})(a-b\sqrt{2})}{(a+b\sqrt{2})(a-b\sqrt{2})} \\ &= \frac{2a-2b+(a-2b)\sqrt{2}}{a^2-2b^2} \end{aligned}$$

주어진 식이 유리수이기 위한 필요충분조건은 $a-2b=0$

[정답] ⑤

175) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 실생활과 관련된 문제 상황을 식으로 표현하고 해결해 나가는 능력을 측정하는 문제이다.

두 기업 A, B의 작년 상반기 매출액을 각각 a(억원), b(억원)이라 하면

두 기업의 작년 상반기 매출액의 합계는 70(억원)이므로

$$a+b=70 \dots \text{①}$$

올해 상반기 두 기업의 매출액이 각각 10%, 20% 증가하였고,

매출액의 증가량의 비가 2:3이므로

$$0.1a : 0.2b = 2 : 3$$

정답 및 해설

$$\therefore a = 2k, b = \frac{3}{2}k \dots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $k = 20$

따라서 올해 상반기 두 기업의 매출액의 합계는

$$(1+0.1)a + (1+0.2)b = 1.1 \times 40 + 1.2 \times 30 = 80 \text{ (억원)}$$

176) 답 : ②

[해설]

원의 반지름을 r 이라 하면

$$U_1 = \frac{\pi r^2}{(2r)^2} = \frac{\pi}{4}$$

$$U_2 = \frac{\pi r^2}{\frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} r \right)^2 \times 6} = \frac{\sqrt{3}}{6} \pi$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{6} \pi}{\frac{\pi}{4}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

[정답]②