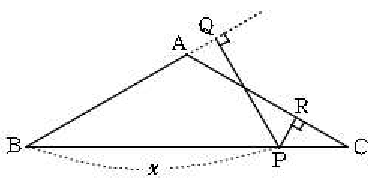
Ⅲ.도형의 방정식

4.도형의 이동

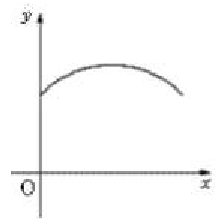
중단원 기출문제

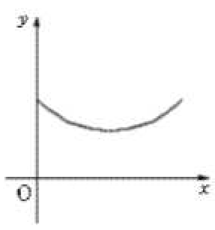
[난이도 : ★★★] [2004 학년도 대수능]

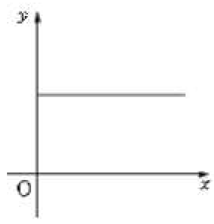
1 [공통]그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC의 변 BC위를 움직이는 점 P가 있다. 점 P에서 변 AB또는 그 연장선에 내린 수선의 발을 Q, 변 AC또는 그 연장선에 내린 수선의 발을 R라고 하자.

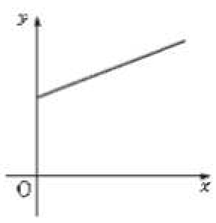


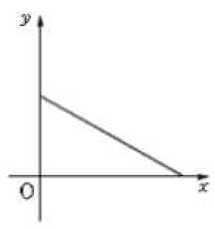
$\overline{BP}=x$와 $\overline{PQ}+\overline{PR}=y$에 대하여 y를 x의 함수로 나타낼 때, 그 그래프의 개형은?[3점]

①


②


③


④


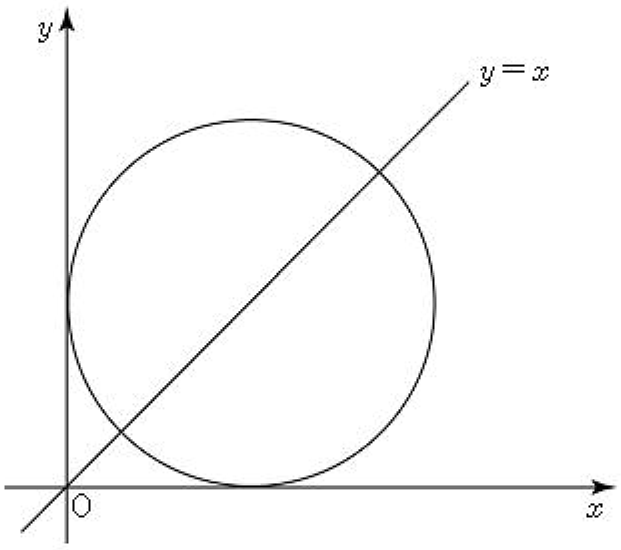
⑤


[난이도 : ★★☆] [2001 학년도 대수능]

2 [공통]직선 $y=x$에 대하여 대칭인 두 직선 $y=ax$, $y=bx$가 이루는 각이 $30°$ 일 때, $3(a^2+b^2)$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2012년 10월 학력평가]

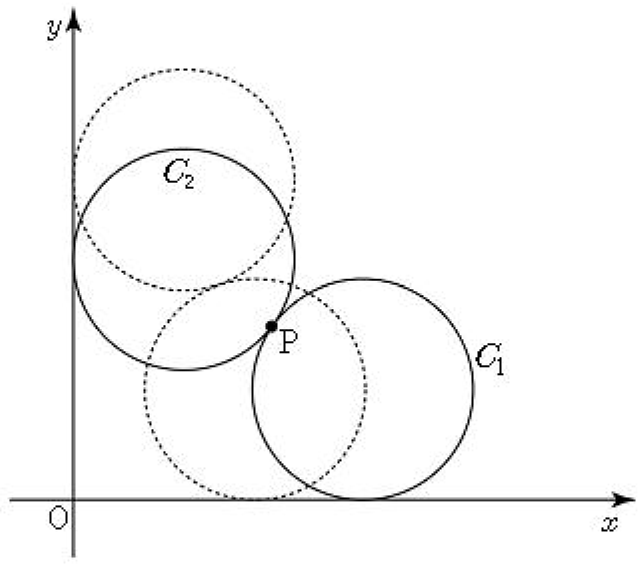
3 원 $(x-4)^2+(y-4)^2=16$위를 움직이는 점 $P(x,\ y)$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 하자. 점 P, Q에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 P', Q'라 할 때, $\left|\overline{PP'}-\overline{QQ'}\right|$의 최댓값은? [4점]



① $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{3}$
④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{6}$

[난이도 : ★★★] [2012년 10월 학력평가]

4 좌표평면 위의 제 1사분면에 반지름의 길이가 1인 원 C_1, C_2가 있다. 원 C_1은 x축에 접하면서 움직이고, 원 C_2는 y축에 접하는 동시에 원 C_1에 외접하면서 움직인다. 두 원이 외접하는 접점을 P라 할 때, 점 P가 나타내는 도형의 길이는 $a\pi$이다. 이때 $30a$의 값을 구하시오. [4점]



[난이도 : ★★★] [2012년 10월 학력평가]

5 실수 $x, y\,(y \geq 0)$에 대하여 등식

$\sqrt{y-2x-6}\,\sqrt{y+2x}=-\sqrt{(y-2x-6)(y+2x)}$ 를 만족시키는 순서쌍 (x, y) 전체의 집합을 M이라 하자. 임의의 실수 k에 대하여 집합 N_k를 $N_k=\{(x+k, y)|(x, y)\in M\}$이라 할 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

[보기]
ㄱ. $(-1, 1)\in M$
ㄴ. $(-1, 1)\in M\cap N_1$
ㄷ. 집합 $M\cap N_k=\varnothing$이 되도록 하는 k의 값의 범위는 $\lvert k\rvert>3$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2011년 10월 학력평가]

6 평행이동 $f:(x, y)\rightarrow(x+m, y-n)$에 의하여 원 $(x+5)^2+(y-10)^2=2$를 옮기면 원 $(x-3)^2+(y+2)^2=2$가 된다. 이때, $m+n$의 값은?[3점]

① -20 ② -4 ③ 4
④ 12 ⑤ 20

[난이도 : ★★★] [2011년 3월 학력평가]

7 좌표평면에서 포물선 $y=x^2-2x$를 포물선 $y=x^2-12x+30$으로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $l: x-2y=0$이 직선 l'으로 옮겨진다.

두 직선 l, l' 사이의 거리를 d라 할 때, d^2의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★☆] [2010년 11월 학력평가]

8 다음은 평행이동과 대칭이동을 이용하여 점 $P(1, 5)$를 직선 $x-y+1=0$에 대하여 대칭이동한 점 Q의 좌표를 구하는 과정이다.

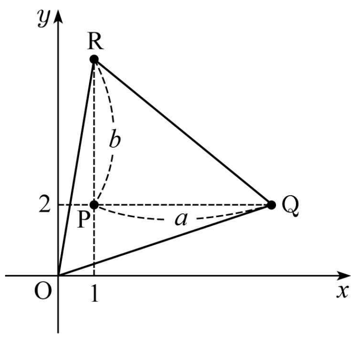
직선 $x-y+1=0$을 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 직선의 방정식은[(가)]이다. 또한, 점 $P(1, 5)$를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 점을 P'이라 하면 점 P'의 좌표는(1, 4)이다. 이때, 점 P'을 직선 [(가)]에 대하여 대칭이동한 점을 Q'이라 하면, 점 Q'의 좌표는 [(나)]이다. 따라서 점 Q'을 y축의 방향으로 [(다)]만큼 평행이동하면, 점 Q의 좌표는 $(4, 2)$이다.

위 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[3점]

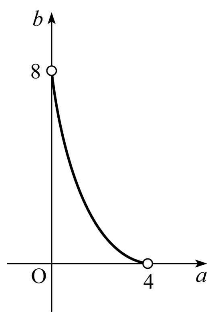
① $y=x$, $(4, 1)$, -1 ② $y=x$, $(2, 3)$, -1
③ $y=x$, $(4, 1)$, 1 ④ $y=x+2$, $(2, 3)$, -1
⑤ $y=x+2$, $(4, 1)$, 1

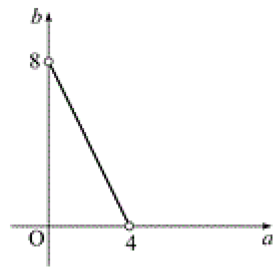
[난이도 : ★★☆] [2010년 3월 학력평가]

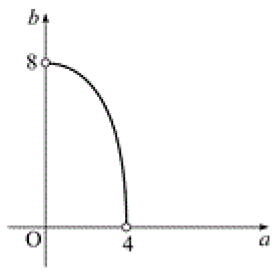
9 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $P(1,\ 2)$를 x축의 방향으로 a만큼 평행이동시킨 점을 Q, y축의 방향으로 b만큼 평행이동시킨 점을 R라 하자.

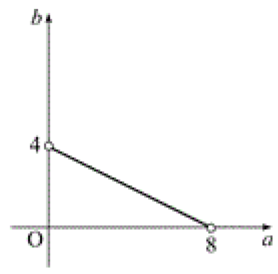


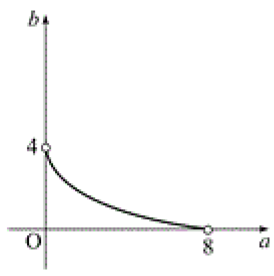
원점 O와 두 점 Q, R를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OQR의 넓이가 4일 때, 양수 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$를 좌표평면에 나타낸 것은?[4점]

①


②


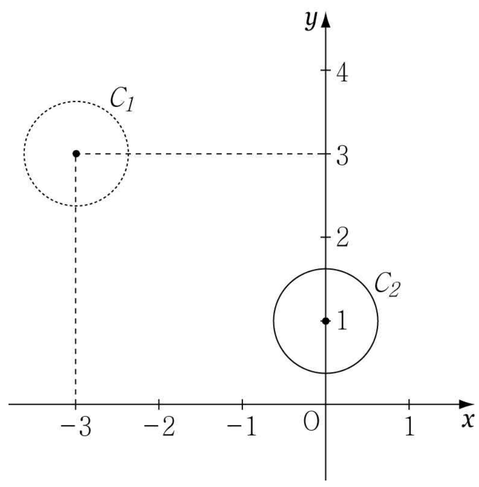
③


④


⑤


[난이도 : ★★☆] [2010년 9월 학력평가]

10 어떤 기하프로그램을 이용하여 도형을 그린 후, "이동" 버튼을 누르면 이 도형은 평행이동 $f:(x,\ y) \to (x+a,\ y+b)$에 의하여 이동된다. 이 프로그램을 이용하여 그림과 같이 원 C_1을 그린 후, "이동" 버튼을 누르면 원 C_1은 원 C_2로 이동된다.



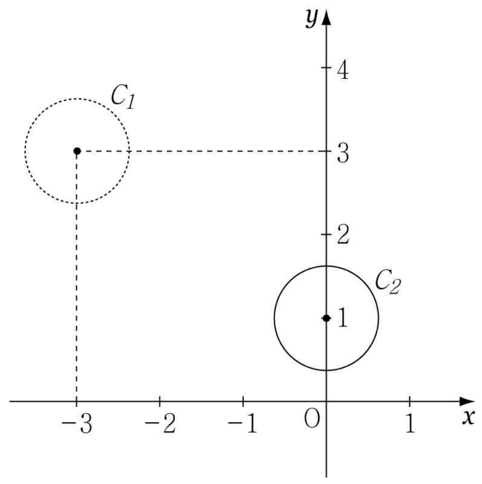
이 프로그램을 이용하여 직선 $y=mx+n$을 그린 후, "이동" 버튼을 눌렀더니 이동된 후의 직선의 방정식도 $y=mx+n$이었다. 이때 상수 a, b, m의 합 $a+b+m$의 값은?[3점]

① $-\frac{5}{3}$ ② -1 ③ $\frac{1}{3}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{3}$

[난이도 : ★★☆] [2010년 10월 학력평가]

11 어떤 기하프로그램을 이용하여 도형을 그린 후, '이동' 버튼을 누르면 이 도형은 평행이동 $f:(x,\ y)\to(x+a,\ y+b)$에 의하여 이동된다.

이 프로그램을 이용하여 그림과 같이 원 C_1을 그린 후, '이동' 버튼을 누르면 원 C_1은 원 C_2로 이동된다.



이 프로그램을 이용하여 직선 $y=mx+n$을 그린 후, '이동' 버튼을 눌렀더니 이동된 후의 직선의 방정식도 $y=mx+n$이었다.

이때 상수 $a,\ b,\ m$의 합 $a+b+m$의 값은?[3점]

① $-\frac{5}{3}$ ② -1 ③ $\frac{1}{3}$
④ 1 ⑤ $\frac{5}{3}$

[난이도 : ★★★] [2010년 6월 학력평가]

12 함수 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x, & (x\geq 0)\\ -x, & (x<0)\end{cases}$에 대하여 함수 $g(x)=f(x-6)-f(x)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2010년 9월 학력평가]

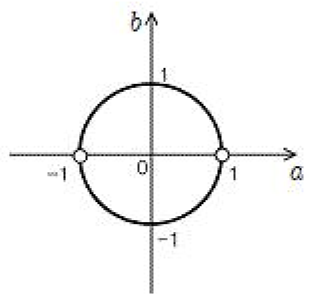
13 직선 $(2k+1)x+(k+1)y-4=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선은 실수 k의 값에 관계없이 항상 점 $(a,\ b)$를 지난다. 이때 $a-b$의 값을 구하시오.[4점]

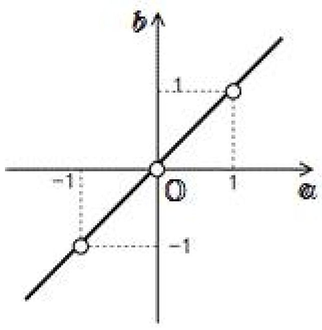
[난이도 : ★★★] [2010년 6월 학력평가]

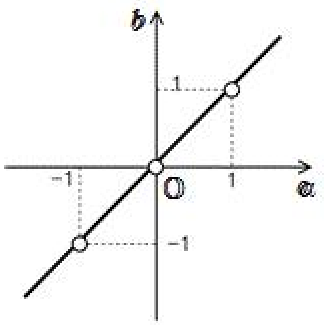
14 [공통]허수부분이 0이 아닌 복소수 $a+bi$에 대하여

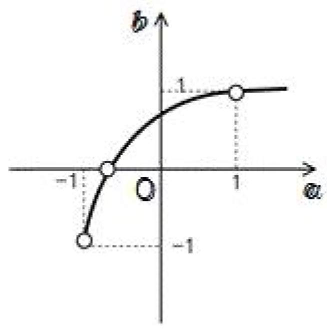
$a+bi=\dfrac{x+i}{x-i}$ 를 만족시키는 실수 x가 존재할 때, 점 (a, b)가 그리는 도형은?

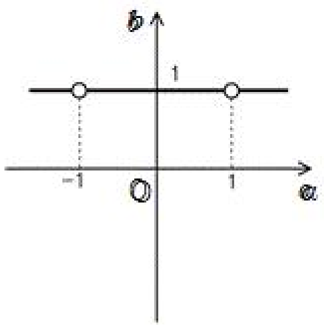
(단, a, b는 실수이고, $i=\sqrt{-1}$ 이다.)[4점]

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

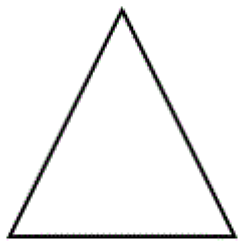
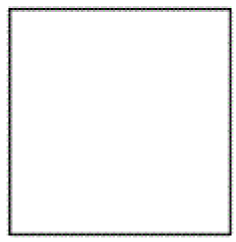
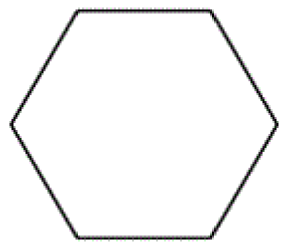
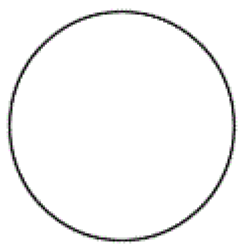
[난이도 : ★★☆] [2009년 3월 학력평가]

15 이차 함수 $y=\dfrac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 점 $(3, m)$을 지난다. 상수 m의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2009년 6월 학력평가]

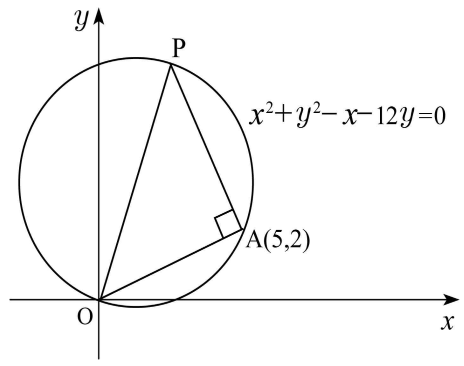
16 직선 $y=x-1$ 위를 움직이는 점 P와 직선 $y=-x+3$ 위를 움직이는 점 Q를 선분 $\overline{PQ}$의 길이가 일정하도록 잡는다.

이때, 선분 $\overline{PQ}$의 중점이 나타내는 도형의 모양은?[4점]

① 
② 
③ 
④ 
⑤ 

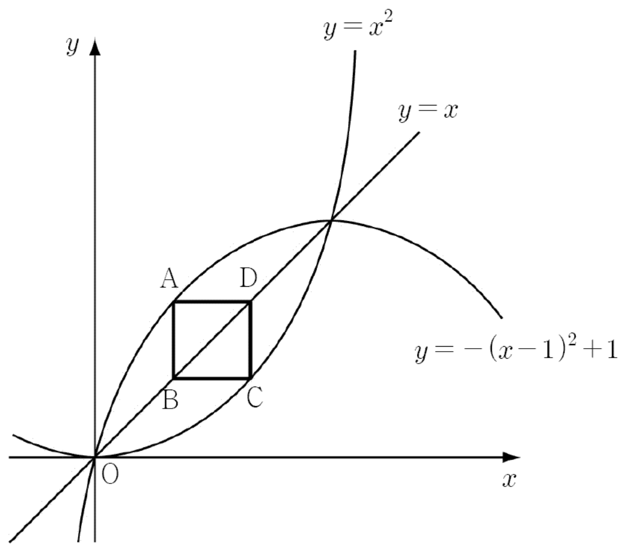
[난이도 : ★★★] [2009년 3월 학력평가]

17 원 $x^2+y^2-x-12y=0$ 위에 두 점 $O(0,0)$, $A(5,2)$가 있다. 이 원 위의 점 P에 대하여 $\angle OAP=90^\circ$ 일 때, 직선 OP의 기울기를 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★★] [2009년 11월 학력평가]

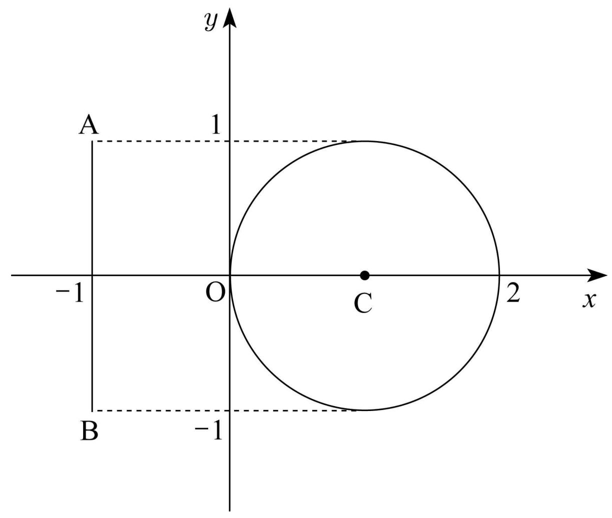
18 그림과 같이 두 함수 $y=-(x-1)^2+1$, $y=x^2$의 그림 위에 각각 점 A와 C를, 직선 $y=x$ 위의 서로 다른 두 점 B와 D를 잡아 사각형 $ABCD$가 정사각형이 되도록 하였다. 이때, 정사각형 $ABCD$의 한 변의 길이는?(단, 점 A, B, C, D의 x좌표는 양수이다.)[4점]



① $\frac{\sqrt{5}}{2}-1$ ② $\sqrt{5}-2$ ③ $2-\sqrt{3}$
④ $\sqrt{3}-1$ ⑤ $3-\sqrt{5}$

[난이도 : ★★★] [2009년 3월 학력평가]

19 그림과 같이 두 점 $A(-1,1)$, $B(-1,-1)$을 양 끝점으로 하는 선분 AB와 중심이 $C(1,0)$이고 반지름의 길이가 1인 원 C가 있다. 점 $P(a,b)$는 선분 AB위를 움직이고, 점 $Q(c,d)$는 $\frac{b}{a}\cdot\frac{d}{c}=-1$을 만족하면서 원 C의 내부를 움직인다. 이때, 점 Q가 존재하는 영역의 넓이는?[4점]



① $\frac{\pi-2}{2}$ ② $\pi-2$ ③ $\pi-1$
④ $\frac{\pi-1}{2}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

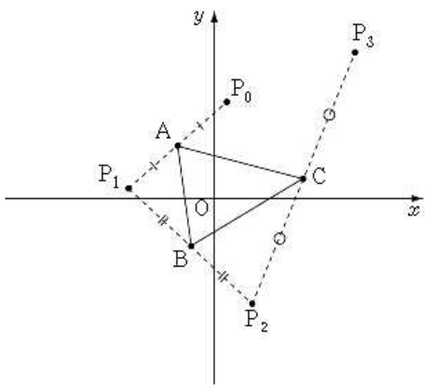
[난이도 : ★★☆] [2008년 11월 학력평가]

20 좌표평면에서 점 $A(1,3)$을 x축, y축에 대하여 대칭이동한 점을 각각 B, C라 하고, 점 $D(a,b)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 E라 하자. 세 점 B, C, E가 한 직선 위에 있을 때, 직선 AD의 기울기는?(단, $a\neq\pm1$)[3점]

① -2 ② -1 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

21 [공통]좌표평면에서 삼각형을 이루는 세 점 A, B, C에 대하여 임의의 점 P_0의 점 A에 대한 대칭점을 P_1, P_1의 점 B에 대한 대칭점을 P_2, P_2의 점 C에 대한 대칭점을 P_3, P_3의 점 A에 대한 대칭점을 P_4라 하자. 이와 같은 방법으로 세 점 A, B, C에 대하여 차례로 대칭이동하는 점 P_i가 있다고 할 때, 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?(단, 점 P_i는 A, B, C가 아니고 i는 음이 아닌 정수)[4점]

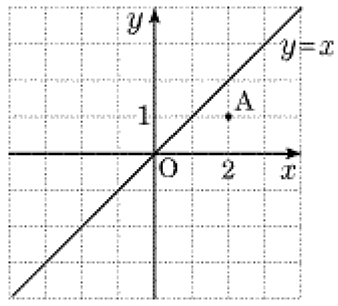


[보기]
ㄱ. 점 P_0와 점 P_6의 좌표는 같다.
ㄴ. $\overline{P_{18}P_{19}}$의 중점은 점 C이다.
ㄷ. $\overline{P_1P_5}=\overline{P_{6m+1}P_{6n-1}}$(단, m, n은 자연수)

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

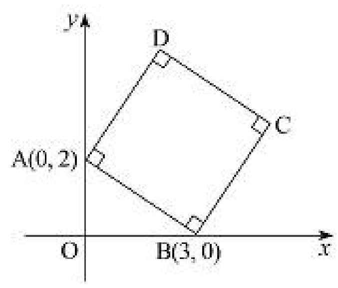
22 좌표평면 위의 점 $A(2, 1)$를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 B, 점 $A(2, 1)$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이는?



① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

[난이도 : ★★☆] [2008년 9월 학력평가]

23 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 $A(0, 2)$, $B(3, 0)$을 잇는 선분 AB를 한 변으로 하는 정사각형 $ABCD$에 대하여 선분 OC의 길이의 제곱 $\overline{OC}^2$의 값을 구하시오.(단, O는 원점이고 점 C는 제 1사분면 위의 점이다.)[3점]



[난이도 : ★★☆] [2008년 11월 학력평가]

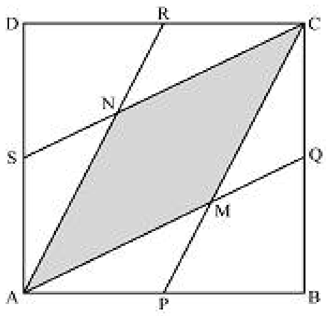
24 직선 $2x-y+1=0$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하였더니 직선 $2x-y+3=0$과 일치하였다. 이때 b를 a에 관한 식으로 나타내면? [3점]

① $b=-2a+2$ ② $b=-a+2$ ③ $b=a+2$
④ $b=2a+2$ ⑤ $b=3a+2$

[난이도 : ★★☆] [2008년 6월 학력평가]

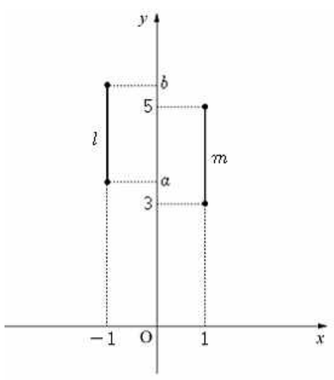
25 한 변의 길이가 9인 정사각형 $ABCD$에서 변 AB, BC, CD, DA의 중점을 각각 P, Q, R, S라 하고, 선분 AQ와 CP의 교점을 M, 선분 AR과 CS의 교점을 N이라 하자.

이때, 사각형 $AMCN$의 넓이를 구하시오.[3점]



[난이도 : ★★☆] [2008년 6월 학력평가]

26 그림과 같이 좌표평면 위에 y축과 평행한 두 선분 l, m이 놓여 있다.



이 두 선분을 동시에 지나는 모든 직선들의 x절편으로 이루어진 집합이 $\{x | x \leq -9,\ x \geq 3\}$일 때, $a+b$의 값은?[3점]

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

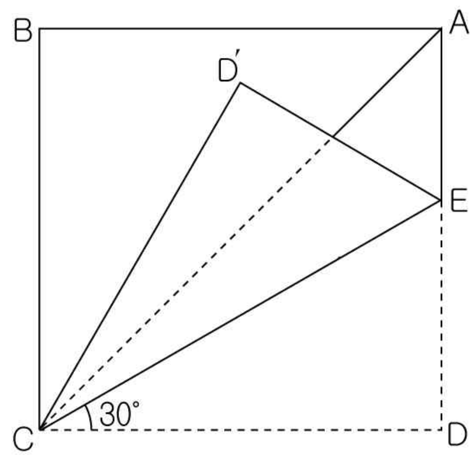
27 원 $(x-1)^2+(y+1)^2=4$를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 원에 대한 다음 [보기]의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보기]
ㄱ. 원점을 지난다. ㄴ. y축에 접한다. ㄷ. 직선 $y=\frac{1}{2}x$는 원의 둘레를 이등분한다.

① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

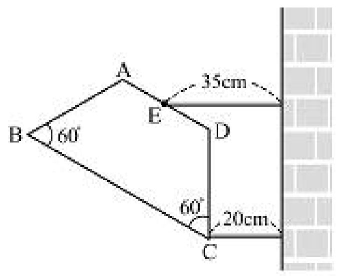
28 한 변의 길이가 2인 정사각형 모양의 종이 $ABCD$가 있다. $\angle ECD=30^\circ$인 변 AD 위의 점 E에 대하여 선분 CE를 기준으로 그림과 같이 아래 부분의 종이를 접었을 때, 점 D'과 선분 AC사이의 거리는?[3점]



① $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$
④ $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

[난이도 : ★★★] [2008년 3월 학력평가]

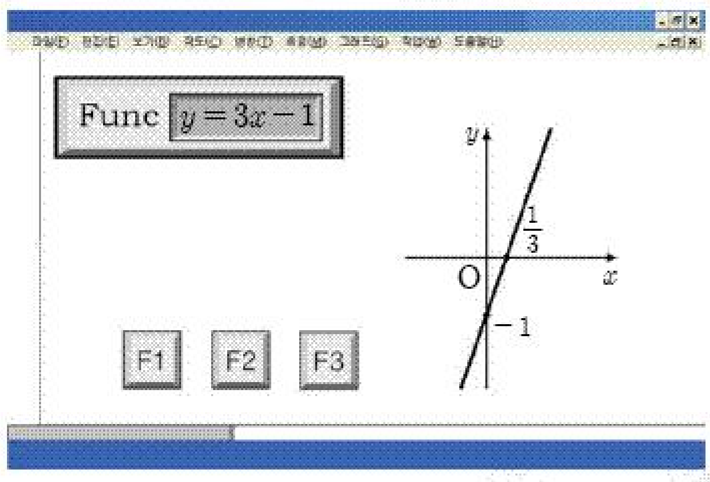
29 다음은 등변사다리꼴 모양의 안내판 $ABCD$를 벽면에 수직으로 설치한 것을 나타낸 그림이다. 변 CD는 벽면에 평행하고, 변 AD의 중점 E와 꼭짓점 C는 벽면으로부터 각각 $35cm$, $20cm$ 떨어져 있다. $\angle B = \angle C = 60^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DC} = \frac{1}{2}\overline{BC}$일 때 꼭짓점 B와 벽면 사이의 거리는?[3점]



① $65cm$　　② $70cm$　　③ $75cm$
④ $80cm$　　⑤ $85cm$

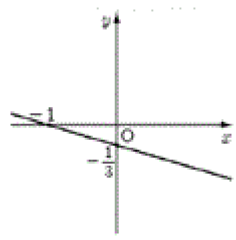
[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

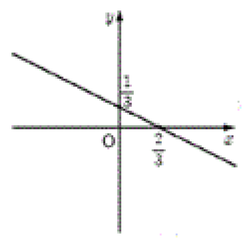
30 [공통]그림과 같이 어떤 컴퓨터 Func 프로그램에 함수식을 입력하면 그래프의 좌표평면은 그려냈다. F1 버튼을 누르면 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동, F2 버튼을 누르면 x축의 양방으로 2만큼 평행이동 F3 버튼을 누르면 y축에 대한 대칭이동이 되어진 그래프가 화면에 그려진다.

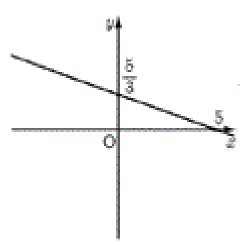


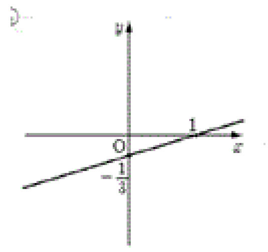
Func 에 함수식 $y=3x-1$ 입력한 후

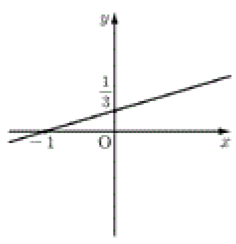
F3 rarr F2 rarr F1 버튼의 수서로 한 번씩 눌렀을 때, 대화면 그려진 그래프는?[4점]

① 

② 

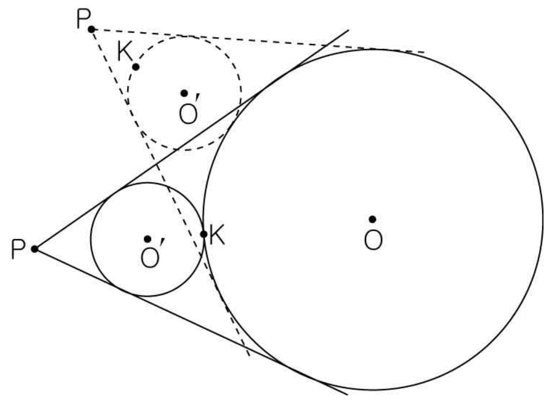
③ 

④ 

⑤ 

[난이도 : ★★★] [2008년 10월 학력평가]

31 반지름의 길이가 1인 원 O' 위의 점 K에서 외접하는 원 O의 반지름의 길이는 3이고, 두 원의 공통외접선의 교점은 P이다. 원 O'가 원 O의 원주 위를 미끄러지지 않고 한 바퀴 굴러 점 K가 처음으로 원 O의 원주 위에 다시 놓일 때, 두 원의 공통 외접선의 교점 P가 그리는 도형의 길이는?[4점]

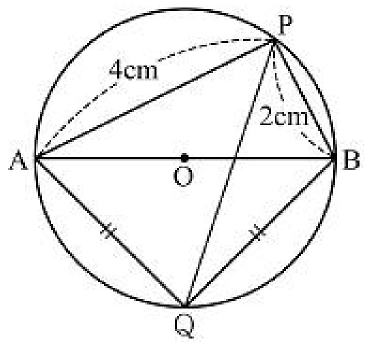


① 2π ② 4π ③ 6π
④ 8π ⑤ 10π

[난이도 : ★★★] [2008년 3월 학력평가]

32 그림은 선분 AB를 지름으로 하는 원 O에 내접하는 사각형 $APBQ$를 나타낸 것이다.

$\overline{AP}=4cm$, $\overline{BP}=2cm$이고 $\overline{QA}=\overline{QB}$일 때, 선분 PQ의 길이는?[4점]

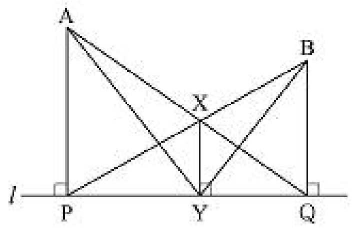


① $3\sqrt{2}cm$ ② $\frac{10\sqrt{2}}{3}cm$ ③ $\sqrt{14}cm$
④ $\frac{4\sqrt{10}}{3}cm$ ⑤ $4cm$

[난이도 : ★★★] [2008년 3월 학력평가]

33 그림과 같이 두 점 A, B에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라고 하자.

또 두 선분 AQ와 BP의 교점을 X라 하고 점 X에서 직선 l에 내린 수선의 발을 Y라고 하자.



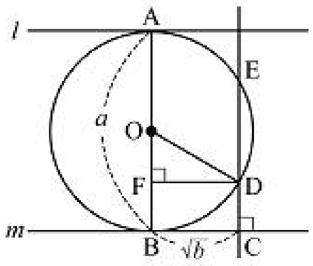
이때, 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[4점]

[보기]
ㄱ. $\overline{AP}:\overline{XY}=\overline{PQ}:\overline{YQ}$
ㄴ. $\overline{AP}:\overline{BQ}=\overline{PY}:\overline{YQ}$
ㄷ. $\angle AYX=\angle BYX$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2008년 3월 학력평가]

34 다음은 $a>0, b>0$일 때, 합이 a이고, 곱이 b인 두 수를 원의 성질을 이용하여 구하는 과정이다.(단, $a^2-4b>0$)

> 지름 AB의 길이가 a인 원 O가 있다. 두 점 A, B에서의 접선을 각각 l, m이라고 하자.
> $\overline{BC}=\sqrt{b}$ 원의 교점 중에서 C에 가까운 쪽을 D, 다른 하나를 E라 하면
>
> 
>
>
> $\overline{CD}+\overline{CE}=a$, $\overline{CD}\cdot\overline{CE}=$ [(가)] 이므로
> 구하는 두 수는 두 선분 CD, CE의 길이와 같다.
> 따라서 점 D에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 F라 하면
> $\overline{OF}=\sqrt{\overline{OD}^2-\overline{DF}^2}=$ [(나)] 이므로
> $\overline{CD}=\overline{BF}=\frac{a}{2}-$ [(나)]
> $\overline{CE}=\overline{AB}-\overline{BF}=$ [(다)]

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[4점]

① $\sqrt{b}$, $\sqrt{a^2-4b}$, $a+\sqrt{a^2-4b}$

② $\sqrt{b}$, $\frac{\sqrt{a^2-4b}}{2}$, $\frac{a+\sqrt{a^2-4b}}{2}$

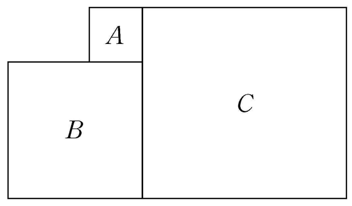
③ b, $\frac{\sqrt{a^2-4b}}{2}$, $\frac{a+\sqrt{a^2-4b}}{2}$

④ b, $\frac{\sqrt{a^2-4b}}{2}$, $\frac{a-\sqrt{a^2-4b}}{2}$

⑤ b, $\sqrt{a^2-4b}$, $\frac{a-\sqrt{a^2-4b}}{2}$

[난이도 : ★★★] [2008년 10월 학력평가]

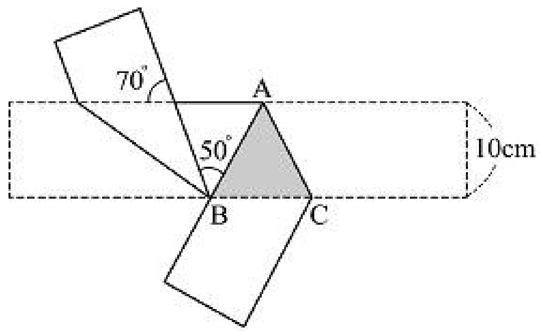
35 그림에서 정사각형 C의 한 변의 길이는 정사각형 A의 한 변의 길이와 정사각형 B의 한 변의 길이의 합과 같다. A의 넓이는 $12-6\sqrt{3}$, B의 넓이는 $4+2\sqrt{3}$일 때, C의 한 변의 길이는?



① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★★] [2008년 3월 학력평가]

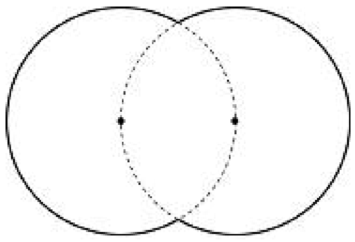
36 세로의 길이가 $10cm$인 직사각형 모양의 종이를 그림과 같이 접었을 때, 삼각형 ABC(색칠한 부분)의 넓이는?[4점]



① $\frac{50\sqrt{3}}{3}cm^2$ ② $\frac{100\sqrt{3}}{3}cm^2$ ③ $50\sqrt{3}cm^2$
④ $50cm^2$ ⑤ $75cm^2$

[난이도 : ★★★] [2008년 6월 학력평가]

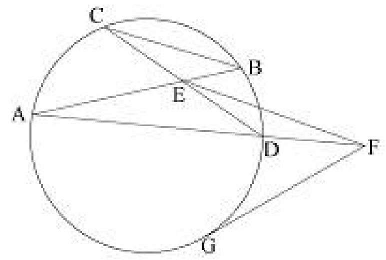
37 반지름의 길이가 15인 두 원이 서로의 중심을 지나도록 그림과 같은 도형을 만들었을 때, 실선으로 이루어진 도형의 둘레의 길이는?[4점]



① 38π ② 40π ③ 42π
④ 44π ⑤ 46π

[난이도 : ★★★] [2008년 6월 학력평가]

38 다음은 원 내부의 점 E에서 만나는 두 현 AB, CD에 대하여 점 E를 지나며 현 BC에 평행인 직선이 현 AD의 연장선과 만나는 점을 F, 점 F에서 원에 그은 접선의 접점을 G라 할 때, $\overline{EF}=\overline{FG}$임을 증명하는 과정이다. (단, 선분 BC와 선분 AD는 평행하지 않다.)



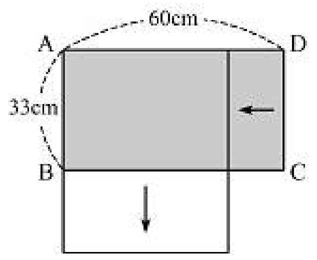
$\angle FED$와 [(가)]는 동위각이므로 같고
원주각의 성질에 의하여 $\angle BAD$와 [(가)]는 같으므로
$\angle FED=\angle BAD$이다.
$\angle EFD$가 공통이므로
$\triangle FED$와 [(나)]는 닮음이고 $\overline{EF}^2=$ [(다)] 이다.
접선과 할선의 성질에서 $\overline{FG}^2=$ [(다)] 이다.
따라서 $\overline{EF}=\overline{FG}$이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[4점]

① $\angle BCD$, $\triangle FAE$, $\overline{AD}\cdot\overline{DF}$
② $\angle BEF$, $\triangle BCE$, $\overline{DE}\cdot\overline{DF}$
③ $\angle BCD$, $\triangle BCE$, $\overline{AD}\cdot\overline{DF}$
④ $\angle BEF$, $\triangle FAE$, $\overline{AF}\cdot\overline{DF}$
⑤ $\angle BCD$, $\triangle FAE$, $\overline{AF}\cdot\overline{DF}$

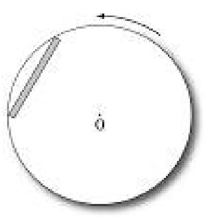
[난이도 : ★★★] [2008년 3월 학력평가]

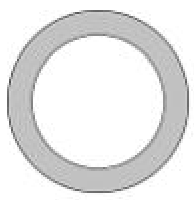
39 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 각각 $60cm$, $33cm$인 직사각형 $ABCD$가 있다. 이 직사각형의 가로의 길이는 매초 $2cm$씩 줄어들고, 세로의 길이는 매초 $3cm$씩 늘어난다고 하자. 가로와 세로의 길이가 동시에 변하기 시작하여 t초가 지난 후의 직사각형의 넓이가 처음 직사각형의 넓이와 같아진다고 할 때, t의 값을 구하시오.[4점]

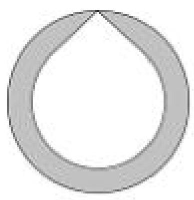


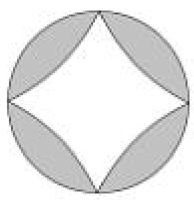
[난이도 : ★★★] [2008년 6월 학력평가]

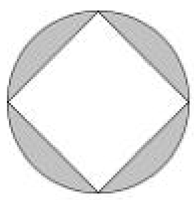
40 그림과 같이 원판 위에 검게 칠해진 직사각형이 있다. 점 O를 중심으로 이 원판을 한 바퀴 회전시킬 때, 직사각형이 그리는 모양을 나타낸 것은?[4점]

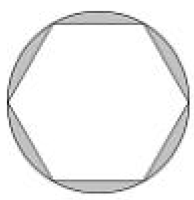


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

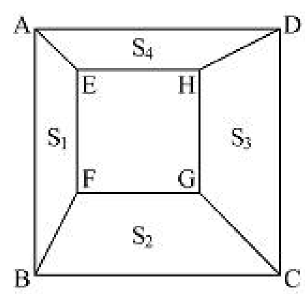
[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

41 [공통]점 $P(x, y)$가 집합 $A=\{(x, y)|1 \le x^2+y^2 \le 4\}$의 원소일 때, 점 $Q(2x+y, x-2y)$가 나타내는 도형의 넓이를 $a\pi$라 하자.

이때, a의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2008년 9월 학력평가]

42 그림은 한 변의 길이가 4인 정사각형 $ABCD$의 내부에 한 변의 길이가 2인 정사각형 $EFGH$를 $\overline{AB}$와 $\overline{EF}$가 평행하도록 그린 것이다. 네 사다리꼴 $ABFE$, $BCGF$, $CDHG$, $DAEH$의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3, S_4라 하자.



다음 [보기]에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[4점]

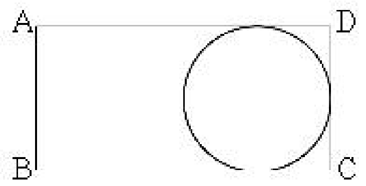
[보기]
ㄱ. $\overline{AE}^2+\overline{CG}^2=\overline{BF}^2+\overline{DH}^2$
ㄴ. $\overline{AE}=\overline{BF}$이면 $\overline{CG}=\overline{DH}$이다.
ㄷ. $S_1+S_3=S_2+S_4$

① ㄴ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2008년 11월 학력평가]

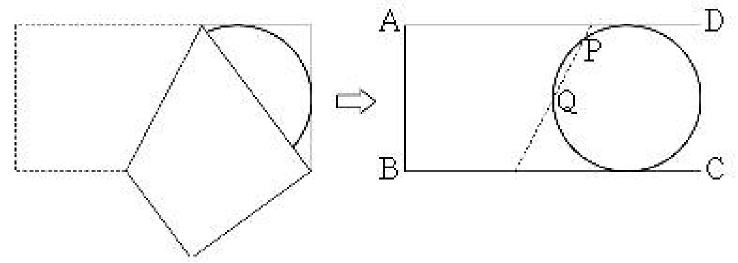
43 가로의 길이가 16, 세로의 길이가 8인 직사각형 모양의 종이가 있다.

[그림 1]은 네 꼭짓점을 A, B, C, D라 하고 변 BC, CD, DA와 접하는 원을 그린 것이다.



[그림 1]

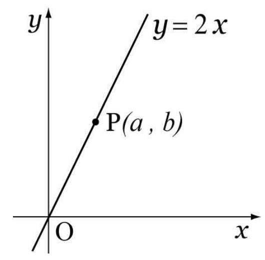
[그림 2]와 같이 점 A와 C가 만나도록 종이를 접었다가 다시 펼쳤을 때 생기는 선이 원과 만나는 점을 P, Q라 하자. 선분 PQ의 길이를 k라 할 때, $5k^2$의 값을 구하시오.[4점]

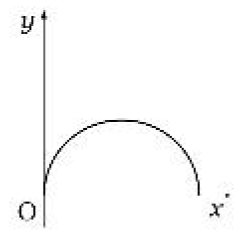


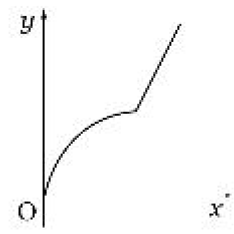
[그림 2]

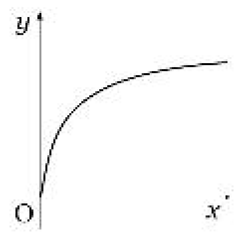
[난이도 : ★☆☆] [2007년 6월 학력평가]

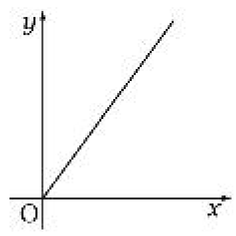
44 [공통]임의의 음이 아닌 실수 a에 대하여 좌표평면 위의 ?? $P(a, b)$가 그림과 같이 직선 $y=2x$위를 움직일 때, $x=a^2, y=a+b$를 만족하는 점 $Q(x, y)$가 그리는 그래프의 개형은?[3점]

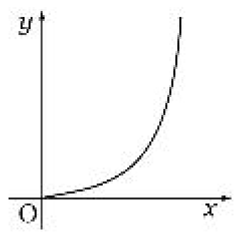


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

[난이도 : ★☆☆] [2007년 6월 학력평가]

45 [공통]좌표축 위에 있지 않은 두 점 $A(p,\ q)$, $B(r,\ s)$가 원 $O: x^2+y^2=1$위에 있고 $\overline{AB}=\sqrt{2}$이면, 두 점 $C(p,\ r)$, $D(q,\ s)$도 원 O위에 있고, $\overline{CD}=$ [(다)] 임을 증명하는 과정이다.

> 두 점 $A(p,\ q)$, $B(r,\ s)$가 원 $x^2+y^2=1$위의 점이므로
> $p^2+q^2=1 \cdots$ ①
> $r^2+s^2=1 \cdots$ ②
> $\overline{AB}^2=(r-p)^2+(s-q)^2=2\times$[(가)]$=2$이므로
> [(가)]=1...③
> ③ 을 q에 대하여 정리하여 ①에 대입하면
> $p^2+q^2=p^2\left(1+\dfrac{r^2}{s^2}\right)=1$이므로 [(나)]이 성립한다.
> 따라서 $p^2+r^2=q^2+s^2=1$이므로
> 두 점 $C(p,\ r)$, $D(q,\ s)$는 원 $x^2+y^2=1$위에 있다.
> 또한 $\overline{CD}^2=(q-p)^2+(s-r)^2=2-2(pq+rs)$이다.
> ③ 과[(나)]에 의하여 $pq+rs$의 값을 구할 수 있다.
> $\therefore \overline{CD}=$ [(다)]

위의 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[4점]

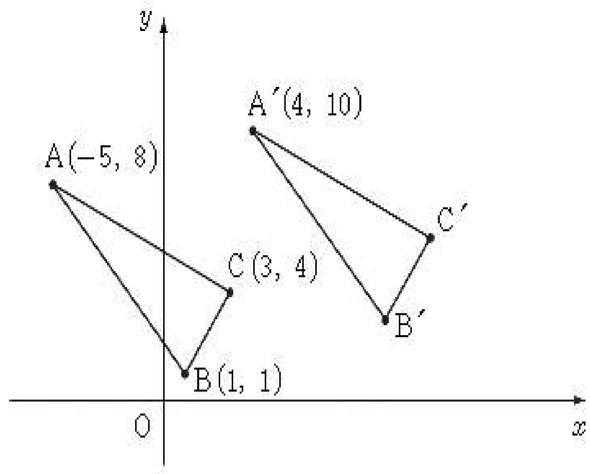
① $1-pr+qs$, $p^2=r^2$, 1
② $1-pr-qs$, $p^2=s^2$, 1
③ $1-pr+qs$, $p^2=s^2$, $\sqrt{2}$
④ $1-pr-qs$, $p^2=s^2$, $\sqrt{2}$
⑤ $1-pr+qs$, $p^2=r^2$, $\sqrt{2}$

[난이도 : ★★☆] [2007년 11월 학력평가]

46 그림의 삼각형 $A'B'C'$은 삼각형 ABC를 평행이동한 도형이다.

두 점 B', C'을 지나는 직선의 방정식이 $ax+by=24$일 때, $a+b$의 값은?

(단, a, b는 상수이다.)[3점]



① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

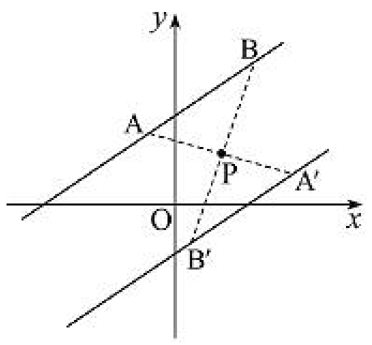
[난이도 : ★★☆] [2007년 3월 학력평가]

47 이차 함수 $y=2x^2+4x$의 그래프는 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 것이다. 이때, $a+b$의 값은?[3점]

① -5 ② -3 ③ -1
④ 1 ⑤ 3

[난이도 : ★★☆] [2007년 3월 학력평가]

48 좌표평면 위의 정점 P에 대한 두 점 A, B의 대칭점은 각각 A', B' 이고, 직선 AB의 방정식은 $x-2y+4=0$이라 한다. 점 A'의 좌표가 $(3, 1)$, 직선 $A'B'$의 방정식이 $y=ax+b$일 때, 두 상수 a, b의 곱 ab의 값을 [3점]



① $-\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

[난이도 : ★★☆] [2007년 11월 학력평가]

49 원점에 대하여 대칭이동하였을 때, 자기 자신과 일치하는 도형의 방정식을 다음 [보기]에서 모두 고르면?[3점]

[보기]
ㄱ. $y=-x$
ㄴ. $\lvert x+y\rvert=1$
ㄷ. $x^2+y^2=2(x+y)$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2007년 10월 학력평가]

50 좌표평면 위의 두 점 $A(4, 0)$, $B(0, 4)$에 대하여 점 P가 점 A에서 점 B까지 원 $(x-2)^2+(y-2)^2=4$의 내부를 지나지 않고 이동할 때, 점 P의 이동 거리의 최솟값은?[3점]

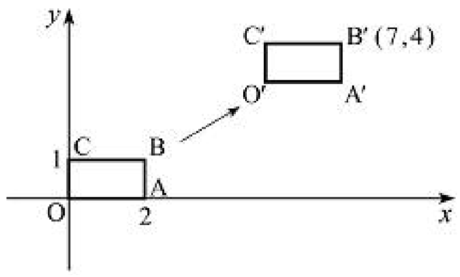
① $4+\pi$ ② $6+\pi$ ③ $4+2\pi$
④ $8+\pi$ ⑤ $6+2\pi$

[난이도 : ★★☆] [2007년 3월 학력평가]

51 좌표평면에서 원점 O와 두 점 $A(2, 0)$, $C(0, 1)$에 대하여 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$를 두 변으로 하는 직사각형 $OABC$를 평행이동하여

$O\to O'$, $A\to A'$, $B\to B'$, $C\to C'$

으로 옮겨지도록 하였다. 점 B'의 좌표가 $(7, 4)$일 때, 직선 $A'C'$의 방정식은?[3점]

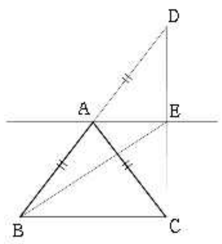


① $x+2y-10=0$ ② $x+2y-13=0$ ③ $x+2y-16=0$
④ $2x+3y-17=0$ ⑤ $2x+3y-19=0$

[난이도 : ★★☆] [2007년 6월 학력평가]

52 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 예각삼각형 ABC에서 반직선 $\overline{BA}$ 위에 $\overline{AB}=\overline{AD}$인 점을 D라 하자.

점 A를 지나고 변 $\overline{BC}$와 평행한 직선이 선분 $\overline{CD}$와 만나는 점을 E라 할 때, $\overline{AB}+\overline{AC}<\overline{BE}+$ [(다)]임을 증명하는 과정이다.



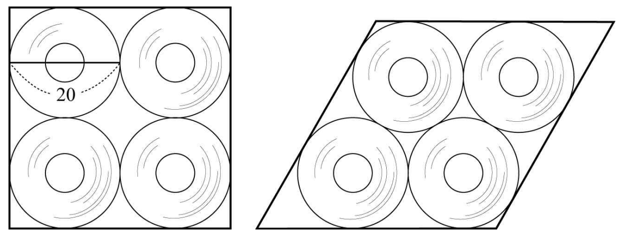
그림에서 직선 AE와 변 BC가 평행하므로
$\angle ABC$와 [㈎]는 동위각으로 같다.
$\angle ACB$와 [㈏]는 엇각으로 같다.
$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ABC=\angle ACB$이다.
따라서 [㈎] $=$ [㈏]
$\triangle ACE\equiv\triangle ADE$이므로 ㈐ $=\overline{DE}$이다.
$\overline{BD}<\overline{BE}+\overline{DE}$이고 $\overline{BD}=\overline{AB}+\overline{AD}$이다.
따라서 $\overline{AB}+\overline{AC}<\overline{BE}+$[㈐]

위의 증명에서 ㈎, ㈏, ㈐에 알맞은 것은 ?[3점]

① $\angle DAE$, $\angle BEC$, $\overline{AE}$
② $\angle BAC$, $\angle BEC$, $\overline{AE}$
③ $\angle DAE$, $\angle CAE$, $\overline{AE}$
④ $\angle BAC$, $\angle CAE$, $\overline{CE}$
⑤ $\angle DAE$, $\angle CAE$, $\overline{CE}$

[난이도 : ★★★] [2007년 6월 학력평가]

53 [공통]그림은 지름의 길이가 20인 두루마리 화장지가 각각 4개씩 단면이 정사각형인 상자와 마름모 모양인 상자에 담아 위에서 바라 본 것이다. 정사각형과 마름모의 한 변의 길이의 차는?[4점]

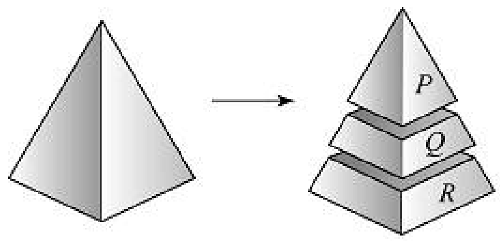


① $40(\sqrt{2}-1)$ ② $40\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}-1\right)$ ③ $40\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}-1\right)$
④ $20\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}-1\right)$ ⑤ $20\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}-1\right)$

[난이도 : ★★★] [2007년 3월 학력평가]

54 그림과 같이 부피가 $250cm^3$인 사각뿔을 밑면에 평행한 평면으로 잘라 세 부분으로 나누었다.

도형 P, Q, R의 옆넓이의 비가 $9:7:9$일 때, 도형 Q의 부피는?[4점]



① $70cm^3$ ② $72cm^3$ ③ $74cm^3$
④ $76cm^3$ ⑤ $78cm^3$

[난이도 : ★★★] [2007년 5월 학력평가]

55 [공통]주사위를 던져 나온 눈의 수 n에 따라 좌표평면 위의 원을 다음과 같은 규칙으로 이동한다.

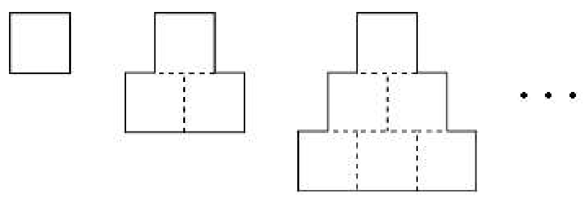
> Ⅰ. n이 홀수이면 원을 x축의 방향으로 $n+1$만큼, y축의 방으로 $2n$만큼 평행이동한다.
> Ⅱ. n이 짝수이면 원을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한다.

주사위를 세 번 던져 나온 눈의 수가 차례대로 4, 5, 2일 때, 이 순서에 따라 원 $x^2+y^2-2x-4y+4=0$을 이동하면 원 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$과 일치한다. 이때, $A+B+C$의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2007년 6월 학력평가]

56 한 변의 길이가 1인 정사각형을 그림과 같이 겹치지 않게 빈틈없이 계속 붙여 나간다.

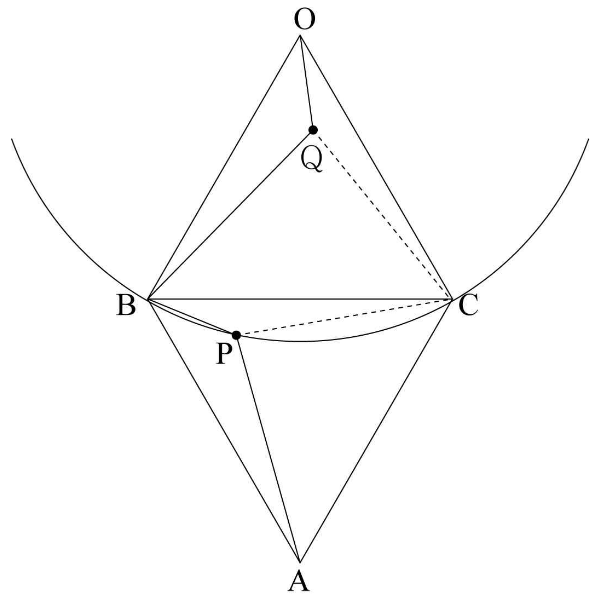
가장 아랫부분의 정사각형이 50개가 되었을 때, 실선으로 이루어진 도형의 둘레의 길이를 구하시오.[4점]



[그림 1]　[그림 2]　　[그림 3]

[난이도 : ★★★] [2007년 10월 학력평가]

57 평면 위에 두 개의 정삼각형 ABC와 OBC가 있다. 점 O를 중심으로 하고 선분 OB를 반지름으로 하는 원 위의 점 P에 대하여 $[(다)]^2=\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$임을 증명하는 과정이다.(단, 점 P는 삼각형 ABC의 내부의 점이다.)



점 C를 중심으로 삼각형 PBA를 시계 방향으로 60° 회전한 삼각형 QOB를 만든다.

원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$이고, 원에 내접하는 사각형의 대각의 합이 180°이므로

$\angle BPC=$ [가]이다.

$\angle CPQ=$ [나]이므로

$\angle BPQ=$ [가]$-$[나]

따라서 $\overline{BQ}^2=\overline{PB}^2+\overline{PQ}^2$

$\overline{BQ}=$ [다] 이고 $\overline{PQ}=\overline{PC}$이므로

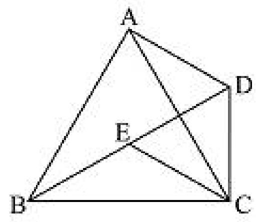
[다]$.^2=\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$ 이 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[4점]

① 120°, 30°, $\overline{BC}$
② 120°, 60°, $\overline{BC}$
③ 150°, 30°, $\overline{PA}$
④ 150°, 60°, $\overline{BC}$
⑤ 150°, 60°, $\overline{PA}$

[난이도 : ★★★] [2007년 3월 학력평가]

58 그림에서 $\triangle ABC$와 $\triangle CDE$가 정삼각형일 때, 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?(단, 세 점 B, E, D는 한 직선 위에 있다.)[4점]

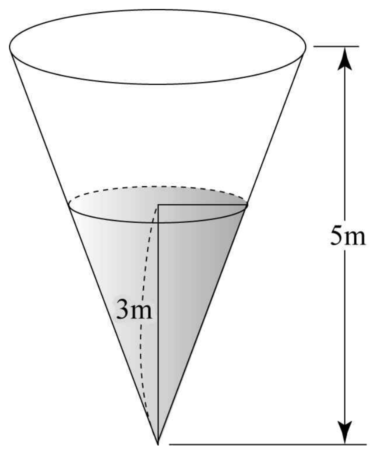


[보기]
ㄱ. $\angle ACD = \angle BCE$
ㄴ. $\overline{AD} = \overline{BE}$
ㄷ. $\angle ADB = 60^\circ$

① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

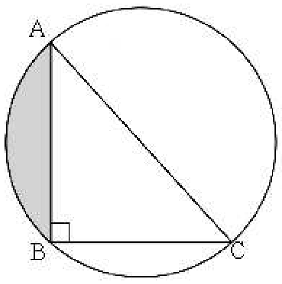
[난이도 : ★★★] [2007년 10월 학력평가]

59 깊이가 $5m$인 직원뿔 모양의 물탱크에 시간당 일정한 양의 물을 넣고 있다.물을 넣기 시작하여 물의 깊이가 $3m$가 될 때까지 5분이 걸린다면, 이와 같은 빈 물탱크를 처음부터 가득 채우는 데 걸리는 시간은 $\frac{q}{p}$분이다.이때, $p+q$의 값을 구하시오.(단, p, q는 서로소인 자연수)[4점]



[난이도 : ★★★] [2007년 6월 학력평가]

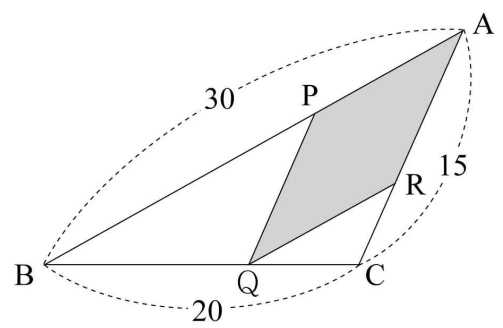
60 그림과 같이 원에 내접하는 $\angle B = 90^\circ$인 직각이등변삼각형 ABC에서 변 AB와 호 AB로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이가 $2\pi - 4$일 때, 원의 반지름의 길이는?[4점]



① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

[난이도 : ★★★] [2007년 10월 학력평가]

61 $\overline{AB} = 30$, $\overline{BC} = 20$, $\overline{CA} = 15$인 삼각형 ABC가 있다.그림과 같이 세 변 AB, BC, CA위에 차례로 점 P, Q, R을 잡아 만든 사각형 $APQR$이 마름모일 때, 선분 AR의 길이를 구하시오.[4점]

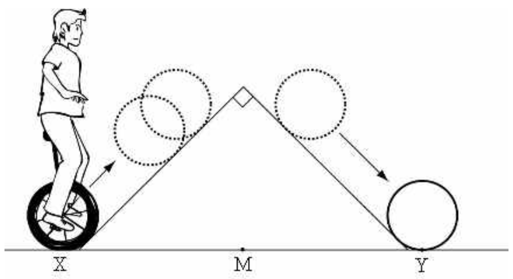


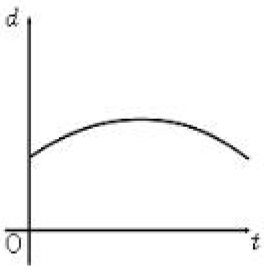
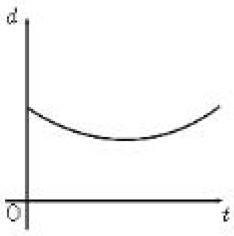
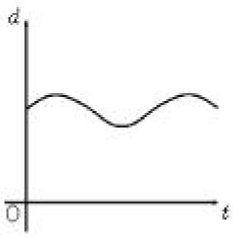
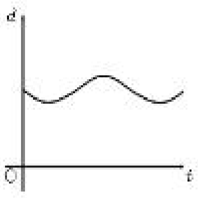
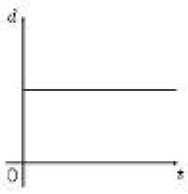
[난이도 : ★★★] [2007년 6월 학력평가]

62 그림과 같이 철수가 외발자전거를 타고 직각이등변삼각형 모양의 장애갈이 넘어가려고 한다.

지면과 장애물에 자전거의 바퀴가 동시에 접하는 지면 위의 접점을 x, y라 하고, 선분 XY의 중점을 M이라 하자. 철수가 X에서 출발하여 최단 거리로 Y까지 일정한 속도로 이동할 때, 시간 t와 점 M에서 자전거 바퀴의 중심까지의 거리 d에 대하여 d를 t의 함수로 나타낸 그래프의 개형은?

(단, 자전거 바퀴의 모양은 항상 원이며 지름의 길이는 장애물의 높이보다 작다.)[4점]

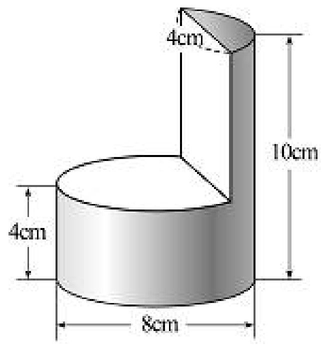


① 
② 
③ 
④ 
⑤ 

[난이도 : ★★★] [2007년 3월 학력평가]

63 그림은 밑면의 지름의 길이가 $8cm$, 높이가 $10cm$인 원기둥의 일부를 잘라낸 입체도형이다.

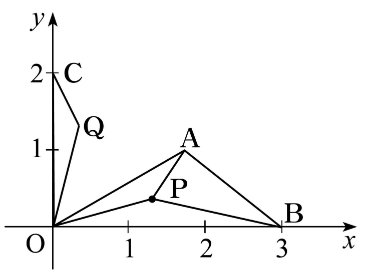
잘린 면이 원기둥의 회전축과 평행하거나 수직일 때, 이 입체도형의 겉넓이는?[4점]



① $64\pi cm^2$ ② $72\pi cm^2$ ③ $(64\pi+24)cm^2$
④ $(68\pi+24)cm^2$ ⑤ $(72\pi+24)cm^2$

[난이도 : ★★★] [2007년 9월 학력평가]

64 다음은 $\overline{OA}=2$, $\overline{OB}=3$, $\angle AOB=30^\circ$ 인 삼각형 AOB의 내부의 점 P에서 세 꼭짓점에 이르는 거리의 합의 최솟값을 구하는 과정이다.

> 삼각형 AOB를 아래 그림과 같이 좌표평면 위에 나타내고 점 $C(0,\ 2)$에 대하여 $\triangle AOP \equiv \triangle COQ$가 되도록 1사분면에 점 Q를 잡으면,
>
> 
>
>
> $\overline{OP}=\overline{OQ}$이고 $\angle QOP=$ [가]이므로 $\overline{OP}=\overline{QP}$이다.
> $\overline{AP}+\overline{OP}+\overline{BP}=$ [나] $+\overline{QP}+\overline{BP}\geq$ [다]
> 따라서 점 P에서 세 꼭짓점에 이르는 거리의 합의 최솟값은 [다]이다.

위의 과정에서 ㈎, ㈏, ㈐에 알맞은 것은?[4점]

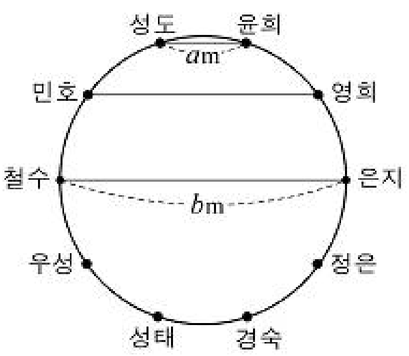
① 45°, $\overline{CQ}$, $\sqrt{11}$
② 45°, $\overline{OQ}$, $\sqrt{13}$
③ 60°, $\overline{CQ}$, $\sqrt{13}$
④ 60°, $\overline{OQ}$, $\sqrt{15}$
⑤ 60°, $\overline{CQ}$, $\sqrt{15}$

[난이도 : ★★★] [2007년 3월 학력평가]

65 교내 체육대회에서 댄스 동아리 회원 10명이 음악에 맞춰 춤을 추기로 하였다.

그림과 같이 운동장 한 가운데에 커다란 원을 그리고 그 원의 둘레를 10등분하는 지점에 회원들을 배치하였다. 소품을 준비하기 위하여 성도와 윤희 사이의 거리와 철수와 은지 사이의 거리를 측정하였더니 각각 am, bm이었다.

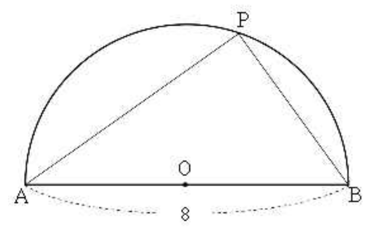
다음 중 민호와 영희 사이의 거리를 나타내는 것은?(단, 단위는 모두 m이다.)[4점]



① $\dfrac{3a+2b}{5}$ ② $\dfrac{a+2b}{3}$ ③ $\dfrac{2a+b}{3}$
④ $\dfrac{2a+b}{2}$ ⑤ $\dfrac{a+b}{2}$

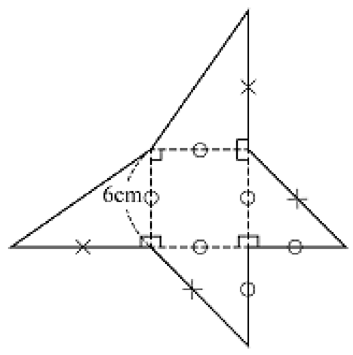
[난이도 : ★★★] [2007년 11월 학력평가]

66 지름 AB의 길이가 8인 반원의 둘레 위에 한 점 P를 택할 때, $3\overline{AP}+4\overline{BP}$의 최댓값을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★☆] [2006년 3월 학력평가]

67 그림은 어느 입체도형의 전개도이다. 이 입체도형의 부피는?[3점]

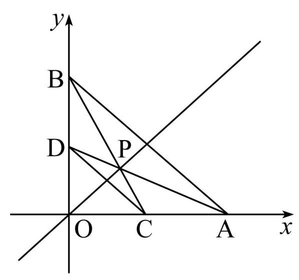


① $36cm^3$ ② $72cm^3$ ③ $108cm^3$
④ $144cm^3$ ⑤ $216cm^3$

[난이도 : ★★☆] [2006년 3월 학력평가]

68 세 점 $O(0,\,0)$, $A(a,\,0)$, $B(0,\,b)$를 꼭짓점으로 하는 직각삼각형 OAB가 있다.

두 변 OA, OB위에 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$가 되도록 두 점 $C(c,\,0)$, $D(0,\,d)$를 잡는다.



다음은 두 직선 AD, BC의 교점을 P라 할 때, 직선 OP는 선분 AB를 이등분함을 증명한 것이다.

직선 AD의 방정식은 [(가)] $\cdots$ ①   직선 BC의 방정식은 [(나)] $\cdots$ ②   이제 점 P의 좌표를 $(p,\,q)$라 하자.   ①$\times c-$②$\times a$를 계산하면 $x=\dfrac{ac(d-b)}{cd-ab}=p$ ②$\times d-$①$\times b$를 계산하면 $y=\dfrac{bd(c-a)}{cd-ab}=q$ 그런데 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 직선 AB와 직선 CD의 기울기는 같다. $\therefore -\dfrac{b}{a}=-\dfrac{d}{c}$ 이때, $\dfrac{b}{a}=\dfrac{d}{c}=k$($k$는 실수)라 하면 $\dfrac{q}{p}=\dfrac{bd(c-a)}{ac(d-b)}=$ [(다)] $\therefore \angle OAB=\angle POA,\ \angle OBA=\angle POB$ 직선 OP와 AB의 교점을 M이라 하면 $\overline{BM}=\overline{OM}=\overline{AM}$ 따라서 직선 OP는 선분 AB를 이등분한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[4 점]

① $ax+dy=ad,\ bx+cy=bc,\ \dfrac{a}{b}$

② $ax+dy=ad,\ cx+by=bc,\ \dfrac{b}{a}$

③ $dx+ay=ad,\ cx+by=bc,\ \dfrac{a}{b}$

④ $dx+ay=ad,\ bx+cy=bc,\ \dfrac{a}{b}$

⑤ $dx+ay=ad,\ bx+cy=bc,\ \dfrac{b}{a}$

[난이도 : ★★☆] [2006년 3월 학력평가]

69 그림과 같이 한 개의 직사각형을 6개의 직사각형으로 나누었을 때, 6개의 직사각형의 넓이가 각각 $8, a, 9, b, 6, c$이었다.

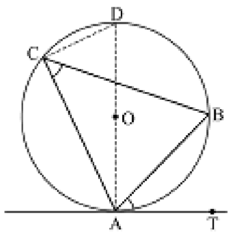
$a(b+c)$의 값을 구하시오.[3 점]

8	a	9
b	6	c

[난이도 : ★★☆] [2006년 3월 학력평가]

70 다음은 원 O위의 점 A를 지나는 접선 AT와 현 AB가 이루는 각의 크기는 호 AB에 대한 원주각의 크기와 같음을 $\angle BAT$가 예각인 경우에 대하여 증명한 것이다.

점 A를 지나는 지름 AD를 그으면



$\angle DAT=$ [가] $=90^\circ$ 이므로

$\angle BAT=90^\circ$ ... ①

$\angle BCA=90^\circ-$ [나]...②

그런데, 호 BD에 대한 원주각의 크기는 모두 같으므로

$\angle DAB=$ [나]...③

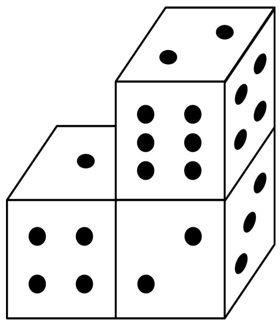
① , ②, ③ 에서 $\angle BAT=\angle BCA$

위의 증명에서 ㈎, ㈏에 알맞은 것은?[3점]

① $\angle DCA$, $\angle DCB$ ② $\angle DCA$, $\angle CAD$
③ $\angle DCA$, $\angle CBA$ ④ $\angle CDA$, $\angle DCB$
⑤ $\angle CDA$, $\angle CAD$

[난이도 : ★★☆] [2006년 3월 학력평가]

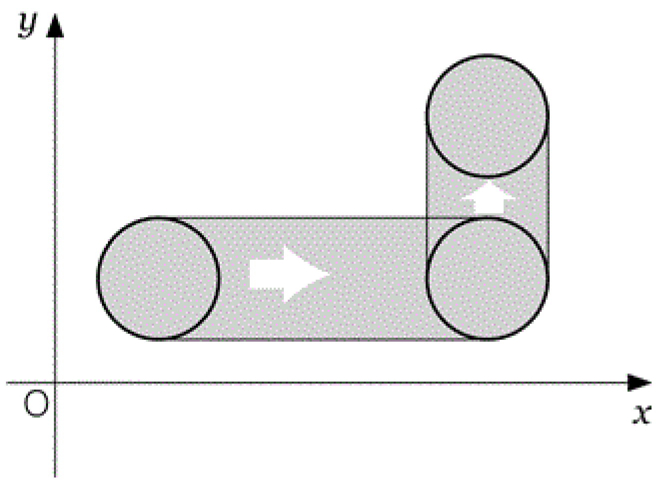
71 마주 보는 면에 있는 눈의 수의 합이 7인 똑같은 세 개의 주사위를 그림과 같이 붙여 놓으면, 이웃한 주사위와 접한 면은 모두 네 개가 된다.



이 네 면에 있는 눈의 수의 총합을 구하시오.[3 점]

[난이도 : ★★☆] [2006년 10월 학력평가]

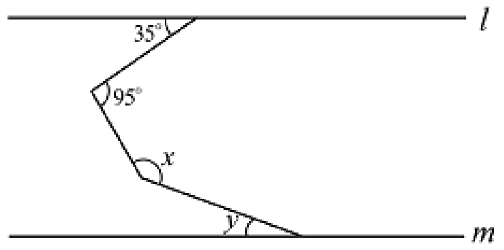
72 양수 a, b에 대하여 그림과 같이 원 $(x-2)^2+(y-2)^2=1$을 x축의 양의 방향으로 a만큼 평행이동한 후, y축의 양의 방향으로 b만큼 평행이동하였다. 원이 지나간 어두운 부분의 넓이가 $9+\frac{5}{4}\pi$일 때, $a+b$의 값은?[3점]



① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

[난이도 : ★★☆] [2006년 3월 학력평가]

73 그림에서 두 직선 l과 m은 서로 평행하다. $\angle x - \angle y$의 크기는?[3 점]

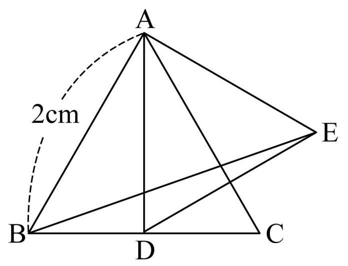


① 90° ② 105° ③ 120°
④ 135° ⑤ 150°

[난이도 : ★★☆] [2006년 3월 학력평가]

74 그림과 같이 한 변의 길이가 $2cm$인 정삼각형 ABC가 있다.

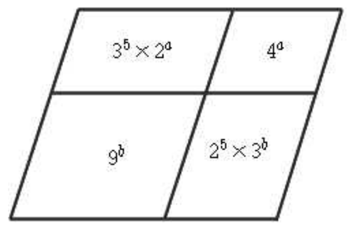
$\overline{BC}$의 중점을 D라 하고, $\overline{AD}$를 한 변으로 하는 정삼각형 ADE를 그릴 때, $\overline{BE}$의 길이는?[3 점]



① $\sqrt{6}cm$ ② $\sqrt{7}cm$ ③ $2\sqrt{2}cm$
④ $3cm$ ⑤ $\sqrt{10}cm$

[난이도 : ★★★] [2006년 6월 학력평가]

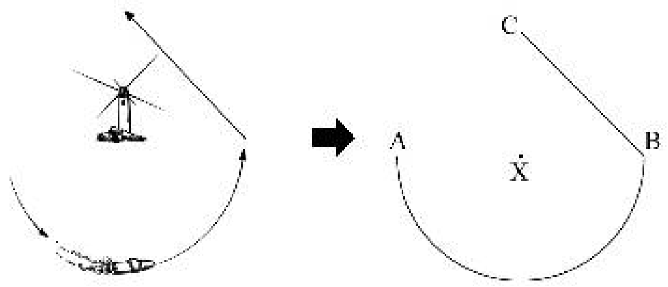
75 [공통]평행사변형을 그림과 같이 네 개의 작은 평행사변형으로 나누었더니 넓이가 각각 $3^5\times2^a$, 4^a, 9^b, $2^5\times3^b$이 되었다. 이때, $a+b$의 값을 구하시오.(단, a, b는 자연수)[4점]

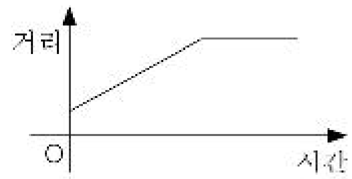


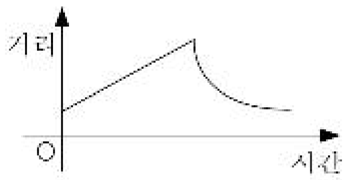
[난이도 : ★★★] [2006년 10월 학력평가]

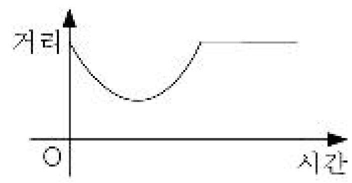
76 독도 순시선은 그림과 같이 독도를 중심으로 A지점에서 B지점까지는 반원모양으로 이동하고, B지점에서 C지점까지는 직선으로 이동하며 순시한다.

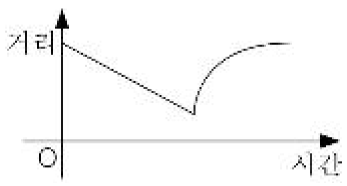
독도의 한 지점 X에서 순시선까지 시간에 대한 거리의 변화를 그래프로 나타낼 때, 그래프의 개형으로 옳은 것은?(단, 배는 등속도로 이동한다.)[4점]

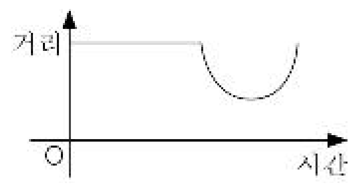


①


②


③


④


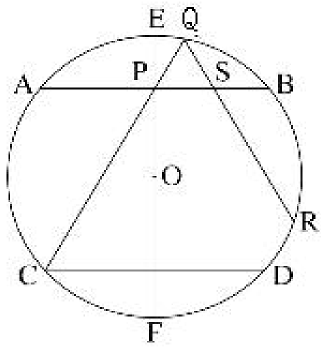
⑤


[난이도 : ★★★] [2006년 6월 학력평가]

77 중심이 O인 원에 평행인 임의의 두 현 AB, CD가 있다.

$\overline{AB}$의 중점을 P, 원과 직선 PC의 교점을 Q라고 하자.

점 A를 포함하지 않는 호 BD위의 임의의 점 R에 대하여, $\overline{QR}$과 $\overline{AB}$의 교점을 S라고 할 때, 다음은 네 점 P, D, R, S가 같은 원 위의 점임을 증명한 것이다.

> 점 P를 지나는 지름 $\overline{EF}$를 그을 때, 점 P는 $\overline{AB}$의 중점이므로 $\overline{EF}$와 $\overline{AB}$는 수직이다.
>
> 
>
>
> $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$는 평행이므로 $\overline{EF}$는 $\overline{CD}$를 수직이등분한다.
>
> $\therefore \overline{PC}=$ [가], $\angle PCD=\angle PDC$
>
> 또한, $\angle PDC=\angle SPD$($\because$ 엇각)
>
> 따라서 $\angle PCD=$ [나]이다.
>
> 그런데 $\angle PCD+\angle SRD=$ [다]이므로 $\angle SPD+\angle SRD=$ [다]이다.
>
> 그러므로 네 점 P, D, R, S는 같은 원 위의 점이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[4점]

① $\overline{PR}$, $\angle CPD$, 240°

② $\overline{PR}$, $\angle SPD$, 180°

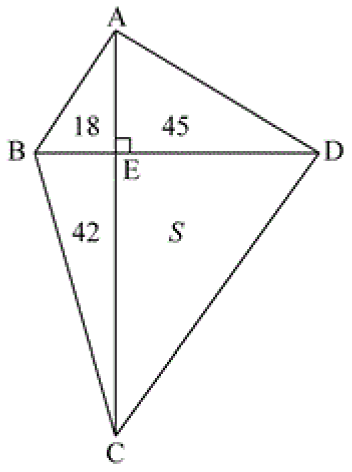
③ $\overline{PD}$, $\angle SPD$, 240°

④ $\overline{PD}$, $\angle SPD$, 180°

⑤ $\overline{PD}$, $\angle CPD$, 240°

[난이도 : ★★★] [2006년 9월 학력평가]

78 그림과 같이 사각형 $ABCD$의 두 대각선이 점 E에서 수직으로 만난다. 세 삼각형 ABE, ADE, BCE의 넓이가 각각 18, 45, 42일 때, 삼각형 CDE의 넓이 S를 구하시오. [3점]

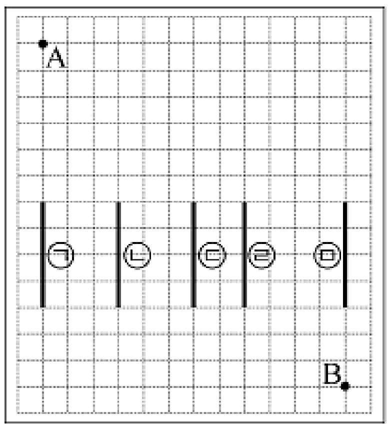


[난이도 : ★★★] [2006년 3월 학력평가]

79 그림은 어느 운동장에 있는 ①, ②, ③, ④, ⑤ 5개의 평균대를 모눈종이에 나타낸 것이다.

동현이가 A지점에서 출발하여 평균대 위를 걸어서 지나 B지점까지 도착하는 경기를 하려 한다.

이동 거리를 가장 짧게 하려 할 때, 지나야 할 평균대는?[4 점]

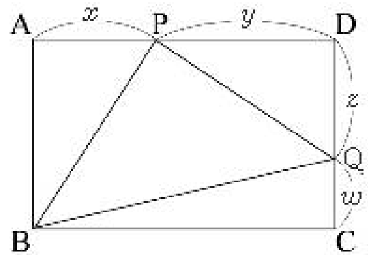


① ① ② ② ③ ③
④ ④ ⑤ ⑤

[난이도 : ★★★] [2006년 6월 학력평가]

80 다음은 직사각형 $ABCD$에서 $\overline{AD}$위의 점 P와 $\overline{CD}$위의 점 Q를 $\triangle ABP$, $\triangle BCQ$, $\triangle DPQ$의 넓이가 같도록 정할 때, 점 P, Q는 $\overline{AD}$, $\overline{CD}$를 각각 황금분할하는 점임을 증명한 것이다.

그림과 같이 $\overline{AP}=x$, $\overline{PD}=y$, $\overline{DQ}=z$, $\overline{QC}=w$라 하면



$x(z+w)=w(x+y)=$ [가]
이 식을 정리하면
$x(z+w)=w(x+y) \cdots$ ①
$x(z+w)=$ [가]... ②
① 의 식을 전개하면
$xz+xw=wx+wy$
$\therefore xz=wy$
$y=kx$, $z=kw$
이것을 ② 에 대입하면 $x(kw+w)=kxkw$이다.
x, y, z, w는 0이 아니므로 [나]이다.
$k>0$이므로 $k=$ [다]
즉, 점 P, Q는 $\overline{AD}$, $\overline{CD}$를 각각 황금분할하는 점이다.

위의 증명에서 ㈎, ㈏, ㈐에 알맞은 것은?[4점]

① yz, $k^2-k-1=0$, $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

② yz, $k^2-k-2=0$, 2

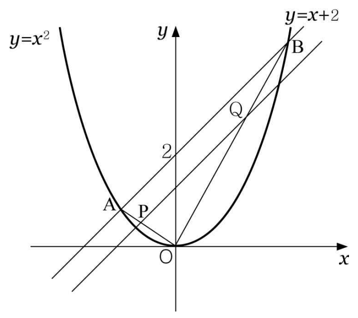
③ yz, $k^2+k-1=0$, $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

④ zw, $k^2-k-1=0$, $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

⑤ zw, $k^2+k-1=0$, $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

[난이도 : ★★★] [2006년 10월 학력평가]

81 $y=x^2$과 $y=x+2$가 만나는 두 점을 A, B라 하고, 직선 AB와 평행한 직선이 $\triangle OAB$와 만나는 두 점을 P, Q라 하자. $\triangle OPQ$의 넓이가 $\triangle OAB$의 넓이의 $\dfrac{4}{9}$일 때, 직선 PQ의 방정식은 $y=ax+b$이다. $a+b$의 값은?[4점]



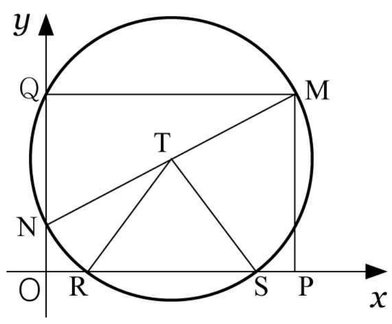
① $\dfrac{4}{3}$ ② $\dfrac{5}{3}$ ③ 2

④ $\dfrac{7}{3}$ ⑤ $\dfrac{8}{3}$

[난이도 : ★★★] [2006년 10월 학력평가]

82 다음은 지름의 양 끝점의 좌표가(0, 1), (p, q)인 원이 x축과 두 점에서 만날 때, 두 점의 x좌표가 이차방정식 $x^2-px+q=0$의 근임을 증명한 것이다.

좌표평면에서 점 $N(0, 1)$, $M(p, q)$라 하고, 점 T는 선분 MN의 중점이라 하자.
점 T는 직각삼각형 NMQ의 외심이므로
점 T에서 점 Q, M, N에 이르는 거리가 같다.
따라서 중심은 T이고 세 점 Q, M, N을 지나는 원이 존재한다.



점 T의 x좌표는 $\dfrac{p}{2}$이고, 점 N과 점 M을 지나는 직선의 방정식은[㈎]이다.

따라서 $x=\dfrac{p}{2}$일 때, $y=$ [㈏] 이다.

반지름의 길이를 구하면[㈐]이므로 원의 방정식은 $\left(x-\dfrac{p}{2}\right)^2+\{y-($ 나 $)$다 $)$이다.

여기에 $y=0$을 대입하면 $x^2-px+q=0$이므로
이 원이 x축과 만나는 점 R과 S의 x좌표가 근이다.

위의 증명에서 ㈎, ㈏, ㈐에 알맞은 것은?[4점]

① $y=\dfrac{q+1}{p}x+1$, $\dfrac{q+1}{2}$, $\dfrac{p^2+(q-1)^2}{4}$

② $y=\dfrac{q+1}{p}x+1$, $\dfrac{q+3}{2}$, $\dfrac{p^2+(q+1)^2}{4}$

③ $y=\dfrac{q-1}{p}x+1$, $\dfrac{q+1}{2}$, $\dfrac{\sqrt{p^2+(q+1)^2}}{2}$

④ $y=\dfrac{q-1}{p}x+1$, $\dfrac{q+3}{2}$, $\dfrac{\sqrt{p^2+(q-1)^2}}{2}$

⑤ $y=\dfrac{q-1}{p}x+1$, $\dfrac{q+1}{2}$, $\dfrac{\sqrt{p^2+(q-1)^2}}{2}$

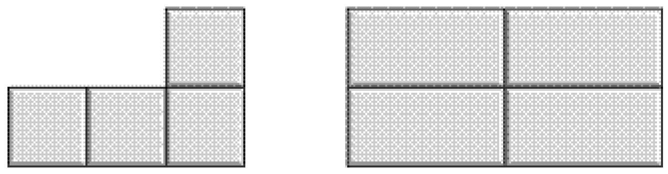
[난이도 : ★★★] [2006년 6월 학력평가]

83 그림은 가로, 세로, 높이의 길이가 각각 $2,\ 1,\ 1$인 직육면체 모양의 상자를 여러 개 쌓아 놓고 정면과 우측면에서 본 모습이다.

그림만 보고 상자의 개수를 추측할 때, 상자의 최대 개수를 M, 최소 개수를 m이라 하면

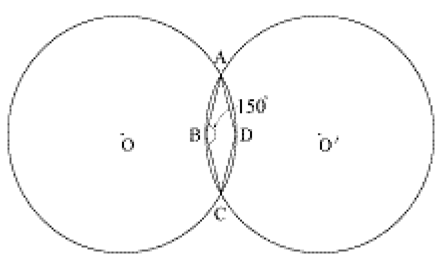
$M+m$의 값을 구하시오.[4점]

[정면]　　　　[우측면]



[난이도 : ★★★] [2006년 6월 학력평가]

84 반지름의 길이가 10인 두 원 $O,\ O'$가 그림과 같이 두 점 $A,\ C$에서 만날 때 생기는 마름모 $ABCD$가 있다. $\angle ABC=150^{\circ}$일 때, 원 위의 임의의 점 P에 대하여 $\triangle APC$의 넓이의 최댓값이 $a+b\sqrt{3}$이다. $a+b$의 값을 구하시오.(단, $a,\ b$는 유리수)[4점]



[난이도 : ★★★] [2006년 11월 학력평가]

85 세 집합 $A,\ B,\ C$에 대하여 $A=\{(x,\ y)|x^2+y^2\le 1\}$,

$B=\{(x,\ y)|y=x+\sqrt{2}\}$, $C=\{(x_1+x_2,\ y_1+y_2)|(x_1,\ y_1)\in A,\ (x_2,$

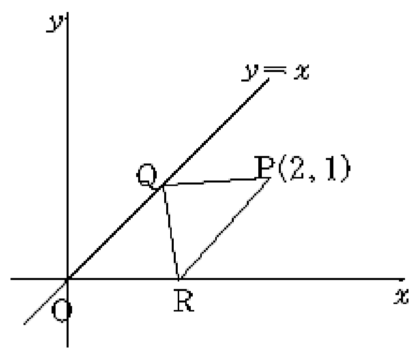
라 할 때, $A\cap C$가 나타내는 영역의 넓이는?[4점]

① $\frac{1}{2}\pi$　② $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$　③ $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$

④ $\frac{3}{4}\pi$　⑤ π

[난이도 : ★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

86 [공통]그림과 같이 점 $P(2,\ 1)$과 직선 $y=x$위를 움직이는 점 Q, x축 위를 움직이는 점 R를 잇는 $\triangle PQR$의 둘레의 길이가 최소일 때, 점 R의 좌표는?[4점]



① $\left(\frac{2}{3},\ 0\right)$　② $(1,\ 0)$　③ $\left(\frac{4}{3},\ 0\right)$

④ $\left(\frac{3}{2},\ 0\right)$　⑤ $\left(\frac{5}{3},\ 0\right)$

[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

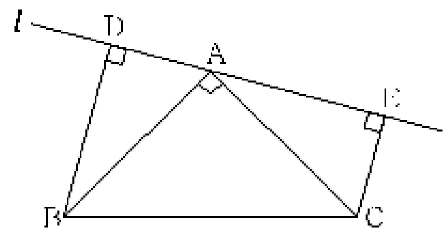
87 좌표평면에서 직선 $x+y+1=0$에 대하여 점 $(3,\ 4)$의 대칭점을 $(a,\ b)$라 할 때, a^2+b^2의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

88 좌표평면에서 직선 $x+y+1=0$에 대하여 점 $(3, 4)$의 대칭점을 (a, b)라 할 때, a^2+b^2의 값을 구하여라.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2005년 6월 학력평가]

89 다음은 직각이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A를 지나는 직선 l에 점 B, C에서 수선을 그어 직선 l과의 교점을 각각 D, E라 할 때, $\overline{BD}+\overline{CE}=$ [(가)] 임을 증명한 것이다.



$\overline{AB}=\overline{AC}$... ①

$\angle ABD=\angle$[(나)] ... ②

① , ② 에서 $\triangle ABD\equiv\triangle CAE$

따라서 $\overline{BD}+\overline{CE}=$ [(가)] 이다.

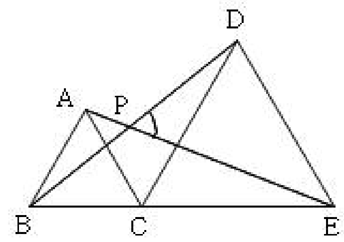
위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?[3점]

① $\overline{DE}$, $\angle ACE$　② $\overline{DE}$, $\angle CAE$
③ $\overline{BC}$, $\angle ACB$　④ $\overline{BC}$, $\angle CAE$
⑤ $\overline{BC}$, $\angle ACE$

[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

90 아래 그림에서 $\triangle ABC$와 $\triangle DCE$는 정삼각형이다.

두 선분 AE, BD의 교점을 P라고 할 때, $\angle DPE$의 크기는?[3점]

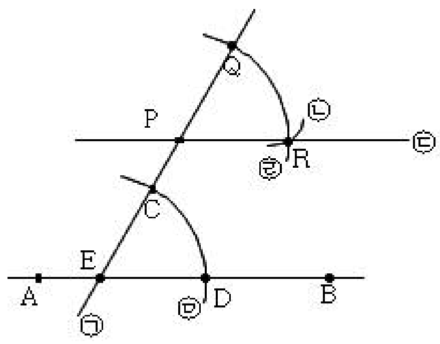


① 90˚　② 60˚　③ 45˚
④ 30˚　⑤ 15˚

[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

91 아래 그림은 직선 AB밖의 한 점 P를 지나며 직선 AB에 평행한 직선을 작도한 것이다.

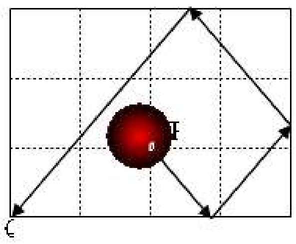
작도하는 순서가 옳은 것은?(단, $\overline{EC}=\overline{PQ}$, $\overline{CD}=\overline{QR}$)[3점]



① ㉠-> ㉡-> ㉣-> ㉤-> ㉢　② ㉠-> ㉤-> ㉣-> ㉡-> ㉢
③ ㉡-> ㉣-> ㉤-> ㉠-> ㉢
④ ㉢-> ㉠-> ㉡-> ㉣-> ㉤　⑤ ㉢-> ㉠-> ㉡-> ㉤-> ㉣

[난이도 : ★★★] [2005년 6월 학력평가]

92 가로, 세로의 길이가 각각 4, 3인 직사각형 모양의 포켓당구대가 있다. 공이 내부에서는 직선운동을 하고 벽에서는 입사각과 반사각이 같도록 움직일 때, 그림과 같은 방향으로 P지점에 있는 공을 쳤더니 벽에 3번 부딪친 후 Q지점에 들어갈 때, P지점에서 Q지점까지의 공이 움직인 거리는?(단, 한 눈금의 길이가 모두 가로, 세로 각각 1이고 공의 크기는 무시함)[4점]

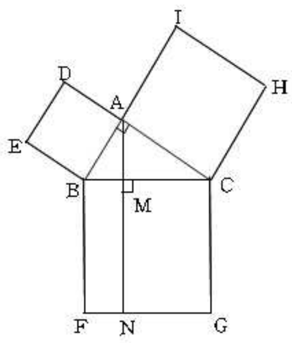


① $2\sqrt{13}$ ② $\sqrt{65}$ ③ $4\sqrt{5}$
④ $\sqrt{85}$ ⑤ $7\sqrt{2}$

[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

93 아래 그림은 직각 삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형과 점 A에서 변 $\overline{BC}$, $\overline{FG}$에 수선을 그은 것이다.

그림에 대한 설명으로 옳은 것을 다음 [보기]에서 모두 찾으면?[4점]



[보기]
ㄱ. $\triangle ABF \equiv \triangle EBC$
ㄴ. $\triangle BCH \equiv \triangle GCA$
ㄷ. $\triangle BCH = \triangle ACH$
ㄹ. $\square ACHI = \square MNGC$

① ㄱ, ㄴ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

[난이도 : ★★★] [2005년 10월 학력평가]

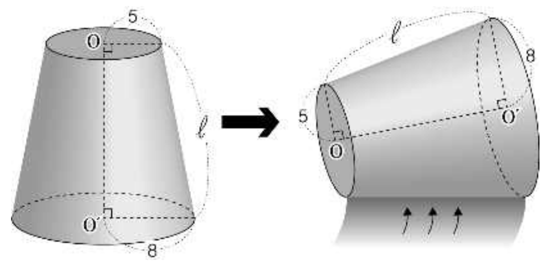
94 윗면의 반지름 길이가 5, 아랫면의 반지름 길이가 8인 원뿔대가 있다.

이 원뿔대의 옆면 전체에 페인트칠을 하여 옆면이 평면에 닿도록 놓고 굴린다.

처음 페인트가 묻어난 부분과 마지막 페인트가 묻어나는 부분이 만날 때까지 굴렸을 때, 페인트가 묻어난 부분의 넓이가 624π가 되었다.

이때, 원뿔대의 모선의 길이 l을 구하시오.

(단, O, O'은 원의 중심이고, 페인트는 일정하게 계속 묻어난다.)[4점]



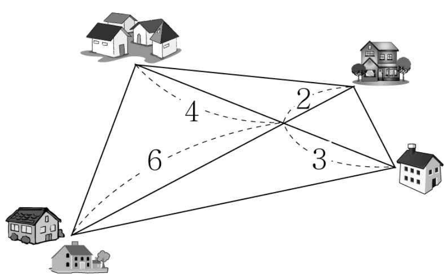
[난이도 : ★★★] [2005년 6월 학력평가]

95 다음 [보기]의 그림은 네 마을의 위치 관계를 나타낸 것이다.

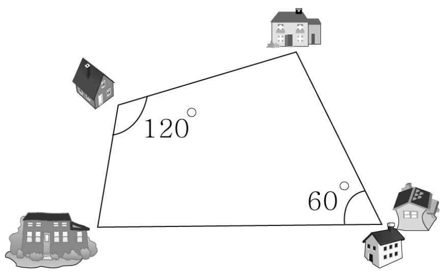
이들 네 마을로부터 같은 거리에 있는 지점에 학교를 지을 수 있는 것을 모두 고르면?[4점]

[보 기]

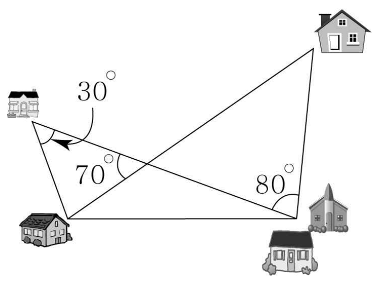
ㄱ.



ㄴ.



ㄷ.



① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2005년 11월 학력평가]

96 한 개의 동전을 던져서 다음과 같은 방법으로 좌표평면 위의 점 $P(1, 1)$을 이동시키려고 한다.

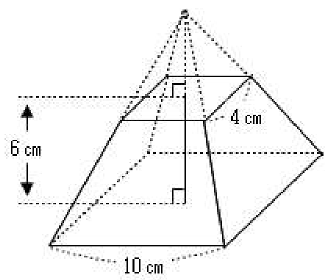
[1]앞면이 나오면 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동 한다.
[2] 뒷면이 나오면 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동 한다.

동전을 10회 던져서 앞면이 6회, 뒷면이 4회 나왔을 때의 평행이동 된 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 길이는?[4점]

① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{2}$
④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

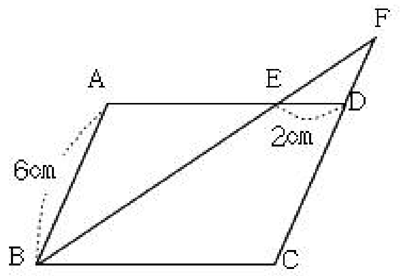
[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

97 아래 그림과 같이 밑면과 윗면이 각각 정사각형인 사각뿔대의 부피를 $x\,\text{cm}^3$ 라 할 때, x의 값을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

98 아래 그림에서 □$ABCD$는 평행사변형이다. $\overline{BF}$는 $\angle B$의 이등분선이고, $\overline{AB}=6\text{㎝}$, $\overline{ED}=2\text{㎝}$, $\triangle DEF=\frac{2}{3}\text{㎠}$ 일 때, □$ABCD$의 넓이를 구하여라.[4점]



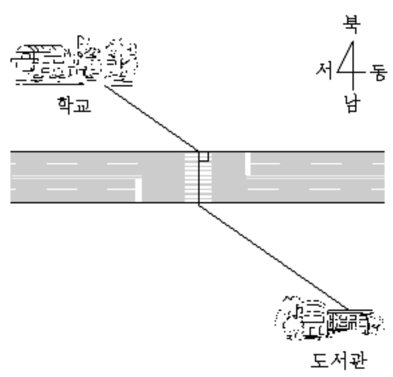
① 16㎠ ② 18㎠ ③ 20㎠
④ 22㎠ ⑤ 24㎠

[난이도 : ★★★] [2004년 11월 학력평가]

99 그림과 같이 폭이 $20m$인 직선 도로를 사이에 두고 학교와 도서관이 위치하고 있다.

학교에서 정동쪽으로 $800m$, 다시 그 지점에서 정남쪽으로 $620m$ 지점에 도서관이 위치한다.

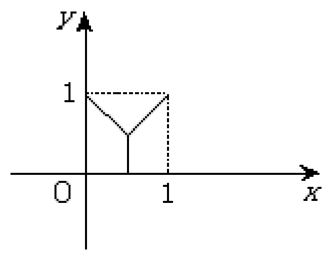
학교에서 출발하여 횡단보도를 건너 도서관까지 가는 데 최단거리가 되도록 길이 $20m$인 횡단보도가 설치되었을 때, 이 최단거리는?(단, 고도와 횡단보도의 폭은 무시한다.)[4점]

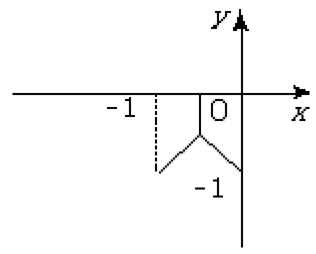


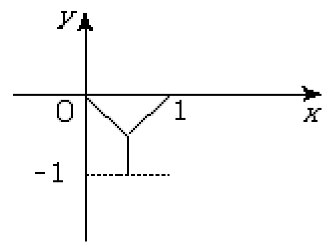
① $960m$ ② $1006m$ ③ $1012m$
④ $1020m$ ⑤ $1440m$

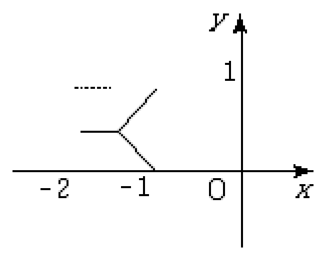
[난이도 : ★★★] [2004년 11월 학력평가]

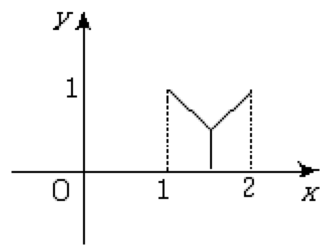
100 아래 그림과 같은 도형을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 후, 다시 x축 방향으로 -1만큼 평행이동한 도형은?[4점]

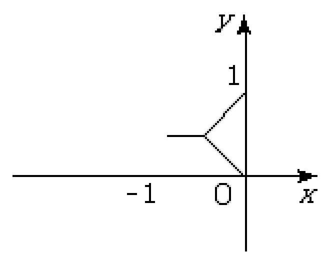


①


②


③


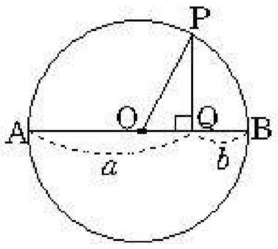
④


⑤


[난이도 : ★★★] [2004년 10월 학력평가]

101 다음은 원을 이용하여 부등식을 증명하는 과정이다.

중심이 O이고 점 P가 원 위의 임의의 점일 때,
$\overline{AQ}=a$, $\overline{QB}=b$라 하면 $\overline{OP}=$ [가]이다.
그리고 $\overline{OQ}=$ [나]이므로
직각삼각형 OPQ에서 $\overline{PQ}=$ [다], $\overline{OP}\geq\overline{PQ}$
따라서[가] $\geq$ [다]이다.
(단, 등호는 $a=b$일 때 성립)



위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[4점]

① $a+b$, $a-b$, ab

② $a+b$, $\frac{a-b}{2}$, $\sqrt{ab}$

③ $\frac{a+b}{2}$, $a-b$, $\sqrt{ab}$

④ $\frac{a+b}{2}$, $\frac{a-b}{2}$, $\sqrt{ab}$

⑤ $\frac{a+b}{2}$, $\frac{a-b}{2}$, ab

4.도형의 이동

중단원 기출문제

1) 답 : ③

[해설]

$\triangle$ABC에서 $\angle B = \angle C$이므로 $\triangle$QBP$\backsim\triangle$RCP

즉, 닮음의 성질에서 $\overline{QP}:\overline{BP}=\overline{RP}:\overline{CP}$

이때, $\overline{BP}=x$로 놓으면

$\overline{CP}=\overline{BC}-x$이므로

$\overline{PQ}:x=\overline{PR}:(\overline{BC}-x)$

$\overline{PQ}(\overline{BC}-x)=\overline{PR}\times x$

$\overline{PQ}\times\overline{BC}-\overline{PQ}\times x=\overline{PR}\times x$

$(\overline{PQ}+\overline{PR})x=\overline{PQ}\times\overline{BC}$

$\overline{PQ}+\overline{PR}=y$이므로

$xy=\overline{PQ}\times\overline{BC}$

그런데 $\overline{PQ}=\overline{BP}\times\sin B$이므로 $xy=x\sin B\times\overline{BC}$

$\therefore\ y=\sin B\times\overline{BC}$

여기서, $\sin B$, $\overline{BC}$는 일정한 값이므로

$y=k$(k는 상수)꼴이다.

따라서, 그래프는 ③이 적당하다.

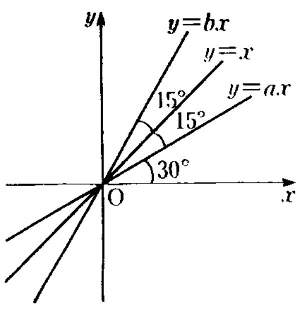
2) 답 : 10

[해설]

직선 $y=x$가 x축 양의 방향과 이루는 각의 크기가 45°이고,

두 직선 $y=ax$, $y=bx$가 이루는 각의 크기가 30°이므로

아래 그림에서 보면 두 직선이 x축 양의 방향과 이루는 각의 크기는 $30^\circ, 60^\circ$이다.



$\therefore\ b=\tan 60^\circ=\sqrt{3},\ a=\tan 30^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore\ 3(a^2+b^2)=3\left(\dfrac{1}{3}+3\right)=10$

3) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 도형의 대칭이동을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

$P(x,y)$를 $y=x$에 대칭이동한 점인 $Q(y,x)$

점 P, Q에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 P', Q'이므로

$P'(x,0), Q'(y,0)$이며 $\overline{PP'}=y$, $\overline{mathbbQ'}=x$

$\left|\overline{PP'}-\overline{QQ'}\right|=|y-x|=k$라 하면

k는 직선 $y=x\pm k$가 원에 접할 때 최댓값을 가진다.

원의 중심 $(4,4)$에서 직선까지의 거리는 $\dfrac{|4-4\pm k|}{\sqrt{2}}=4$

$\therefore$ k의 최댓값은 $4\sqrt{2}$

4) 답 : 15

[해설]

[출제 의도] 원의 방정식 이해하기

C_1이 x축에 접하므로 C_1의 중심을 $(a,1)$,

C_2가 y축에 접하므로 C_2의 중심을 $(1,b)$라 하자.

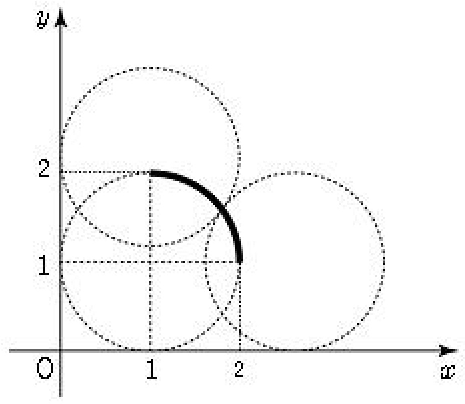
C_1, C_2가 서로 외접하므로 $(a-1)^2+(b-1)^2=4$

$(1\le a\le 3,\ 1\le b\le 3)$,

접점 $P(x,y)$는 $P\left(\dfrac{a+1}{2},\ \dfrac{b+1}{2}\right)$이므로 $a=2x-1,\ b=2y-1$

따라서, 점 P가 그리는 도형은 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$

$(1\le x\le 2,\ 1\le y\le 2)$



따라서, 점 P가 그리는 도형의 길이는 $\dfrac{1}{2}\pi$

$\therefore\ 30a=15$

5) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 부등식의 영역의 평행이동에 관한 성질 추론하기

$a\le 0,\ b\le 0 \Leftrightarrow \sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$이므로 주어진 등식이 성립하려면

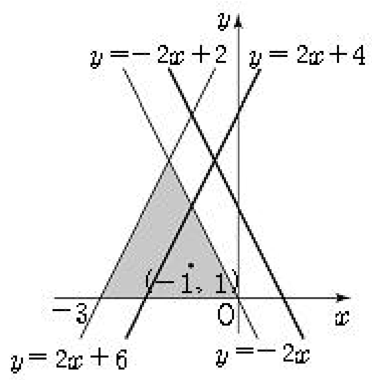
$y\le 2x+6,\ y\le -2x$이고 조건에서 $y\ge 0$이므로

M의 영역은 [그림 1]의 어두운 부분이다.

N_k가 나타내는 영역의 모든 점은 M이 나타내는 영역의 모든 점을 x축으로 k만큼 평행이동한 것이다.

ㄱ. [그림 1]에서 $(-1,1)\in M$ (참)

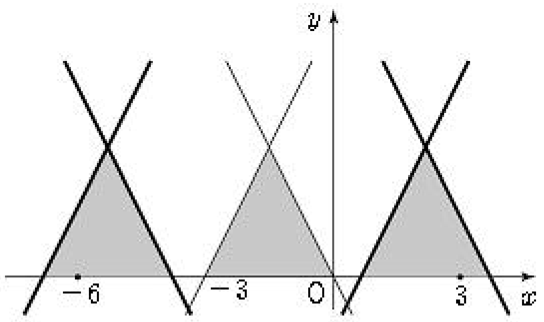
ㄴ. [그림 1]에서 $(-1,1)\in M\cap N_1$ (참)



[그림 1]

ㄷ. [그림 2]에서 임의의 실수 k에 대하여

$M\cap N_k=\phi$이려면 $k>3$이거나 $k<-3$ (참)



[그림 2]

∴ 항상 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

6) 답 : ⑤

[해설]

원의 중심이 $(-5, 10)$에서 $(3, -2)$로 이동되었으므로

x축 방향으로 8만큼, y축 방향으로 -12만큼 이동되었다.

$m=8,\ n=12$

$\therefore\ m+n=20$

7) 답 : 45

[해설]

[출제 의도]평행이동을 이해하고 두 직선 사이의 거리를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

포물선 $y=x^2-2x$를 x축 방향으로 m만큼,

y축 방향으로 n만큼 평행이동하면

$(y-n)^2=(x-m)^2-2(x-m)$

정리하면 $y=x^2-2(m+1)x+m^2+2m+n$

이 포물선이 $y=x^2-12x+30$과 일치하므로

$m=5,\ n=-5$이다.

직선 $l: x-2y=0$을 x축 방향으로 5만큼,

y축 방향으로 -5만큼 평행이동하면 $(x-5)-2(y+5)=0$이므로

직선 $l: x-2y-15=0$이다.

따라서 두 직선 l, l' 사이의 거리 d는 직선 $x-2y=0$위의 점 $(0, 0)$과

직선 $x-2y-15=0$사이의 거리와 같다.

$d=\dfrac{15}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}$

$\therefore\ d^2=45$

8) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]평행이동과 대칭이동의 의미를 이해하기

직선 $x-y+1=0$을 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 직선의 방정식은 $y=x$이다.

또한, 점 $P(1, 5)$를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 점을 P'이라 하면,

점 P'의 좌표는 $(1, 4)$이다.

이때, 점 P'을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 Q'이라 하면,

점 Q'의 좌표는 $(4, 1)$이다.

따라서, 점 Q'을 y축의 방향으로 1만큼 평행이동하면

점 Q의 좌표는 $(4, 2)$이다.

∴ ㈎ $y=x$ ㈏ $(4, 1)$ ㈐ 1

9) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]평행이동과 넓이를 이용하여 자취를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 Q, R의 좌표는 $Q(a+1, 2),\ R(1, b+2)$

삼각형 OQR의 넓이를 S라 하면

$S=\dfrac{1}{2}\left|(a+1)(b+2)-2\right|=\dfrac{1}{2}\{(a+1)(b+2)-2\}=4$

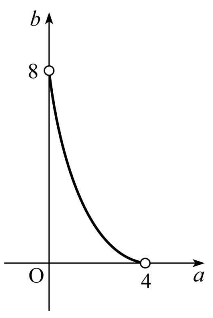
$(a+1)(b+2)=10$

$\therefore\ b=-2+\dfrac{10}{a+1}$

순서쌍 (a, b)가 나타내는 자취는 분수함수 $b=\dfrac{10}{a}$의 그래프를

a축의 방향으로 -1만큼, b축의 방향으로 -2만큼 평행이동시킨 것이다.

따라서 제1사분면에서 분수함수의 그래프는 그림과 같다.



10) 답 : ③

[해설]

도형을 그린 후, ' 이동' 버튼을 누르면 x축의 방향으로 3만큼,

y축의 방향으로 -2만큼 평행이동 되므로

$a=3,\ b=-2$이다.

직선 $y=mx+n$을 그린 후, ' 이동' 버튼을 눌러 이동된 후의 직선의 방정식도 $y=mx+n$이므로

$m(x-3)+n-2=mx+n$

$-3m-2=0,\ m=-\dfrac{2}{3}$

$\therefore\ a+b+m=\dfrac{1}{3}$

11) 답 : ③

[해설]

도형을 그린 후, '이동' 버튼을 누르면 x축의 방향으로 3만큼,

y축의 방향으로 -2만큼 평행이동 되므로 $a=3,\ b=-2$이다.

직선 $y=mx+n$을 그린 후, '이동' 버튼을 눌러 이동된 후의 직선의 방정식도 $y=mx+n$이므로

$m(x-3)+n-2=mx+n$

$-3m-2=0,\ m=-\dfrac{2}{3}$

$\therefore\ a+b+m=\dfrac{1}{3}$

12) 답 : 3

[해설]

$y=f(x-6)$는 $y=f(x)$를 x축의 양의 방향으로 6만큼

평행 이동한 그래프이다.

$$g(x)=\begin{cases}6, & (x<0)\\ -\dfrac{3}{2}x+6, & (0\le x<6)\\ -3, & (x\ge 6)\end{cases}$$ 이므로

최댓값 6, 최솟값 -3을 갖는다.

따라서 $M+m=3$이다.

13) 답 : 12

[해설]

직선 $(2k+1)x+(k+1)y-4=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선은 $(k+1)x+(2k+1)y-4=0$이다.

따라서 $(x+2y)k+(x+y-4)=0$이고 이 직선은 k값에 관계없이

$(8,\ -4)$를 지난다.

$\therefore\ a-b=12$

14) 답 : ①

[해설]

$a+bi=\dfrac{x+i}{x-i}$ 이므로 $(x-i)(a+bi)=x+i$이다.

전개하면, $(a-1)x+b+(bx-(a+1))i=0$

$(a-1)x+b=0,\ bx-(a+1)=0$이고,

$x=\dfrac{-b}{a-1}=\dfrac{a+1}{b}$ 이므로 $a^2+b^2=1$ (단, $a\ne\pm1,\ b\ne0$)

이다.

[별해]

$\dfrac{x+i}{x-i}=\dfrac{(x+i)^2}{(x-i)(x+i)}=\dfrac{x^2-1+2\xi}{x^2+1}$

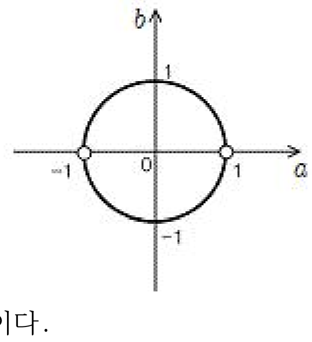
$\dfrac{x^2-1}{x^2+1}+\dfrac{2x}{x^2+1}i=a+bi$ 이므로

복소수 상등에 의하여 $a=\dfrac{x^2-1}{x^2+1},\ b=\dfrac{2x}{x^2+1}$ 이다.

따라서 $a^2+b^2=\dfrac{(x^2-1)^2}{(x^2+1)^2}+\dfrac{4x^2}{(x^2+1)^2}=\dfrac{(x^2+1)^2}{(x^2+1)^2}=1$이다.

$b\ne0$이므로 $(1,0),\ (-1,0)$은 제외된다.

따라서 $(a,\ b)$의 영역은



이다.

15) 답 : 11

[해설]

[출제 의도]이차 함수의 성질을 이용하여 주어진 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

이차 함수 $y=\dfrac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 이차 함수의 식은

$y=\dfrac{1}{2}(x+1)^2+3$

점 $(3,\ m)$이 위 그래프 위의 점이므로

$\therefore\ m=\dfrac{1}{2}\times(3+1)^2+3=11$

16) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]그래프의 개형 추론하기

점 $P(a,\ a-1)$과 점 $Q(b,\ -b+3)$에 대하여

$\overline{PQ}=k\ (k>0)$라 하면

$(a-b)^2+(a+b-4)^2=k^2\ \cdots$①

$\overline{PQ}$의 중점의 좌표는 $\left(\dfrac{a+b}{2},\ \dfrac{a-b+2}{2}\right)$

$\dfrac{a+b}{2}=x,\ \dfrac{a-b+2}{2}=y$라 하면

$a=x+y-1,\ b=x-y+1\ \cdots$②

이때, ①과 ②에 의하여

$(x-2)^2+(y-1)^2=\dfrac{k^2}{4}$

따라서, $\overline{PQ}$의 중점이 나타내는 도형은 원이다.

17) 답 : 12

[해설]

[출제 의도]원주각의 성질을 이용하여 직선의 기울기를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\angle OAP=90^\circ$ 이므로 현 OP는 $\triangle OAP$의 외접원의 지름이다.

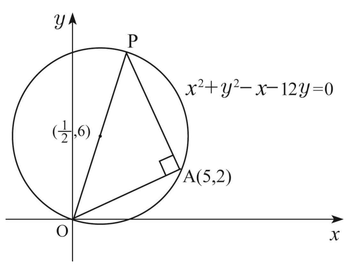
따라서 직선 OP는 원의 중심을 지난다.

$x^2+y^2-x-12y=0$을 변형하면

$\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+(y-6)^2=\dfrac{145}{4}$

이 원의 중심의 좌표는 $\left(\dfrac{1}{2},\ 6\right)$이므로

구하는 직선 OP의 기울기는 12이다.



18) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]평행이동과 대칭이동의 의미를 이해하여 문제 해결하기

점 C의 x좌표를 a라 하면, 점 C의 좌표는 $(a,\ a^2)$이 된다.

그런데 사각형 $ABCD$가 정사각형이고

두 점 $B,\ D$가 직선 $y=x$위의 점이므로,

점 B의 좌표는 $(a^2,\ a^2)$, 점 D의 좌표는 $(a,\ a)$,

점 A의 좌표는 $(a^2,\ a)$가 된다.

한편, 점 A가 곡선 $y=-(x-1)^2+1\ \cdots$①

위의 점이므로 $A\ (a^2,\ a)$를 ①의 식에 대입하면,

$a=-(a^2-1)^2+1\ \cdots$②가 성립한다.

② 의 식을 a에 관하여 정리하면,

$a^4-2a^2+a=0$

$\Leftrightarrow a(a-1)(a^2+a-1)=0$ 이다.

이때, $a\neq 0, a\neq 1$ ∵ B, D는 서로 다른 점)이므로

$a^2+a-1=0$ 에서 $a=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ (∵ $a>0$)이다.

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 다음과 같다.

$a-a^2=a-(-a+1)=2a-1=\sqrt{5}-2$

19) 답 : ①

[해설]

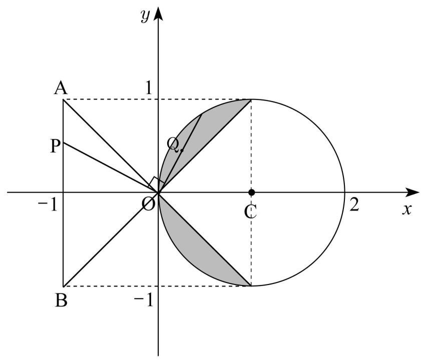
[출제 의도]직선의 기울기를 이용하여 조건을 만족하는 영역의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\dfrac{b}{a}$는 직선 OP의 기울기이고, $\dfrac{d}{c}$는 직선 OQ의 기울기이다.

$\dfrac{b}{a}\cdot\dfrac{d}{c}=-1$ 이므로 직선 OP와 직선 OQ는 서로 수직으로 만난다.

선분 AB를 따라 점 P를 움직이면서 선분 OQ를 선분 OP에 수직이 되게 그려 보면

점 Q가 존재하는 영역은 그림의 어두운 부분과 같다.



따라서 구하는 넓이는

$\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{1}{2}\times 2\times 1=\dfrac{\pi-2}{2}$ 이다.

20) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]대칭이동 이해하기

점 $A(1, 3)$을 x축, y축에 대칭이동한 점은 각각

$B(1, -3), C(-1, 3)$이다.

점 $D(a, b)$를 x축에 대칭이동한 점은 $E(a, -b)$이다.

세 점 B, C, E가 한 직선 위에 있으므로

$\overline{BC}$의 기울기와 $\overline{CE}$의 기울기는 같다.

$\overline{BC}$의 기울기는 $\dfrac{3-(-3)}{-1-1}=-3$

$\overline{CE}$의 기울기는 $\dfrac{-b-3}{a-(-1)}=\dfrac{-b-3}{a+1}$

$\dfrac{-b-3}{a+1}=-3$

따라서 $b=3a$

$\overline{AD}$의 기울기는 $\dfrac{b-3}{a-1}=\dfrac{3a-3}{a-1}=3$ 이다.

21) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]점의 대칭이동에 대한 귀납적 추론하기

삼각형의 세 점을 $A(a, b), B(c, d), C(e, f)$라 하자.

대칭점 $P_i(x_i, y_i)$의 x좌표를 차례대로 구하면

$$x_1=2a-x_0$$
$$x_2=2c-x_1$$
$$x_3=2e-x_2$$
$$x_4=2a-x_3$$
$$x_5=2c-x_4$$
$$x_6=2e-x_5=2e-2c+2a-2e+2c-2a+x_0$$
$$=x_0$$

같은 방법으로 $y_6=y_0$

따라서 $P_i=P_{i+6}$ 이므로

ㄱ. 두 점 P_0와 P_6의 좌표는 같다.(참)

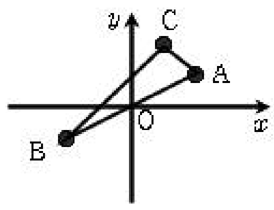
ㄴ. $\overline{P_{18}P_{19}}=\overline{P_0P_1}$의 중점은 점 A(거짓)

ㄷ. $\overline{P_1P_5}=\overline{P_{6m+1}P_{6n-1}}$($m, n$은 자연수)(참)

22) 답 : ③

[해설]

원점, x축, y축, 직선 $y=x$에 대한 대칭이동



점 $A(2, 1)$를 원점에 대하여 대칭이동한 점은 $B(-2, -1)$

점 $A(2, 1)$를 직선 $y=x$에 대칭이동한 점은 $C(1, 2)$

$\overline{AB}$의 길이가 $2\sqrt{5}$, 직선 AB의 방정식은 $x-2y=0$,

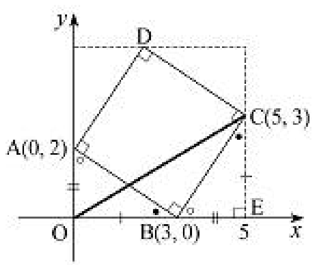
$(1, 2)$에서 직선 AB까지의 거리는 $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\times\dfrac{3}{\sqrt{5}}=3$ 이다.

23) 답 : 34

[해설]

[출제 의도]주어진 도형을 조건에 맞게 좌표평면에 나타내고, 두 점 사이의 거리를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



그림에서 점 C에서 x축 위에 내린 수선의 발을 E라 하면

삼각형의 합동조건에 의해 $\triangle AOB\equiv\triangle BEC$이다.

그러므로 점 C의 좌표는 $(5, 3)$

따라서 $\overline{OC}^2=5^2+3^2=34$ 이다.

24) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]도형의 평행이동 이해하기

직선 $2x-y+1=0$을 x축의 방향으로 a만큼,

y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면

$2(x-a)-(y-b)+1=0$

$2x-y-2a+b+1=0$이 $2x-y+3=0$과 일치하므로

$-2a+b+1=3$이므로 정리하면

$\therefore\ b=2a+2$

25) 답 : 27

[해설]

[출제 의도]삼각형의 성질을 이용하여 수학 내적문제 해결하기

($\triangle ACP$의 넓이) $=\frac{1}{2}\times\frac{81}{2}=\frac{81}{4}$

점 M은 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

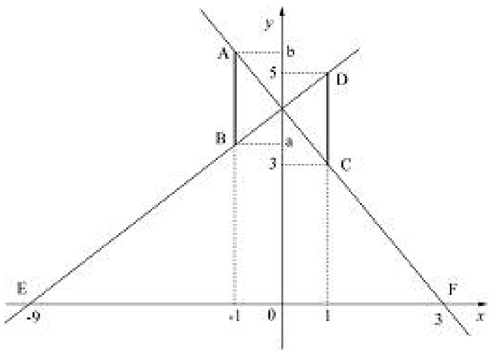
($\triangle AMC$의 넓이) $=\frac{81}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{27}{2}$

$\therefore$ ($\square AMCN$의 넓이) $=2\times\frac{27}{2}=27$

26) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]직선의 방정식의 그래프 이해하기



그림에서 점 D, B를 지나는 직선의 x절편은 -9이고, 점 A, C를 지나는 직선의 x절편은 3이다.

(직선 DE의 기울기)=(직선 BE의 기울기)...①

(직선 AF의 기울기)=(직선 CF의 기울기)...②

① 에서 $\frac{5-}{1-(-9)}=\frac{a-0}{-1-(-9)}$이며 정리하면

$\therefore\ a=4$

② 에서 $\frac{b-0}{-1-3}=\frac{3-}{1-3}$이며 정리하면

$\therefore\ b=6$

따라서 $a+b=10$

27) 답 : ④

[해설]

평행이동

원 $(x-1)^2+(y+1)^2=4$를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼

평행이동한 도형의 방정식은 $(x-2)^2+(y-1)^2=4$

ㄱ. $x=0, y=0$을 대입하면 성립하지 않는다.(거짓)

ㄴ. 중심의 좌표가 $(2, 1)$, 반지름의 길이가 2이므로 y축에 접한다.(참)

ㄷ. 직선 $y=\frac{1}{2}x$가 중심 $(2, 1)$을 지나므로 원의 둘레를 이등분한다.(참)

28) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]삼각비를 이용한 점과 직선 사이의 거리 구하기

점 C를 원점으로 하는 좌표평면 위에 정사각형을 놓으면

$\angle D'CD=60^\circ$, 점 D'의 좌표는 $(1, \sqrt{3})$

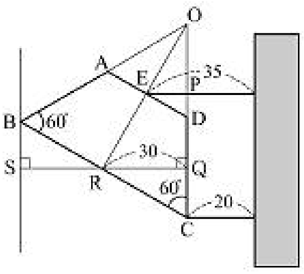
직선 AC의 방정식은 $y=x$

$\therefore$ 점 D'에서 직선 AC까지의 거리는 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

29) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]삼각형의 여러 가지 성질을 이용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.



$\overline{BA}$와 $\overline{CD}$의 연장선이 만나는 점을 O라 하면

삼각형 OBC는 정삼각형이다.

따라서 $\overline{OE}$의 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 R라 하면 $\overline{BR}=\overline{RC}$이다.

또, 점 E에서 $\overline{OC}$에 내린 수선의 발을 P,

점 R에서 $\overline{OC}$에 내린 수선의 발을 Q라 하자.

또 점 R에서 점 B를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 직선에 내린 수선의 발을 S라 하자.

그러면 삼각형의 중점연결정리에 의해 다음이 성립한다.

$\overline{EP}=35-20=15,\ \overline{QR}=2\overline{EP}=30$

두 삼각형 RCQ와 RBS는 합동이므로

$\overline{SR}=\overline{RQ}=30$

따라서 구하는 거리는

$30+30+20=80(cm)$

30) 답 : ③

[해설]

$y=3x-1\xrightarrow{F3}y=-3x-1\xrightarrow{F2}y=-3x+5\xrightarrow{F1}$

$y=-\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$

$\therefore\ y=-\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$

31) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]두 원의 공통외접선의 교점이 그리는 도형의 길이 구하기

접선과 두 원 O', O의 접점을 각각 Q, R이라 할 때,

$\triangle PO'Q \backsim \triangle POR$

$\overline{PO'}=m$이라 하면 $\overline{PO}=m+1+3$

$\overline{PO'}:\overline{PO}=\overline{O'Q}:\overline{OR}=1:3$이므로

$\overline{PO}=6$

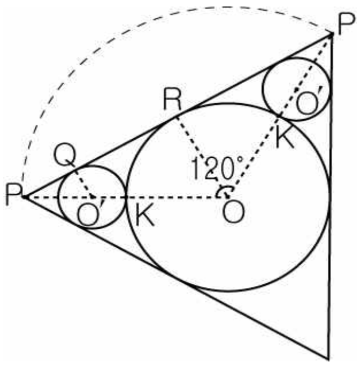
원 O'가 원 O위를 한 바퀴 구를 때의 길이는 2π이므로

중심각은 120°이다.

따라서 점 P가 그리는 도형의 길이는 반지름의 길이가 6인 원 둘레

의 $\frac{1}{3}$

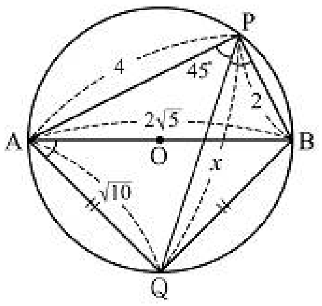
$\therefore\ 4\pi$



32) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]피타고라스의 정리와 원의 성질을 이해하고,
삼각비를 이용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



$\overline{AB}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$\overline{QA}^2+\overline{QB}^2=\overline{AB}^2=(2\sqrt{5})^2=20$

$\overline{QA}=\overline{QB}=\sqrt{10}$

사각형 $AQBP$의 넓이는 두 삼각형 PAB, QBA의 합과 같으므로

$\frac{1}{2}\times4\times2+\frac{1}{2}\times\sqrt{10}\times\sqrt{10}=9$

또 $\angle APQ=\angle BPQ=45^\circ$ 이고, 사각형의 넓이는 두 삼각형 PAQ, PBQ의 넓이의 합과 같으므로 $\overline{PQ}=x$라 하면 다음이 성립한다.

$9=\frac{1}{2}(4x\sin45^\circ+2x\sin45^\circ)$

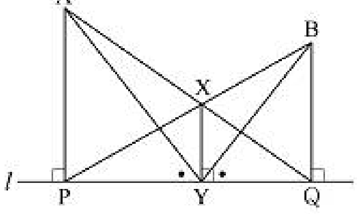
$9=\frac{1}{2}\left(4x\times\frac{\sqrt{2}}{2}+2x\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{3\sqrt{2}}{2}x$

이것을 풀면 $x=3\sqrt{2}\,(cm)$

33) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]삼각형의 닮음을 이용하여 여러 가지 선분의 관계와 각의 관계를
추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.



ㄱ. $\triangle QAP\backsim\triangle QXY$이므로

$\overline{AP}:\overline{XY}=\overline{PQ}:\overline{YQ}$ (참)

ㄴ. $\triangle APY$와 $\triangle BQY$에서

$\overline{AP}:\overline{XY}=\overline{PQ}:\overline{YQ}$이므로 $\overline{AP}=\frac{\overline{XY}\cdot\overline{PQ}}{\overline{YQ}}$

$\overline{BQ}:\overline{XY}=\overline{PQ}:\overline{PY}$이므로 $\overline{BQ}=\frac{\overline{XY}\cdot\overline{PQ}}{\overline{PY}}$

$\therefore\ \overline{AP}:\overline{BQ}=\frac{1}{\overline{YQ}}:\frac{1}{\overline{PY}}=\overline{PY}:\overline{YQ}$ (참)

ㄷ. ㄴ에서 $\triangle APY\backsim\triangle BQY$이므로

$\angle AYP=\angle BYQ$

$\overline{XY}$는 직선 l에 수직이므로 $\angle AYX=\angle BYX$ (참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

34) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]주어진 조건의 두 수를 구하기 위하여, 원의 성질을 이용하는
증명을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\overline{CD}+\overline{CE}=a$이고, $\overline{CD}\ \overline{CE}=\overline{BC}^2=b$이므로

구하는 두 수는 두 선분 CD, CE의 길이와 같다.

점 D에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 F라 하면

$\overline{OF}=\sqrt{\overline{OD}^2-\overline{DF}^2}$

$=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2-(\sqrt{b})^2}$

$=\sqrt{\frac{a^2-4b}{4}}$

$=\frac{\sqrt{a^2-4b}}{2}$

따라서

$\overline{CD}=\overline{BF}=\overline{OB}-\overline{OF}$

$=\frac{a}{2}-\frac{\sqrt{a^2-4b}}{2}$

$=\frac{a-\sqrt{a^2-4b}}{2}$

$\overline{CE}=\overline{AB}-\overline{BF}$

$=a-\frac{a-\sqrt{a^2-4b}}{2}$

$=\frac{a+\sqrt{a^2-4b}}{2}$

[참고]

두 수 $\frac{a-\sqrt{a^2-4b}}{2}$, $\frac{a+\sqrt{a^2-4b}}{2}$ 는 방정식 $x^2-ax+b=0$의 두 근이다.

35) 답 : ④

[해설]

무리식의 계산

정사각형 A의 넓이가 $12-6\sqrt{3}$ 이므로

A의 한 변의 길이는 $\sqrt{12-6\sqrt{3}}=\sqrt{12-2\sqrt{27}}=3-\sqrt{3}$

정사각형 B의 넓이가 $4+2\sqrt{3}$ 이므로

B의 한 변의 길이는 $\sqrt{4+2\sqrt{3}}=\sqrt{3}+1$

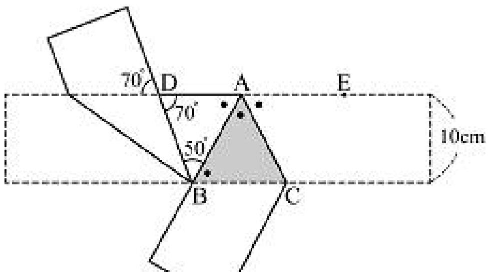
C의 한 변의 길이는 A의 한 변의 길이와 B의 한 변의 길이의 합과 같다.

따라서 $(3-\sqrt{3})+(\sqrt{3}+1)=4$ 이다.

36) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]평행선에서의 각의 성질을 이해하고, 피타고라스의 정리를 이용하여 정삼각형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



$\angle ADB=70^\circ$ 이므로 $\angle DAB=60^\circ$ 이다.

$\therefore\ \angle BAC=\angle CAE=60^\circ$

또 $\overline{DE}//\overline{BC}$이므로

$\angle DAB=\angle ABC=60^\circ$, $\angle ACB=\angle CAE=60^\circ$ 이다.

따라서 삼각형 ABC는 높이가 10인 정삼각형이다.

$\overline{AC}=10\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{20}{\sqrt{3}}$ 이므로

$$\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\left\{\times\left(\frac{20}{\sqrt{3}}\right)\right\}^2=\frac{100\sqrt{3}}{3}\ (cm^2)$$

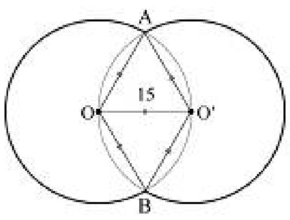
37) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]원의 성질을 이용하여 수학 내적문제 해결하기

서로의 중심을 지나는 두 원의 중심 사이의 거리는 반지름의 길이와 같으므로

$\triangle AOO'$ 은 정삼각형이다.



따라서 $\angle AOB=120^\circ$

도형의 둘레의 길이는 $2\pi\times15\times\dfrac{2}{3}\times2=40\pi$

38) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]평면도형의 성질을 이용하여 증명하기

$\angle FED=$ [$\angle BCD$](동위각)

$\angle BAD=$ [$\angle BCD$](원주각)이므로,

$\angle FED=\angle BAD\cdots$ ①

$\angle EFD$는 공통 $\cdots$ ②

① , ② 로부터

$\triangle FED\backsim$ [$\triangle FAE$]

$\therefore\ \overline{EF}^2=$ [$\overline{AF}\cdot\overline{DF}$]

또, 접선과 할선의 성질로부터 $\overline{FG}^2=$ [$\overline{AF}\cdot\overline{DF}$]

따라서 $\overline{EF}=\overline{FG}$이다.

39) 답 : 19

[해설]

[출제 의도]이차방정식을 이용하여 주어진 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

t초 후에 가로와 세로의 길이는 각각

$60-2t,\ 33+3t$이므로 직사각형의 넓이는 다음과 같다.

$(60-2t)(33+3t)=60\times33$

$t(t-19)=0$

$t=0,\ t=19$

따라서 19초 후에 처음 직사각형의 넓이와 같아진다.

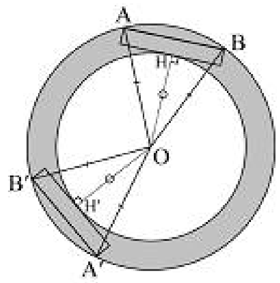
40) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]도형이 그리는 영역 나타내기

점 O를 중심으로 이 원판을 한 바퀴 회전시킬 때

직사각형이 그리는 모양은 다음과 같다.



즉, 직사각형이 그리는 모양은 반지름이 OA인 원의 내부에서 반지름이 OH인 원을 제외한 영역이다.

41) 답 : 15

[해설]

$Q(2x+y,\ x-2y)=Q(x,\ y)$라 하면

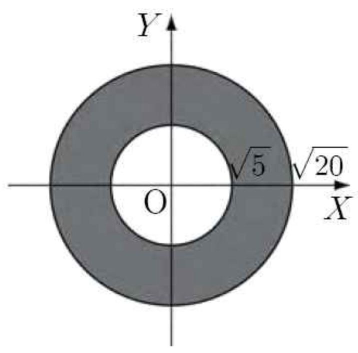
$$2x+y=X,\ x-2y=Y\Leftrightarrow x=\frac{2X+Y}{5},\ y=\frac{X-2Y}{5}\text{ 가 된다.}$$

$1\le x^2+y^2\le4$에 위 식을 대입하여 정리하면

$5\le X^2+Y^2\le20$이므로 점 Q가 나타나는 영역은

아래 그림의 어두운 부분이고 넓이는 15π이다.

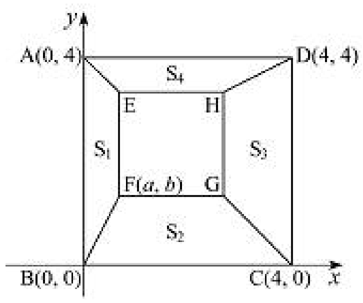
$\therefore\ a=15$



42) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]두 점 사이의 거리 공식을 이용하여 참, 거짓을 판단할 수 있는가를 묻는 문제이다.



사각형 $ABCD$를 점 B를 원점으로 하는 좌표평면 위에 놓으면,
$A(0,4)$, $C(4,0)$, $D(4,4)$이고
점 F의 좌표를 (a, b)라 하면, (단, $0<a<2, 0<b<2$)
$E(a, b+2)$, $G(a+2, b)$, $H(a+2, b+2)$이다.

ㄱ. $\overline{AE}^2+\overline{CG}^2=\{a^2+(b-2)^2\}+\{(a-2)^2+b^2\}$

$\overline{BF}^2+\overline{DH}^2=(a^2+b^2)+\{(a-2)^2+(b-2)^2\}$

$\therefore\ \overline{AE}^2+\overline{CG}^2=\overline{BF}^2+\overline{DH}^2$ ∴ 참

ㄴ. $\overline{AE}=\overline{BF}$에서 $\overline{AE}^2=\overline{BF}^2$

$a^2+(b-2)^2=a^2+b^2$

$4b=4$

$\therefore\ b=1$

$\overline{CG}^2=(a-2)^2+b^2=(a-2)^2+1$

$\overline{DH}^2=(a-2)^2+(b-2)^2=(a-2)^2+1$

$\therefore\ \overline{CG}=\overline{DH}$ ∴ 참

ㄷ. $S_1+S_3=\frac{1}{2}(4+2)\times\{a+(2-a)\}=6$

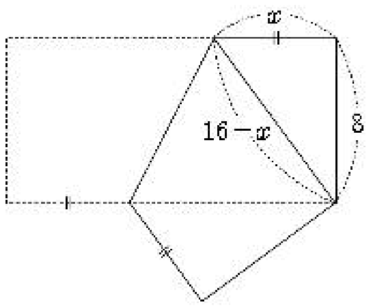
$S_2+S_4=\frac{1}{2}(4+2)\times\{b+(2-b)\}=6$

$\therefore\ S_1+S_3=S_2+S_4$ ∴ 참

43) 답 : 64

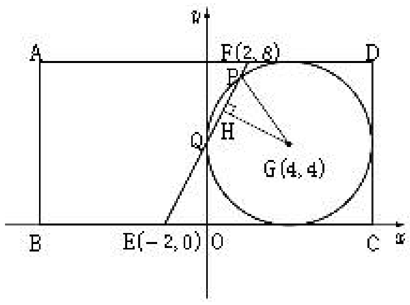
[해설]

[출제 의도]점과 직선 사이의 거리를 이용하여 현의 길이 구하기



$x^2+8^2=(16-x)^2$이므로 $x=6$

직사각형을 좌표평면 위에 그림과 같이 놓으면



직선 EF의 방정식은 $y=2x+4$이고

$\overline{GH}$는 원의 중심 G에서 직선 EF까지의 거리이므로 $\frac{8}{\sqrt{5}}$이다.

$\overline{PH}=\sqrt{4^2-\left(\frac{8}{\sqrt{5}}\right)^2}=\frac{4}{\sqrt{5}}$

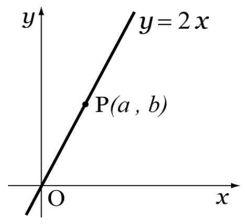
$k=\overline{PQ}=2\overline{PH}=\frac{8}{\sqrt{5}}$

$\therefore\ 5k^2=64$

44) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]함수의 그래프 개형 구하기



그림과 같이 점 P가 $y=2x$위를 움직이므로

$b=2a$

$y=a+b=3a$ ∴ $a=\frac{1}{3}y$

$x=a^2=\left(\frac{1}{3}y\right)^2$, $a\ge 0$이므로 $y=3\sqrt{x}$

∴ 그래프의 개형은 ③번

45) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]원에서의 증명문제 완성하기

두 점 $A(p, q)$, $B(r, s)$가 원 $x^2+y^2=1$위의 점이므로

$p^2+q^2=1\cdots$①

$r^2+s^2=1\cdots$②

$\overline{AB}^2=(r-p)^2+(s-q)^2=2\times[\ (1-pr-qs)\ ]=2$

에서$[\ 1-pr-qs\ ]=1\cdots$③

③ 을 q에 대하여 정리하여 ①식에 대입하면

$p^2+q^2=p^2\left(1+\frac{r^2}{s^2}\right)=1$이므로$[\ p^2=s^2\ ]$이 성립

따라서, $p^2+r^2=q^2+s^2=1$이므로 두 점 $C(p, r)$, $D(q, s)$는 원 $x^2+y^2=1$위에 있다.

$\overline{CD}^2=(q-p)^2+(s-r)^2=2-2(pq+rs)$

③ 과$[\ p^2=s^2\ ]$에 의하여 $pq+rs=0$이므로

$\overline{CD}=[\ \sqrt{2}\ ]$

46) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]도형의 평행이동을 이해하고 직선의 방정식 구하기

$\triangle A'B'C'$는 $\triangle ABC$를 x축 방향으로 9만큼, y축 방향으로 2만큼 평행이동한 도형이므로 $B'(10, 3)$, $C'(12, 6)$이다.

두 점 B', C'를 지나는 직선의 방정식은

$y-3=\frac{6-3}{12-10}(x-10)$

$3x-2y=24$

$\therefore\ a+b=1$

47) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]이차 함수의 그래프의 평행이동을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$y=2x^2+4x$

$=2(x^2+2x)$

$=2(x^2+2x+1-1)$

$=2(x+1)^2-2$

따라서 $y=2x^2+4x$의 그래프는 $y=2x^2$의 그래프를

x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

$\therefore\ a+b=(-1)+(-2)=-3$

48) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]좌표평면에서 대칭이동의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

두 점 A', B'은 점 P에 대한 두 점 A, B의 대칭점이므로

직선 $A'B'$은 직선 AB의 점대칭도형이다.

$\triangle APB \equiv \triangle A'PB'$에서 $\angle ABP = \angle A'B'P$(엇각)이므로

$\overline{AB} // \overline{A'B'}$

따라서 직선 $A'B'$의 기울기는 직선 AB의 기울기인 $\frac{1}{2}$과 같다.

또한, 직선 $A'B'$은 $A'(3, 1)$을 지나므로 직선 $A'B'$의 방정식은

$y-1=\frac{1}{2}(x-3)$

$\therefore\ y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

따라서 $a=\frac{1}{2}, b=-\frac{1}{2}$이다.

$\therefore\ ab=-\frac{1}{4}$

49) 답 : ③

[해설]

|출제 의도|원점에 대칭인 도형 이해하기

ㄱ. $y=-x$를 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$-y=-(-x)$이므로 $y=-x$

ㄴ. $|x+y|=1$를 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$|-x-y|=1$이므로 $|x+y|=1$

ㄷ. $x^2+y^2=2(x+y)$를 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$(-x)^2+(-y)^2=2\{(-x)+(-y)\}$이므로 $x^2+y^2=-2(x+y)$

50) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]이동 거리의 최솟값 구하기

A에서 $(2, 0)$까지 x축을 따라 이동,

$(2, 0)$에서 $(0, 2)$까지 원주를 따라 이동,

$(0, 2)$에서 B까지 y축을 따라 이동하는 것이 이동 거리가 최소인 경로이다.

따라서, 이동 거리의 최솟값은

$2+\pi+2=4+\pi$이다.

51) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]좌표평면에서 평행이동을 이용하여 직선의 방정식을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 $B(2, 1)$이 점 $B'(7, 4)$로 옮겨지므로

직사각형 $O'A'B'C'$은 직사각형 $OABC$를 x축의 방향으로 5, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

따라서 두 점 $A(2, 0), C(0, 1)$은 각각 $A'(7, 3), C'(5, 4)$로 옮겨지므로

직선 $A'C'$의 방정식은

$y-3=\frac{4-3}{5-7}(x-7)$

$\therefore\ y=-\frac{1}{2}x+\frac{13}{2}$

$\therefore\ x+2y-13=0$

[다른 풀이]

직선 $A'C'$은 직선 AC를 평행이동한 것이므로

직선 $A'C'$의 기울기는 직선 AC의 기울기인 $-\frac{1}{2}$이다.

한편, $\overline{AB}=\overline{A'B'}=1$에서 점 A'의 좌표는 $(7, 3)$이므로

이것을 $y=-\frac{1}{2}x+b$에 대입하여 정리하면 $b=\frac{13}{2}$

따라서 구하는 직선 $A'C'$의 방정식은

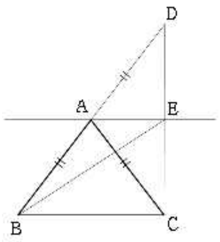
$y=-\frac{1}{2}x+\frac{13}{2}$

$\therefore\ x+2y-13=0$

52) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]평면도형 증명하기



그림에서 직선 AE와 변 BC가 평행하므로

$\angle ABC$와[$\angle DAE$]는 동위각으로 같다.

$\angle ACB$와[$\angle CAE$]는 엇각으로 같다.

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ABC=\angle ACB$이다.

따라서 [$\angle DAE$] = [$\angle CAE$]

$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$이므로 [$\overline{CE}$] = $\overline{DE}$이다.

$\overline{BD}<\overline{BE}+\overline{DE}$이고

$\overline{BD}=\overline{AB}+\overline{AD}$이다.

따라서 $\overline{AB}+\overline{AC}<\overline{BE}+$[$\overline{CE}$]

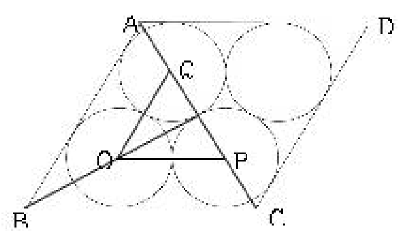
53) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]도형의 성질을 이용하여 수학외적문제 해결하기

원의 반지름의 길이가 10이므로 정사각형의 한 변의 길이는 40 ⋯ ①

그림과 같이 마름모의 꼭짓점을 각각 A, B, C, D라 하고, 외접하는 세 원의 중심을 O, P, Q라 하자.



$\triangle OPQ$는 한 변의 길이가 20인 정삼각형

$\overline{OQ}$와 $\overline{AB}$가 평행이고, $\overline{OP}$와 $\overline{BC}$가 평행이므로

$\triangle ABC$는 $\triangle OPQ$와 닮은 정삼각형

점 O에서 $\overline{AC}$까지 이르는 거리는 $10\sqrt{3}$

점 B에서 $\overline{AC}$까지 이르는 거리는 $10\sqrt{3}+20$

마름모의 한 변의 길이를 x라 하면,

$x:20=(10\sqrt{3}+20):10\sqrt{3}$

$\therefore\ x=\dfrac{40\sqrt{3}}{3}+20\cdots$ ②

① 과 ②에 의해

$\left(\dfrac{40\sqrt{3}}{3}+20\right)-40=20\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3}-1\right)$

54) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]닮음비와 부피의 비 사이의 관계를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

세 도형 P, Q, R의 옆넓이의 비가 $9:7:9$이므로

아래 그림과 같은 세 사각뿔의 옆넓이의 비는 차례로

$9:(9+7):(9+7+9)$에서 $9:16:25$이다.

즉, 세 사각뿔의 닮음비가 $3:4:5$이므로

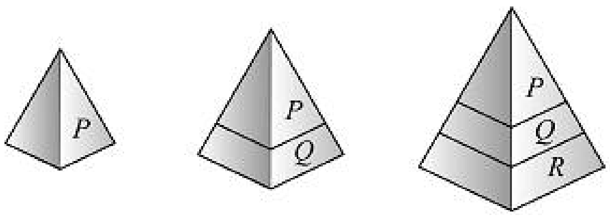
부피의 비는 $27:64:125$이다.

따라서 도형 Q와 원래 사각뿔의 부피의 비는 $37:125$이므로,

도형 Q의 부피를 x라 하면

$37:125=x:250$

$\therefore\ x=74\ (cm^3)$



55) 답 : 146

[해설]

원 $x^2+y^2-2x-4y+4=0$은

$(x-1)^2+(y-2)^2=1$이므로 중심이 $(1,2)$이고 반지름의 길이가 1이다.

이동 순서에 따라 원의 중심은

$(1,2)\to(2,1)\to(2+6,1+10)\to(11,8)$로 이동된다.

따라서 이동한 원의 방정식은 $(x-11)^2+(y-8)^2=1$

$\therefore\ x^2+y^2-22x-16y+184=0$

$A+B+C=(-22)+(-16)+184=146$

56) 답 : 200

[해설]

[출제 의도]규칙을 찾아 수학 외적 문제 해결하기

[그림 1]에서 실선의 길이는 $4=4\times1$

[그림 2]에서 실선의 길이는 $8=4\times2$

[그림 3]에서 실선의 길이는 $12=4\times3$

따라서 가장 아랫부분의 정사각형이 50개가 되었을 때,

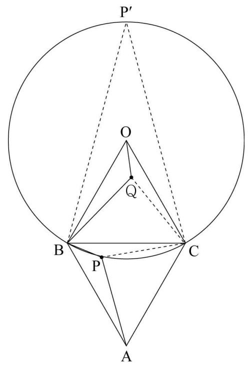
실선의 길이는 $4\times50=200$이다.

$\therefore$ 200

57) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]원의 성질을 이용하여 증명하기



점 C를 중심으로 삼각형 PBA를 시계 방향으 로 60° 회전한 삼각형 QOB를 만든다.

원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\dfrac{1}{2}$이고,

원에 내접하는 사각형의 대각의 합이 180°이므로

$\angle BPC=[160^\circ]$이다.

$\angle CPQ=[60^\circ]$이므로

$\angle BPQ=[160^\circ]-[60^\circ]$

따라서 $\overline{BQ}^2=\overline{PB}^2+\overline{PQ}^2$

$\overline{BQ}=[\overline{BA}]$이고 $\overline{PQ}=\overline{PC}$이므로

$[\overline{PA}]^2=\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$이 성립한다.

58) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]삼각형의 합동을 증명할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $\angle ACD+\angle ACE=\angle BCE+\angle ACE=60^\circ$이므로

$\angle ACD=\angle BCE$(참)

ㄴ. $\triangle ACD$와 $\triangle BCE$에서

$\overline{AC}=\overline{BC},\ \overline{DC}=\overline{EC},\ \angle ACD=\angle BCE$이므로

$\triangle ACD\equiv\triangle BCE$(SAS합동)이다.

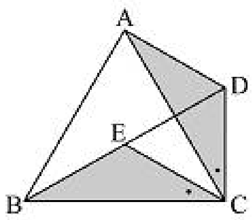
$\therefore\ \overline{AD}=\overline{BE}$(참)

ㄷ. $\angle BEC=180^\circ-\angle DEC=180^\circ-60^\circ=120^\circ$이고

$\angle ADC=\angle BEC$이므로

$\angle ADB=\angle ADC-\angle EDC=120^\circ-60^\circ=60^\circ$ (참)

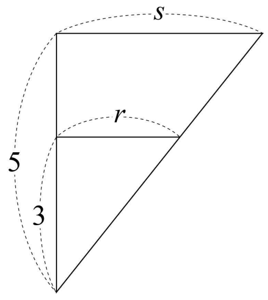
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.



59) 답 : 652

[해설]

[출제 의도]비례식 활용하기



높이가 $3m$인 직원뿔의 부피를 V_1, 높이가 $5m$인 직원뿔의 부피를

V_2라 하면,

$r : s = 3 : 5$이므로 $s = \frac{5}{3}r$

$V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot 3 = \pi r^2$

$V_2 = \frac{1}{3}\pi s^2 \cdot 5 = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{5}{3}r\right)^2 \cdot 5 = \frac{125\pi r^2}{27}$

V_1을 채우는 데 5분이 걸리므로, V_2를 채우는 데는 $\frac{625}{27}$분이 걸린다.

따라서, $p+q=652$

[별해] 도형의 닮음에 의하여

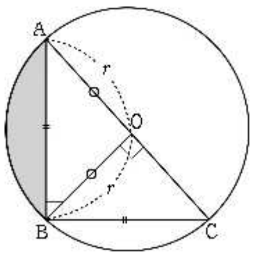
$V_1 : V_2 = 3^3 : 5^3$이므로 $V_2 = \frac{125}{27}V_1$

V_1을 채우는 데 5분이 걸리므로, V_2를 채우는 데는 $\frac{625}{27}$분이 걸린다.

60) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]원의 성질 이해하기



$\triangle ABC$에서 $\angle B = 90^\circ$이므로 선분 AC는 원의 지름이다.

원의 반지름의 길이를 r이라 하면 활꼴의 넓이는

$\frac{\pi}{4}r^2 - \frac{1}{2}r^2 = 2(\pi - 2)$

$\therefore\ r = 2\sqrt{2}$

61) 답 : 10

[해설]

[출제 의도]닮음을 이용한 변의 길이 계산하기

$\overline{AR} = x$라면 사각형 $APQR$이 마름모이므로

네 변의 길이는 모두 x로 같다.

$\triangle BPQ \backsim \triangle BAC$이므로,

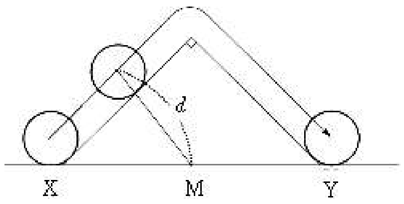
$30 : (30-x) = 15 : x$

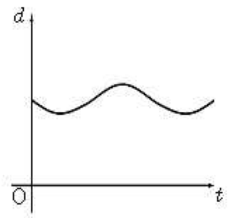
따라서, $x = 10$

62) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]그래프의 개형 이해하기





63) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]입체도형의 겉넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

밑넓이는 반지름의 길이가 $4cm$인 원의 넓이의 2배이므로

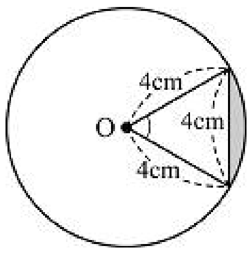
$2 \times 16\pi = 32\pi\,(cm^2)$

입체도형의 윗부분은 아래 그림의 어두운 부분이다.

(어두운 부분의 호의 길이) $= 8\pi \times \frac{60}{360}\,(cm)$이므로

옆넓이는 $8\pi \times 4 + 8\pi \times \frac{60}{360} \times 6 + 4 \times 6 = 40\pi + 24\,(cm^2)$

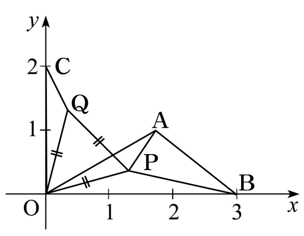
따라서 구하는 겉넓이는 $32\pi + 40\pi + 24 = 72\pi + 24\,(cm^2)$



64) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]좌표평면에서 세 선분의 길이의 합의 최솟값을 구하는 방법을 이해하고 있는지를 묻는 문제이다.



$\angle AOB = 30^\circ$이므로

$\angle AOC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

그런데 $\angle AOP = \angle COQ$이므로

$\angle QOP = 60^\circ$

$\triangle AOP \equiv \triangle COQ$이므로 $\overline{AP} = \overline{CQ}$

$\triangle QOP$가 정삼각형이므로 $\overline{OP} = \overline{QP}$

$\therefore\ \overline{AP} + \overline{OP} + \overline{BP} = \overline{CQ} + \overline{QP} + \overline{BP} \geq \overline{CB}$

따라서 점 P에서 세 꼭짓점에 이르는 거리의 합의 최솟값은

$\overline{CB} = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$이다.

65) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]원의 성질을 이용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

원의 중심을 O, 6명의 위치를 A, B, C, D, E, F라 하고,

선분 CD와 선분 BE의 교점을 G라 하자.

사각형 $ACDB$에서 $\angle C = \angle D$이고, $\angle A = \angle B$이므로

$\angle A + \angle C = 180^\circ$

따라서 $\overline{AB} // \overline{CD}$

같은 방법으로 사각형 $CEFD$에서 $\overline{CD}//\overline{EF}$

또, $\overline{CA}//\overline{EB}$, $\overline{EB}//\overline{OD}$임을 알 수 있다.

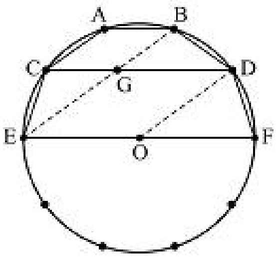
따라서 사각형 $ACGB$, $GEOD$는 평행사변형이다.

$\therefore\ \overline{CG}=\overline{AB}$, $\overline{GD}=\overline{EO}$

$\therefore\ \overline{CD}=\overline{CG}+\overline{GD}$

$=\overline{AB}+\overline{EO}$

$=a+\dfrac{1}{2}b=\dfrac{2a+b}{2}\,(m)$



66) 답 : 40

[해설]

|출제 의도|원과 접선의 방정식 이해하기

$\overline{AP}=x$, $\overline{BP}=y$라 하면

$x^2+y^2=64$를 만족하는 x, y에 대하여

$3x+4y=k$라 하면 k의 최댓값은 원에 접할 때이다.

원의 중심 $(0, 0)$에서 직선 $3x+4y-k=0$까지의 거리가 8

$\therefore\ \dfrac{|3\times0+4\times0-k|}{\sqrt{3^2+4^2}}=8$

$\dfrac{|-k|}{5}=8\ (k>0)$

$\therefore\ k=40$

67) 답 : ②

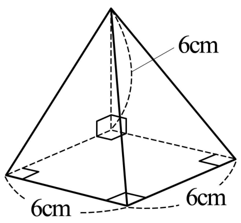
[해설]

[출제 의도]입체도형의 부피를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

이 전개도로 만들어지는 입체도형은 그림과 같이 밑면은

한 변의 길이가 $6cm$인 정사각형이고 높이는 $6cm$인 사각뿔이므로

(부피) $=\dfrac{1}{3}\times(6\times6)\times6\ =72\left(cm^3\right)$



68) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]좌표평면 위에서 도형의 성질을 증명할 수 있는가를 묻는 문제이다.

두 점 $A(a, 0)$, $D(0, d)$를 지나는 직선의 방정식은

$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{d}=1$

$\therefore\ dx+ay=ad\cdots$㉮

두 점 $B(0, b)$, $C(c, 0)$를 지나는 직선의 방정식은

$\dfrac{x}{c}+\dfrac{y}{b}=1$

$\therefore\ bx+cy=bc\cdots$㉯

또, $\dfrac{b}{a}=\dfrac{d}{c}=k$에서

$\dfrac{q}{p}=\dfrac{bd(c-a)}{ac(d-b)}$

$=\dfrac{ak\cdot ck\cdot(c-a)}{ac(ck-ak)}=k=\dfrac{b}{a}\cdots$㉰

(이후 생략)

따라서 옳은 것은 ⑤ 이다.

69) 답 : 102

[해설]

[출제 의도]넓이에 관한 수학적 기초 지식을 묻는 문제이다.

다음 그림과 같이 직사각형에서 가로, 세로의 길이를 l, m, n, x, y라 하면

$lx=8,\ nx=9,\ my=6$

	l	m	n
x	8	a	9
y	b	6	c

$\therefore\ a(b+c)=mx(ly+ny)=(lx)(my)+(nx)(my)$

$=8\cdot6+9\cdot6=102$

70) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]원의 성질을 증명할 수 있는가를 묻는 문제이다.

반원에 대한 원주각의 크기가 90°이므로

$\angle DCA=90^\circ$이고,

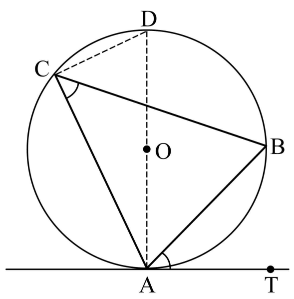
반지름과 접선이 이루는 각의 크기가 90°이므로

$\angle DAT=90^\circ$이다.

따라서, ㈎에 알맞은 것은 $\angle DCA$이다.

또, 호 BD에 대한 원주각은 $\angle DAB$, $\angle DCB$이므로

㈏에 알맞은 것은 $\angle DCB$이다.



71) 답 : 20

[해설]

[출제 의도]주사위의 눈에 관한 수학적 기초 지식을 묻는 문제이다.

윗 면의 눈의 수가 1, 6일 때, 옆 면의 눈의 수는 각각 다음과 같다.

	2				2	
4	$\boxed{1}$	3		3	$\boxed{6}$	4
	5				5	

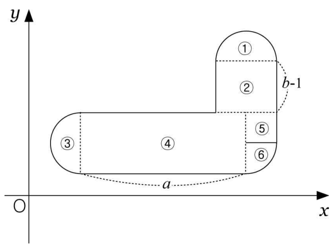
따라서 이웃한 주사위와 접한 네 개의 면에 있는 수의 합은

$5+4+5+6=20$

72) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]도형의 평행이동 이해하기



구하는 부분의 넓이는

① +②+③+④+⑤+⑥

$$=\frac{\pi}{2}+2(b-1)+\frac{\pi}{2}+2a+1+\frac{\pi}{4}$$

$$=2(a+b)-1+\frac{5}{4}\pi=9+\frac{5}{4}\pi$$

$$\therefore\ a+b=5$$

73) 답 : ③

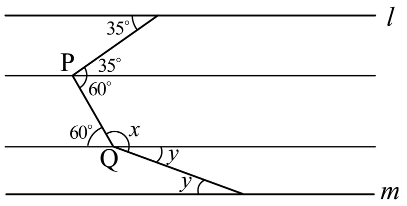
[해설]

[출제 의도]평행선의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

직선 l에 평행하면서 점 P를 지나는 직선과 점 Q를 지나는 직선을 긋고,

두 직선이 평행하면 엇각의 크기가 같다는 성질을 이용하여

크기가 같은 각을 나타내면 그림과 같다.

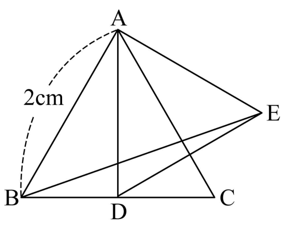


따라서 $\angle x-\angle y=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

74) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]피타고라스의 정리를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



$\overline{AD}$는 한 변의 길이가 $2cm$인 정삼각형 ABC의 높이이므로

$$\overline{AD}=\overline{AE}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2=\sqrt{3}\,(cm)$$

$\angle BAD=30,\ \angle DAE=60$이므로

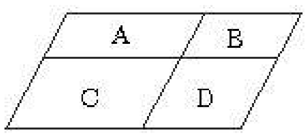
$\angle BAE=90$이다.

따라서 ABE에서 $\overline{BE}=\sqrt{2^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{7}\,(cm)$

75) 답 : 10

[해설]

[출제 의도]도형의 성질을 이용하여 지수 계산하기



작은 평행사변형의 넓이 A, B, C, D에 대하여

$A:C=B:D$가 성립한다.

따라서 $3^5\times 2^a\times 2^5\times 3^b=4^a\times 9^b$

$$3^5\times 2^a\times 2^5\times 3^b=2^a\times 2^a\times 3^b\times 3^b$$

$$2^5\times 3^5=2^a\times 3^b$$

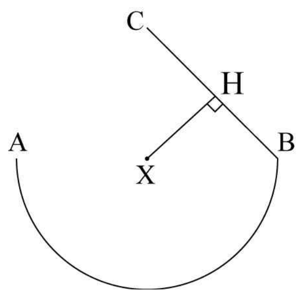
따라서 $a=5,\ b=5$

그러므로 $a+b=10$

76) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]그래프의 개형에 관한 수학 외적 문제 해결하기



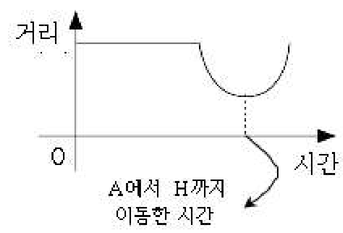
순시선이 반원 AB위에 있을 때, 점 X에서 순시선까지 거리는 일정하다.

점 X에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면,

순시선이 $\overline{BH}$위에 있을 때, 점 X에서 순시선까지의 거리는 감소하고

순시선이 $\overline{HC}$위에 있을 때, 점 X에서 순시선까지의 거리는 증가한다.

따라서 그래프의 개형은 다음과 같다.

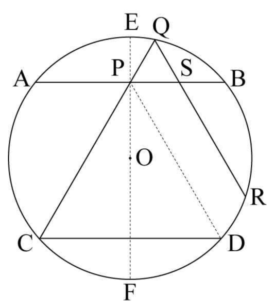


77) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]네 점이 한 원 위에 있을 조건증명하기

(증명)



점 P를 지나는 지름 $\overline{EF}$를 그을 때, 점 P는 $\overline{AB}$의 중점이므로

$\overline{EF}$와 $\overline{AB}$는 수직이다.

$\overline{AB}$와 $\overline{CD}$는 평행이므로

$\overline{EF}$는 $\overline{CD}$를 수직이등분한다.

$\therefore\ \overline{PC}=\overline{PD},\ \angle PCD=\angle PDC$

또한, $\angle PDC=\angle SPD$($\because$ 엇각)

따라서 $\angle PCD=\angle SPD$이다.

$\angle PCD+\angle SRD=180^\circ$이므로,

$\angle SPD+\angle SRD=180^\circ$

그러므로 네 점 P, D, R, S는 같은 원 위의 점이다.

78) 답 : 105

[해설]
[출제 의도]비례식을 이용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.
높이가 같은 삼각형의 넓이는 밑변의 길이에 비례하므로

$18:45=42:S$

$45\times 42=18\times S$

$\therefore\ S=105$

[다른 풀이]
네 선분 AE, BE, CE, DE의 길이를 각각 a, b, c, d라 놓으면

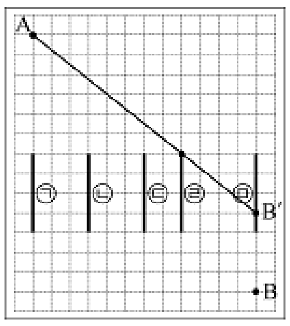
$\frac{1}{2}ab=18,\ \frac{1}{2}ad=45,\ \frac{1}{2}bc=42,\ \frac{1}{2}cd=S$

$\therefore\ \frac{1}{4}abcd=\ 18\times S=45\times 42$

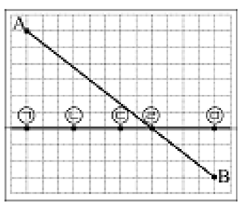
$\therefore\ S=105$

79) 답 : ④
[해설]
[출제 의도]평행사변형의 성질을 이용하여
두 점 사이의 최단거리를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.
평행사변형의 성질을 이용하여 그림과 같이 B지점에서 위로 4칸 이동한
지점 B'을 잡으면 이동 거리는 A지점에서 B'지점까지 이동한 후
B'지점에서 B지점까지 이동하는 거리와 같다.]
이동 거리가 가장 짧은 것은 $\overline{AB'}+\overline{B'B}$이므로

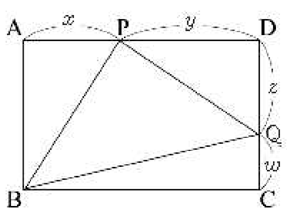
$\overline{AB'}$ 위에 끝점이 있는 평균대 ④을 지나야 한다.



[다른 풀이]
각 평균대의 한 끝점을 다른 한 끝점에 오도록 접으면 아래 그림과 같으므로 $\overline{AB}$위에 끝점이 있는 평균대 ④을 걸어서 지날 때 이동거리가 가장 짧다.



80) 답 : ①
[해설]
[출제 의도]삼각형의 넓이를 이용한 황금비증명하기
(증명)



그림과 같이 $\overline{AP}=x$, $\overline{PD}=y$, $\overline{DQ}=z$, $\overline{QC}=w$라 하면

$x(z+w)=\ w(x+y)=\ yz$

이 식을 정리하면

$x(z+w)=w(x+y)\cdots$①

$x(z+w)=yz\cdots$②

① 의 식을 전개하면 $xz+xw=wx+wy$

$\therefore\ xz=wy$

$\frac{y}{x}=\frac{z}{w}=k$라 하면 $y=kx$, $z=kw$이고
이것을 ② 에 대입하면 $x(kw+w)=kxkw$

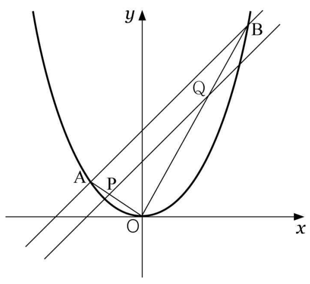
x, y, z, w는 0이 아니므로 $k^2-k-1=0$이다.

$k>0$이므로 $k=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\therefore\ x:y=w:z=1:\ \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

즉, 점 P, Q는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{CD}$를 황금분할하는 점이다.

81) 답 : ④
[해설]
[출제 의도]길이와 넓이의 비례 관계 이해하기



직선 PQ는 직선 AB와 평행하므로

$\overline{PQ}$의 기울기는 1이다.

$y=x^2$과 $y=x+2$의 교점을 구하면 $A(-1,\ 1)$, $B(2,\ 4)$이다.

$\triangle OPQ \backsim \triangle OAB$이고 $\triangle OPQ$의 넓이가 $\triangle OAB$의 넓이의 $\frac{4}{9}$이므로

$\overline{PQ}$와 $\overline{AB}$의 닮음비는 $2:3$이다.

따라서 직선 PQ는 $\triangle OAB$의 무게 중심 $\left(\frac{1}{3},\ \frac{5}{3}\right)$을 지난다.

따라서 직선 PQ의 방정식은 $y=x+\frac{4}{3}$이다.

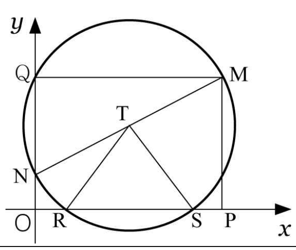
$\therefore\ a+b=\frac{7}{3}$

[별해] $\triangle OAB$와 $\triangle OPQ$는 닮음이고
닮음비는 $1:\frac{2}{3}$이다.

따라서 직선 PQ의 y절편은 직선 AB의 y절편의 $2\times\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$이다.

따라서 직선 PQ의 방정식은 $y=x+\frac{4}{3}$이다.

82) 답 : ⑤
[해설]
[출제 의도]원의 성질을 이용하여 방정식의 근 추론하기



좌표평면에서 점 $N(0,\ 1)$, $M(p,\ q)$라 하고, 점 T는 선분 MN의 중점이라 하자.

점 T는 직각삼각형 NMQ의 외심이므로

점 T에서 점 Q, M, N에 이르는 거리가 같다.

따라서 중심은 T이고 세 점 Q, M, N을 지나는 원이 존재한다.

점 T의 x좌표는 $\dfrac{p}{2}$이고,

점 N과 점 M을 지나는 직선의 방정식은 $y=\dfrac{q-1}{p}x+1$이다.

따라서 $x=\dfrac{p}{2}$일 때, $y=\dfrac{q+1}{2}$이다.

반지름의 길이를 구하면 $\dfrac{\sqrt{p^2+(q-1)^2}}{2}$이므로 원의 방정식은

$\left(x-\dfrac{p}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{q+1}{2}\right)^2=\left(\dfrac{\sqrt{p^2+(q-1)^2}}{2}\right)^2$이다.

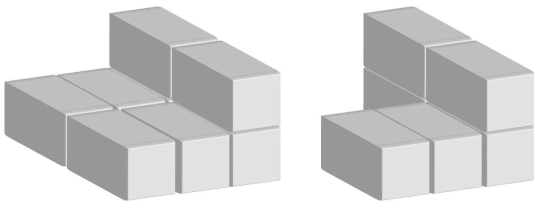
여기에 $y=0$을 대입하면 $x^2-px+q=0$이므로

이 원이 x축과 만나는 점 R과 S의 x좌표가 근이다.

83) 답 : 14

[해설]

[출제 의도]실생활과 관련된 수학 외적 문제 해결하기



8개 6개

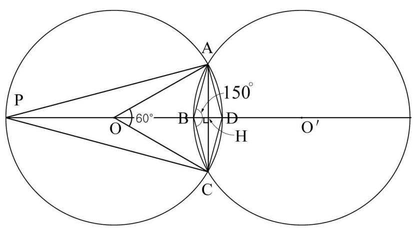
추측할 수 있는 최대의 상자 수 $M=8$, 최소의 상자 수 $m=6$이므로

$M+m=14$이다.

84) 답 : 75

[해설]

[출제 의도]원주각과 중심각의 관계와 삼각비를 활용하고 삼각형의 넓이 구하기



점 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\angle ABC=\angle ADC=150^\circ$이므로

$\angle AOC=60^\circ$이다.($\because\ \angle APC=30^\circ$)

따라서 $\triangle AOC$가 정삼각형이다.

$\triangle APC$의 넓이가 최대가 되려면

밑변 $\overline{AC}$의 길이가 일정하므로

높이가 최대이어야 한다.

즉, 점 P가 $\overline{OH}$의 연장선 위에 있을 때, 높이 $\overline{PH}$가 최대가 되므로

$\overline{PH}=\overline{OP}+\overline{OH}=10+5\sqrt{3}$

$\therefore$ $\triangle APC$의 최대 넓이를 S라고 하면

$S=\dfrac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{PH}$

$=\dfrac{1}{2}\times 10\times\left(10+5\sqrt{3}\right)$

$=50+25\sqrt{3}$

따라서 $a+b=75$

85) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]도형의 평행이동 이해하기

[해설]임의의 실수 t에 대하여 $\left(t,\ t+\sqrt{2}\right)\in B$라 하면

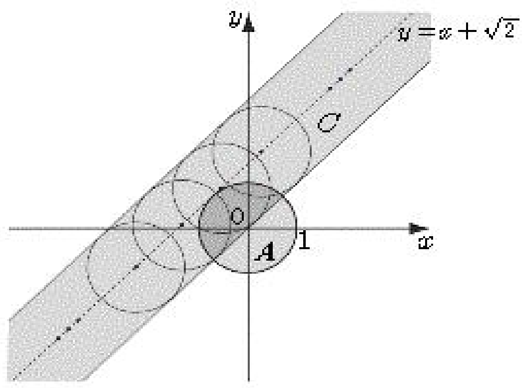
집합 C는 $x^2+y^2\le 1$을 x축 방향으로 t,

y축 방향으로 $t+\sqrt{2}$만큼 평행이동한 영역이다.

즉, $C=\left\{(x,\ y)\,|\,(x-t)^2+\left(y-t-\sqrt{2}\right)^2\le 1\right\}$

따라서, $A\cap C$가 나타내는 영역의 넓이는

반지름의 길이가 1인 반원의 넓이이므로 $\dfrac{\pi}{2}$이다.



86) 답 : ⑤

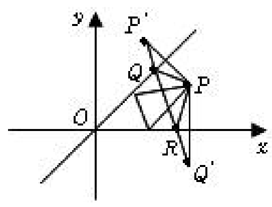
[해설]

[출제 의도] $y=x$, $y=-x$에 대한 대칭이동 이해하기

점 $P(2,\ 1)$를 직선 $y=x$에 대칭이동 시킨 점을 P',

점 $P(2,\ 1)$를 직선 x축에 대칭이동 시킨 점을 Q'이라 하면

$P'(1,\ 2)$, $Q'(2,\ -1)$이다.



이때, $\triangle PQR$의 둘레가 최소일 때는

직선 $P'Q'$이 $y=x$와 x축과 만날 때의 교점을 각각 Q, R로 잡을 때이다.

따라서 R의 x좌표는 직선 $P'Q'$의 x절편과 일치하므로

직선 $P'Q'$의 방정식은 $y=-3x+5$에서

x절편은 $x=\dfrac{5}{3}$

$\therefore\ \left(\dfrac{5}{3},\ 0\right)$

[정답]⑤

87) 답 : 41

[해설]

중점을 M이라 하면 $M\left(\dfrac{3+a}{2},\ \dfrac{4+b}{2}\right)$이고

중점은 직선 위의 점이므로

$\frac{3+a}{2}+\frac{4+b}{2}+1=0$이며 정리하면

$\therefore\ a+b=-9\cdots①$

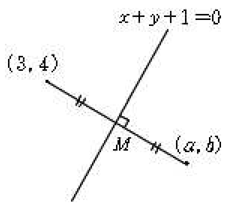
대칭인 두 점을 연결한 직선은 주어진 직선에 수직이므로

$\frac{b-4}{a-3}\times(-1)=-1$이며 정리하면

$\therefore\ a-b=-1\cdots②$

① , ②를 연립하여 풀면 $a=-5,\ b=-4$

$\therefore\ a^2+b^2=41$



88) 답 : 41

[해설]

【출제 의도】점과 직선에 대한 대칭점 구하기

중점을 M이라 하면 $M\left(\frac{3+a}{2},\ \frac{4+b}{2}\right)$

이고 중점은 직선 위의 점이므로

$\frac{3+a}{2}+\frac{4+b}{2}+1=0$

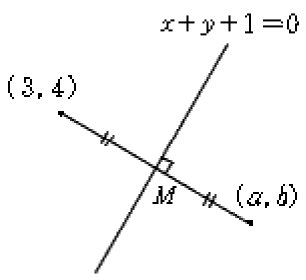
$\therefore\ a+b=-9\cdots①$

대칭인 두 점을 연결한 직선은 주어진 직선에 수직이므로

$\frac{b-4}{a-3}\times(-1)=-1$

$\therefore\ a-b=-1\cdots②$

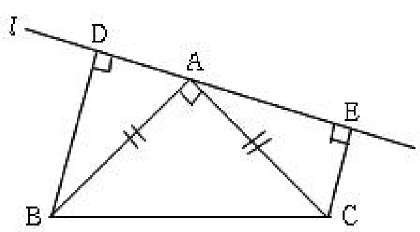
① , ②에서 $a=-5,\ b=-4$ ∴ $a^2+b^2=41$



89) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]삼각형 합동의 성질을 이용하여 평면도형의 성질 증명하기



$\triangle ABD$에서 $\angle DAB+\angle ABD=90^\circ$ 이고 $\angle DAB+\angle CAE=90^\circ$ 이므로

$\angle ABD=\angle CAE$이다.

$\therefore\ \triangle ABD\equiv\triangle CAE$

$\overline{BD}+\overline{CE}=\overline{AE}+\overline{DA}=\overline{DE}$이다.

90) 답 : ②

[해설]

$\triangle ABC$와 $\triangle DCE$가 정삼각형이므로

$\overline{AC}=\overline{BC},\ \overline{CE}=\overline{CD}$이다.

한편 $\angle ACD$가 공통각이므로 $\angle ACE=\angle BCD$이다.

따라서 $\triangle ACE\equiv\triangle BCD$(SAS합동)

따라서 $\angle PBC=\angle EAC$이다.

$\angle DPE=\angle PBC+\angle PEC=\angle EAC+\angle CEA$

$=\angle ACB=60^\circ$

91) 답 : ②

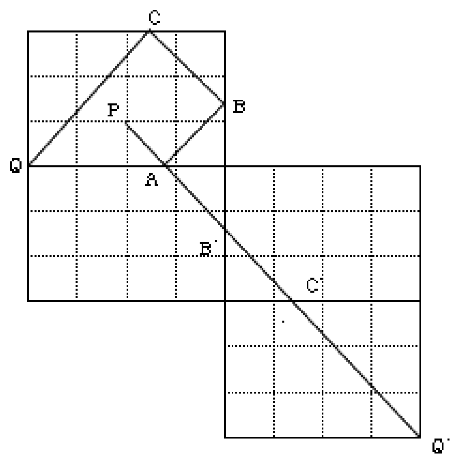
[해설]

생략

92) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]대칭을 이용하여 공이 움직인 거리 구하기



$P\to A\to B\to C\to Q$의 길이는

$P\to A\to B'\to C'\to Q'$ 의 길이와 같다.

따라서 가로의 길이 6 , 세로의 길이 7 인 직사각형의 대각선 길이이므로

$\sqrt{85}$ 이다.

93) 답 : ⑤

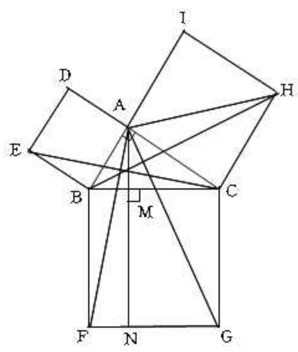
[해설]

ㄱ. $\triangle ABF\equiv\triangle EBC$(SAS합동)

ㄴ. $\triangle BCH\equiv\triangle GCA$ (SAS합동)

ㄷ. $\triangle BCH=\triangle ACH$(등적변형에 의하여)

ㄹ. $\square ACHI=\square MNGC$((ㄴ, ㄷ)에 의하여)



94) 답 : 12

[해설]

[출제 의도]닮음의 성질을 이용하여 넓이와 길이 구하기

[그림]

$\triangle ABO' \backsim \triangle ADO$이므로

$(l+l'):8=l:5\ 8l'=5l+5l'$

$\therefore \ 5l = 3l' \cdots ①$

또한 $(l+l')^2\pi - l'^2\pi = 624\pi$

$l^2\pi + 2ll'\pi = 624\pi \cdots ②$

① , ② 을 연립하면

$l^2\pi + \frac{10}{3}l^2\pi = 624\pi$ 이며 정리하면

$\frac{13}{3}l^2 = 624$ 에서 $l^2 = 144$

$\therefore \ l = 12$

95) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]네 점이 한 원 위에 있을 조건을 이용하여 수학외적 문제 해결하기

네 점이 한 원 위에 있으면 원의 중심에 학교를 지으면 된다.

ㄱ. $2\times6 = 3\times4 = 12$ 이 성립하므로 네 마을이 한 원 위에 있다.

ㄴ. 대각의 합이 180° 이므로 네 마을이 한 원 위에 있다.

ㄷ. 원주각이 30° 로 같으므로 네 마을이 한 원 위에 있다.

96) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 평행이동의 뜻을 알고 이를 활용하기

점 $P(x, y)$ 를 이동시키는 경우의 평행이동 된 점의 좌표는 다음과 같다.

앞면이 나오는 경우: $(x, y) \to (x+1, y-1)$

뒷면이 나오는 경우: $(x, y) \to (x-1, y+2)$

앞면이 6회 나오고 뒷면이 4회 나오면

$(x, y) \to (x+6-4, y-6+8) = (x+2, y+2)$

$x=1, y=1$ 을 대입하면 Q의 좌표는 $(3, 3)$

선분 PQ의 길이는 $\sqrt{(3-1)^2+(3-1)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

[정답]①

97) 답 : 312

[해설]

※(사각뿔대의 부피)=(큰 사각뿔의 부피)-(작은 사각뿔의 부피)

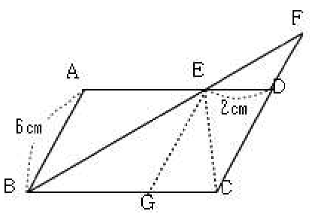
닮음비에 의하여 큰 사각뿔의 높이를 구하면 10이다.

따라서, 구하는 부피를 V라고 하면

$V = \frac{1}{3}\times10\times10\times10 - \frac{1}{3}\times4\times4\times4 = 312$ (㎤)

98) 답 : ①

[해설]



평행사변형 $ABCD$에서 $\angle ABE = \angle AEB$이므로

$\overline{AE} = \overline{AB} = 6cm$

따라서 $\overline{BC} = 8cm$ 이다.

$\overline{ED} : \overline{BC} = 1:4$ 이므로

$\triangle DEF : \triangle CBF = 1:16$ 이다.

$\square EDBC$의 넓이는 $\frac{2}{3}\times15 = 10$

같은 방법으로 $\overline{DF} : \overline{AB} = 1:3$ 이므로

$\triangle DEF : \triangle AEB = 1:9$ 이다.

$\triangle ABE$의 넓이는 $\frac{2}{3}\times9 = 6$

$\therefore \ \square ABCD = 16cm^2$

(별해)

평행사변형 $ABCD$에서 $\angle ABE = \angle AEB$이므로

$\overline{AE} = \overline{AB} = 6cm$, 따라서 $\overline{BC} = 8cm$ 이다.

$\overline{DC}$와 $\overline{EG}$가 평행이 되도록 하는 점 G를 $\overline{BC}$위에 잡으면

$\square EGCD$는 평행사변형이다.

$\overline{ED} : \overline{BC} = \overline{FD} : \overline{FC} = 1:4$ 이다.

따라서 $\triangle DEF : \triangle DEC = 1:3$ 이다.

$\triangle DEC = 3\triangle DEF = 2cm^2$ 이므로

$\square ABCD = 8\triangle EDC = 16cm^2$ 이다.

99) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]평행이동 이해하기

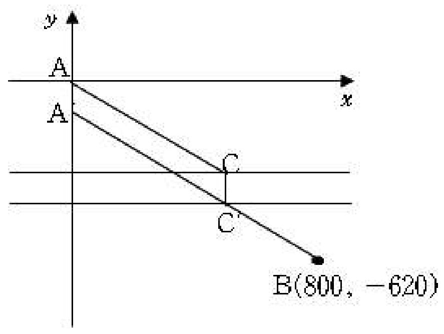
좌표평면에서 학교 A와 도서관 B를 각각 $A(0, 0)$, $B(800, -620)$ 으로

잡고 횡단보도의 양 끝점을 C, C' 라 하자.

A를 그림과 같이 y축의 음의 방향으로 20만큼 평행이동한 점을 A' 라 하면

$\overline{AA'} = \overline{CC'}$ 가 되어 최단거리는

$\overline{AC} + \overline{CC'} + \overline{C'B} = \overline{AA'} + \overline{A'B} = 20 + \sqrt{800^2+600^2} = 1020$

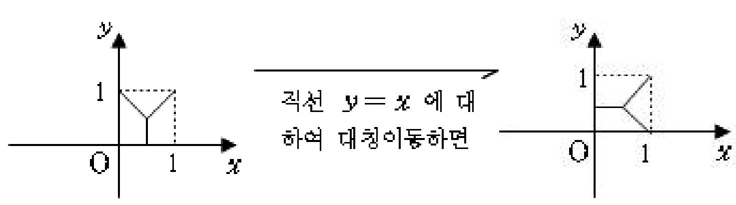


정답:④

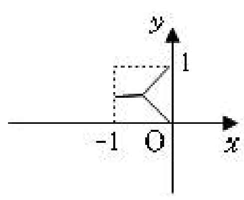
100) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]평행이동 및 대칭이동 이해하기



이것을 다시 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면 다음과 같다.



정답:⑤

101) 답 : ④

[해설]

지름이 $a+b$이므로

$\overline{OP}=\dfrac{a+b}{2}$

$\overline{OQ}=\dfrac{a+b}{2}-b=\dfrac{a-b}{2}$

직각삼각형 OPQ에서

$\overline{PQ}=\sqrt{\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2-\left(\dfrac{a-b}{2}\right)^2}=\sqrt{ab}$

따라서 $\overline{OP}\geq\overline{PQ}$이므로

$\dfrac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$ (단, 등호는 $a=b$일 때 성립)

[정답]④