Ⅲ.도형의 방정식

3.원의 방정식

중단원 기출문제

[난이도 : ★★☆] [2005 학년도 대수능]

1 [공통]x축에 접하는 서로 다른 두 원이 점 $A(2, 5)$와 점 $B(4, 1)$에서 만날 때, 두 원의 중심을 지나는 직선과 공통외접선과의 교점의 x좌표를 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆] [2004 학년도 대수능]

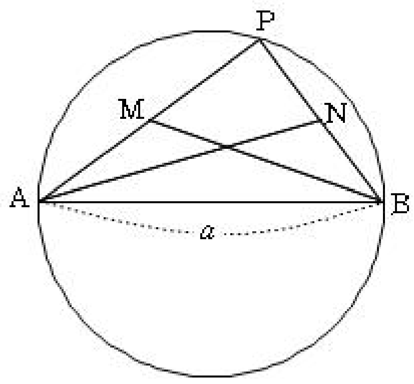
2 [공통]좌표평면에서 중심이 (a, b)이고 x축에 접하는 원이 두 점 $A(0, 5)$와 $B(8, 1)$을 지난다. 이때, 원의 중심 (a, b)와 직선 AB사이의 거리는?(단, $0 \le a \le 8$)[3점]

① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$
④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

[난이도 : ★★☆] [2004 학년도 대수능]

3 [공통]그림과 같이 길이가 a인 선분 AB를 지름으로 하는 원 위를 움직이는 점 P가 있다.

선분 PA와 선분 PB의 중점을 각각 M과 N이라고 하면,



$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 =$ [(가)] 이다.

따라서 $\overline{AN}^2 + \overline{BM}^2 =$ [(나)] 이므로

$\overline{AN} \cdot \overline{BM}$의 최댓값은 [(다)]이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[3점]

① $a^2,\ \frac{5}{4}a^2,\ \frac{\sqrt{5}}{2}a^2$

② $a^2,\ \frac{5}{4}a^2,\ \frac{5}{8}a^2$

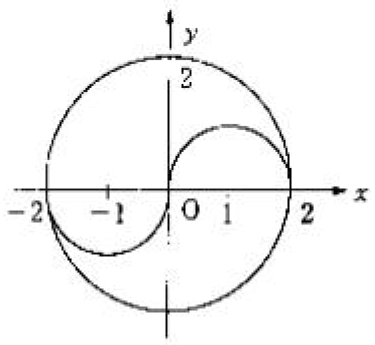
③ $a^2,\ \frac{3}{2}a^2,\ \frac{3}{4}a^2$

④ $2a^2,\ \frac{3}{2}a^2,\ \frac{\sqrt{5}}{2}a^2$

⑤ $2a^2,\ \frac{5}{4}a^2,\ \frac{5}{8}a^2$

[난이도 : ★★☆] [2003 학년도 대수능]

4 [공통]그림과 같이 좌표평면 위에 원과 반원으로 이루어진 태극 문양이 있다. 태극문양과 직선 $y=a(x-1)$이 서로 다른 다섯 점에서 만나게 되는 a의 범위는?[3점]



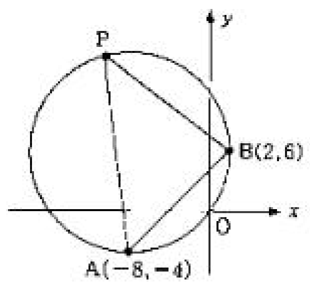
① $0<a<\frac{\sqrt{2}}{3}$　② $0<a<\frac{\sqrt{3}}{3}$

③ $0<a<\frac{2}{3}$　④ $0<a<\frac{\sqrt{5}}{3}$

⑤ $0<a<\frac{\sqrt{6}}{3}$

[난이도 : ★★☆] [2003 학년도 대수능]

5 원 $(x+8)^2+(y-6)^2=10^2$ 위의 두 점 $A(-8,\ -4)$, $B(2,\ 6)$가 있다. $\triangle PAB$의 넓이가 최대가 되도록 하는 원 위의 한 점 P와 원의 중심을 지나는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라고 할 때 $a+b$의 값은?[3점]



① 1　② 0　③ -1

④ -2　⑤ -3

[난이도 : ★★☆] [2002 학년도 대수능]

6 [공통]다음은 좌표평면 위의 서로 다른 네 점 $A,\ B,\ C,\ D$에 대한 설명이다.

> ㈎점 A와 점 B는 x축 위에 있다.
> ㈏점 B의 x좌표는 점 A의 x좌표보다 크다.
> ㈐ $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{BC}=\overline{AD}=\overline{CD}$

점 $A,\ B,\ C,\ D$의 x좌표를 각각 $a,\ b,\ c,\ d$라 할 때 옳은 것은?[3점]

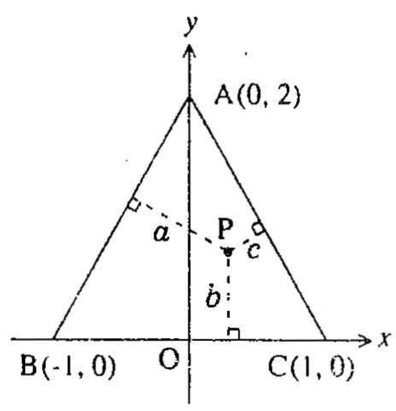
① $a<d<c<b$　② $c<a<d<b$

③ $c<d<a<b$　④ $d<a<c<b$

⑤ $d<c<a<b$

[난이도 : ★★☆] [1997 학년도 대수능]

7 [공통]좌표평면 위의 세 점 $A(0,\ 2)$, $B(-1,\ 0)$, $C(1,\ 0)$이로 이루어지는 $\triangle ABC$의 내부 또는 변 위의 점 P에서 변 $AB,\ BC,\ CA$까지의 거리를 각각 $a,\ b,\ c$라 하자. $4b=5(a+c)^2$일 때 점 P의 자취는?[2점]



① 한 점

② x축에 평행인 선분

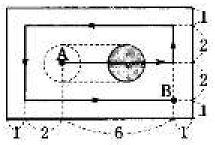
③ y축에 평행인 선분

④ 포물선의 일부인 곡선

⑤ 원의 일부인 곡선

[난이도 : ★★★] [1997 학년도 대수능]

8 [공통]가로의 길이가 10, 세로의 길이가 6인 아래 그림과 같은 직사각형의 내부에서 반지름의 길이가 1인 원이 지나간 자리에는 형광 페인트가 칠해진다고 한다. 원의 중심이 그림과 같이 A부터 B까지 화살표 방향의 경로를 따라 움직일 때, 직사각형의 영역 중 형광 페인트가 칠해지지 않는 부분의 넓이는?(단, 경로를 구성하는 모든 선분은 직사각형의 변 에 평행하거나 수직이다.)



① 0　② $10-\frac{5}{2}\pi$　③ $8-2\pi$

④ $6-\frac{3}{2}\pi$　⑤ $4-\pi$

[난이도 : ★★☆] [2012년 10월 학력평가]

9 좌표평면 위의 세 점 $O(0,0)$, $A(1,1)$, $B(a,b)$를 꼭짓점으로 하는 정삼각형 OAB가 있다. 원 $x^2+y^2=1$을 x축의 방향으로 $a+b$만큼, y축의 방향으로 $a+b$만큼 평행이동한 원이 선분 OA와 만나는 점을 P라 하자. 이때 선분 OP의 길이는?[3점]

① $\frac{-1+\sqrt{2}}{2}$　② $-1+\frac{3\sqrt{2}}{4}$　③ $-1+\sqrt{2}$

④ $2-\sqrt{2}$　⑤ $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

[난이도 : ★★☆] [2012년 11월 학력평가]

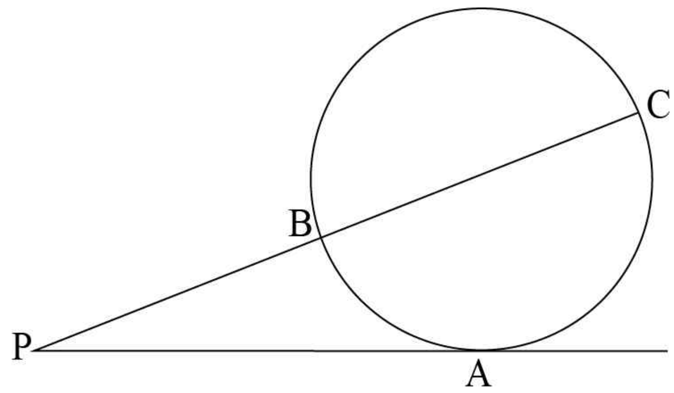
10 직선 $y=\sqrt{2}x+k$가 원 $x^2+y^2=4$에 접할 때, 양의 실수 k의 값은? [3점]

① $\sqrt{2}$　② $\sqrt{3}$　③ $2\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{3}$　⑤ $3\sqrt{2}$

[난이도 : ★★★] [2012년 9월 학력평가]

11 그림과 같이 원 밖의 점 P에서 원에 그은 접선의 접점을 A라 하고, 점 P를 지나는 직선이 원과 만나는 두 점을 B, C라 하자.



$\overline{PB}=x^2-x+4$, $\overline{BC}=2x$, $\overline{PA}=2\sqrt{6}x$가 되도록 하는 모든 x의 값의 합을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★☆] [2011년 10월 학력평가]

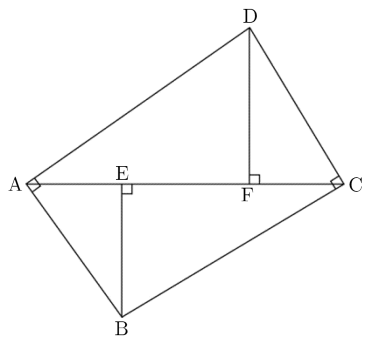
12 중심이 직선 $y=x-1$위에 있는 원이 y축에 접하고 점 $(3,-1)$을 지날 때, 이 원의 반지름의 길이는?[3점]

① 2　② 3　③ 4

④ 5　⑤ 6

[난이도 : ★★★] [2011년 3월 학력평가]

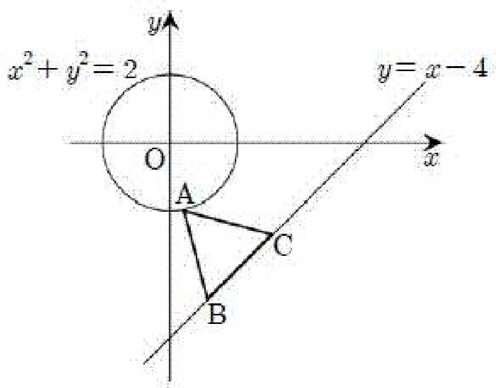
13 그림과 같이 $\angle A$와 $\angle C$가 직각인 사각형 $ABCD$의 꼭짓점 B, D에서 대각선 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하자. $\overline{AE}=3$, $\overline{CE}=7$, $\overline{BE}=5$일 때, $\overline{DF}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값은?(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)[4점]



① 20 ② 22 ③ 24
④ 26 ⑤ 28

[난이도 : ★★★] [2011년 3월 학력평가]

14 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=2$ 위를 움직이는 점 A와 직선 $y=x-4$ 위를 움직이는 두 점 B, C를 연결하여 삼각형 ABC를 만들 때, 정삼각형이 되는 삼각형 ABC의 넓이의 최솟값과 최댓값의 비는?[4점]



① 1 : 7 ② 1 : 8 ③ 1 : 9
④ 1 : 10 ⑤ 1 : 11

[난이도 : ★★★] [2011년 10월 학력평가]

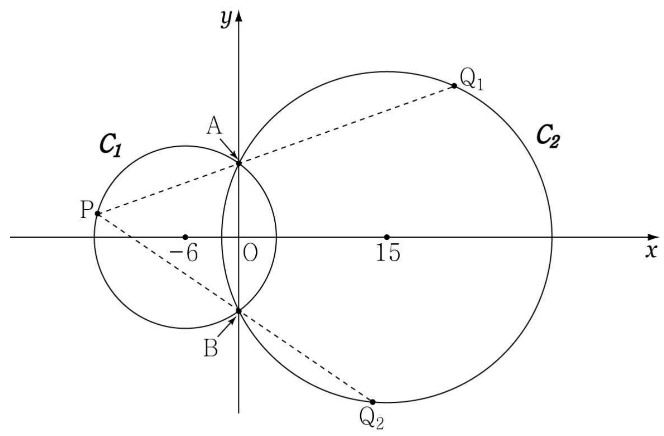
15 원 $x^2+y^2=4$와 직선 $2x+y-a=0$이 두 점 P, Q에서 만날 때, $\triangle OPQ$가 정삼각형이 되도록 하는 양수 a의 값은?(단, O는 원점이다.)[4점]

① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{13}$ ③ $\sqrt{14}$
④ $\sqrt{15}$ ⑤ 4

[난이도 : ★☆☆] [2010년 10월 학력평가]

16 그림과 같이 두 원

$C_1 : (x+6)^2+y^2=10^2$, $C_2 : (x-15)^2+y^2=17^2$이 y축 위의 두 점 A, B에서 만난다. 점 A, B가 아닌 원 C_1 위의 어떤 점 P에 대하여 직선 PA가 원 C_2와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 Q_1, 직선 PB가 원 C_2와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 Q_2라 하자.



옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?[4점]

[보기]
ㄱ. $\overline{AB}=16$
ㄴ. $\triangle PAQ_2 \backsim \triangle PBQ_1$
ㄷ. $\overline{PQ_1}$의 최댓값은 42이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2010년 6월 학력평가]

17 y축과 서로 다른 두 점 A, B에서 만나는 원 $x^2+y^2-4x-2y+k=0$의 중심을 C라 하자. $\angle ACB=90^\circ$ 일 때, $\overline{AB}+k$의 값은?[3점]

① -5　② -3　③ -1
④ 1　⑤ 3

[난이도 : ★★☆] [2010년 11월 학력평가]

18 직선 $y=\sqrt{3}x+k$가 원 $x^2+y^2-6y-7=0$에 접할 때, 모든 실수 k의 값의 합을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2010년 10월 학력평가]

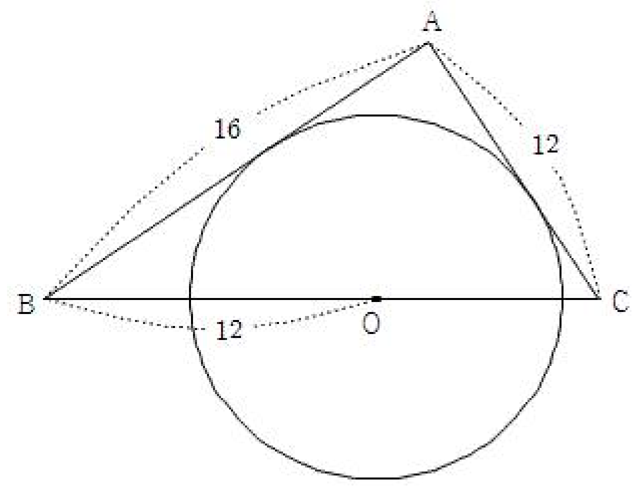
19 원 $(x-2)^2+(y+3)^2=9$와 중심이 $(-1, 1)$이고 반지름의 길이가 r인 원이 있다. 두 원이 서로 만난다고 할 때, r의 최댓값과 최솟값의 합은?[3점]

① 6　② 7　③ 8
④ 9　⑤ 10

[난이도 : ★★☆] [2010년 6월 학력평가]

20 그림과 같이 삼각형 ABC의 변 BC는 원 O의 중심을 지나고, 두 변 AB, AC는 원에 접한다.

$\overline{AB}=16$, $\overline{AC}=12$, $\overline{BO}=12$일 때, 선분 OC의 길이는?[3점]



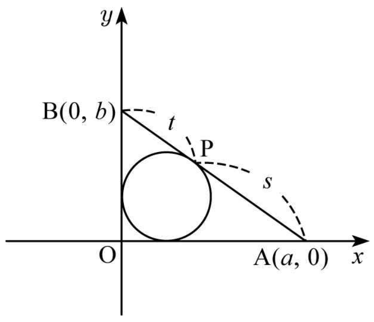
① 7　② 8　③ 9
④ 10　⑤ 11

[난이도 : ★★★] [2010년 3월 학력평가]

21 그림과 같이 원 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 위의 점 P에서 그은 접선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 $A(a,\ 0)$, $B(0,\ b)$라 하고 $\overline{AP}=s$, $\overline{BP}=t$라 하자.

다음 [보기]에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, $a>2$, $b>2$)[4점]

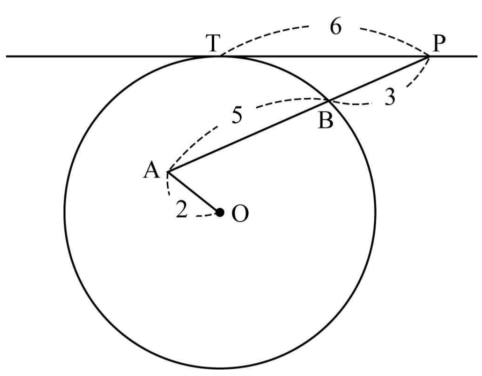


[보기]
ㄱ. $s:t=a:b$
ㄴ. $ab=14$ 이면 $a+b=8$ 이다.
ㄷ. 삼각형 OAB의 넓이는 st 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

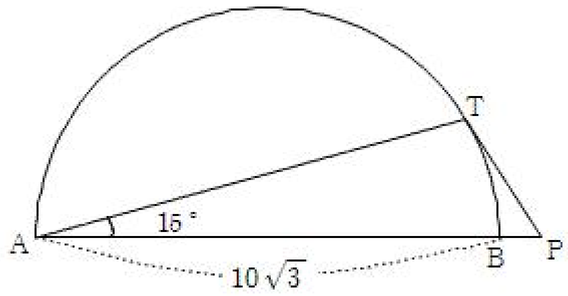
[난이도 : ★★★] [2010년 3월 학력평가]

22 그림과 같이 반지름의 길이가 r인 원 O의 외부에 점 P가 있다. 직선 PT는 원 O의 접선이고 점 T는 그 접점이다. 점 P와 원 O의 내부의 점 A를 연결한 선분이 이 원과 만나는 점을 B라 하자. $\overline{PT}=6$, $\overline{PB}=3$, $\overline{AB}=5$, $\overline{OA}=2$ 일 때, r^2의 값을 구하시오.[4점]



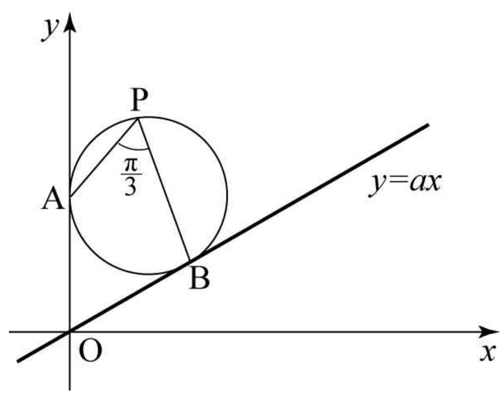
[난이도 : ★★★] [2010년 6월 학력평가]

23 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하고 $\overline{AB}=10\sqrt{3}$ 인 반원이 있다. 반원 위의 점 T에서 그은 접선과 선분 AB의 연장선이 만나는 점을 P라 하자. $\angle PAT=15^\circ$ 일 때, $\overline{PA}\times\overline{PB}$의 값을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★☆] [2009년 6월 학력평가]

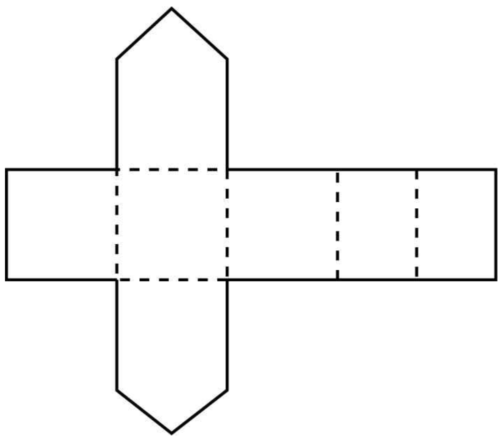
24 그림과 같이 한 원이 y축과 직선 $y=ax$에 동시에 접한다. 각각의 접점 A, B와 원 위의 한 점 P에 대하여 $\angle APB$의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 일 때, a의 값은?(단, $a>0$)[3점]



① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

[난이도 : ★★☆] [2009년 3월 학력평가]

25 그림은 어느 입체도형의 전개도이다. 이 입체도형의 모서리의 개수는 a이고, 꼭짓점의 개수는 b이다. $a+b$의 값을 구하시오.[3점]

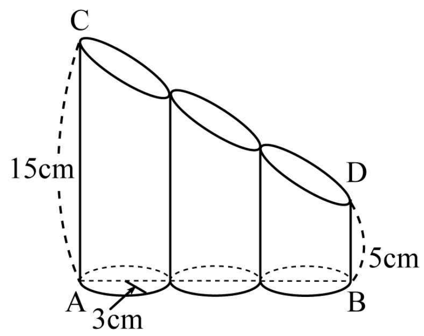


[난이도 : ★★★] [2009년 11월 학력평가]

26 이차 함수 $y=2x^2$의 그래프와 원 $x^2+(y+1)^2=1$에 동시에 접하는 직선이 $y=ax+b$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오.(단, a, b는 상수이고, $b<0$이다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2009년 3월 학력평가]

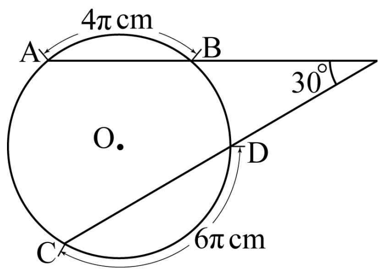
27 밑면의 반지름의 길이가 $3cm$인 세 원기둥을 각 원기둥의 밑면의 중심이 선분 AB위에 오도록 나란히 붙인다. 그림은 이 세 원기둥을 점 A로부터 높이 $15cm$인 점 C와 점 B로부터 높이 $5cm$인 점 D를 지나는 평면으로 잘라서 만든 입체도형이다.



이 입체도형의 부피가 Vcm^3일 때, $\frac{V}{10\pi}$의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2009년 3월 학력평가]

28 그림과 같이 반지름의 길이가 $9cm$인 원 O에서 호 AB와 호 CD의 길이는 각각 $4\pi cm$, $6\pi cm$이고, 선분 AB와 선분 CD의 연장선이 만나서 이루는 예각의 크기가 $30°$일 때, 호 AC의 길이는?[4점]



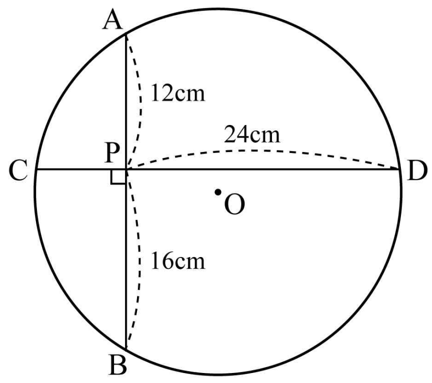
① $4\pi\ cm$ ② $\frac{17}{4}\pi\ cm$ ③ $\frac{9}{2}\pi\ cm$

④ $5\pi\ cm$ ⑤ $\frac{11}{2}\pi\ cm$

[난이도 : ★★★] [2009년 3월 학력평가]

29 그림의 원 O에서 두 현 AB와 CD는 서로 수직으로 만나고, 그 교점은 P이다.

$\overline{AP}=12\ cm$, $\overline{BP}=16\ cm$, $\overline{DP}=24\ cm$이고, 원의 반지름의 길이를 $r\ cm$라 할 때, r^2의 값을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★☆] [2008년 12월 학력평가]

30 원 $x^2+y^2=1$을 x축의 방향으로 a만큼 평행이동하면 직선 $3x-4y-4=0$에 접한다. 이때 양수 a의 값은?[3점]

① $\frac{8}{3}$　② $2\sqrt{2}$　③ 3
④ $\sqrt{10}$　⑤ $\frac{7}{2}$

[난이도 : ★★☆] [2008년 03월 학력평가]

31 원 $x^2+y^2=1$을 x축의 방향으로 a만큼 평행이동하면 직선 $3x-4y-4=0$에 접한다. 이때 양수 a의 값은? [3점]

① $\frac{8}{3}$　② $2\sqrt{2}$　③ 3
④ $\sqrt{10}$　⑤ $\frac{7}{2}$

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

32 직선 $ax-y=0$이 원 $x^2+y^2-6x-4y+9=0$과 서로 다른 두 점 P, Q에서 만날 때, $\overline{OP}\cdot\overline{OQ}$의 값은?(단, O는 원점)[3점]

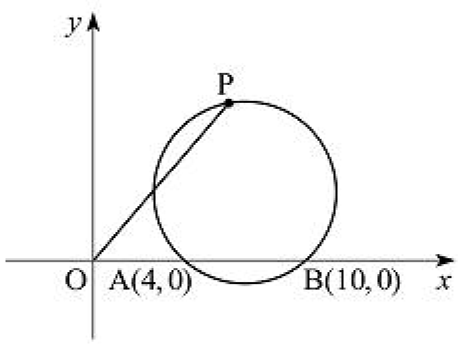
① 9　② $3\sqrt{10}$　③ 10
④ $6\sqrt{3}$　⑤ 11

[난이도 : ★★☆] [2008년 11월 학력평가]

33 좌표평면 위의 두 원 $x^2+y^2=20$과 $(x-a)^2+y^2=4$가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 공통현의 길이가 최대가 되도록 하는 양수 a의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2008년 03월 학력평가]

34 그림과 같이 두 점 $A(4,0)$, $B(10,0)$을 지나고 반지름의 길이가 5인 원이 있다. 원점 O와 원 위를 움직이는 점 P에 대하여 선분 OP의 길이가 정수가 되게 하는 점 P의 개수를 구하시오.(단, 원의 중심은 제 1사분면에 있다.)[4점]



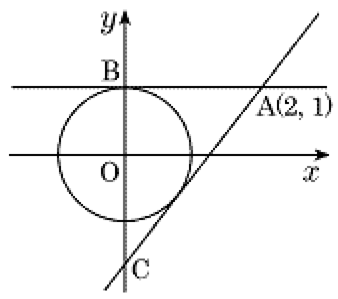
[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

35 x, y에 대한 방정식 $x^2+y^2-2x+4y+2k=0$이 원이 되도록 하는 자연수 k의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★★] [2008년 10월 학력평가]

36 그림과 같이 점 $A(2, 1)$에서 원 $x^2+y^2=1$에 그은 두 접선이 y축과 만나는 점을 각각 B, C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이는?

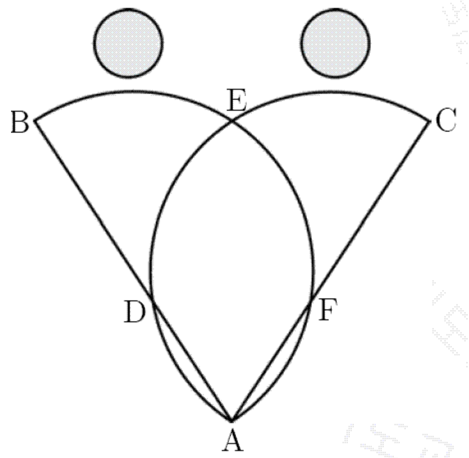


① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$
④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

37 다음은 어느 학교 교표의 의미와 그림해설의 일부분이다.

[교표의 의미]
두 개의 작은 원은 미래를 바라보는 지혜의 눈을 상징한다.
일부분이 겹쳐진 똑같은 두 개의 반원은 목표를 향하는 독수리의 부리를 상징한다.
[교표의 그림 해설]
1)그림과 같이 지름의 길이가 5㎝인 두 반원의 지름의 끝이 점 A에서 만난다.
2)선분 BD와 선분 CF의 길이는 3㎝이다.



이 그림에서 현 BE의 길이는?[4점]

① $\sqrt{5}$㎝ ② $\sqrt{10}$㎝ ③ $\frac{\sqrt{10}}{2}$㎝
④ $\frac{\sqrt{30}}{2}$㎝ ⑤ $\frac{\sqrt{33}}{2}$㎝

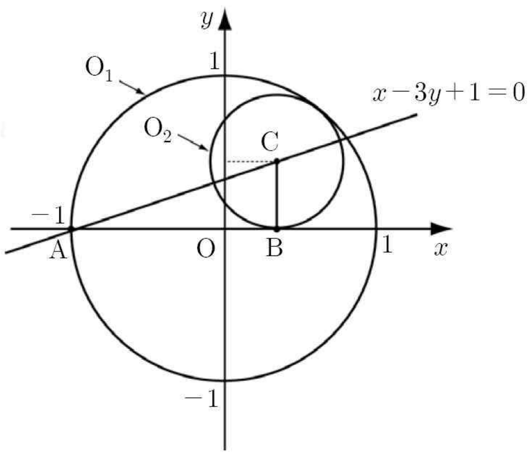
[난이도 : ★★★] [2008년 11월 학력평가]

38 좌표평면 위의 원 $x^2+y^2=4$와 직선 $y=ax+2\sqrt{b}$가 접하도록 하는 b의 모든 값의 합을 구하시오.(단, a, b는 10보다 작은 자연수이다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

39 [공통]그림과 같이 원 O_1은 원점 O를 중심으로 하고, 점 $A(-1, 0)$을 지난다.

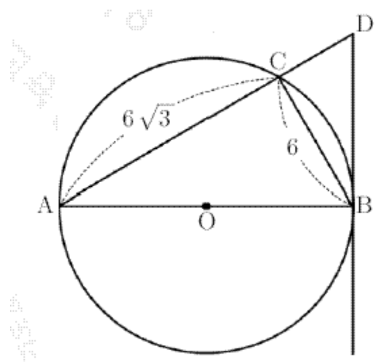
원 O_2는 직선 $x-3y+1=0$ 위의 점 C를 중심으로 하고, 원 O_1에 내접하며 x축 위의 점 B에서 x축에 접한다. 삼각형 ABC의 넓이를 $\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오.(단, p, q는 서로소인 자연수이다.)[4점]



[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

40 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 원에 내접하는 삼각형 ABC가 있다.

$\overline{AC}=6\sqrt{3}$, $\overline{BC}=6$이고, 점 B를 접점으로 하는 접선이 $\overline{AC}$의 연장선과 점 D에서 만난다. 이때 옳은 것을 다음 [보기]에서 모두 고르면?[4점]

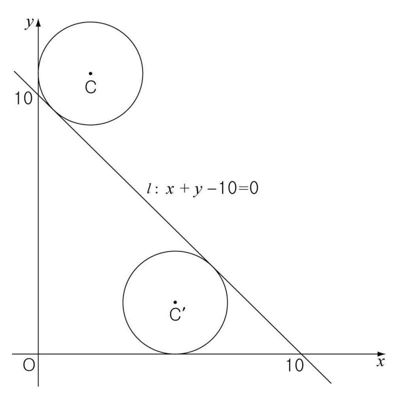


[보기]
ㄱ. 원의 반지름의 길이는 6이다. ㄴ. 호 ABC의 길이는 8π이다. ㄷ. $\angle CAB=\angle CBD$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

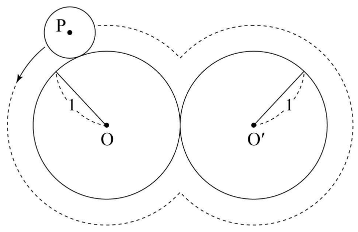
[난이도 : ★★★] [2008년 10월 학력평가]

41 그림과 같이 직선 $l: x+y-10=0$과 y축에 동시에 접하는 반지름의 길이가 2인 원 C가 있다. 원 C를 x축 방향으로 a, y축 방향으로 $-b$만큼 평행이동하였더니 그림과 같이 직선 l과 x축에 동시에 접하는 원 C'이 되었다. ab의 값을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★☆] [2007년 10월 학력평가]

42 그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{2}-1$인 원 P가 반지름의 길이가 모두 1이고 외접하는 두 원 O, O'의 둘레를 외접하면서 시계 반대 방향으로 돌아간다. 원 P가 한 바퀴 돌아 처음 출발한 자리에 왔을 때, 원 P의 중심이 움직인 거리는?[4점]



① $2\sqrt{2}\pi$ ② 3π ③ $2\sqrt{3}\pi$
④ $3\sqrt{2}\pi$ ⑤ $3\sqrt{3}\pi$

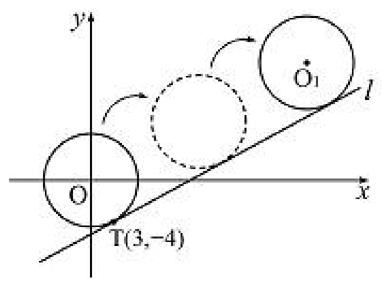
[난이도 : ★★☆] [2007년 3월 학력평가]

43 좌표평면에서 원 $x^2+y^2+6x-4y+9=0$에 직선 $y=mx$가 접하도록 상수 m의 값을 정할 때, 모든 m의 값의 합은?[3점]

① $-\frac{12}{5}$ ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ $\frac{12}{5}$

[난이도 : ★★☆] [2007년 3월 학력평가]

44 그림과 같이 원점을 중심으로 하는 원 O가 점 $T(3, -4)$에서 직선 l에 접하고 있다. 직선 l을 따라 원 O를 굴려서 생긴 원 O_1의 방정식을 $(x-a)^2+(y-b)^2=25$라 할 때, $\frac{b}{a}$의 값은?[3점]



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$

[난이도 : ★★☆] [2007년 6월 학력평가]

45 [공통]좌표평면 위의 점 $A(-2, 0)$과 중심이 C인 원 $x^2-4x+y^2=0$위를 움직이는 점 P에 대하여, $\triangle ACP$의 넓이가 자연수가 되게 하는 점 P의 개수는?[3점]

① 12 ② 13 ③ 14
④ 15 ⑤ 16

[난이도 : ★★★] [2007년 11월 학력평가]

46 원 $x^2+y^2-4x-2y=a-3$이 x축과 만나고, y축과 만나지 않도록 하는 실수 a의 값의 범위는?[4점]

① $a>-2$ ② $a\geq-1$ ③ $-1\leq a<2$
④ $-2<a\leq2$ ⑤ $-2\leq a<3$

[난이도 : ★★★] [2007년 6월 학력평가]

47 티베트의 어느 사원에는 그림과 같이 정사각형에 내접하는 큰 원과 그 원에 외접하면서 정사각형의 두 변에 접하는 작은 원 4개로 이루어진 벽화가 있다.

큰 원의 반지름의 길이가 3일 때, 작은 원의 반지름의 길이는?[4점]

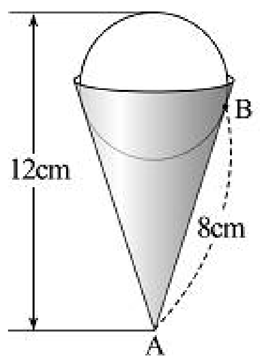
① $2-\sqrt{2}$　② $2-\sqrt{3}$　③ $6-3\sqrt{2}$
④ $6-3\sqrt{3}$　⑤ $9-6\sqrt{2}$

[난이도 : ★★★] [2007년 3월 학력평가]

48 그림은 원뿔 모양의 그릇에 구 모양의 아이스크림이 담긴 모습을 나타낸 것이다.

그릇의 꼭짓점을 A, 아이스크림이 그릇에 닿은 한 지점을 B라 하자.

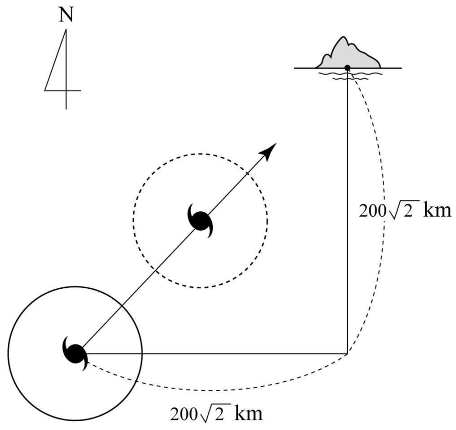
$\overline{AB}=8cm$이고 전체 높이가 $12cm$일 때, 아이스크림의 반지름의 길이는?[4점]



① $3cm$　② $\frac{10}{3}cm$　③ $\sqrt{14}cm$
④ $4cm$　⑤ $3\sqrt{2}cm$

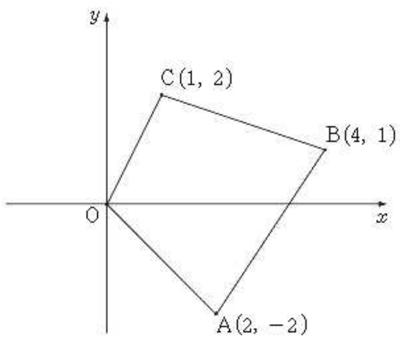
[난이도 : ★★★] [2007년 10월 학력평가]

49 반지름의 길이가 $10km$인 원 모양의 섬이 있다. 현재 태풍의 중심은 이 섬의 중심으로부터 남쪽으로 $200\sqrt{2}km$, 서쪽으로 $200\sqrt{2}km$ 떨어진 곳에서 시속 $10km$의 속력으로 북동쪽으로 진행하고 있다. 태풍의 중심에서 $30km$ 이내가 폭풍우권이라고 할 때, 처음으로 이 섬 전체가 폭풍우권에 들어가는데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하시오.(단, 폭풍우권의 크기는 일정하다.)[4점]



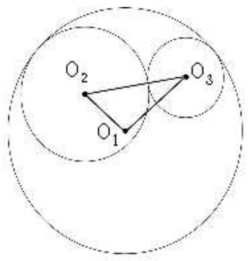
[난이도 : ★★★] [2007년 11월 학력평가]

50 원점 O와 세 점 $A(2,\ -2)$, $B(4,\ 1)$, $C(1,\ 2)$를 꼭짓점으로 하는 사각형 $OABC$의 둘레 위에 있는 임의의 점 $(x,\ y)$에 대하여 x^2+y^2-4x+4의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $39(M-m)$의 값을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★☆] [2006년 6월 학력평가]

51 세 원 C_1, C_2, C_3의 중심을 각각 O_1, O_2, O_3라 하고, 서로 외접하는 두 원 C_2, C_3가 원 C_1에 내접하고 있다. $\triangle O_1O_2O_3$의 둘레의 길이가 22일 때, 원 C_1의 넓이는?[4점]

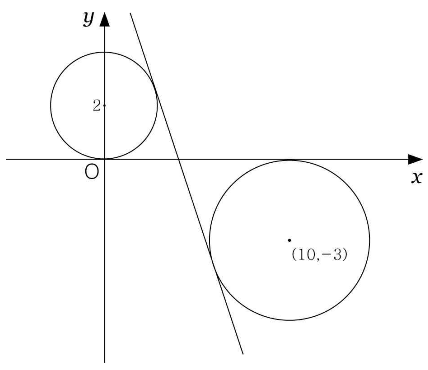


① 64π ② 81π ③ 100π
④ 121π ⑤ 144π

[난이도 : ★★☆] [2006년 10월 학력평가]

52 그림과 같이 두 원 $x^2+(y-2)^2=4$, $(x-10)^2+(y+3)^2=9$에 공통내접선을 그을 때, 공통내접선의 기울기는 $\frac{q}{p}$이다. 이때, p^2+q^2의 값을 구하시오.

(단, $\frac{q}{p}$는 0이 아닌 기약분수이다.)[3점]



[난이도 : ★★☆] [2006년 11월 학력평가]

53 다음은 "서로 다른 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$를 지름의 양끝으로 하는 원의 방정식은 $(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=$ [(가)] 이다."를 증명한 것이다.

<증명>

원의 중심의 좌표는 ([(나)], [(다)])이고

반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ 이므로

원의 방정식은 $(x-$[(나)]$)^2+(y-$[(다)]$)^2$

$=\frac{1}{4}\{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2\}$이다.

위의 식을 정리하면

$(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=$ [(가)]이다.

위의 증명에서 (가)~(다)를 바르게 짝지은 것은?[3점]

① -1 , $\frac{x_1+x_2}{2}$, $\frac{y_1+y_2}{2}$

② 0 , $\frac{x_1+x_2}{2}$, $\frac{y_1+y_2}{2}$

③ 0 , $\frac{x_1-x_2}{2}$, $\frac{y_1-y_2}{2}$

④ 1 , $\frac{x_1+x_2}{2}$, $\frac{y_1+y_2}{2}$

⑤ 1 , $\frac{x_1-x_2}{2}$, $\frac{y_1-y_2}{2}$

[난이도 : ★★★] [2006년 11월 학력평가]

54 점 $P(4, 3)$에서 원 $x^2+y^2=9$에 그은 두 접선 중 기울기가 양수인 접선의 기울기를 $\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p, q는 서로소인 자연수이다.)[4점]

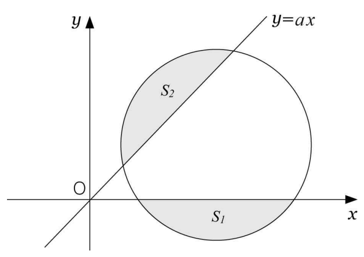
[난이도 : ★★★] [2006년 11월 학력평가]

55 원 $C_1: x^2-2x+y^2+4y+4=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원을 C_2라 하자. C_1위의 임의의 점 P와 C_2위의 임의의 점 Q에 대하여 두 점 P, Q사이의 최소 거리는?[4점]

① $2\sqrt{3}-2$ ② $2\sqrt{3}+2$
③ $3\sqrt{2}-2$ ④ $3\sqrt{2}+2$
⑤ $3\sqrt{3}-2$

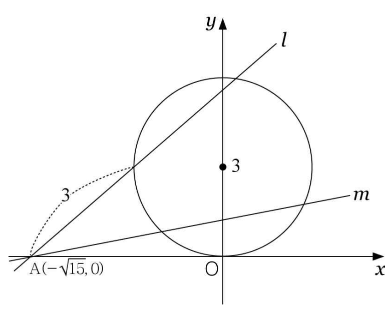
[난이도 : ★★★] [2006년 10월 학력평가]

56 그림에서 원 $(x-3)^2+(y-1)^2=4$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 직선 $y=ax$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $S_1=S_2$일 때, $100a$의 값을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★★] [2006년 10월 학력평가]

57 한 점 $A(-\sqrt{15}, 0)$에서 원 $x^2+(y-3)^2=9$에 이르는 거리가 3인 직선을 l, m이라 할 때, 두 직선 l, m의 기울기의 곱은?[4점]

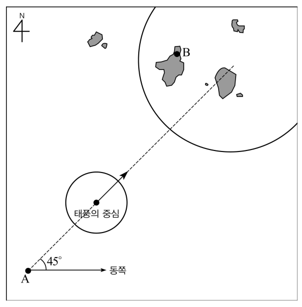


① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{6}$
④ $\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

[난이도 : ★★★] [2006년 3월 학력평가]

58 다음은 그림과 같이 적도 부근의 해상 A지점에서 발생한 태풍에 대한 정보이다.

㈎태풍의 중심은 북동쪽으로 시속 $10\sqrt{2}km$의 일정한 속력으로 이동한다. ㈏태풍의 반지름의 길이는 시간 당 $5km$씩 증가한다.



이 정보에 의하면, A지점으로부터 동쪽으로 $100km$, 북쪽으로 $150km$떨어진 B지점이 태풍의 영향권에 있는 시간은 총 몇 시간인가?

(단, 태풍은 항상 원 모양이고, 발생하는 순간의 태풍의 반지름의 길이는 $0km$이며, 태풍의 중심은 직선 방향으로 이동한다고 가정한다.

또, 원의 내부에 있는 지역을 태풍의 영향권이라 한다.)[4 점]

① $\frac{30}{7}$시간 ② 5시간 ③ $\frac{40}{7}$시간
④ $\frac{60}{7}$시간 ⑤ 9시간

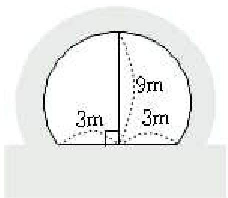
[난이도 : ★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

59 원 $x^2+y^2=9$를 x축, y축 방향으로 각각 a, b만큼 평행이동 하였더니 처음 원과 외접하였다. 이때, a^2+b^2의 값은?[3점]

① 17 ② 25 ③ 32
④ 36 ⑤ 40

[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

60 아래 그림은 터널의 입구를 나타낸 것이다. 그림의 곡선 부분을 원의 일부분으로 보았을 때, 그 원의 지름의 길이를 구하면?[3점]

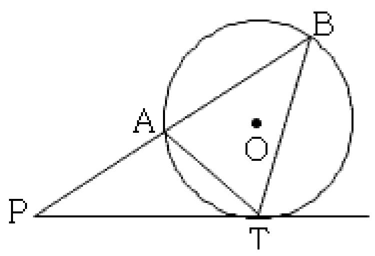


① $9+\sqrt{2}m$ ② $9+\sqrt{3}m$ ③ $10m$
④ $10+\sqrt{2}m$ ⑤ $10+\sqrt{3}m$

[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

61 다음은 원 O의 외부에 있는 한 점 P에서 이 원에 그은 접선과 할선이 원 O와 만나는 점을 각각 T, A, B라 할 때, $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$임을 증명한 것이다.

$\triangle PAT$와 $\triangle PTB$에서 $\angle PTA=$ [(가)] 이고 $\angle P$는 공통
$\therefore \triangle PAT$...[(나)]
닮음도형의 성질에 의하여 $\overline{PA}$: [(다)]$=\overline{PT}$: [(라)]
$\therefore \overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이다.



위의 증명에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 것은?[3점]

① $\angle PBT$, $\triangle ATB$, $\overline{AB}$, $\overline{PB}$
② $\angle PAT$, $\triangle PTB$, $\overline{PT}$, $\overline{AB}$
③ $\angle PAT$, $\triangle PTB$, $\overline{AT}$, $\overline{PT}$
④ $\angle PBT$, $\triangle PTB$, $\overline{PT}$, $\overline{PB}$
⑤ $\angle PBT$, $\triangle ATB$, $\overline{AT}$, $\overline{BT}$

[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

62 원 $x^2+y^2+2kx-6y+k^2=0$이 x축의 방향으로 1, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면 직선 $x-y+2=0$에 의하여 이등분된다. 이때, 상수 k의 값은?[3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

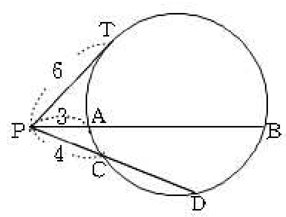
[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

63 중심이 $(2, 0)$이고 반지름이 2인 원과 직선 $y=mx+1$이 서로 다른 두 점에서 만날 때, m값의 범위는?[3점]

① $m<\frac{3}{4}$ ② $-3<m<3$
③ $m>-\frac{3}{4}$ ④ $-\frac{3}{4}<m<1$
⑤ $-1<m<0$

[난이도 : ★★☆] [2005년 5월 학력평가]

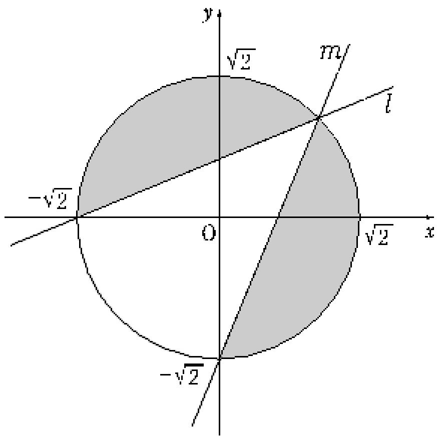
64 원의 외부의 한 점 P에서 원에 그은 접선과 두 할선이 원과 만나는 점을 각각 T, A, B, C, D라고 할 때, $\overline{AB}+\overline{CD}$의 값은?[3점]



① 14 ② 16 ③ 17
④ 18 ⑤ 21

[난이도 : ★★☆] [2005년 10월 학력평가]

65 그림과 같이 기울기가 양인 두 직선 l, m이 원 $x^2+y^2=2$위의 점 $(-\sqrt{2}, 0)$과 $(0, -\sqrt{2})$를 각각 지나고, 원 위에서 만난다. 두 직선으로 잘린 어두운 부분의 두 활꼴의 넓이가 같을 때, 직선 l, m의 기울기의 합은?[4점]

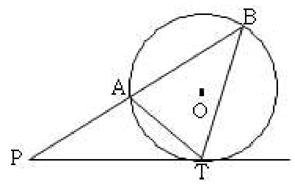


① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

66 다음은 원 O의 외부에 있는 한 점 P에서 이 원에 그은 접선과 할선이 원 O와 만나는 점을 각각 T, A, B라 할 때, $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$임을 증명한 것이다.

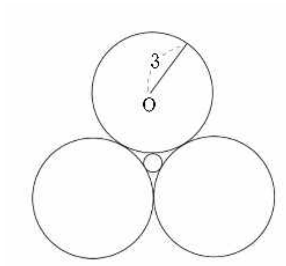
(ㄱ), (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ)에 들어갈 내용으로 옳은 것은?[3점]

> $\triangle PAT$와 $\triangle PTB$에서 $\angle PTA=$ (ㄱ)이고 $\angle P$는 공통
> $\therefore \triangle PAT \backsim$ (ㄴ)
> 닮음도형의 성질에 의하여, $\overline{PA}$: (ㄷ) $=\overline{PT}$: (ㄹ)
> $\therefore \overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이다.
>
> 
>

① $\angle PBT$, $\triangle ATB$, $\overline{AB}$, $\overline{PB}$
② $\angle PAT$, $\triangle PTB$, $\overline{PT}$, $\overline{AB}$
③ $\angle PAT$, $\triangle PTB$, $\overline{AT}$, $\overline{PT}$
④ $\angle PBT$, $\triangle PTB$, $\overline{PT}$, $\overline{PB}$
⑤ $\angle PBT$, $\triangle ATB$, $\overline{AT}$, $\overline{BT}$

[난이도 : ★★★] [2005년 11월 학력평가]

67 반지름의 길이가 3인 세 개의 원이 서로 외접해 있고, 이 세 개의 원과 동시에 외접하는 원을 그릴 때, 이 원의 반지름의 길이는?[4점]



① $2\sqrt{2}-2$ ② $2\sqrt{3}-2$ ③ $2\sqrt{3}-3$
④ $3\sqrt{2}-2$ ⑤ $3\sqrt{2}-3$

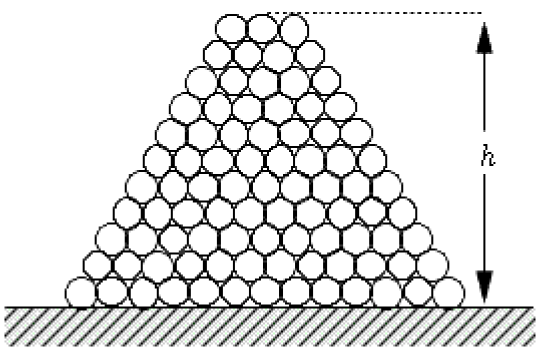
[난이도 : ★★★] [2005년 10월 학력평가]

68 두 원 $x^2+y^2=18$, $(x-2)^2+(y-2)^2=r^2$이 접할 때, r의 값은?[4점]

① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1
④ $\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

69 그림과 같이 지름의 길이가 20이고 크기가 같은 원기둥 모양의 강철관이 11단으로 쌓여 있다. 쌓아 올린 강철관의 바닥에서 최상단까지의 높이 h는 $a+b\sqrt{3}$이다. $a+b$의 값을 구하시오.(단, a, b는 유리수이다.)[4점]



[난이도 : ★★★] [2005년 5월 학력평가]

70 철수의 자전거 앞바퀴가 높이 $12cm$인 턱에 걸려 있다. 지면과 앞바퀴가 만난 지점을 A, 턱과 지면이 수직으로 만난 지점을 B라 하면, A에서 B까지의 거리는 $24cm$이다.

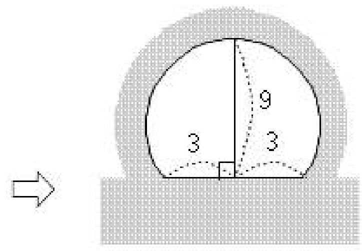
이때, 자전거 앞바퀴의 반지름의 길이는?

(단, 자전거 바퀴는 지면과 수직이고, 항상 원을 이루고 두께는 무시한다.)[4점]

① $28cm$ ② $29cm$ ③ $30cm$
④ $31cm$ ⑤ $32cm$

[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

71 그림은 터널의 출구를 나타낸 것이다. 그림의 곡선 부분이 원의 일부분이라 할 때, 원의 지름의 길이는?[4점]



① $9+\sqrt{2}$ ② $9+\sqrt{3}$ ③ 10
④ 11 ⑤ $10+\sqrt{3}$

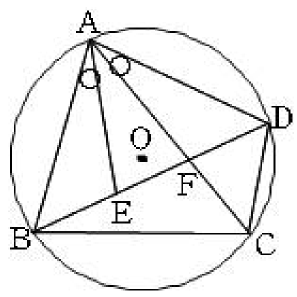
[난이도 : ★★★] [2005년 5월 학력평가]

72 [공통]원 $x^2-2x+y^2-4y-4=0$밖의 한 점 $A(7,\ 10)$에서 원 위의 임의의 점 P까지의 거리가 자연수인 점 P의 개수는?[3점]

① 7 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

[난이도 : ★★★] [2005년 5월 학력평가]

73 다음은 중심이 O인 원에 내접하는 사각형 $ABCD$에 대하여 $\overline{AB}\cdot\overline{CD}+\overline{BC}\cdot\overline{DA}=\overline{AC}\cdot\overline{BD}$가 성립함을 증명한 것이다.



$\angle BAE=\angle CAD$가 되는 점 E를 대각선 BD위에 잡으면,
$\angle ABD=\angle ACD$(호 AD에 대한 원주각)이므로
$\triangle ABE \backsim \triangle ACD$이다.
따라서, $\overline{AB}\cdot\overline{CD}=$ [(가)] ... ①
또한, $\angle BAC=$ [(나)], $\angle ACB=\angle ADE$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle AED$이다.
따라서, $\overline{BC}\cdot\overline{AD}=$ [(다)] ... ②
① 과 ②를 같은 변끼리 더하면
$\overline{AB}\cdot\overline{CD}+\overline{BC}\cdot\overline{DA}=\overline{AC}\cdot(\overline{BE}+\overline{ED})=\overline{AC}\cdot\overline{BD}$
그러므로, $\overline{AB}\cdot\overline{CD}+\overline{BC}\cdot\overline{DA}=\overline{AC}\cdot\overline{BD}$가 성립함을 알 수 있다.

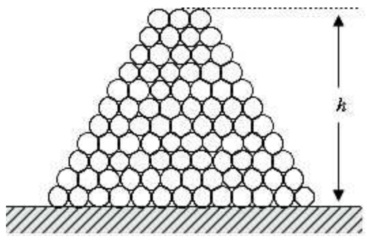
위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 내용을 바르게 짝지은 것은?[4점]

① $\overline{AC}\cdot\overline{BE}$, $\angle EAD$, $\overline{AC}\cdot\overline{ED}$
② $\overline{AC}\cdot\overline{BE}$, $\angle EAD$, $\overline{AB}\cdot\overline{ED}$
③ $\overline{AC}\cdot\overline{AE}$, $\angle EAD$, $\overline{AC}\cdot\overline{ED}$
④ $\overline{AC}\cdot\overline{AE}$, $\angle CDA$, $\overline{AB}\cdot\overline{ED}$
⑤ $\overline{AD}\cdot\overline{BE}$, $\angle CDA$, $\overline{AB}\cdot\overline{ED}$

[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

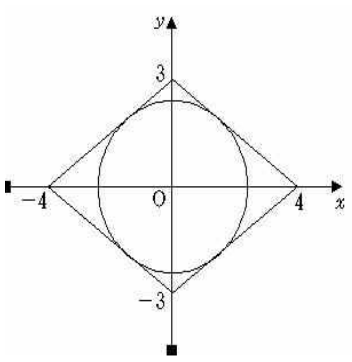
74 아래 그림과 같이 지름의 길이가 20이고 크기가 같은 원기둥 모양의 강철관이 11단으로 쌓여 있다. 쌓아 올린 강철관의 바닥에서 최상단까지의 높이 h는 $a+b\sqrt{3}$이다.

이때, $a+b$의 값을 구하시오.(단, a, b는 유리수이다.)[4점]



[난이도 : ★★☆] [2004년 10월 학력평가]

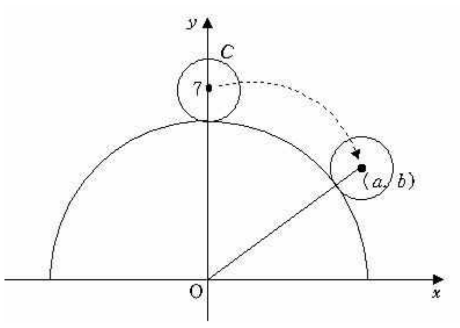
75 그림과 같이 마름모에 내접하는 원의 둘레의 길이는?[3점]



① $\frac{19}{5}\pi$ ② $\frac{21}{5}\pi$ ③ $\frac{22}{5}\pi$
④ $\frac{23}{5}\pi$ ⑤ $\frac{24}{5}\pi$

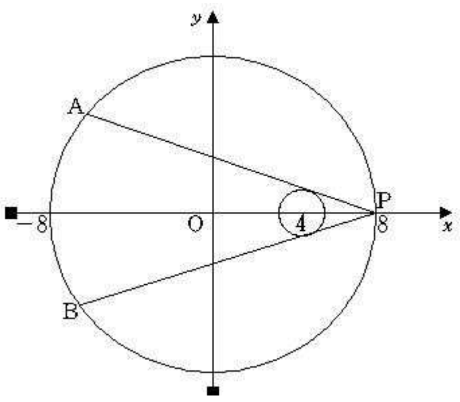
[난이도 : ★★★] [2004년 10월 학력평가]

76 원점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 6인 반원 위에 그림과 같이 중심이 $(0,\ 7)$인 원 C가 외접하며 미끄러지지 않고 한 바퀴 굴러온 원의 중심을 $(a,\ b)$라 할 때, $\sqrt{3}a+b$의 값을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★★] [2004년 10월 학력평가]

77 원 $x^2+y^2=64$위의 한 점 $P(8,\ 0)$에서 원 $(x-4)^2+y^2=1$에 그은 두 접선이 원 $x^2+y^2=64$와 만나는 점을 각각 $A,\ B$라 할 때, $\overline{AB}$의 길이의 제곱을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★★] [2004년 10월 학력평가]

78 어느 회사의 생산공장 $A,\ B,\ C$가 A로부터 B공장은 동쪽으로 $1km$, 북쪽으로 $1km$떨어진 곳에 있고, C공장은 서쪽으로 $6km$, 북쪽으로 $8km$떨어진 곳에 있다.

새로 지을 자재 창고가 세 공장으로부터 같은 거리에 위치할 때, 공장으로부터 자재 창고까지의 거리는 몇 km인지 구하시오.[4점]

정답 및 해설

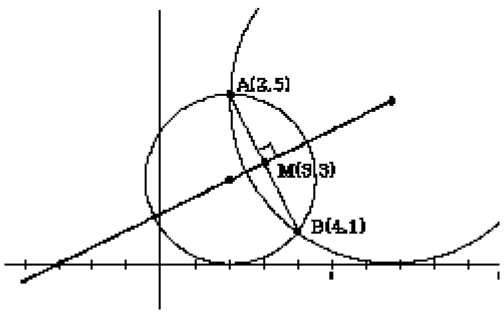
3.원의 방정식

중단원 기출문제

1) 답 : -3

[해설]

두 원의 중심을 지나는 직선은 두 원의 공통현의 수직이등분선이다.



$\overline{AB}$의 중점을 M이라 하면, $M(3,3)$이고, 직선 AB의 기울기는 $1-\dfrac{5}{4-2}=-2$이므로 수직이등분선의 기울기는 $\dfrac{1}{2}$이다.

따라서 중심을 지나는 직선은 점 M을 지나고 기울기가 $\dfrac{1}{2}$인 직선이므로,

그 방정식은 $y-3=\dfrac{1}{2}(x-3)$

공통외접선은 바로 x축이므로 이 직선의 방정식에 $y=0$을 대입하면

$-3=\dfrac{1}{2}(x-3)$에서 $x=-3$

[정답] -3

2) 답 : ②

[해설]

주어진 원이 x축에 접하므로

그 방정식은 $(x-a)^2+(y-b)^2=b^2$

$\therefore\ x^2+y^2-2ax-2by+a^2=0$

이 원이 두 점 $A(0,5)$, $B(8,1)$을 지나므로

$a^2-10b+25=0$ ... ①

$a^2-16a-2b+65=0$ ... ②

② $\times 5$ -①에서

$4a^2-80a+300=0$

$4(a-5)(a-15)=0$

그런데 $0\le a\le 8$이므로 $a=5$이고 이때, ①에서 $b=5$이다.

한편, 직선 AB의 방정식은 $y-5=\dfrac{1-5}{8-0}(x-0)$

$\therefore\ x+2y-10=0$

따라서, 원의 중심 $(5,5)$와 직선 AB사이의 거리 d를 구하면

$$d=\frac{|5+2\cdot 5-10|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\sqrt{5}$$

3) 답 : ②

[해설]

선분 AB가 지름이므로

$\angle P=90^\circ$

$\therefore\ \overline{PA}^2+\overline{PB}^2=\overline{AB}^2=a^2$

또한, $\triangle BPM$에 대하여 $\overline{BM}^2=\overline{BP}^2+\overline{PM}^2$

마찬가지로 $\triangle APN$에서 $\overline{AN}^2=\overline{AP}^2+\overline{PN}^2$

$\therefore\ \overline{AN}^2+\overline{BM}^2=\overline{AP}^2+\overline{BP}^2+\overline{PN}^2+\overline{PM}^2$

$=\overline{AP}^2+\overline{BP}^2+\left(\dfrac{1}{2}\overline{PB}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\overline{PA}\right)^2$

$=\dfrac{5}{4}\left(\overline{AP}^2+\overline{BP}^2\right)=\dfrac{5}{4}a^2$

따라서, 산술평균과 기하평균에 의하여

$$\frac{\overline{AN}^2+\overline{BM}^2}{2}\ge\sqrt{\overline{AN}^2\cdot\overline{BM}^2}=\overline{AN}\cdot\overline{BM}$$

$$\frac{5}{8}a^2=\frac{1}{2}\left(\frac{5}{4}a^2\right)\ge\overline{AN}\cdot\overline{BM}$$

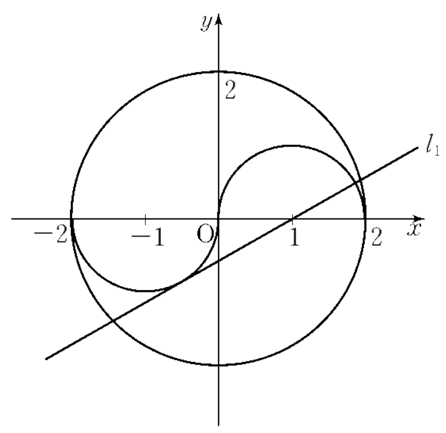
4) 답 : ②

[해설]

그림에서 l_1은 직선 $y=a(x-1)$이 원 $(x+1)^2+y^2=1$에 접하는 것이므로

원의 중심 $(-1,0)$에서 직선 $a(x-1)-y=0$에 이르는 거리 d는

$d=\dfrac{|-2a|}{\sqrt{a^2+1}}=1$이므로 $|2a|=\sqrt{a^2+1}$



$3a^2=1\ \therefore\ a=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\ (\because a>0)$

$\therefore\ 0<a<\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

5) 답 : ⑤

[해설]

$\triangle PAB$의 넓이가 최대가 될 때는 그림과 같이 점 P에서의 접선이 직선 AB와 평행할 때이다.

즉, 점 P와 중심 $C(-8,6)$을 지나는 직선의 방정식은

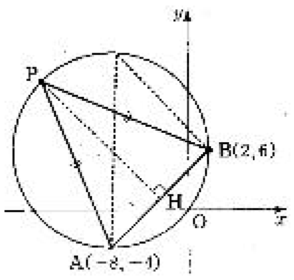
중심 $C(-8,6)$을 지나며 직선 AB에 수직인 직선의 방정식과 같다.

이때, 직선 AB의 기울기는 1이므로

$y=-(x+8)+6\ =-x-2$

따라서, $a=-1$, $b=-2$이므로

$a+b=-3$



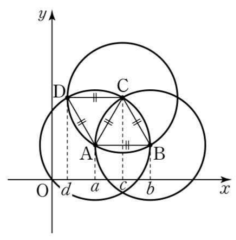
6) 답 : ④

[해설]

아래 그림에서 알 수 있듯이 점 A, B, C, D에 대하여,

각각의 x좌표 a, b, c, d의 크기는

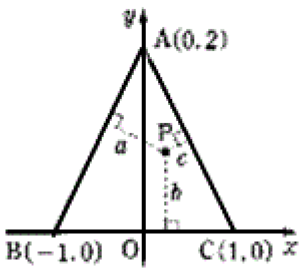
$\therefore\ d < a < c < b$



7) 답 : ②

[해설]

직선 AB의 방정식은 $2x-y+2=0$, 직선 AC의 방정식은 $2x+y-2=0$



$P(x,y)$라 하면 주어진 조건에서

$Y \le 2x+2,\ Y \le -2X+2,\ Y \ge 0 \ldots$(i)

$a = \dfrac{|2X-Y+2|}{\sqrt{5}} = \dfrac{2X-Y+2}{\sqrt{5}}$,

$b = Y$,

$c = \dfrac{|2X+Y-2|}{\sqrt{5}} = \dfrac{-2X-Y+2}{\sqrt{5}}$

이것을 $4b = 5(a+c)^2$에 대입하여 정리하면

$4Y = 5\left(\dfrac{-2Y+4}{\sqrt{5}}\right)^2$이며 정리하면

$4Y = 4Y^2 - 16Y + 16$

$Y^2 - 5Y + 4 = 0 \rightarrow (Y-1)(Y+4) = 0$

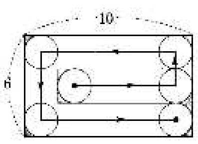
$\therefore\ Y = 1, 4$

$Y=4$는 영역 i)에 속하지 않으므로 $Y=1$

따라서, x축에 평행인 선분

8) 답 : ③

[해설]



반지름의 길이가 1인 원이 화살표 방향을 따라 이동할 때 지나지 않는 부분은

위의 그림에서 어두운 부분이다.

따라서, 그 넓이는 한 변의 길이가 2인 정사각형에서 반지름의 길이가 1인 원을

제외한 부분의 넓이의 2배와 같다.

$\therefore\ 2(4-\pi)$

9) 답 : ③

[해설]

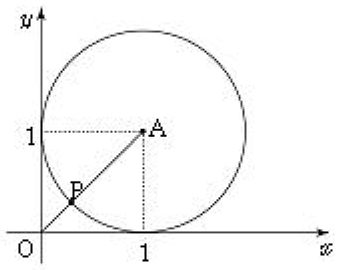
[출제 의도] 도형의 평행이동을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

삼각형 OAB가 정삼각형이므로 $\overline{OB} = \overline{AB}$에서

$\sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{(a-1)^2+(b-1)^2}$이므로 정리하면

$a+b=1$

평행이동된 원과 선분 OA를 좌표평면 위에 나타내면 그림과 같다.



$\therefore\ \overline{OP} = -1+\sqrt{2}$

10) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 원과 직선의 위치 관계 이해하기

직선 $y = \sqrt{2}x + k$가 원 $x^2+y^2=4$에 접하므로

원의 중심 $(0,0)$에서 직선 $\sqrt{2}x - y + k = 0$에 이르는 거리는 2이다.

$\dfrac{|k|}{\sqrt{2+1}} = 2$

$\therefore\ k = 2\sqrt{3}$ 또는 $k = -2\sqrt{3}$

따라서 $k>0$이므로 $k = 2\sqrt{3}$

11) 답 : 5

[해설]

[출제 의도] 고차방정식을 이용하여 수학 내적문제 해결하기

$\overline{PA}^2 = \overline{PB}\cdot\overline{PC}$이므로

$(2\sqrt{6}x)^2 = (x^2-x+4)(x^2+x+4)$이다.

즉, $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$

$x^2 = t$로 치환하면

$t^2 - 17t + 16 = (t-1)(t-16) = 0$

$\therefore\ t=1, t=16$

$x^2=1, x^2=16$이므로

$x=1, x=4\ (\because\ x>0)$

따라서 모든 x값의 합은 5이다.

12) 답 : ②

[해설]

중심이 직선 $y=x-1$위에 있는 원이 y축에 접하므로

중심의 좌표는 $(a, a-1)$, 반지름의 길이는 $|a|$이다.

원의 방정식은 $(x-a)^2+(y-a+1)^2=a^2$이고

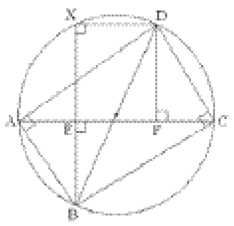
이 원이 점 $(3, -1)$을 지나므로

$$(3-a)^2+(-1-a+1)^2=a^2$$

$\therefore$ 반지름의 길이는 3

13) 답 : ④

[해설]



□$ABCD$는 $\angle A+\angle C=180^\circ$이므로 원에 내접한다.

$\overline{BE}$의 연장선이 원과 만나는 점을 X라 하면 $\overline{BD}$가 지름이므로

$\angle DXB=90^\circ$이다.

따라서 사각형 $XEFD$는 직사각형이므로

$\overline{XE}=\overline{DF}$이다.

원과 비례의 성질에 의하여

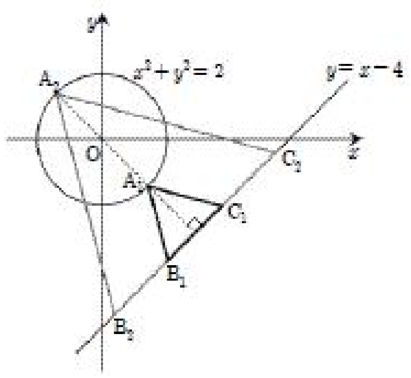
$\overline{AE}\cdot\overline{EC}=\overline{XE}\cdot\overline{EB}$이다.

$$\overline{DF}=\overline{XE}=\frac{\overline{AE}\cdot\overline{EC}}{\overline{EB}}=\frac{q}{p}=\frac{21}{5}\text{ 이다.}$$

14) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]좌표평면에서 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



원 위를 움직이는 점 A와 직선 사이의 거리를 구하고자 하는 정삼각형의 높이이고, 원점과 직선 사이의 거리는 $\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$이다.

정삼각형의 넓이가 최소일 때의 삼각형은 그림의 삼각형 $A_1B_1C_1$이고 높이는 $2\sqrt{2}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$, 최대일 때는 삼각형 $A_2B_2C_2$이고 높이는 $2\sqrt{2}+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$이다.

두 삼각형의 닮음비가 $\sqrt{2}:3\sqrt{2}=1:3$이므로 넓이의 비는 $1^2:3^2=1:9$이다.

15) 답 : ④

[해설]

$\overline{OP}=\overline{OQ}=\overline{PQ}=2$이므로 점 O에서

직선 $\overline{PQ}$까지의 거리 d는 $\sqrt{3}$이다.

$d=\frac{|-a|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{3}$이므로 $a=\pm\sqrt{15}$이다.

$\therefore a=\sqrt{15}$ ($\because a>0$)

16) 답 : ⑤

[해설]

ㄱ. A, B가 y축 위의 점이므로 원의 방정식에 $x=0$을 대입하면 $A(0,8)$, $B(0,-8)$ $\therefore$ $\overline{AB}=16$ (참)

ㄴ. $\angle AQ_2B=\angle AQ_1B$이므로

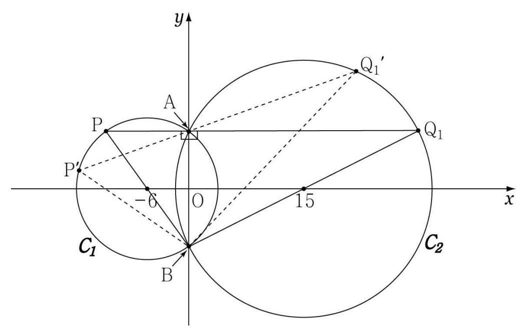
$\angle PQ_2A=\angle PQ_1B$, $\angle Q_1PQ_2$은 공통

따라서 $\triangle PAQ_2 \backsim \triangle PBQ_1$ (참)

ㄷ. $\overline{PB}$가 원 C_1의 지름이 되는 점 P에 대하여 직선 PA가 원 C_2와 만나는 점을 Q_1이라 할 때, $\overline{BQ_1}$은 원 C_2의 지름이다.

($\because$ $\angle PAB=90^\circ$, 세 점 P, A, Q_1은 일직선 위에 있으므로 $\angle Q_1AB=90^\circ$)

원 C_1위에 P와 다른 한 점 P'에 대하여 직선 $P'A$가 원 C_2와 만나는 점을 $Q_{1'}$이라 하면



$\angle APB=\angle AP'B$, $\angle AQ_1B=\angle AQ_{1'}B$이다.

$\because$ 동일한 호에 대한 원주각)

따라서 $\triangle PBQ_1 \backsim \triangle P'BQ_{1'}$이므로 $\overline{PB}$, $\overline{Q_1B}$가 지름일 때

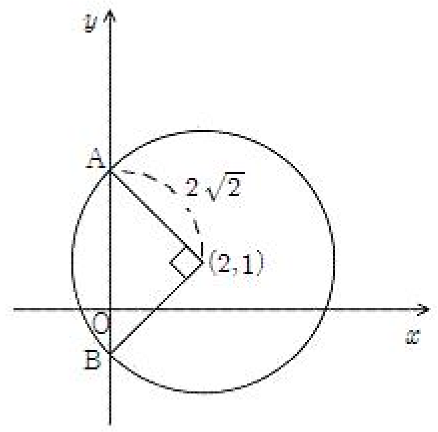
$\overline{PQ_1}$이 최대가 된다. 이때 직선 PQ_1의 방정식은 $y=8$이다.

따라서 $P(-12,8)$, $Q_1(30,8)$이다.

그러므로 $\overline{PQ_1}=42$ (참)

17) 답 : ④

[해설]



그림에서 $\overline{AB}=4$이고 원의 반지름의 길이는

$\sqrt{5-k}=2\sqrt{2}$이므로 $k=-3$이다.

따라서 $\overline{AB}+k=1$

18) 답 : 6

[해설]

[출제 의도]원과 직선의 위치 관계를 이해하여 문제 해결하기

직선 $\sqrt{3}x-y+k=0$이 원 $x^2+(y-3)^2=16$에 접하므로

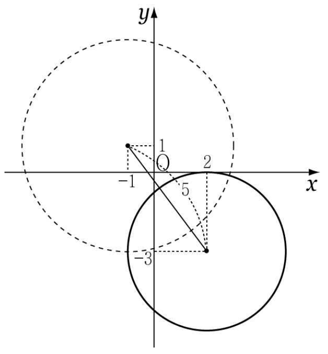
원의 중심 $(0,3)$에서 직선까지의 거리는 반지름의 길이 4와 같다.

그러므로 $\frac{|k-3|}{\sqrt{3+1}}=4$에서 $|k-3|=8$이므로

$k=-5$ 또는 $k=11$ 이다.
따라서 모든 실수 k의 값의 합은 6

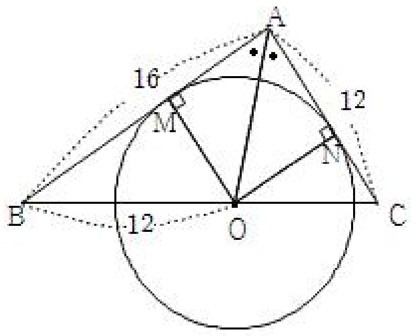
19) 답 : ⑤

[해설]
두 원의 중심거리는
$\sqrt{(-1-2)^2+(1+3)^2}=\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$ 이고,
두 원이 만나야 하므로
$|r-3|\le 5 \le r+3$,
$\therefore\ 2\le r\le 8$
따라서 r의 최댓값과 최솟값의 합은 10 이다.



20) 답 : ③

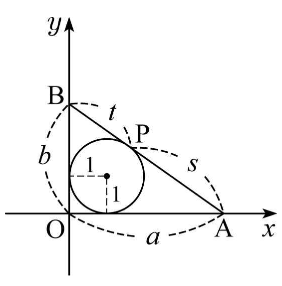
[해설]



$\triangle OAM\equiv\triangle OAN$ 이므로 $\angle OAM=\angle OAN$
따라서, $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BO}:\overline{OC}$ 이므로
$16:12=12:\overline{OC}$
$\therefore\ \overline{OC}=9$

21) 답 : ⑤

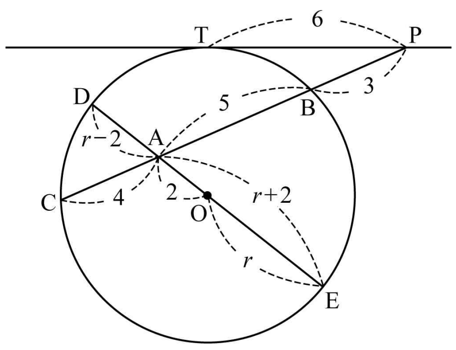
[해설]
[출제 의도]원의 접선의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.
원 밖의 점에서 그은 두 접선의 접점까지의 거리는 같으므로
$\overline{AP}=s=a-1,\ \overline{BP}=t=b-1$



ㄱ. $\overline{AP}:\overline{BP}=s:t=(a-1):(b-1)$ (거짓)
ㄴ. $\overline{AB}=s+t=(a-1)+(b-1)=a+b-2$
삼각형 OAB에 피타고라스의 정리를 적용하면
$a^2+b^2=(a+b-2)^2$
$\frac{1}{2}ab=a+b-1$
따라서 $ab=14$ 이면 $a+b=8$ 이다.(참)
ㄷ. $st=(a-1)(b-1)=ab-a-b+1=ab-\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}ab$ 이므로
삼각형 OAB의 넓이는 st 이다.(참)
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

22) 답 : 24

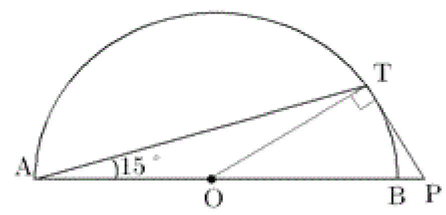
[해설]
[출제 의도]할선과 접선의 길이 사이의 비례 관계를 활용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.
선분 AB의 연장선을 그어 점 B가 아닌 원 O와의 교점을 C라 하고,
선분 AO의 연장선과 원 O와의 교점을 각각 D, E라 하자.



$\overline{PT}^2=\overline{PB}\cdot\overline{PC}$ 이므로
$6^2=3(3+5+\overline{AC})$
$36=24+3\overline{AC}$
$3\overline{AC}=12$
$\therefore\ \overline{AC}=4$
$\overline{AD}=r-2,\ \overline{AE}=r+2$
$\overline{AB}\cdot\overline{AC}=\overline{AD}\cdot\overline{AE}$ 이므로
$5\times 4=(r-2)(r+2)$
$20=r^2-4$
$\therefore\ r^2=24$

23) 답 : 25

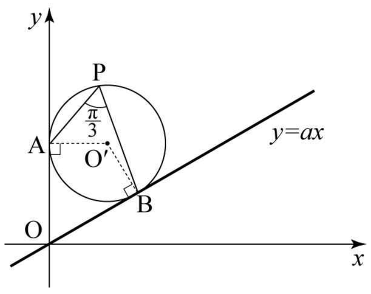
[해설]



반원의 중심을 O라 하면 호 BT의 원주각의 크기가 15° 이므로 $\angle TOP=30^\circ$ 이다.
$\overline{OT}\perp\overline{PT},\ \overline{OT}=5\sqrt{3}$ 이므로 삼각비에 의해 $\overline{PT}=5$
원에서의 비례관계에 의해 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PT}^2=25$

24) 답 : ①

[해설]
[출제 의도]원의 성질 이해하기



원의 중심을 O'라 할 때,

$\angle AO'B=\frac{2}{3}\pi$이고, $\angle OAO'=\angle OBO'=\frac{\pi}{2}$,

사각형 $AOBO'$의 내각의 합이 2π이므로

$\angle AOB=\frac{\pi}{3}$

따라서, x축의 양의 방향과 직선이 이루는 각은 $\frac{\pi}{6}$이므로

직선의 기울기 a는 $\therefore\ a=\tan\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

25) 답 : 25

[해설]

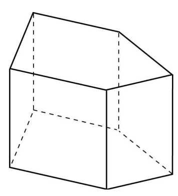
[출제 의도]전개도로 만들 수 있는 입체도형의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

주어진 전개도의 입체도형은 오각기둥이다.

오각기둥의 모서리의 개수는 15개이고 꼭짓점의 개수는 10개이므로

$a=15,\ b=10$이다.

따라서 $a+b=25$



26) 답 : 70

[해설]

[출제 의도]원과 직선의 위치관계를 이해하기

아래 그림과 같이

ⅰ)직선 $y=ax+b$가 이차 함수 $y=2x^2$의 그래프에 접하므로

이차 방정식 $2x^2-ax-b=0$의 판별식은 $D=0$이다.

그러므로 $a^2=-8b\cdots$①

ⅱ)직선 $y=ax+b$가 원 $x^2+(y+1)^2=1$에 하므로

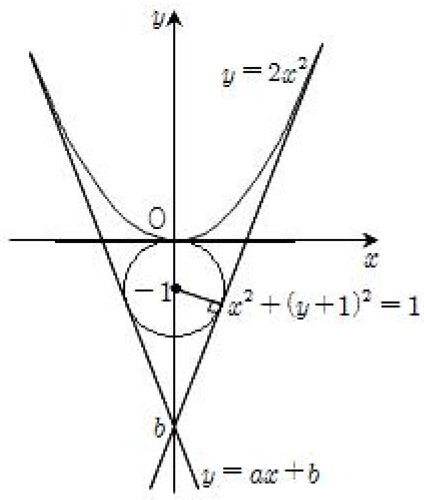
$\frac{|1+b|}{\sqrt{a^2+1}}=1$이다.

그러므로 $a^2+1=b^2+2b+1\cdots$②

① , ②를 연립하여 풀면,

$b=-10\,(b<0),\ a^2=80$이다.

따라서 $a^2+b=70$



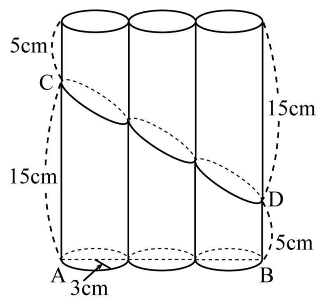
27) 답 : 27

[해설]

[출제 의도]도형의 대칭성을 이해하고, 이를 이용하여 입체도형의 부피를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

문제에서 주어진 입체도형과 같은 입체도형을 뒤집어 붙이면

그림과 같이 반지름의 길이가 $3\ cm$이고, 높이가 $20\ cm$인 원기둥 3개가 된다.



원기둥 3개의 부피는

3 × (밑넓이) × (높이)

$=3\times(\pi\times 3^2)\times 20=540\pi$

따라서 주어진 입체도형의 부피 $V\ cm^3$는

$V=540\pi\div 2=270\pi$

$\therefore\ \frac{V}{10\pi}=27$

28) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]원주각의 크기와 호의 길이 사이의 관계를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

반지름의 길이가 $9\ cm$에서 원주는 $18\pi\ cm$이다.

점 D에서 선분 AB에 평행한 선을 긋고 원과의 교점을 E라 하면,

평행선의 성질에 의해서 $\angle EDC=30^\circ$

중심각의 크기는 원주각의 크기의 두 배이므로

호 $EC=18\pi\times\frac{60^\circ}{360^\circ}=3\pi$

호 $AE+$ 호 $BD=18\pi-(4\pi+6\pi+3\pi)=5\pi$

평행선의 성질에 의해서

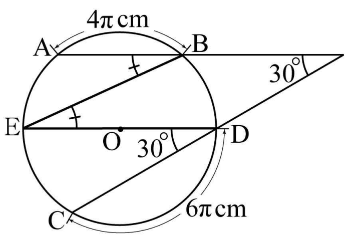
$\angle ABE=\angle BED$

호 $AE=$ 호 $BD=\frac{5}{2}\pi$

$\therefore$ 호 $AC=$ 호 $AE+$ 호 EC

$=\frac{5}{2}\pi+3\pi$

$$=\frac{11}{2}\pi$$



[다른 풀이]

$\angle BAD = a^{\circ}$ 라 하면

$\angle ADC = a^{\circ} + 30^{\circ}$

중심각의 크기는 원주각의 두 배이므로

(부채꼴 BOD의 중심각의 크기) $=2a^{\circ}$

(부채꼴 AOC의 중심각의 크기) $=2a^{\circ}+60^{\circ}$

반지름의 길이가 $9\ cm$에서 원주는 $18\pi cm$이다.

호 AC+ 호 $BD = 18\pi \times \frac{4a^{\circ}+60^{\circ}}{360^{\circ}}$

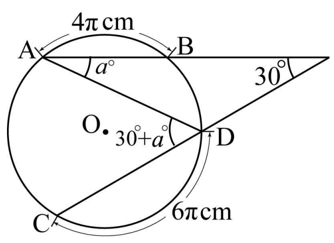
호 AC+ 호 $BD = 18\pi - (4\pi + 6\pi) = 8\pi$이므로

$$18\pi \times \frac{4a^{\circ}+60^{\circ}}{360^{\circ}} = 8\pi$$

계산하면 $a^{\circ} = 25^{\circ}$

(부채꼴 AOC의 중심각의 크기) $=110^{\circ}$

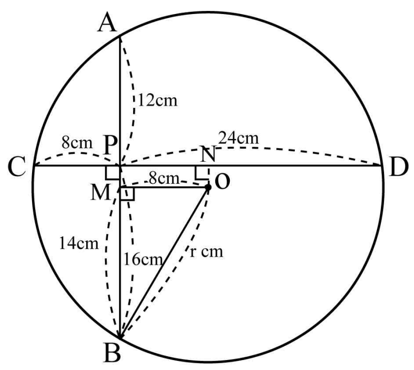
$\therefore$ 호 $AC = 18\pi \times \frac{110^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{11}{2}\pi\,(cm)$



29) 답 : 260

[해설]

[출제 의도]원의 성질과 피타고라스 정리를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.



두 현 AB와 CD의 교점이 P일 때,

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$이므로

$12 \times 16 = \overline{PC} \times 24$

$\therefore\ \overline{PC} = 8$

원의 중심 O에서 두 현 AB와 CD에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하자.

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$$\overline{AM} = \overline{BM} = \frac{12+16}{2} = 14$$

$$\overline{CN} = \overline{DN} = \frac{8+24}{2} = 16$$

$\overline{OM} = \overline{NP} = \overline{CN} - \overline{PC} = 16 - 8 = 8$

$\overline{OB} = r$라 하면

직각삼각형 OMB에 피타고라스의 정리를 적용하면

$$r^2 = 8^2 + 14^2 = 64 + 196 = 260$$

30) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]도형의 평행이동을 이해하고 원과 직선의 위치관계를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

원 $x^2+y^2=1$을 x축의 방향으로 a만큼 평행이동하면

$(x-a)^2+y^2=1$이 되고

이 원이 직선 $3x-4y-4=0$에 접하려면

원의 중심 $(a,0)$에서 직선 $3x-4y-4=0$에 이르는 거리 d가

원의 반지름의 길이 1과 같아야 한다. 즉,

$$d = \frac{|3a-4|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = 1,$$

$|3a-4| = 5,$

$3a-4 = \pm 5$

$\therefore\ a=3\ (\because\ a>0)$

31) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 도형의 평행이동을 이해하고 원과 직선의 위치관계를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

원 $x^2+y^2=1$을 x축의 방향으로 a만큼 평행이동하면

$(x-a)^2+y^2=1$이 되고

이 원이 직선 $3x-4y-4=0$에 접하려면

원의 중심 $(a,0)$에서 직선 $3x-4y-4=0$에 이르는 거리 d가 원의 반지름의 길이 1과 같아야 한다. 즉,

$$d = \frac{|3a-4|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = 1 \Leftrightarrow |3a-4| = 5 \Leftrightarrow 3a-4 = \pm 5$$

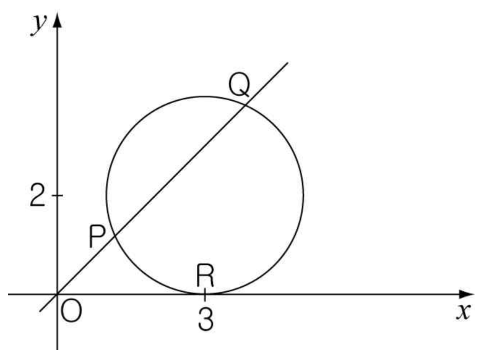
$\therefore\ a=3\ (a>0)$

32) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]할선의 성질을 이용하여 원과 직선사이의 관계에 대한 문제 해결하기

원의 방정식은 $(x-3)^2+(y-2)^2=2^2$



원이 x축과 접하고 접점을 R이라 하면

할선과 접선의 성질에 의해

$\overline{OP}\cdot\overline{OQ}=\overline{OR}^2=3^2$

$\therefore\ \overline{OP}\cdot\overline{OQ}=9$

33) 답 : 4

[해설]

[출제 의도]두 원의 위치 관계 이해하기

두 원 $x^2+y^2=20$과 $(x-a)^2+y^2=4$의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$2ax=a^2+16$이다.

$2ax=a^2+16$이 원 $(x-a)^2+y^2=4$의 중심 $(a,0)$을 지날 때, 공통현의 길이가 최대가 된다.

$2a^2=a^2+16$

$\therefore\ a=4\ (a>0)$

34) 답 : 20

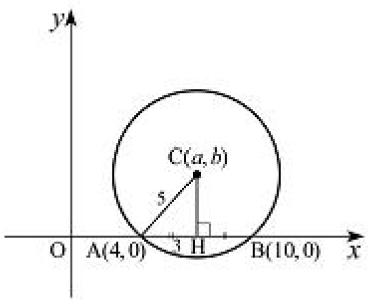
[해설]

[출제 의도] 원의 방정식을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

원의 중심 $C(a,b)$에서 현 AB에 수선의 발 H를 내리면

$\overline{AH}=3,\ r=5\ \therefore\ \overline{CH}=4$

따라서 원의 방정식은 $(x-7)^2+(y-4)^2=5^2$



원점 O에서 원 위의 점 P까지의 거리의 최솟값은 $\sqrt{7^2+4^2}-5$,

최댓값은 $\sqrt{7^2+4^2}+5$

$\therefore\ \sqrt{65}-5\le\overline{OP}\le\sqrt{65}+5$

선분 OP의 길이가 될 수 있는 정수는 $4, 5, \cdots, 13$의 10(개)이고, 각각에 대하여 점 P는 2개씩 존재한다.

따라서 선분 OP의 길이가 정수가 되는 점 P의 개수는 20(개)이다.

35) 답 : ②

[해설]

원의 방정식

$x^2+y^2-2x+4y+2k=0$

$(x-1)^2+(y+2)^2=5-2k$

방정식이 원이 되려면 반지름이 양수이어야 하므로 $5-2k>0$

$\therefore\ k<\dfrac{5}{2}$

따라서 자연수 k의 개수는 2이다.

36) 답 : ③

[해설]

원과 직선의 위치관계

접점을 $P(x_1,y_1)$이라고 하면 접선의 방정식은 $x_1x+y_1y=1$

이 접선이 점 $A(2,1)$를 지나므로

$2x_1+y_1=1\cdots$ ①

접점 $P(x_1,y_1)$은 원 $x^2+y^2=1$위에 있으므로

$x_1^2+y_1^2=1\cdots$ ②

① 과 ②을 연립해서 풀면 $\begin{cases}x_1=0\\y_1=1\end{cases}$또는 $\begin{cases}x_1=\dfrac{4}{5}\\y_1=-\dfrac{3}{5}\end{cases}$

접선의 방정식은 $y=1$또는 $4x-3y-5=0$

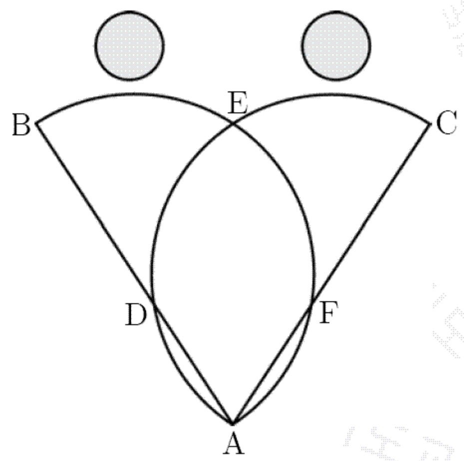
두 접선과 y축과의 교점은 각각 $B(0,1)$, $C\left(0,\ -\dfrac{5}{3}\right)$이다.

따라서 삼각형 ABC의 넓이는 $\dfrac{8}{3}$이다.

37) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]원주각의 성질과 닮음을 이용하여 문제 해결하기



$\angle BAE=\angle DAE$(공통각)이므로 $\widehat{BE}=\widehat{DE}$

따라서 $\overline{BE}=\overline{DE}$이므로 $\triangle BDE$는 이등변삼각형이다.

E에서 선분 BD에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BD}\perp\overline{EH},\ \overline{BH}=\overline{DH}$이다.

$\angle AEB=90^\circ$ (반원에 대한 원주각)이므로

$\triangle AEB$는 직각삼각형이다.

$\triangle AEB$와 $\triangle EHB$는 닮음 삼각형이다.

$\overline{BE}^2=\overline{BH}\cdot\overline{BA}$에서 $\overline{BE}=x$라 하면 $x^2=\dfrac{15}{2}$

$\therefore\ x=\dfrac{\sqrt{30}}{2}$

38) 답 : 7

[해설]

[출제 의도]원과 직선의 위치 관계 이해하기

[해설] $x^2+y^2=4$와 $y=ax+2\sqrt{b}$를 연립하면

$x^2+\left(ax+2\sqrt{b}\right)^2=4$이며 정리하면

$(1+a^2)x^2+4a\sqrt{b}x+4b-4=0$

원과 직선이 접하려면

$\dfrac{D}{4}=\left(2a\sqrt{b}\right)^2-4\left(1+a^2\right)(b-1)=4a^2-4b+4=0$

$\therefore\ b=a^2+1$

10보다 작은 자연수 a, b에 대해 $b=a^2+1$인

(a,b)는 $(1,2)$와 $(2,5)$이므로 b의 모든 값의 합은 7이다.

[별해]원의 중심 $(0,0)$에서 직선 $ax-y+2\sqrt{b}=0$까지의

거리는 $\dfrac{|2\sqrt{b}|}{\sqrt{a^2+1}}=2$ 이므로 $b=a^2+1$

39) 답 : 35

[해설]

원 O_2의 중심을 $C(a, b)$라고 하면

원 O_2는 x축에 내접하므로 반지름이 b이고

중점 C가 직선 $x-3y+1=0$위에 있으므로

$a-3b+1=0$이다.

원 O_2는 원 O_1에 내접하므로

두 원의 중심 사이의 거리가 반지름의 차와 같다.

$\overline{OC}=\sqrt{a^2+b^2}=1-b$

$a=3b-1$를 식 $\sqrt{a^2+b^2}=1-b$에 대입하여 풀면

$a=\dfrac{1}{3},\ b=\dfrac{4}{9}$ 이다.

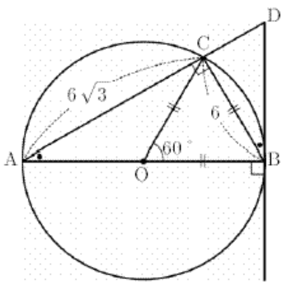
그러므로 세 점 $A(-1,0),\ B\left(\dfrac{1}{3},0\right),\ C\left(\dfrac{1}{3},\dfrac{4}{9}\right)$을

꼭짓점으로 갖는 삼각형 ABC의 넓이는 $\dfrac{8}{27}$

$\therefore\ p+q=35$

40) 답 : ⑤

[해설]



ㄱ. $\angle ACB=90^\circ$ (반원에 대한 원주각)

$\triangle ABC$는 직각삼각형이다.

피타고라스의 정리에 의해 $\overline{AB}=12$

따라서, 원의 반지름의 길이는 6이다.(참)

ㄴ. $\overline{OB}=\overline{OC}=6$ (반지름)이고 $\overline{BC}=6$

$\triangle OBC$는 정삼각형이다.

$\angle BOC=60^\circ$ 이므로

호$ABC=12\pi\times\dfrac{240^\circ}{360^\circ}=8\pi$이다.(참)

ㄷ. 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로 $\angle CAB=\angle CBD$(참)

41) 답 : 28

[해설]

[출제 의도]공통외접선의 성질을 이용하여 도형의 평행이동 이해하기

원 C의 중심의 좌표는 $C(2,p)$, $x+y-10=0$에 접하므로

중심에서 직선까지의 거리는 $\dfrac{|2+p-10|}{\sqrt{2}}=2$

$p=8+2\sqrt{2}$

원 C'의 중심의 좌표는 $C'(q,2)$, $x+y-10=0$에 접하므로

중심에서 직선까지의 거리는 $\dfrac{|q+2-10|}{\sqrt{2}}=2$

$q=8-2\sqrt{2}$

원 C의 중심이 $(2,8+2\sqrt{2})$에서 원 C'의 중심 $(8-2\sqrt{2},2)$으로 이동되었으므로

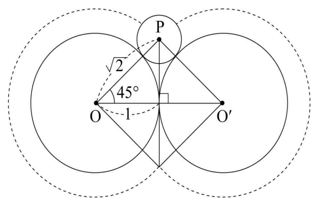
$a=6-2\sqrt{2},\ b=6+2\sqrt{2}$

$\therefore\ ab=28$

42) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]원의 위치 관계 이해하기



두 원 O, O'에 외접하는 원 P가 움직인 거리

$l=2\left(2\pi\times\sqrt{2}\times\dfrac{3}{4}\right)=3\sqrt{2}\pi$이다.

43) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]원과 직선의 위치관계를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$x^2+y^2+6x-4y+9=0$

$\Leftrightarrow (x+3)^2+(y-2)^2=4$

이것은 중심이 $(-3,2)$, 반지름의 길이가 2인 원이다.

이 원에 직선 $y=mx$가 접하므로 원의 중심 $(-3,2)$와

직선 $mx-y=0$사이의 거리는 반지름의 길이인 2와 같다.

즉, $\dfrac{|-3m-2|}{\sqrt{m^2+1}}=2$

$|-3m-2|=2\sqrt{m^2+1}\ \cdots$①

① 의 양변을 제곱하여 정리하면

$5m^2+12m=0$

$\therefore\ m=0,\ -\dfrac{12}{5}$

따라서 구하는 모든 m의 값의 합은 $-\dfrac{12}{5}$이다.

44) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]좌표평면에서 원과 접선의 관계를 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

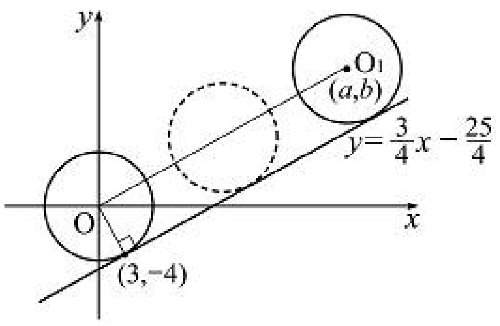
직선 l이 점 $T(3,-4)$에서 원 O와 접하므로 직선 OT와 직선 l은 수직이다.

직선 OT의 기울기는 $-\dfrac{4}{3}$이므로 직선 l의 기울기는 $\dfrac{3}{4}$이다.

한편, 원 O_1의 중심의 좌표는 (a,b)이므로

$\dfrac{b}{a}$의 값은 직선 OO_1의 기울기와 같고, 직선 OO_1과 직선 l은 서로 평행하다.

$\therefore\ \dfrac{b}{a}=$ (직선 OO_1의 기울기) = (직선 l의 기울기) $=\dfrac{3}{4}$



[참고]

직선 l의 방정식은 $y-(-4)=\frac{3}{4}(x-3)$

$\therefore\ y=\frac{3}{4}x-\frac{25}{4}$

45) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]원과 직선사이의 위치관계를 이용하여 문제 해결하기

점 $P(a, b)$는 원 $x^2-4x+y^2=0$위를 움직이고, 원의 중심 $C(2, 0)$과 점 $A(-2, 0)$에 대하여

$\triangle ACP$의 넓이를 n이라 하면,

$\triangle ACP=\frac{1}{2}\times 4\times |b|=n$ (n은 자연수, $|b|\leq 2$)

$\therefore\ |b|=\frac{n}{2}$

$n=1, 2, 3$일 때, 점 P는 각각 4개씩이고,

$n=4$일 때, 점 P는 2개

따라서, $\triangle ACP$의 넓이가 자연수가 되게하는

점 P의 개수는 총 14(개)

46) 답 : ③

[해설]

|출제 의도|원과 직선의 위치관계 이해하기

|해설| $x^2+y^2-4x-2y=a-3 \Rightarrow (x-2)^2+(y-1)^2=a+2$

중심이 $(2, 1)$이고, 반지름이 $\sqrt{a+2}$ 인 원이다.

x축과 만나려면 $\sqrt{a+2}\geq 1\cdots$①

y축과 만나지 않으려면 $0<\sqrt{a+2}<2\cdots$②

① , ②를 동시에 만족하므로

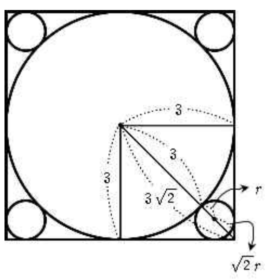
$\therefore\ -1\leq a<2$

47) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]피타고라스의 정리 이해하기

작은 원의 반지름을 r이라 하자.



$3+\sqrt{2}r+r=3\sqrt{2}$

$r(\sqrt{2}+1)=3(\sqrt{2}-1)$

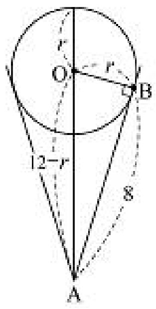
$\therefore\ r=9-6\sqrt{2}$

48) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]피타고라스의 정리를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

그림에서 구의 중심을 O라 하면 $\triangle OAB$는 직각삼각형이다.



반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{OA}=12-r$

피타고라스의 정리에 따라

$\overline{OA}^2=\overline{OB}^2+\overline{AB}^2$

$(12-r)^2=r^2+8^2$

$144-24r+r^2=r^2+64$

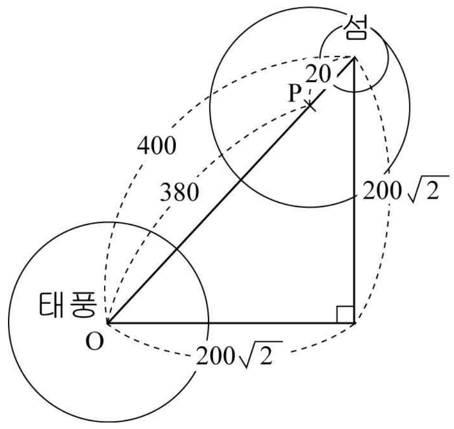
$144-24r=64$

$\therefore\ r=\frac{10}{3}(cm)$

49) 답 : 38

[해설]

[출제 의도]원의 성질을 활용한 실생활 문제 해결하기



태풍이 O에서 출발하여 P지점에 도착하면

섬 전체가 폭풍우권에 들어간다.

$\overline{OP}=380(km)$이므로 걸리는 시간은 38시간

50) 답 : 147

[해설]

|출제 의도|원과 직선의 위치관계 이해하기

$x^2+y^2-4x+4=k$라 하면

$(x-2)^2+y^2=k$는 중심이 $(2, 0)$이고 반지름이 $\sqrt{k}$ 인 원이다.

최댓값은 $B(4, 1)$또는 $C(1, 2)$를 지날 때이므로

$\sqrt{k}=\sqrt{(2-4)^2+(0-1)^2}=\sqrt{(2-1)^2+(0-2)^2}=\sqrt{5}$

$\therefore$ 최댓값 $k=5$

최솟값은 점 A, B를 지나는 직선 $3x-2y-10=0$과 접할 때이므로

$\sqrt{k}=\frac{|3\times 2-2\times 0-10|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}}=\frac{4}{\sqrt{13}}$

$\therefore$ 최솟값 $k=\frac{16}{13}$

따라서 $39(M-m)=39\left(5-\frac{16}{13}\right)=147$

51) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]두 원의 위치관계를 이용하여 넓이 구하기

원 C_1, C_2, C_3의 반지름의 길이를 각각 r_1, r_2, r_3라 하면

$\triangle O_1O_2O_3$의 둘레의 길이가 22이므로

$r_1-r_2+r_1-r_3+r_2+r_3=22$

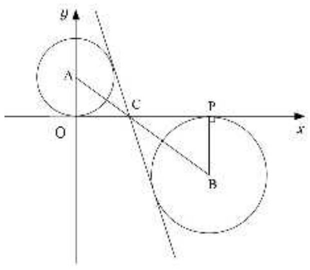
$2r_1=22,\ r_1=11$

원 C_1의 넓이 S는 121π

52) 답 : 25

[해설]

[출제 의도]원과 직선의 위치 관계 이해하기



두 원의 공통내접선과 x축의 교점을 C,

원 $(x-10)^2+(y+3)^2=9$의 중심에서 x축에 내린 수선의 발을 P라 하자.

$\triangle AOC$와 $\triangle BPC$는 닮음이고

닮음비는 $\overline{AO}:\overline{BP}=2:3$이므로

$\overline{OC}=\overline{OP}\times\dfrac{2}{5}=4$이고 $C(4,0)$이다.

공통내접선의 방정식의 기울기를 m이라 하면

직선의 방정식은 $y=m(x-4)$이다.

점 $A(0,2)$에서 직선까지 거리는 2이므로

$2=\dfrac{|-2-4m|}{\sqrt{m^2+1}},\ m=-\dfrac{4}{3}$

$\therefore\ p^2+q^2=25$

53) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]원의 방정식 구하기

[해설]원의 중심의 좌표는 $\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\ \dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$이고

반지름의 길이는 $\dfrac{1}{2}\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$이므로

원의 방정식은 $\left(x-\left[\dfrac{x_1+x_2}{2}\right]\right)^2+\left(y-\left[\dfrac{y_1+y_2}{2}\right]\right)^2$

$=\dfrac{1}{4}\left\{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2\right\}$이며 정리하면

$x^2-(x_1+x_2)x+\dfrac{1}{4}(x_1+x_2)^2+y^2-(y_1+y_2)y+\dfrac{1}{4}(y_1+y_2)^2$

$=\dfrac{1}{4}(x_2-x_1)^2+\dfrac{1}{4}(y_2-y_1)^2$

$x^2-(x_1+x_2)x+x_1x_2+y^2-(y_1+y_2)y+y_1y_2=0$

따라서, $(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=[0]$

54) 답 : 31

[해설]

[출제 의도]원의 접선의 방정식 구하기

[해설]접점을 $Q(x_1,y_1)$이라 하면 점 Q는 원 위의 점이므로

$x_1^2+y_1^2=9\cdots$①

접점 Q에서의 접선의 방정식을 구하면

$x_1x+y_1y=9\cdots$②

이때, ②가 점 $(4,3)$을 지나므로 점 $(4,3)$을 ②에 대입하면

$4x_1+3y_1=9\cdots$③

③ 을 ①에 대입하면

$x_1^2+\left(-\dfrac{4}{3}x_1+3\right)^2=9 \Rightarrow 25x_1^2-72x_1=0$

$\therefore\ x_1=0$ 또는 $x_1=\dfrac{72}{25}$

이것을 각각 ③에 대입하여 y_1을 구하면

$x_1=0$일 때 $y_1=3$, $x_1=\dfrac{72}{25}$일 때 $y_1=-\dfrac{21}{25}$

그러므로 기울기는 0 또는 $\dfrac{24}{7}$

따라서, 조건에 맞는 기울기는 $\dfrac{24}{7}$이므로 $p+q=7+24=31$

[별해] $P(4,3)$을 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식은 $y-3=m(x-4)$이다.

원과 직선이 접하려면

원의 중심으로부터 직선까지의 거리가 반지름과 같아야 하므로

$\dfrac{|4m-3|}{\sqrt{m^2+1}}=3$이고

양변을 제곱하여 정리하면 $16m^2-24m+9=9m^2+9$

$7m^2-24m=0$

$\therefore\ m=0$ 또는 $m=\dfrac{24}{7}$

따라서, 조건에 맞는 기울기는 $\dfrac{24}{7}$이므로 $p+q=7+24=31$

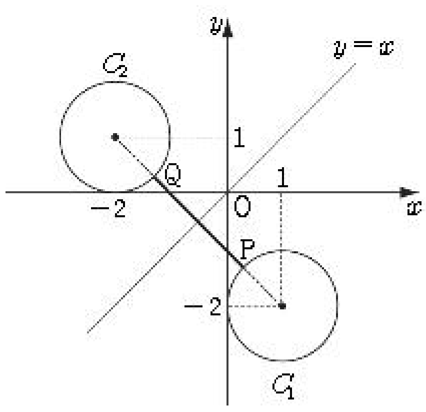
55) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]대칭이동한 도형 구하기

[해설] $C_1:(x-1)^2+(y+2)^2=1$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면

$C_2:(x+2)^2+(y-1)^2=1$



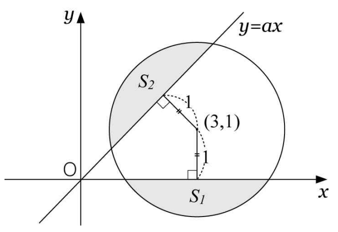
$\overline{PQ}$의 최솟값은 두 원의 중심사이의 거리에서 두 원의 반지름의 길이의

합을 뺀 것이므로 $\sqrt{3^2+3^2}-2=3\sqrt{2}-2$

56) 답 : 75

[해설]

[출제 의도]점과 직선 사이의 거리 구하기



$S_1 = S_2$이면, 중심 $(3,\,1)$에서 직선 $y=ax$까지 거리는 1이다.

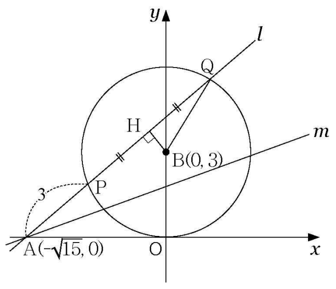
따라서 $1 = \dfrac{|3a-1|}{\sqrt{a^2+1}}$이고 $a = \dfrac{3}{4}$이다.

$\therefore\ 100a = 75$

57) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]할선 정리를 이용하여 직선의 방정식 이해하기



$\overline{AP}\cdot(\overline{AP}+\overline{PQ})=\overline{AO}^2$이므로

$\overline{PQ}=2$이고 $\overline{HQ}=\dfrac{1}{2}\overline{PQ}=\dfrac{1}{2}\times 2=1$이다.

그러므로 점 $B(0,\,3)$에서 직선 AQ까지 거리 $\overline{BH}=\sqrt{8}$이다.

한편, 원의 중심 $B(0,\,3)$에서 직선 AQ에 내린 수선의 발을 H라 하고,

AQ의 기울기를 a라 하면

직선 AQ의 직선의 방정식은 $y=a(x+\sqrt{15})$이다.

따라서 $\sqrt{8} = \dfrac{|-3+\sqrt{15}a|}{\sqrt{a^2+1}}$이고

$7a^2 - 6\sqrt{15}a + 1 = 0$

$\therefore$ 기울기의 곱은 $\dfrac{1}{7}$

58) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]원의 방정식을 이용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

A지점을 원점으로 놓으면 t시간 후의 태풍의 중심의 좌표는 $(10t,\,10t)$이다.(∵ ㈎)

또, ㈏에 의하여 태풍(의 영향권)의 반지름은 $5t$이므로

*

태풍의 영향권을 원의 방정식을 이용하여 나타내면

$(x-10t)^2+(y-10t)^2 \le (5t)^2$

이때, B지점의 좌표는 $(100,\,150)$이므로

이것을 대입하여 부등식을 정리하면,

$(100-10t)^2+(150-10t)^2 \le 25t^2$

$7t^2-200t+1300 \le 0$

$(t-10)(7t-130) \le 0$

$10 \le t \le \dfrac{130}{7}$

따라서 B지점이 태풍의 영향권에 있는 시간은

$\dfrac{130}{7} - 10 = \dfrac{60}{7}$ (시간)

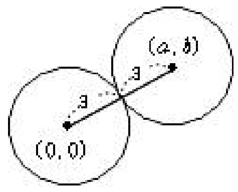
59) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]두 원의 위치관계를 이해하기

원 $x^2+y^2=9$를 $x,\,y$축 방향으로 $a,\,b$만큼 평행이동한 원은 $(x-a)^2+(y-b)^2=9$이고 처음 원과 서로 외접하였다.

따라서 그림에서처럼 두 원의 중심사이의 거리는 두 원의 반지름의 합과 같다.

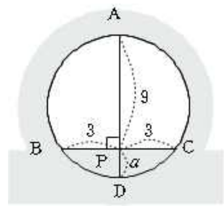


즉, $\sqrt{a^2+b^2}=6$ ∴ $a^2+b^2=36$

[정답]④

60) 답 : ③

[해설]



한 원의 두 현에서는

$\overline{PA}\times\overline{PD}=\overline{PB}\times\overline{PC}$가 성립하므로

$9\times a = 3\times 3$

$\therefore\ a=1$

그리고 $\overline{AD}$는 $\overline{BC}$에 수직이므로 지름이다.

∴ 지름은 $9+1=10m$

61) 답 : ④

[해설]

【출제 의도】원의 접선과 할선 이해하기

$\triangle PAT$와 $\triangle PTB$에서 $\angle PTA = \angle PBT$ 이고

$\angle P$는 공통이므로

$\therefore\ \triangle PAT \backsim \triangle PTB$

따라서 $\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{PT}:\overline{PB}$

즉, $\overline{PT}^2 = \overline{PA}\cdot\overline{PB}$

62) 답 : ②

[해설]

【출제 의도】원의 대칭성 이해하기

원 $(x+k)^2+(y-3)^2=9$를 x축 방향으로 1, y축 방향으로 -2만큼 평행이동하면

$(x+k-1)^2+(y-1)^2=9$

직선에 의하여 이등분되려면 직선이 원의 중심 $(-k+1,\,1)$을 지나야 한다.

$(-k+1,\,1)$을 $x-y+2=0$에 대입하면

$-k+1-1+2=0$

$\therefore\ k=2$

63) 답 : ①

[해설]

【출제 의도】 원과 직선의 위치관계 이해하기

원의 방정식을 구하면 $(x-2)^2+y^2=2^2$이다.

주어진 직선의 방정식과 연립하면

$x^2-4x+(mx+1)^2=0$

$\therefore\ (1+m^2)x^2+2(m-2)x+1=0$

$\frac{D}{4}=(m-2)^2-(1+m^2)>0$이므로 $m<\frac{3}{4}$

(별해)

원의 중심에서 직선까지의 거리를 이용하여 풀 수도 있다.

중심에서 직선까지의 거리가 반지름보다 작으면 두 점에서 만나므로

$\frac{|2m+1|}{\sqrt{m^2+1}}<2$이다.

양변을 제곱하여 정리하면 $m<\frac{3}{4}$이다.

64) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]원의 접선과 할선에 대한 성질 이해하기

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$\overline{AB}=x$, $\overline{CD}=y$라 하면 $36=3\cdot(3+x)=4\cdot(4+y)$이다.

따라서, $x=9$, $y=5$이다.

$\therefore\ x+y=14$

[정답]①

65) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]도형에서 직선의 기울기 구하기

$(-\sqrt{2},0)$을 지나고, 기울기가 양인 직선 l과 점 $(0,-\sqrt{2})$를 지나고, 기울기가 양인 직선 m으로 잘린 활꼴의 넓이가 같아지는 원 위의 점은 $(1,1)$이다.

따라서 직선 l의 기울기는 $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$,

직선 m의 기울기는 $\sqrt{2}+1$

따라서 두 기울기의 합은

$\frac{1}{\sqrt{2}+1}+(\sqrt{2}+1)=2\sqrt{2}$

66) 답 : ④

[해설]

$\triangle PAT$와 $\triangle PTB$에서 $\angle PTA=\angle PBT$이고 $\angle P$는 공통이므로

$\therefore\ \triangle PAT \backsim \triangle PTB$

따라서 $\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{PT}:\overline{PB}$

즉, $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$

67) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 두 원의 위치관계를 이용하여 반지름 길이 구하기

세 원의 중심을 연결하면 한 변의 길이가 6인 정삼각형이다.

세 원과 동시에 외접하는 원의 중심은 정삼각형의 무게중심이고, 반지름의 길이를 x라 하면

$3+x=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{2}{3}$, $x=2\sqrt{3}-3$

[정답]③

68) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]두 원이 내접할 조건 이해하기

원 $(x-2)^2+(y-2)^2=r^2$의 중심 $(2,2)$는 원 $x^2+y^2=18$내부의 점이므로

두 원이 접하려면 내접해야한다.

(중심거리) $=\sqrt{(2-0)^2+(2-0)^2}=2\sqrt{2}$

(두 원의 반지름 차) $=\sqrt{18}-r=3\sqrt{2}-r$

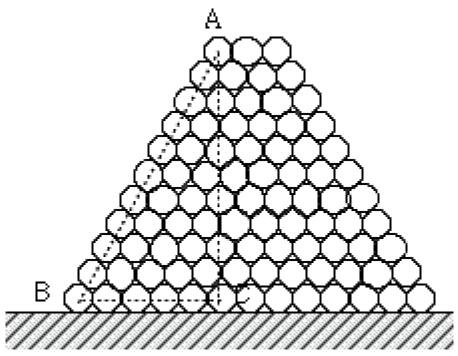
$2\sqrt{2}=3\sqrt{2}-r$

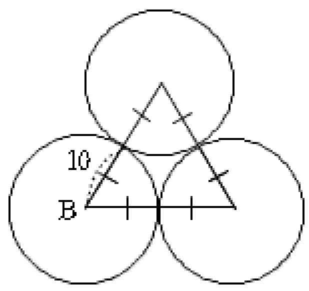
$\therefore\ r=\sqrt{2}$

69) 답 : 120

[해설]

【출제 의도】 삼각비 활용하기





구하는 높이를 h라 하면 $h=\overline{AC}+20$이다.

그런데 $\triangle ABC$는 직각삼각형이고

$\angle B$는 60°이므로 $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\overline{AB}=200$에서 $\overline{AC}=100\sqrt{3}$

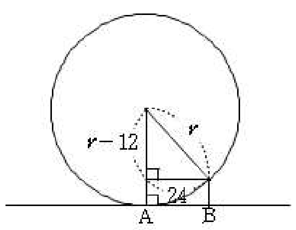
$\therefore\ h=20+100\sqrt{3}$이다.

따라서 $a+b=120$

70) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]원의 접선, 피타고라스의 정리를 도형에 활용하기



그림의 원을 자전거 바퀴라 하면 피타고라스의 정리에 의해

$r^2 = (r-12)^2 + 24^2$

$r^2 = r^2 - 24r + 12^2 + 24^2$

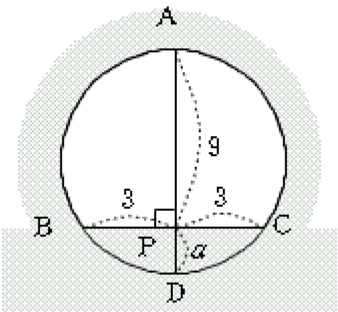
$24r = 12^2 + 24^2 \therefore\ r = 30$

[정답]③

71) 답 : ③

[해설]

【출제 의도】원의 비례관계 이해하기



한 원의 두 현에서는

$\overline{PA}\times\overline{PD}=\overline{PB}\times\overline{PC}$가 성립하므로 $9\times a = 3\times 3 \therefore\ a=1$

그리고 $\overline{AD}$는 $\overline{BC}$에 수직이등분선이므로 지름이다.

∴ 지름은 $9+1=10$

72) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]두 점 사이의 거리 구하여 활용하기

점 $A(7, 10)$에서 원 $(x-1)^2+(y-2)^2=9$의 중심 $(1, 2)$까지의 거리가 10이므로

점 A에서 P까지의 최소거리는 $10-r=7$, 최대거리는 $10+r=13$이다.

이때 거리가 7과 13인 경우는 점 P가 각각 1개씩이며

거리가 $8, 9, 10, 11, 12$ 인 경우는 점 P가 각각 2개씩 있으므로

점 P의 개수는 모두 12개이다.

[정답]③

73) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]원주각의 성질을 이해하고, 이를 활용하기

$\triangle ABE // \triangle ACD$에서 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{CD}$이다.

$\therefore\ \overline{AB}\cdot\overline{CD}=[\ \overline{AC}\cdot\overline{BE}\ ]$ ...㈎

또한, $\angle BAE=\angle DAF$이므로

$\angle BAC=\angle BAE+\angle EAF$

$=\angle DAF+\angle EAF=\angle EAD$

$\therefore\ \angle BAC=[\ \ \angle EAD\ ]$ ...㈏

그리고 $\angle ACB=\angle ADE$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$이다.

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$에서 $\overline{AC}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{ED}$이므로

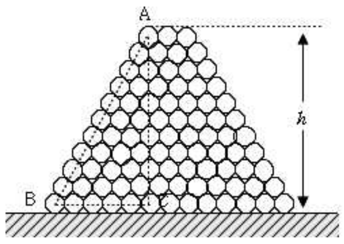
$\overline{BC}\cdot\overline{AD}=[\ \overline{AC}\cdot\overline{ED}\ ]$ ...㈐

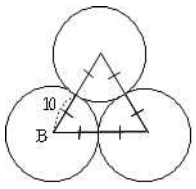
따라서, ㈎, ㈏, ㈐에 알맞은 것은 ① 이다.

[정답]①

74) 답 : 120

[해설]





구하는 높이를 h라 하면

$h=\overline{AC}+20$이다.

그런데 $\triangle ABC$는 직각삼각형이고 $\angle B$는 60°이므로

$\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\overline{AB}=200$에서

$\overline{AC}=100\sqrt{3}$

$\therefore\ h=20+100\sqrt{3}$이다.

따라서 $a+b=120$

75) 답 : ⑤

[해설]

두 점 $(4, 0), (0, 3)$을 지나는 직선의 방정식이 $3x+4y-12=0$이고

중심 O로부터 직선까지의 거리가 반지름 r과 같으므로

$r=\dfrac{|-12|}{\sqrt{9+16}}=\dfrac{12}{5}$

∴ 원의 둘레의 길이는 $\dfrac{24}{5}\pi$

[정답]⑤

76) 답 : 14

[해설]

큰 원과 작은 원 두개와의 접점을 각각 A, B라 할 때,

호$AB=2\pi$

$\angle AOB=\dfrac{2\pi}{12\pi}\times 360^\circ=60^\circ$

따라서 $\cos 30^\circ=\dfrac{a}{7}, \sin 30^\circ=\dfrac{b}{7}$

$\therefore\ a=7\cos 30^\circ=\dfrac{7}{2}\sqrt{3}\ b=7\sin 30^\circ=\dfrac{7}{2}$

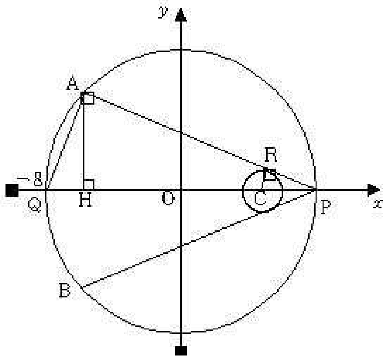
$\therefore\ \sqrt{3}a+b=14$

[정답] 14

77) 답 : 60

[해설]

작은 원의 중심을 C라 하자.



그림에서 직각삼각형 PRC와
직각삼각형 PAQ는 닮음이므로

$\overline{AQ}=4$, $\overline{AP}=4\sqrt{15}$

$\therefore$ $\overline{AH}=\dfrac{1}{16}\times4\times4\sqrt{15}=\sqrt{15}$

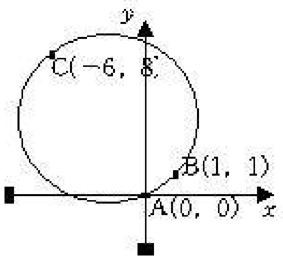
$\overline{AB}=2\sqrt{15}$

$\therefore$ $\overline{AB}^2=60$

[정답] 60

78) 답 : 5

[해설]



자재창고의 위치는 세 점을 지나는 원의 중심이고,
자재창고까지의 거리는 원의 반지름이다.

원의 방정식 $x^2+y^2+ax+by+c=0$에

세점 $A(0,0)$, $B(1,1)$, $C(-6,8)$을 대입하여 정리하면

$x^2+y^2+6x-8y=0$

$(x+3)^2+(y-4)^2=5^2$

따라서 창고까지의 거리는 5이다.

[정답] 5