Ⅲ.도형의 방정식

2.직선의 방정식

중단원 기출문제

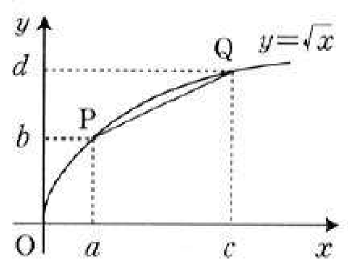
[난이도 : ★★☆] [2005 학년도 대수능]

1 [문과]직선 $(k+1)^2x-ky-k^2-1=0$은 실수 k의 값에 관계없이 일정한 점을 지난다. 이 점을 지나고 기울기가 3인 직선의 방정식은? [3점]

① $y=3x-3$ ② $y=3x-2$ ③ $y=3x-1$
④ $y=3x+1$ ⑤ $y=3x+2$

[난이도 : ★★☆] [2001 학년도 대수능]

2 [공통]함수 $y=\sqrt{x}$의 그래프 위의 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$에 대하여 $\dfrac{b+d}{2}=1$일 때, 직선 PQ의 기울기는?(단, $0<a<c$)?[3점]



① $\dfrac{1}{5}$ ② $\dfrac{1}{4}$ ③ $\dfrac{1}{3}$
④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ 1

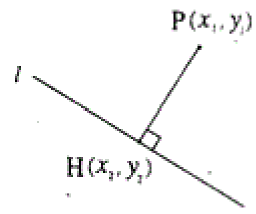
[난이도 : ★☆☆] [2000 학년도 대수능]

3 [공통]원 $x^2+y^2=5$위의 점 $(1, 2)$에서의 접선의 방정식은?

① $x+y=2$ ② $2x-y=0$ ③ $x-2y=-3$
④ $2x+y=4$ ⑤ $x+2y=5$

[난이도 : ★★☆] [1999 학년도 대수능]

4 좌표평면에서 각 좌표축에 평행하지 않은 직선 l이 있다. l밖의 한 점 $P(x_1, y_1)$에서 l에 내린 수선의 발을 $H(x_2, y_2)$라 할 때, 선분 PH의 길이를 구하는 과정은 다음과 같다.



직선 l의 방정식을
$ax+by+c=0$ …… (1)이라 하면
가정에서 $a\neq0$이고 $b\neq0$이다.
l의 기울기가 $-\dfrac{a}{b}$이므로 직선 PH의 방정식은
$y-y_1=$[(가)]....(2)이다.
(1)과 (2)를 이용하면
$$x_2-x_2=\frac{-a(ax_1+by_1+c)}{a^2+b^2}$$
$$y_2-y_1=\frac{-b(ax_1+by_1+c)}{a^2+b^2}\text{이다.}$$
따라서 구하는 선분 PH의 길이는
$$\overline{\mathrm{PH}}=[(\text{나})]=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}\text{이다.}$$

위의 과정에서(가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?[3점]

① $\dfrac{a}{b}(x-x_1)$, $|x_2-x_1|+|y_2+y_1|$

② $\dfrac{b}{a}(x-x_1)$, $(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$

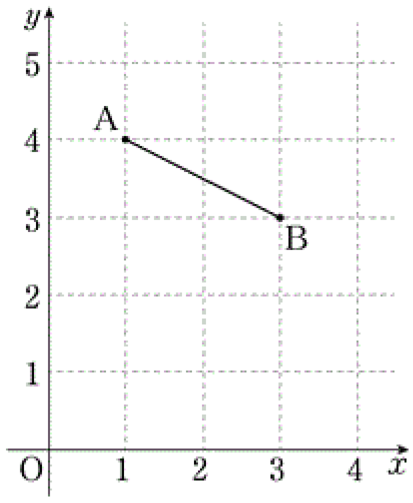
③ $-\dfrac{b}{a}(x-x_1)$, $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

④ $\dfrac{b}{a}(x-x_1)$, $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

⑤ $-\dfrac{a}{b}(x-x_1)$, $|x_2+x_1|+|y_2-y_1|$

[난이도 : ★★★] [2018년 3월 학력평가]

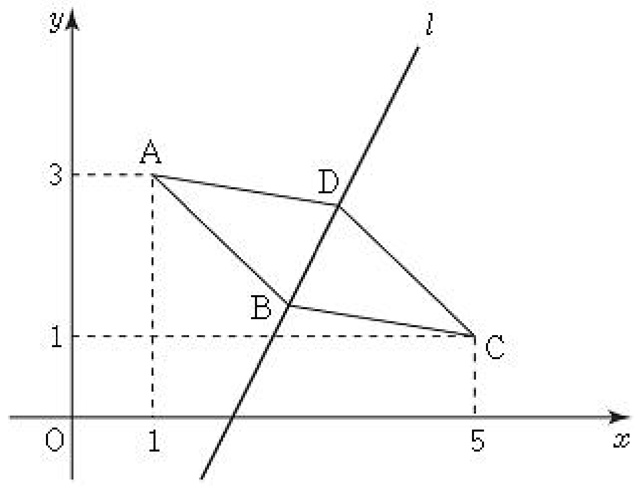
5 좌표평면에서 두 점 $A(1, 4)$, $B(3, 3)$을 이은 선분 AB와 함수 $y = a\sqrt{x} + b$의 그래프가 만나도록 하는 두 자연수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는? [4점]



① 3　② 5　③ 7　④ 9　⑤ 11

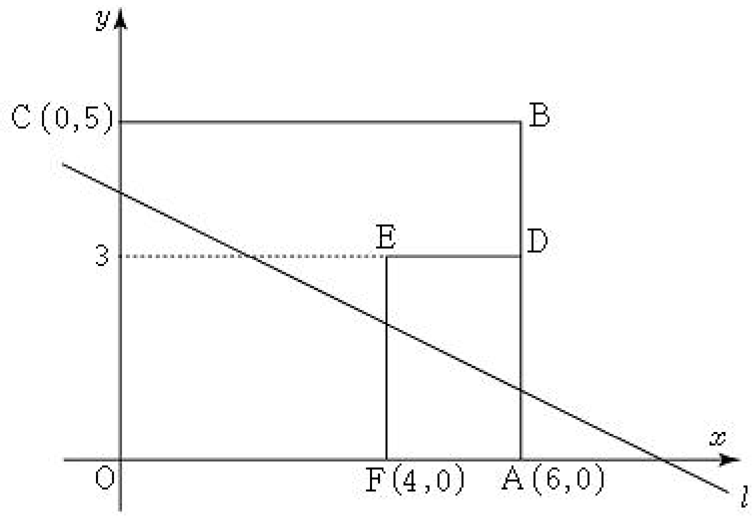
[난이도 : ★★☆] [2012년 11월 학력평가]

6 그림과 같이 좌표평면 위에 마름모 $ABCD$가 있다. 두 점 A, C의 좌표가 각각 $(1, 3)$, $(5, 1)$이고, 두 점 B, D를 지나는 직선 l의 방정식이 $2x + ay + b = 0$일 때, ab의 값을 구하시오.(단, a, b는 상수이다.)[3점]



[난이도 : ★★☆] [2012년 10월 학력평가]

7 그림과 같이 좌표평면 위에 두 직사각형 $OABC$, $FADE$가 있다. 직선 l이 두 직사각형 $OABC$와 $FADE$의 넓이를 모두 이등분할 때, 직선 l의 기울기는? [3점]



① -1　② $-\frac{2}{3}$　③ $-\frac{1}{2}$　④ $-\frac{1}{3}$　⑤ $-\frac{1}{4}$

[난이도 : ★★☆] [2012년 10월 학력평가]

8 좌표평면 위의 두 점 $A(1, 5)$, $B(a, b)$를 이은 선분 AB가 직선 $y = x + 1$과 수직으로 만나는 점을 P라 하자. $\overline{AP} : \overline{PB} = 1 : 2$일 때, $4ab$의 값을 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★★] [2012년 10월 학력평가]

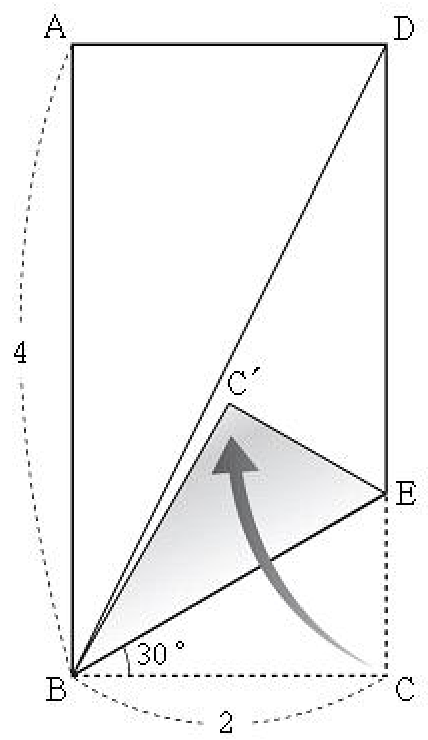
9 좌표평면 위에 세 직선 $\begin{cases} l : 5x - 2y + 7 = 0 \\ m : x - y + 2 = 0 \\ n : ax - y + 3 = 0 \end{cases}$ 이 있다.

세 직선 l, m, n으로 삼각형을 만들지 못하도록 하는 모든 상수 a의 값의 곱은? [4점]

① $\frac{2}{5}$　② 1　③ $\frac{5}{2}$　④ 5　⑤ 10

[난이도 : ★★★] [2012년 11월 학력평가]

10 그림과 같이 직사각형 모양의 종이가 있다. 이 종이의 각 꼭짓점을 A, B, C, D라 하면 $\overline{AB}=4$, $\overline{BC}=2$이다. $\angle EBC=30^\circ$가 되도록 변 CD 위에 점 E를 정하고 선분 BE를 따라 이 종이를 접으면 점 C는 점 C'으로 옮겨진다. 점 C'과 대각선 BD 사이의 거리가 $a\sqrt{5}-b\sqrt{15}$일 때, $100ab$의 값을 구하시오.(단, a, b는 유리수이다.)[4점]



[난이도 : ★★☆] [2011년 10월 학력평가]

11 두 점 $A(1, a)$, $B(9, b)$를 이은 선분 AB의 수직이등분선의 방정식이 $2x+y-15=0$일 때, ab의 값은?[3점]

① 20 ② 21 ③ 22
④ 23 ⑤ 24

[난이도 : ★★☆] [2010년 11월 학력평가]

12 두 직선 $(2+k)x-y-10=0$과 $y=-\frac{1}{3}x+1$이 서로 수직일 때, 상수 k의 값은?[3점]

① -5 ② -3 ③ -1
④ 1 ⑤ 3

[난이도 : ★★★] [2010년 11월 학력평가]

13 원 $x^2+y^2-2x-4y-7=0$의 내부의 넓이와 네 직선 $x=-6$, $x=0$, $y=-4$, $y=-2$로 둘러싸인 직사각형의 넓이를 모두 이등분하는 직선의 방정식은?[4점]

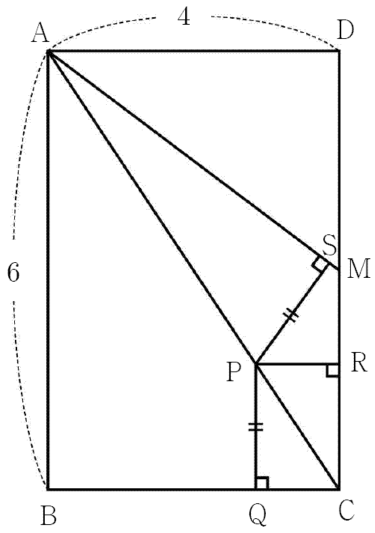
① $y=\frac{4}{5}x+\frac{6}{5}$ ② $y=\frac{5}{4}x+\frac{3}{4}$
③ $y=\frac{8}{5}x+\frac{2}{5}$ ④ $y=4x-2$
⑤ $y=5x-3$

[난이도 : ★★☆] [2009년 11월 학력평가]

14 직선 $y=mx+3$이 직선 $nx-2y-2=0$과는 수직이고, 직선 $y=(3-n)x-1$과는 평행할 때, m^2+n^2의 값을 구하시오.(단, m, n은 상수이다.)[3점]

[난이도 : ★★★] [2009년 11월 학력평가]

15 그림과 같이 가로의 길이가 4, 세로의 길이가 6인 직사각형 $ABCD$가 있다. 선분 DC의 중점을 M이라 하고, 대각선 AC위의 임의의 한 점 P에서 세 직선 BC, DC, AM에 내린 수선의 발을 각각 Q, R, S라 하자. 점 P가 $\overline{PQ}=\overline{PS}$를 만족시킬 때, 선분 PR의 길이는 $\frac{q}{p}$이다. 이때, $p+q$의 값을 구하시오.(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)[4점]



[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

16 두 직선 $ax+3y+5=0$, $3x+ay+5=0$이 평행할 때, 상수 a의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0
④ 3 ⑤ 5

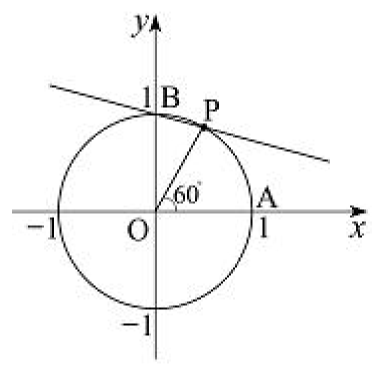
[난이도 : ★★☆] [2008년 5월 학력평가]

17 [공통]좌표평면 위의 원점에서 직선 $3x-(k-1)y+6=0$까지의 거리를 $f(k)$라 할 때, $f(k)$의 최댓값은?(단, k는 실수이다.)[3점]

① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{6}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

[난이도 : ★★☆] [2008년 03월 학력평가]

18 좌표평면 위에서 원 $x^2+y^2=1$이 x축, y축의 양의 부분과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 그림과 같이 제 1사분면에서 $\angle AOP=60^\circ$인 점 P를 원 위에 잡으면 직선 BP의 기울기는 $a+b\sqrt{3}$이다. 이때 $20(a^2+b^2)$의 값을 구하시오.(단, a, b는 유리수이다.)[4점]



[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

19 직선 $x+\frac{y}{2}=1$이 x축과 만나는 점을 P, 직선 $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1$이 y축과 만나는 점을 Q라 할 때, 다음 중 두 점 P, Q를 지나는 직선의 방정식은?

① $x+\frac{y}{3}=1$ ② $x+\frac{y}{4}=1$ ③ $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$
④ $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}=1$ ⑤ $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1$

[난이도 : ★★☆] [2008년 11월 학력평가]

20 두 직선 $ax+2y+2=0$과 $x+(a+1)y+2=0$이 수직일 때와 평행일 때 a의 값을 각각 m, n이라 하자. 이때, mn의 값은?(단, a는 상수이다.)[3점]

① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{7}{3}$

[난이도 : ★★★] [2008년 10월 학력평가]

21 두 직선 $l: x+y-2=0$, $m: kx-y+k+1=0$에 대하여 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?[4점]

[보기]
ㄱ. 직선 m은 점 $(-1, 1)$을 지난다. ㄴ. $k=1$일 때, 두 직선 l과 m은 수직으로 만난다. ㄷ. 두 직선 l과 m이 제 1사분면에서 만나도록 하는 정수 k의 개수는 2개이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ, ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2008년 9월 학력평가]

22 좌표평면 위에서 직선 $y=2x+2$가 x축과 만나는 점을 A라 하고 이 직선 위의 임의의 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하자.

이때 삼각형 PAH의 넓이가 5가 되도록 하는 점 P는 두 개가 있다.

이 두 점의 x좌표를 각각 α, β라 할 때, $\alpha\beta$의 값은?[4점]

① -6 ② -5 ③ -4
④ -3 ⑤ -2

[난이도 : ★★☆] [2007년 5월 학력평가]

23 [공통]좌표평면 위의 세 점 $O(0, 0)$, $A(a, -3)$, $B(b, a)$에 대하여 $\angle AOB=90^\circ$가 되도록 하는 b의 값을 구하시오.(단 $a \neq 0$)[3점]

[난이도 : ★★☆] [2007년 10월 학력평가]

24 양의 실수 a, b에 대하여 두 직선 $ax+y=3$, $3x+by=4$가 평행할 때, $a+b$의 최솟값은?[3점]

① 1 ② 2 ③ $2\sqrt{2}$
④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 4

[난이도 : ★★★] [2007년 11월 학력평가]

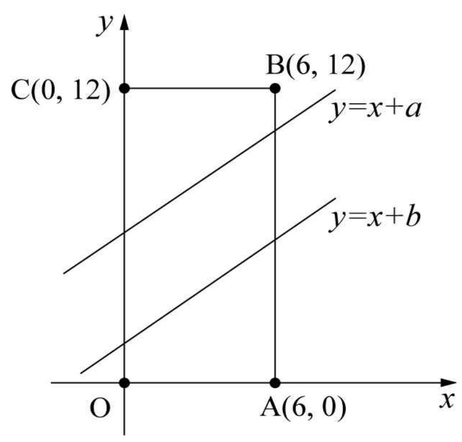
25 좌표평면 위의 원점에서 직선 $3x-y+2-k(x+y)=0$까지의 거리의 최댓값은?(단, k는 실수이다.)[4점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

[난이도 : ★★★] [2007년 10월 학력평가]

26 네 점 $O(0, 0)$, $A(6, 0)$, $B(6, 12)$, $C(0, 12)$를 꼭짓점으로 하는 사각형 $OABC$가 있다.

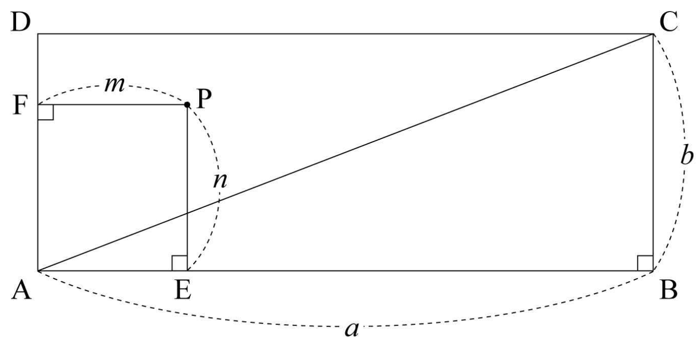
그림과 같이 두 직선 $y=x+a$, $y=x+b$가 사각형 $OABC$의 넓이를 삼등분할 때, ab의 값은?[4점]



① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

[난이도 : ★★★] [2007년 10월 학력평가]

27 $\overline{AB}=a$, $\overline{BC}=b$인 직사각형 $ABCD$에서 그림과 같이 삼각형 ACD의 내부에 점 P를 잡고, 점 P에서 변 AB, AD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하자. $\overline{PE}=n$, $\overline{PF}=m$일 때 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[4점]



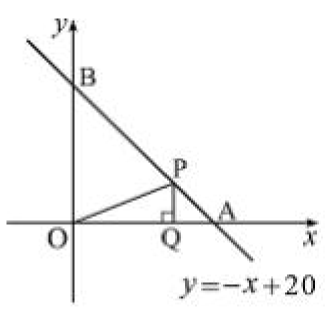
[보기]
ㄱ. $\dfrac{n}{m}<\dfrac{b}{a}$
ㄴ. $\dfrac{n}{m}<\dfrac{b-n}{a-m}$
ㄷ. $\dfrac{b-n}{a-m}<\dfrac{b}{a}$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2007년 3월 학력평가]

28 그림과 같이 일차함수 $y=-x+20$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.

선분 AB위의 한 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, 삼각형 OBP의 넓이가 삼각형 OPQ의 넓이의 4배가 되었다. 점 P의 x좌표를 구하시오.[4점]



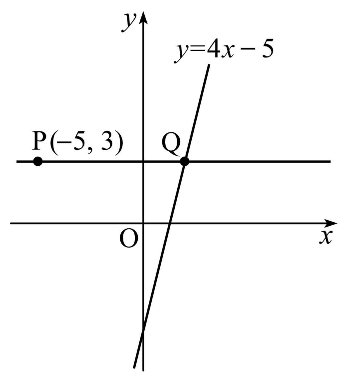
[난이도 : ★★☆] [2006년 11월 학력평가]

29 두 직선 $x+ky-1=0$, $kx+(2k+3)y-3=0$이 서로 평행할 때, 상수 k의 값은?[3점]

① -5 ② -3 ③ -1
④ 1 ⑤ 3

[난이도 : ★★☆] [2006년 3월 학력평가]

30 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $P(-5, 3)$을 지나고 x축에 평행한 직선이 일차함수 $y=4x-5$의 그래프와 만나는 점을 Q라 한다. $\overline{PQ}$의 길이는?[3 점]



① 6 ② $\dfrac{13}{2}$ ③ 7
④ $\dfrac{15}{2}$ ⑤ 8

[난이도 : ★★☆] [2006년 3월 학력평가]

31 좌표평면 위의 점 $(1, 2)$와 직선 $x+2y=0$사이의 거리는?[2점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
④ $\sqrt{5}$ ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2006년 3월 학력평가]

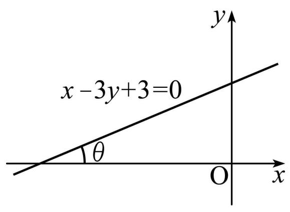
32 좌표평면에서 직선 $2x-y=5$와 수직이고

원 $x^2+y^2-2x=0$의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?[3점]

① $x+2y=1$ ② $x+2y=-1$ ③ $2x+y=2$
④ $2x+y=-2$ ⑤ $2x+2y=1$

[난이도 : ★★☆] [2006년 3월 학력평가]

33 직선 $x-3y+3=0$이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $\cos(\pi+\theta)+\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+\tan(-\theta)$의 값은?[3 점]

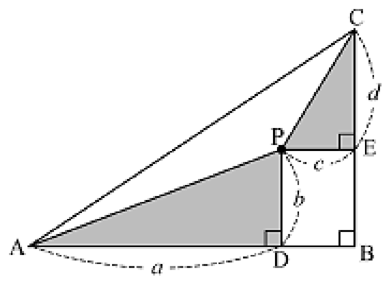


① -3 ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 3

[난이도 : ★★★] [2006년 3월 학력평가]

34 그림과 같이 $\angle B=90°$인 직각삼각형 ABC가 있다. 삼각형의 내부에 한 점 P를 잡고, 점 P에서 선분 AB, BC에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 한다.

$\overline{AD}=a$, $\overline{DP}=b$, $\overline{PE}=c$, $\overline{EC}=d$라 할 때, 옳은 내용을 다음 [보기]에서 모두 고른 것은?[4 점]



[보기]
ㄱ. $\frac{b}{a}<\frac{d}{c}$
ㄴ. $\frac{b}{a}<\frac{b+d}{a+c}$
ㄷ. $\frac{b+d}{a+c}<\frac{d}{c}$

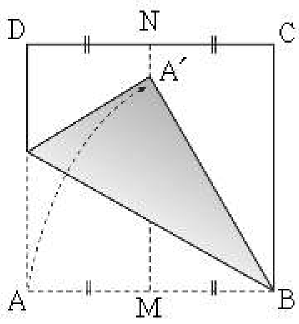
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2006년 11월 학력평가]

35 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 모양의 종이를 꼭짓점 A가 선분 MN위에 놓이도록 접었을 때, 점 A가 선분 MN과 만나는 점을 A'이라 하자.

이때, 점 A와 직선 $A'B$사이의 거리는?

(단, M은 선분 AB의 중점, N은 선분 CD의 중점이다.)[4점]



① $\sqrt{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\sqrt{3}$

④ 2 ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

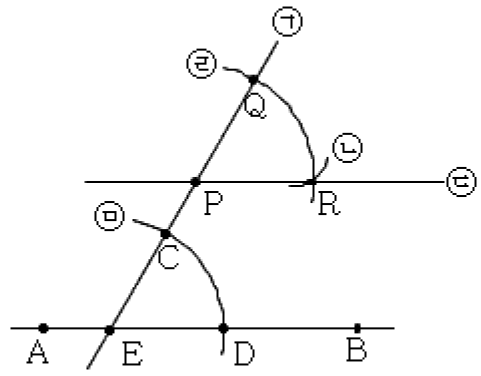
[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

36 직선 $2x+y+3=0$과 평행하고 점 $(4,\ -5)$를 지나는 직선이 점 $(-1,\ k)$를 지날 때, k의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

37 그림은 직선 AB밖의 한 점 P를 지나며 직선 AB에 평행한 직선을 작도한 것이다.

작도하는 순서로 옳은 것은?(단, $\overline{EC}=\overline{PQ}$, $\overline{CD}=\overline{QR}$)[3점]

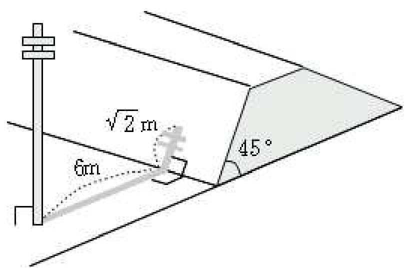


① ㉠ → ㉡ → ㉣ → ㉤ → ㉢
② ㉠ → ㉤ → ㉣ → ㉡ → ㉢
③ ㉡ → ㉣ → ㉤ → ㉠ → ㉢
④ ㉢ → ㉠ → ㉡ → ㉣ → ㉤
⑤ ㉢ → ㉠ → ㉡ → ㉤ → ㉣

[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

38 수평인 지면에 수직으로 전신주가 서 있다. 전신주에 지면과 45°로 태양이 비치어 그림과 같은 그림자가 만들어졌다.

그림자의 일부는 지면과 45°의 각을 이루는 제방의 경사면 때문에 꺾이어 있다. 전신주의 높이를 xm라 할 때, x의 값을 구하시오.[3점]



[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

39 원 $x^2+y^2+2kx-6y+1=0$이 직선 $x-y+2=0$에 의하여 이등분될 때, 상수 k의 값을 구하면?[3점]

① -3 ② -1 ③ 1
④ 5 ⑤ 7

[난이도 : ★★☆] [2005년 6월 학력평가]

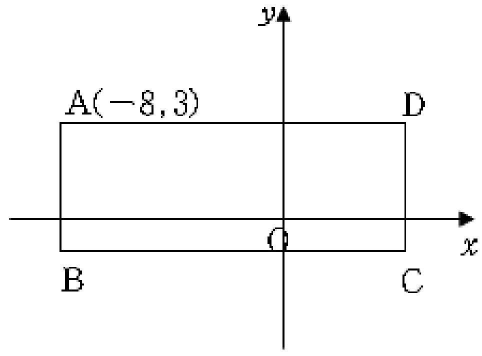
40 [공통]두 함수 $f(x)=x^2-6x$, $g(x)=mx+n$의 그래프가 만나는 서로 다른 두 교점과 점 $P(2,5)$를 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표가 $(4,1)$일 때, m의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

41 직선 $2x+y+3=0$과 평행하고, 점 $(4,\ -5)$를 지나는 직선이 점 $(-1,k)$를 지날 때, k의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2005년 6월 학력평가]

42 그림과 같이 좌표평면 위의 네 점 $A(-8,3)$, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 직사각형의 둘레의 길이는 32이고, 가로의 길이는 세로 길이의 세 배일 때, 점 B와 D를 지나는 직선의 방정식은(단, 각 변은 축에 평행하다.)[4점]



① $y=\frac{1}{3}x+\frac{3}{4}$ ② $y=\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$ ③ $y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$
④ $y=\frac{1}{4}x+\frac{4}{3}$ ⑤ $y=\frac{1}{4}x+\frac{5}{3}$

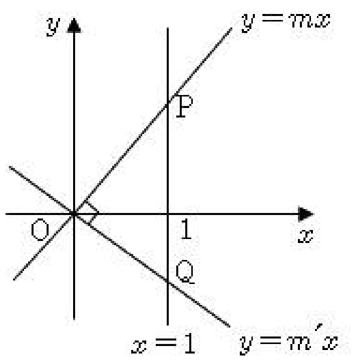
[난이도 : ★★★] [2005년 10월 학력평가]

43 원 $x^2+y^2-2x-4y=0$의 넓이가 두 직선 $y=ax$와 $y=bx+c$에 의해 4등분될 때, abc의 값은?[4점]

① -3 ② $-\frac{5}{2}$ ③ -2
④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ -1

[난이도 : ★★★] [2005년 10월 학력평가]

44 다음은 두 직선이 수직일 조건을 증명한 과정이다.



수직인 두 직선 $y=mx$, $y=m'x$와 직선 $x=1$과의 교점을 각각 P, Q라 하자.

$P(1,\, m)$, $Q(1,\, m')$이고 $\triangle POQ$는 직각삼각형이다.

$\overline{OP}^2+\overline{OQ}^2=\overline{PQ}^2$이므로

$(1+m)^2+(1+m')^2=$ [(가)]$\cdots$①

이 식을 정리하면 $mm'=$ [(나)] ...②

역으로, ②이 성립하면 ①이 성립하므로

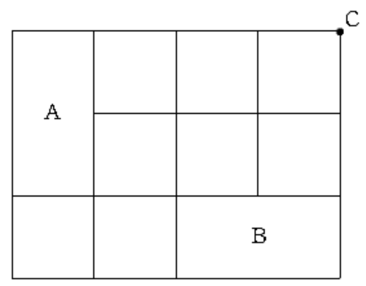
$\triangle POQ$는 직각삼각형이고 $\overline{OP}\perp\overline{OQ}$이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [4점]

① $(m-m')^2,\ -1$ ② $(m-m')^2,\ 1$
③ $(m+m')^2,\ -1$ ④ $(m+m')^2,\ 0$
⑤ $(m+m')^2,\ 1$

[난이도 : ★★★] [2005년 5월 학력평가]

45 [공통]두 변의 길이가 각각 $2,\, 4$인 두 직사각형 A, B와 한 변의 길이가 2인 정사각형 8개를 그림과 같이 배열하였다.



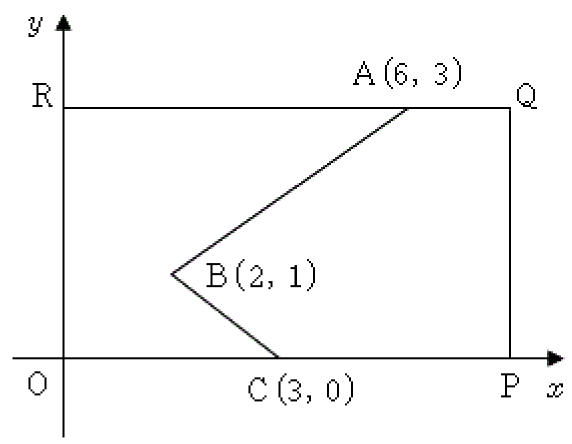
이때, 두 직사각형 A와 B의 넓이를 동시에 이등분하는 직선과 점 C사이의 거리는?[4점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{21\sqrt{29}}{29}$
④ $\frac{31\sqrt{34}}{34}$ ⑤ $\frac{32\sqrt{37}}{37}$

[난이도 : ★★★] [2005년 10월 학력평가]

46 $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$는 직사각형 $OPQR$을 두 부분으로 나누는 경계선이다.

이 경계선을 두 부분의 넓이의 변화 없이 점 A를 지나는 직선으로 바꿀 때, 이 직선의 기울기는?[4점]



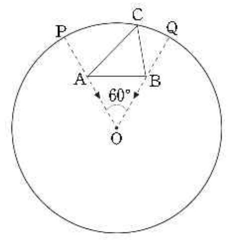
① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

[난이도 : ★★★] [2005년 11월 학력평가]

47 반지름의 길이가 $20m$인 원형의 수영장이 있다. 점 O는 수영장의 중심이고, 두 점 P, Q는 원 위의 점이며 $\angle POQ = 60^\circ$ 이다.

갑과 을이 각각 P, Q에서 동시에 출발하여 중심 O를 향해 가고 있다.

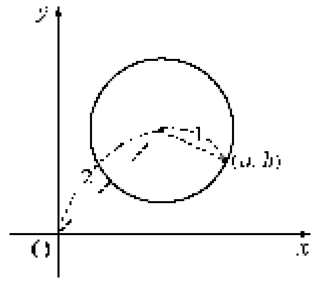
호 PQ위에 한 점 C를 고정하고 선분 OP와 선분 OQ위의 임의의 두 지점 A, B에 갑과 을이 각각 도달하였을 때, 세 지점 A, B, C를 서로 연결한 거리의 합 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$의 최솟값은?[4점]



① $15\sqrt{2}m$ ② $15\sqrt{3}m$ ③ $20\sqrt{2}m$
④ $20\sqrt{3}m$ ⑤ $25\sqrt{2}m$

[난이도 : ★★☆] [2004년 9월 학력평가]

48 [공통]그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심에서 원점까지의 거리가 2인 원이 제 1사분면 위에 있다.



이 원 위의 임의의 점 (a, b)에 대하여 $\frac{b}{a}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $\tan\theta_1 = M$, $\tan\theta_2 = m$을 만족하는 θ_1, θ_2에 대하여 $\theta_1 - \theta_2$의 값은?(단, $0<\theta_1<\frac{\pi}{2}, 0<\theta_2<\frac{\pi}{2}$)[4점]

① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{5}$ ③ $\frac{\pi}{4}$
④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

[난이도 : ★★☆] [2004년 10월 학력평가]

49 직선 $(k+1)x-(k-2)y-3=0$에 대하여 다음 [보기]의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?(단, k는 실수)[3점]

[보기]
ㄱ. $k=-1$이면 점 $(1, 0)$을 지난다. ㄴ. $k=2$이면 y축에 평행이다. ㄷ. k의 값에 관계없이 점 $(1, 1)$을 지난다.

① ㄷ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2004년 11월 학력평가]

50 좌표평면 위의 두 점 $A(1,\ 5)$, $B(4,\ 2)$에 대하여 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점을 지나고, 직선 AB에 수직인 직선의 방정식을 $ax-y+b=0$이라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2004년 10월 학력평가]

51 좌표평면 위에 서로 다른 세 점 $A(-2k-1,\ 5)B(k,\ -k-10)$, $C(2k+5,\ k-1)$가 일직선 위에 있을 때, k의 값의 곱을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2004년 10월 학력평가]

52 세 점 $A(4,\ 2)$, $B(0,\ -2)$, $C(4,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다.

직선 $x=k$가 삼각형 ABC의 넓이를 이등분할 때, k의 값은?[4점]

① $\frac{3\sqrt{2}}{2}$　② $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　③ $2\sqrt{2}$
④ 3　⑤ $\sqrt{10}$

정답 및 해설

2.직선의 방정식

중단원 기출문제

1) 답 : ③

[해설]

주어진 직선의 방정식을 k에 관하여 내림차순으로 정리하면

$(x-1)k^2+(2x-y)k+(x-1)=0$

이 식을 k에 관한 항등식으로 보면

$x-1=0,\ 2x-y=0$에서 $x=1,\ y=2$

그러므로 구하는 직선은 점 (1, 2)를 지나고 기울기가 3이므로

$y-2=3(x-1)$에서 $y=3x-1$

[정답] ③

2) 답 : ④

[해설]

$b=\sqrt{a},\ d=\sqrt{c}$에서

$a=b^2,\ c=d^2$

또, 주어진 조건에서 $\dfrac{b+d}{2}=1$이므로

$$(\text{직선 } PQ\text{의 기울기})=\frac{d-b}{c-a}=\frac{d-b}{d^2-b^2}$$

$$=\frac{d-b}{(d-b)(d+b)}$$

$$=\frac{1}{d+b}=\frac{1}{2}$$

3) 답 : ⑤

[해설]

$x^2+y^2=r^2$위의 점 $(x_1,\ y_1)$에서의 접선의 방정식은

$x_1x+y_1y=r^2$이므로

$1\cdot x+2\cdot y=5 \Rightarrow x+2y=5$

4) 답 : ④

[해설]

직선 l과 직선 PH는 수직이므로 직선 PH의 기울기는 $\dfrac{b}{a}$이다.

따라서, 직선 PH의 방정식은 $y-y_1=\left[\dfrac{b}{a}(x-x_1)\right]$ ...①

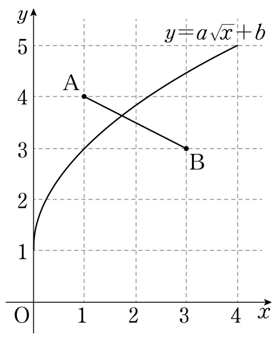
두 점 $P(x_1,\ y_1)$와 $H(x_2,\ y_2)$ 사이의 거리 $\overline{PH}$는

$\overline{PH}=\left[\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1^2)}\right]$ ...②

5) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 무리함수의 그래프와 선분이 만나도록 하는 자연수의 값을 구하는 문제를 해결한다.



a, b는 자연수이므로

(ⅰ) $a=1$인 경우:

함수 $f(x)=\sqrt{x}+b$의 그래프가 선분 AB와 만나기 위해서는

$f(1)\le 4$이고 $f(3)\ge 3$이어야 하므로

$\sqrt{1}+b\le 4$이고 $\sqrt{3}+b\ge 3$

따라서 $3-\sqrt{3}\le b\le 3$이를 만족시키는 자연수 b는 2, 3이므로

순서쌍 $(a,\ b)$는 $(1,\ 2)$, $(1,\ 3)$

(ⅱ) $a=2$인 경우:

함수 $f(x)=2\sqrt{x}+b$의 그래프가 선분 AB와 만나기 위해서는

$f(1)\le 4$이고 $f(3)\ge 3$이어야 하므로

$2\sqrt{1}+b\le 4$이고 $2\sqrt{3}+b\ge 3$

$3-2\sqrt{3}\le b\le 2$

이를 만족시키는 자연수 b는 1, 2이므로

순서쌍 $(a,\ b)$는 $(2,\ 1)$, $(2,\ 2)$

(ⅲ) $a=3$인 경우:

함수 $f(x)=3\sqrt{x}+b$의 그래프가 선분 AB와 만나기 위해서는

$f(1)\le 4$이고 $f(3)\ge 3$이어야 하므로

$3\sqrt{1}+b\le 4$이고 $3\sqrt{3}+b\ge 3$

$3-3\sqrt{3}\le b\le 1$

이를 만족시키는 자연수 b는 1이므로순서쌍 $(a,\ b)$는 $(3,\ 1)$

(ⅳ) $a\ge 4$인 경우:

$f(1)=a+b>4$이므로

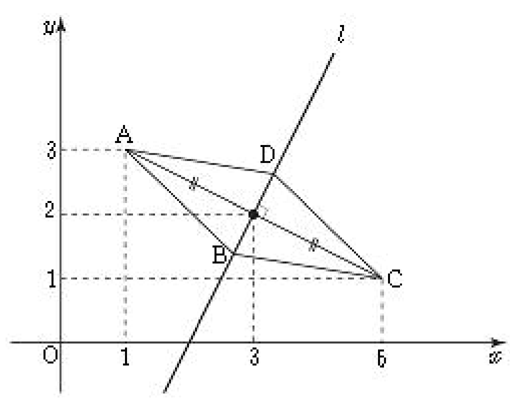
함수 $f(x)=a\sqrt{x}+b$의 그래프는 선분 AB와 만나지 않는다.

따라서 (ⅰ), (ⅱ), (ⅲ), (ⅳ)에서 조건을 만족시키는 순서쌍의 개수는 $2+2+1=5$

6) 답 : 4

[해설]

[출제 의도] 두 직선의 평행조건과 수직조건 이해하기



직선 l은 선분 AC의 수직이등분선이다.

$$(\text{직선 } AC\text{의 기울기})=\frac{3-1}{1-5}=-\frac{1}{2}$$

직선 l은 기울기가 2이고 점 $(3,\ 2)$를 지나므로

직선 l의 방정식은 $y=2(x-3)+2$이며 정리하면

$2x-y-4=0$이고 $\therefore$ $a=-1,\ b=-4$

따라서 $ab=4$

7) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 두 점을 지나는 직선의 기울기를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

직사각형의 넓이를 이등분하는 직선은 직사각형의 두 대각선의 교점을 지난다.

□$OABC$의 대각선의 교점의 좌표는 $\left(3,\ \frac{5}{2}\right)$,

□$FADE$의 대각선의 교점의 좌표는 $\left(5,\ \frac{3}{2}\right)$

$\therefore$ 직선 l의 기울기는 $-\frac{1}{2}$

8) 답 : 11

[해설]

[출제 의도] 평면좌표의 성질을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

$\overline{AB}$와 직선 $y=x+1$이 수직이므로 $\frac{b-5}{a-1}=-1$

$a+b=6\cdots㉠$

$\overline{AP}:\overline{PB}=1:2$인 점 P는 $P\left(\frac{a+2}{3},\ \frac{b+10}{3}\right)$

점 P는 직선 $y=x+1$ 위의 점이므로

$a-b=5\cdots㉡$

㉠, ㉡에서 $a=\frac{11}{2},\ b=\frac{1}{2}$

$\therefore$ $4ab=11$

9) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 직선의 방정식의 성질 이해하기

세 직선이 한 점에서 만나거나

적어도 두 직선이 평행하면 삼각형을 만들지 못하므로

[1]직선 n이 직선 $l,\ m$의 교점 $(-1,\ 1)$을 지날 때, $a=2$

[2] $l//n$ 일 때, $a=\frac{5}{2}$

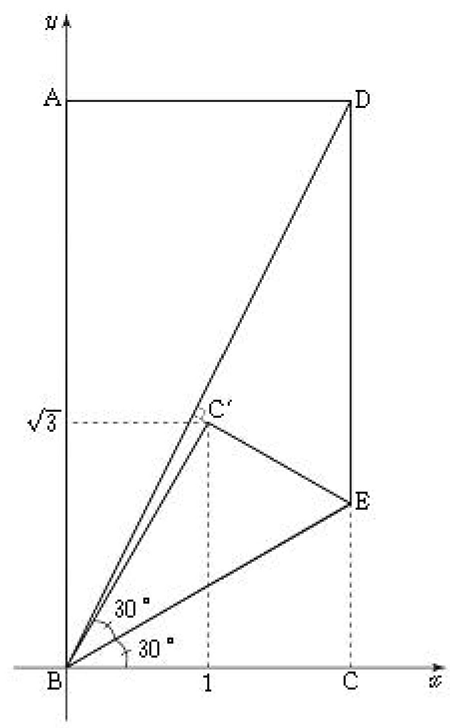
[3] $m//n$ 일 때, $a=1$

$\therefore$ 모든 a의 값의 곱은 5

10) 답 : 8

[해설]

[출제 의도] 점과 직선 사이의 거리를 활용하여 문제 해결하기



좌표평면 위에 점 B가 원점과 일치하도록 직사각형모양의 종이를 놓으면

$\angle C'BC=60^\circ$ 이다.

C'의 좌표는 $(1,\ \sqrt{3})$이고 직선 BD의 방정식은 $y=2x$이다.

점 C'과 직선 BD 사이의 거리를 d라 할 때,

$d=\frac{|2-\sqrt{3}|}{\sqrt{4+1}}=\frac{2}{5}\sqrt{5}-\frac{1}{5}\sqrt{15}$

따라서 $100ab=100\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{5}=8$

11) 답 : ②

[해설]

두 점 $A\ (1,\ a),\ B\ (9,\ b)$를 이은선분 AB의 중점의 좌표는 $\left(5,\ \frac{a+b}{2}\right)$,

직선 AB의 기울기는 $\frac{b-a}{8}$

수직이등분선의 방정식 $2x+y-15=0$에서

$2\times5+\frac{a+b}{2}-15=0,\ \frac{b-a}{8}\times(-2)=-1$

$a+b=10,\ a-b=-4$이므로

$a=3,\ b=7$

$\therefore$ $ab=21$

12) 답 : ④

[해설]

두 직선 $(2+k)x-y-10=0$과 $y=-\frac{1}{3}x+1$이 서로 수직이므로

$(2+k)\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-1$에서

$k=1$

13) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]직선의 방정식 구하기

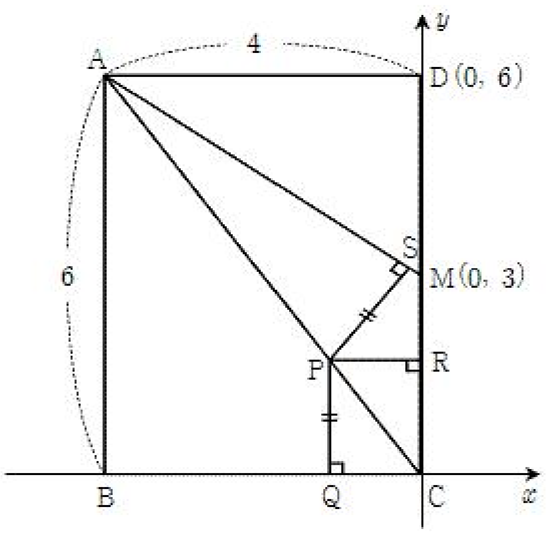
원 $x^2+y^2-2x-4y-7=0$을 변형하면, $(x-1)^2+(y-2)^2=12$이다.

이때, 이 원의 넓이를 이등분하는 직선은 원의 중심 $(1,\ 2)$를 지나야

한다.
한편, 네 직선 $x=-6, x=0, y=-4, y=-2$로 둘러싸인 직사각형의 넓이를
이등분하는 직선은 직사각형의 두 대각선의 교점 $(-3,\ -3)$을 지나야 한다.
그러므로 두 점 $(1, 2)$와 $(-3,\ -3)$을 지나는 직선의 방정식은
$y-2=\dfrac{-3-2}{-3-1}(x-1)$이다.
따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=\dfrac{5}{4}x+\dfrac{3}{4}$이다.

14) 답 : 13
[해설]
[출제 의도]두 직선의 평행조건과 수직조건을 이해하기
직선 $y=mx+3$이 직선 $y=\dfrac{n}{2}x-1$과 수직이므로
$m\cdot\dfrac{n}{2}=-1$에서 $mn=-2$이다.
한편, 직선 $y=mx+3$이 직선 $y=(3-n)x-1$과는 평행하므로
$m=3-n$에서 $m+n=3$이다.
따라서 $m^2+n^2=(m+n)^2-2mn=13$

15) 답 : 15
[해설]
[출제 의도]점과 직선 사이의 거리를 이용하여 문제 해결하기

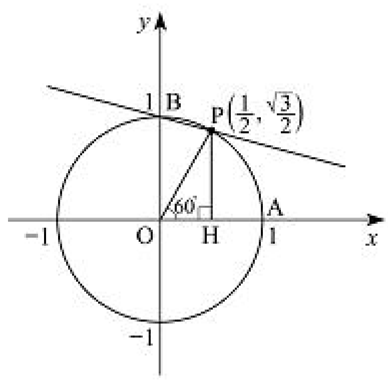


위 그림과 같이 점 C를 원점으로 하고, 선분 BC를 x축,
선분 DC를 y축과 일치시키면,
점 A, M의 좌표는 $A(-4, 6), M(0, 3)$이다.
이때, 선분 PR의 길이를 a라 하면,
직선 AC의 방정식은 $y=-\dfrac{3}{2}x$이므로
점 Q, P의 좌표는 $Q(-a, 0), P\left(-a,\ \dfrac{3}{2}a\right)$이다.
한편, 직선 AM의 방정식은 $3x+4y-12=0$이므로
점 $P\left(-a,\ \dfrac{3}{2}a\right)$에서 직선 $3x+4y-12=0$까지의 거리는
$\dfrac{|3a-12|}{5}$이다.
또한 주어진 조건에서 $\overline{PQ}=\overline{PS}$이므로
$\dfrac{3}{2}a=\dfrac{|3a-12|}{5}\Leftrightarrow 5a=2|a-4|$이다.
그런데 상수 a의 값은 $0<a<4$이므로
$5a=-2a+8$에서 $a=\dfrac{8}{7}$이다.
따라서 $a=\dfrac{8}{7}=\dfrac{q}{p}$($p, q$는 서로소)에서 $p=7, q=8$이므로
$p+q=15$이다.

16) 답 : ①
[해설]
두 직선의 평행 조건
두 직선이 평행하려면
$\dfrac{a}{3}=\dfrac{3}{a}\neq\dfrac{5}{5}$이어야 하므로
$a=-3$이다.

17) 답 : ②
[해설]
원점에서 직선 $3x-(k-1)y+6=0$까지의 거리
$f(k)=\dfrac{|6|}{\sqrt{(k-1)^2+9}}$이다.
$f(k)$가 최대가 되기 위해서는 분모가 최소일 때 이다.
$\sqrt{(k-1)^2+9}\geq 3$이므로 $f(k)$의 최댓값은 2이다.

18) 답 : 100
[해설]
[출제 의도] 두 점을 지나는 직선의 기울기를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.
점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라고 하자.
$\angle POH=60^\circ$이고 $\overline{OP}=1$이므로 $\overline{OH}=\dfrac{1}{2}, \overline{PH}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이다.
$\therefore P\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$



따라서 두 점 $B(0, 1), P\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$을 지나는 직선 BP의 기울기
m은
$$m=\dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{2}-1}{\dfrac{1}{2}-0}=-2+\sqrt{3}$$
$a=-2, b=1$이므로
$20(a^2+b^2)=20(4+1)=100$

19) 답 : ②
[해설]
직선의 방정식
P, Q는 각각 두 직선의 x절편, y절편이다.

한편 직선 $x+\frac{y}{2}=1$의 x절편, $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1$의 y절편은 각각 $1, 4$이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은 $x+\frac{y}{4}=1$이다.

20) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]두 직선의 위치 관계 이해하기

[1]수직일 때

$a\cdot1+2(a+1)=0$이므로 $a=-\frac{2}{3}$ ∴ $m=-\frac{2}{3}$

[2]평행일 때

$\frac{a}{1}=\frac{2}{a+1}\neq\frac{2}{2}$이므로 $a^2+a-2=0$이고 $a\neq1$

따라서 $a=-2$ ∴ $n=-2$

∴ $mn=\frac{4}{3}$

21) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]두 직선의 관계 이해하기

ㄱ. 직선 m에 점 $(-1, 1)$을 대입하면 성립(참)

ㄴ. $k=1$일 때, 직선 l과 m의 기울기의 곱이 -1이므로 수직(참)

ㄷ. 두 직선 l과 m이 제1사분면에서 만나려면

직선 m이 $(2, 0)$과 $(0, 2)$사이를 지나야 하므로

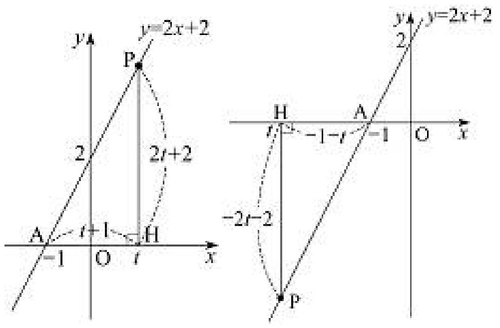
기울기 k의 범위는 $-\frac{1}{3}<k<1$

∴ 정수 k의 개수는 한 개(거짓)

22) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]주어진 조건을 이해하여 조건을 만족시키는 방정식의 해를 구하는 문제 해결력을 묻는 문제이다.



$t>-1$ $t<-1$

그림과 같이 점 P의 x좌표를 t라 하면

y좌표는 $2t+2$이므로

삼각형 PAH의 넓이는

$t>-1$일 때 $\frac{1}{2}(t+1)(2t+2)=(t+1)^2$

$t<-1$일 때 $\frac{1}{2}(-1-t)(-2t-2)=(t+1)^2$이다.

즉, 삼각형 PAH의 넓이는 $t\neq-1$일 때 $(t+1)^2$이다.

삼각형 PAH의 넓이는 5이므로

$(t+1)^2=5, t^2+2t-4=0$

이차방정식의 근과 계수와의 관계로부터

구하는 점 P의 x좌표 α, β의 곱 $\alpha\beta$는 -4이다.

23) 답 : 3

[해설]

$\angle AOB=90^\circ$이므로 $\overline{OA}$와 $\overline{OB}$는 서로 수직이다.

따라서 직선 OA의 기울기와 직선 OB의 기울기의 곱은 -1이다.

$-\frac{3}{a}\times\frac{a}{b}=-1$ ∴ $b=3$

(별해)

$\overline{OA}^2+\overline{OB}^2=\overline{AB}^2$

$a^2+(-3)^2+b^2+a^2=(a-b)^2+(a+3)^2$

$2ab-6a=0$

$2a(b-3)=0$

$a\neq0$이므로 $b=3$

24) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]산술평균과 기하평균 활용하기

두 직선이 평행할 때,

$\frac{a}{3}=\frac{1}{b}$이 성립하므로

$ab=3$이다.

산술평균과 기하평균의 관계를 쓰면

$a+b\geq2\sqrt{ab}=2\sqrt{3}$

$a+b\geq2\sqrt{3}$ (단, 등호는 $a=b=\sqrt{3}$)

따라서, 최솟값은 $2\sqrt{3}$

25) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]점과 직선사이의 거리 구하기

원점 O에서 직선 $(3-k)x-(1+k)y+2=0$까지의 거리는

$$\frac{|2|}{\sqrt{(3-k)^2+(1+k)^2}}=\frac{2}{\sqrt{2k^2-4k+10}}$$

거리가 최대가 되려면 분모가 최소일 때이다.

$2k^2-4k+10=2(k-1)^2+8\geq8$이므로

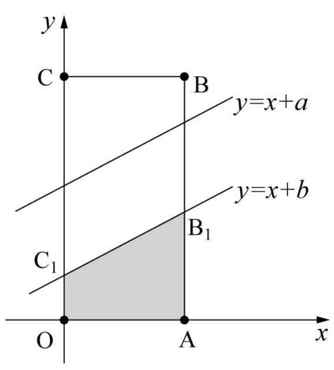
$$\frac{2}{\sqrt{2k^2-4k+10}}\leq\frac{2}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

∴ 최댓값 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

26) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]직선의 방정식 구하기



사각형 $OABC$의 넓이가 72이므로

사각형 OAB_1C_1의 넓이는 24이다.

$\frac{1}{2}(b+6+b)\times 6=24$이므로 $b=1$

같은 방법으로 $a=5$

따라서, $ab=5$

27) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]직선의 기울기 이해하기

$\frac{n}{m}$은 직선 AP의 기울기,

$\frac{b}{a}$는 직선 AC의 기울기,

$\frac{b-n}{a-m}$은 직선 PC의 기울기이다.

따라서, $\frac{b-n}{a-m}<\frac{b}{a}<\frac{n}{m}$

28) 답 : 15

[해설]

[출제 의도]일차함수의 그래프를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

두 점 A, B의 좌표는 각각 $(20, 0), (0, 20)$이다.

점 P의 좌표를 $(k, 20-k)$라 하면

$\triangle OBP=\frac{1}{2}\times 20\times k=10k$

$\triangle OPQ=\frac{1}{2}\times k\times(20-k)=\frac{k(20-k)}{2}$

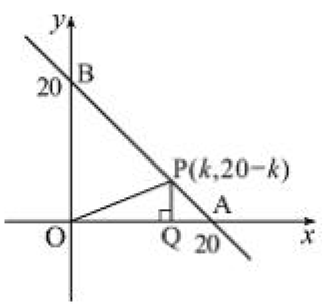
$\triangle OBP=4\triangle OPQ$이므로

$10k=4\times\frac{k(20-k)}{2}$

$20k-k^2=5k,\ k(k-15)=0$

그런데 $0<k<20$이므로 $k=15$

따라서 점 P의 x좌표는 15이다.



29) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]두 직선의 평행조건 구하기

[해설]두 직선이 서로 평행하므로 $\frac{1}{k}=\frac{k}{2k+3}\neq-\frac{1}{-3}$이어야 한다.

$2k+3=k^2\Leftrightarrow k^2-2k-3=0$

$\Leftrightarrow(k+1)(k-3)=0$

$\therefore\ k=3,\ -1$

따라서, 평행한 경우는 $k=-1$ ($k=3$일 경우는 두 직선이 일치)

30) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]일차함수의 그래프의 성질을 이용하여 두 점 사이의 거리를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 P를 지나고 x축에 평행한 직선의 방정식은 $y=3$이다.

점 Q의 y좌표가 3이므로

$y=4x-5$에 $y=3$을 대입하면

$3=4x-5\ \therefore\ x=2$

따라서 점 Q의 좌표는 $(2, 3)$이다.

$\therefore\ \overline{PQ}=2-(-5)=7$

31) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 $(1, 2)$와 직선 $x+2y=0$사이의 거리 d는

$d=\frac{|1\cdot 1+2\cdot 2|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\sqrt{5}$

32) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]조건에 맞는 직선의 방정식을 구하는 문제이다.

$x^2+y^2-2x=0$에서 $(x-1)^2+y^2=1$이므로

중심의 좌표가 $(1, 0)$이다.

또, 직선 $2x-y=5$에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{1}{2}$이므로

구하는 직선은 기울기가 $-\frac{1}{2}$이고 점 $(1, 0)$을 지나는 직선이다.

$\therefore\ y-0=-\frac{1}{2}(x-1)$

$\therefore\ x+2y=1$

33) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]삼각함수에서 일반각의 성질을 묻는 문제이다.

$\cos(\pi+\theta)+\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+\tan(-\theta)$

$=-\cos\theta+\cos\theta-\tan\theta$

$=-\tan\theta$

$x-3y+3=0$의 기울기는 $\frac{1}{3}$이므로

$\tan\theta=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 값은 $-\frac{1}{3}$이다.

34) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]직선의 기울기 사이의 관계를 추측할 수 있는가를 묻는 문제이다.

선분 AP의 기울기는 $\frac{b}{a}$, 선분 PC의 기울기는 $\frac{d}{c}$,

선분 AC의 기울기는 $\frac{b+d}{a+c}$이므로

$\frac{b}{a}<\frac{b+d}{a+c}<\frac{d}{c}$가 성립한다.

따라서 옳은 내용은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

35) 답 : ③

[해설]

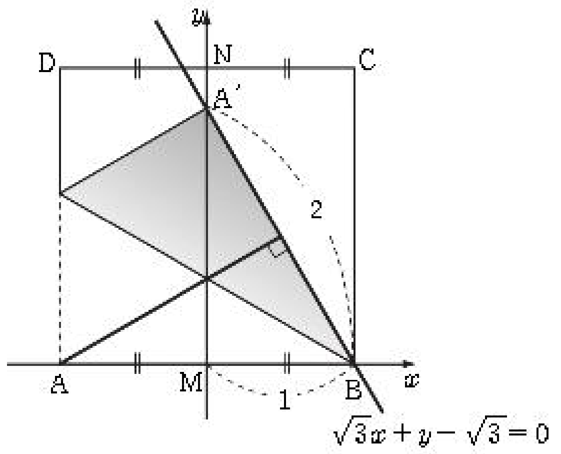
[출제 의도]점과 직선 사이의 거리 구하기

[해설]정사각형 $ABCD$를 좌표평면 위에 놓자.

점 M을 원점으로 하고 직선 AB를 x축 위에 잡으면

$\overline{AM}=\overline{MB}=1$이므로

$A(-1,\ 0),\ B(1,\ 0),\ \overline{A'B}=\overline{AB}=2,\ A'(0,\ \sqrt{3})$이다.



직선 $A'B$의 방정식은 $\sqrt{3}x+y-\sqrt{3}=0$이므로,

점 A에서 직선 $A'B$사이의 거리는 $\dfrac{|-\sqrt{3}-\sqrt{3}|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}}=\sqrt{3}$

36) 답 : 5

[해설]

【출제 의도】 직선의 방정식 이해하기

$2x+y+3=0$에서 $y=-2x-3$

구하는 직선이 $y=-2x-3$과 평행하므로

$y=-2x+b$라 놓고 점 $(4,\ -5)$를 지나므로

$x=4,\ y=-5$를 대입하면

$-5=-8+b\ \therefore\ b=3$

$\therefore\ y=-2x+3$

여기에 $x=-1,\ y=k$를 대입하면

$k=-2(-1)+3\ \therefore\ k=5$

37) 답 : ②

[해설]

【출제 의도】 기본적인 작도방법 활용하기

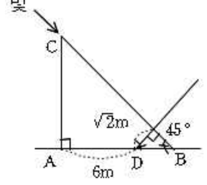
생략

38) 답 : 8

[해설]

태양의 고도가 45° 이므로

전신주의 길이 $\overline{AC}=\overline{AB}=8\ m\ (\because\ \overline{DB}=2\ m)$



39) 답 : ②

[해설]

원이 직선에 의하여 이등분되려면

직선이 원의 중심을 지나야 한다.

원의 방정식은 $(x+k)^2+(y-3)^2=k^2+8$이므로

중심은 $(-k,\ 3)$이다.

$(-k,\ 3)$을 $x-y+2=0$에 대입하면

$-k-3+2=0$

$\therefore\ k=-1$

40) 답 : 4

[해설]

【출제 의도】 근과 계수와의 관계를 이해하고 삼각형의 무게중심의 좌표를 이용한 기울기 구하기

두 교점을 $(x_1,\ y_1),\ (x_2,\ y_2)$라 하면

$x^2-6x=mx+n$

$x^2-(m+6)x-n=0$의 두 근이 $x_1,\ x_2$이므로

근과 계수와의 관계에 의해

$x_1+x_2=m+6$이다.

두 점 $(x_1,\ y_1),\ (x_2,\ y_2)$와 $P(2,\ 5)$의 무게중심이 $(4,\ 1)$이므로

$\dfrac{x_1+x_2+2}{3}=4$에서 $x_1+x_2=10$이므로

$m+6=10$

$\therefore\ m=4$

41) 답 : 5

[해설]

$2x+y+3=0$에서 $y=-2x-3$

구하는 직선이 $y=-2x-3$과 평행하므로

$y=-2x+b$라 놓고 점 $(4,\ -5)$를 지나므로

$x=4,\ y=-5$를 대입하면

$-5=-8+b\ \therefore\ b=3$

$\therefore\ y=-2x+3$

여기에 $x=-1,\ y=k$를 대입하면

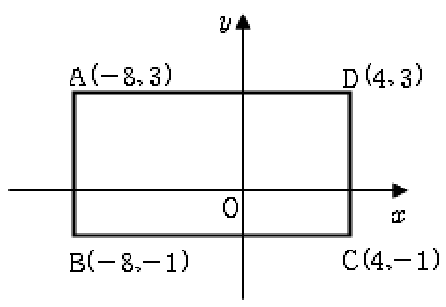
$k=-2(-1)+3$

$\therefore\ k=5$

42) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]기울기와 한 점을 지나는 직선의 방정식 구하기



세로의 길이가 a라 하면

가로의 길이는 $3a$이다.

$8a=32$에서 $a=4$

가로의 길이는 12, 세로의 길이는 4이므로 $D(4,\ 3)$이고, 기울기는 $\dfrac{1}{3}$이다.

따라서 직선의 방정식은 $y=\dfrac{1}{3}(x-4)+3$이며 정리하면

따라서 $y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$

43) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]원의 방정식과 직선의 성질 이 해하기

[그림]원이 두 직선에 의해 4등분 되려면

두 직선은 모두 원의 중심 $(1, 2)$를 지나고 수직이면 된다.

$a=2,\ b=-\frac{1}{2},\ c=\frac{5}{2}$

$\therefore\ abc=2\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{5}{2}\right)=-\frac{5}{2}$

44) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]두 직선의 수직조건 증명하기

수직인 두 직선 $y=mx,\ y=m'x$와 직선 $x=1$과의 교점 을 각각 $P,\ Q$라 하자.

$P(1,\ m),\ Q(1,\ m')$이고 $\triangle POQ$는 직각삼각형이다.

$\overline{OP}^2+\overline{OQ}^2=\overline{PQ}^2$이므로

$(1+m^2)+(1+m'^2)=(m-m')^2\cdots$①

이 식을 정리하면 $m\times m'=-1$

역으로, ② 이 성립하면 ① 이 성립하므로

$\triangle POQ$는 직각삼각형이고 $\overline{OP}\perp\overline{OQ}$이다.

45) 답 : ④

[해설]

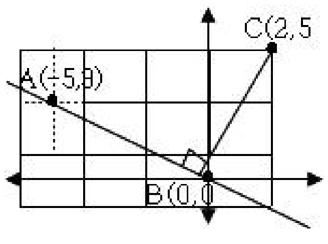
[출제 의도]점과 직선 사이의 거리 구하기

$A,\ B$의 넓이를 동시에 이등분하는 직선은

두 직사각형 $A,\ B$의 중심을 지나는 직선이므로

직사각형 B의 중심의 좌표를 원점으로 잡으면

A의 중심의 좌표는 $(-5,\ 3)$, C의 좌표는 $(2,\ 5)$이다.



이때, $A,\ B$의 중심을 지나는 직선의 방정식은

$3x+5y=0$이다.

따라서 점 $C(2,\ 5)$와 직선 $3x+5y=0$사이의 거리는

$\frac{31}{\sqrt{34}}=\frac{31\sqrt{34}}{34}$

[정답]④

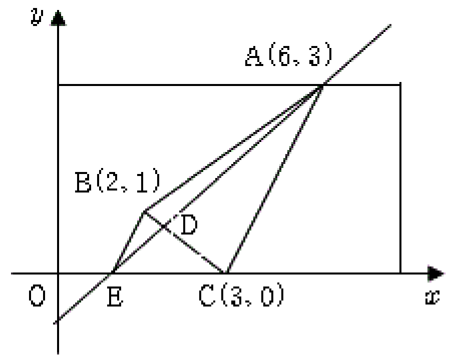
46) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]직선의 방정식을 이용하여 실생활 문제 해결하기

[그림]

$\overline{AC}$와 평행한 보조선 $\overline{BE}$를 긋는다.



$\overline{AC}\ //\ \overline{BE}$이므로

$\triangle ABC=\triangle AEC$

$\triangle ABD=\triangle CDE$

따라서 $\overline{AE}$가 직선 경계임을 알 수 있다.

(직선 AC의 기울기) = (직선 BE의 기울기) $=1$

점 $B(2,\ 1)$을 지나고 기울기 1인 직선의 방정식은

$y=x-1$이고 $E(1,\ 0)$임을 알 수 있다.

$\therefore$ (직선 AE의 기울기) $=\frac{3}{5}$

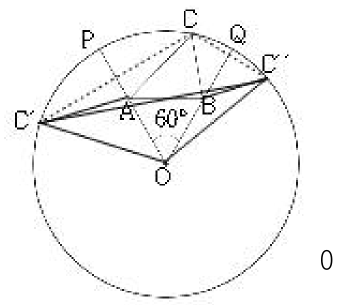
47) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 도형의 대칭이동을 활용하여 최솟값 구하기

선분 $OP,\ OQ$에 대한 점 C의 대칭점 을 $C',\ C''$라면

$\overline{AC}=\overline{AC'},\ \overline{BC}=\overline{BC''}$이므로

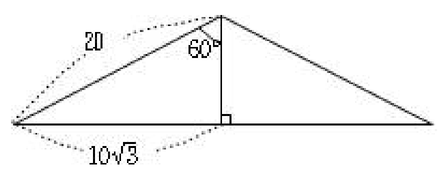


0

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{AB}+\overline{BC''}+\overline{AC'}\geq\overline{C'C''}$

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$의 최솟값은 $\overline{C'C''}$이고,

$\triangle OC'C''$는 $\angle C'OC''=120^\circ$인 이등변삼각형이므로



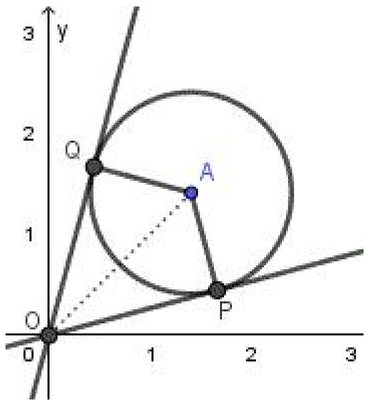
$\overline{C'C''}=20\sqrt{3}$ [정답]④

48) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]기울기의 정의를 알고 관련된 문제를 해결할 수 있다.

$\frac{b}{a}$는 원점과 점 $(a,\ b)$를 잇는 직선의 기울기이므로,



위 그림과 같이 $\frac{b}{a}$의 최댓값 M과 최솟값 m은

점 (a, b)가 각각 점 P와 점 Q에 위치할 때이다.

$\therefore\ \theta_1 - \theta_2 = \angle POQ = \frac{\pi}{3}$

49) 답 : ④

[해설]

ㄱ. $k=-1$이면 $y=1$이므로

점 $(0, 1)$을 지난다.

ㄴ. $k=2$이면 $x=1$이므로

y축에 평행이다.

ㄷ. $(x-y)k+(x+2y-3)=0$이므로

k의 값에 관계없이 점 $(1, 1)$을 지난다.

[정답]④

50) 답 : 3

[해설]

[출제 의도]직선의 방정식 구하기

$\overline{AB}$를 $1:2$로 내분하는 점을 C라고 하면

$C\left(\frac{6}{3}, \frac{12}{3}\right)=C(2, 4)$이고

직선 AB의 기울기는 $\frac{2-5}{4-1}=-1$이므로

직선 AB에 수직인 직선의 기울기는 1이다.

그러므로 직선의 방정식은 $y-4=(x-2)$이다.

따라서 $a=1, b=2$이므로 $a+b=3$이다.

51) 답 : 12

[해설]

세 점 A, B, C가 일직선 위에 있으므로

직선 AB와 직선 BC의 기울기는 같다.

$\frac{-k-10-5}{k-(-2k-1)}=\frac{(k-1)-(-k-10)}{2k+5-k}$ 이며 정리하면

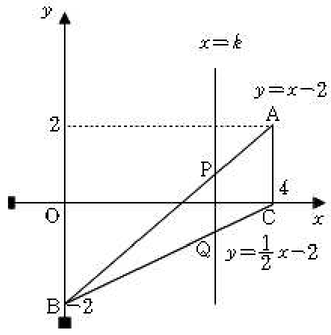
$k^2+7k+12=0$

$\therefore$ k의 값의 곱은 12이다.

[정답] 12

52) 답 : ③

[해설]



직선 $x=k$와 $\overline{AB}, \overline{BC}$의 교점을 각각 P, Q라 하면

$P(k, k-2), Q\left(k, \frac{1}{2}k-2\right)$이다.

삼각형 ABC의 넓이가 $\frac{1}{2}\times2\times4=4$이므로

삼각형 PBQ의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\left\{(k-2)-\left(\frac{1}{2}k-2\right)\right\}\times k=2$

$\therefore\ k=2\sqrt{2}\,(\because 0<k<4)$

[정답]③