Ⅲ.도형의 방정식

1.평면좌표

중단원 기출문제

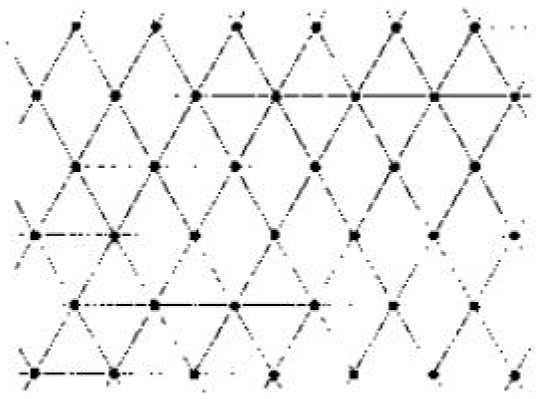
[난이도 : ★★☆] [2003 학년도 대수능]

1 [공통]어떤 물질은 원자를 구로 나타낼 경우 똑같은 구들을 규칙적으로 배열하여 얻은 정육각형 격자구조를 갖는다.

아래 그림은 이 격자구조의 한 단면에 놓여 있는 원자의 중심을 연결한 것이다.

이 구조에서 한 원자의 에너지는 인접한 원자의 수와 거리에 영향을 받는다.

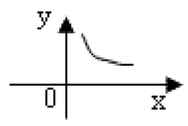
가장 인접한 원자의 중심간의 거리가 모두 1 일 때, 동일 평면상에서 고정된 한 원자와 중심사이의 거리가 $\sqrt{7}$ 인 원자의 개수는?[3점]

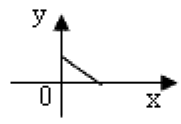


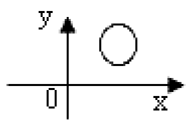
① 4　② 6　③ 8
④ 12　⑤ 16

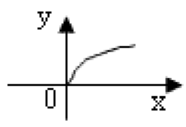
[난이도 : ★★☆] [2002 학년도 대수능]

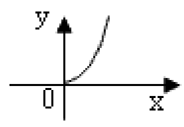
2 [공통]좌표평면의 제 1사분면 위의 점 P에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하자. 점 $A(-1,\ -1)$에 대하여 $\overline{PA}=\overline{PQ}+\overline{PR}$를 만족시키는 점 P의 자취의 개형은 ?[3점]

①


②


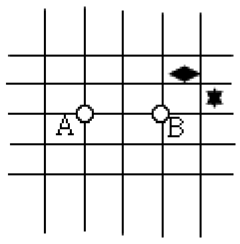
③


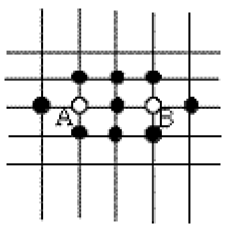
④


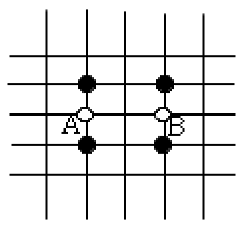
⑤


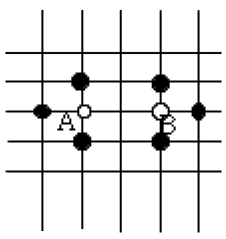
[난이도 : ★★☆] [2002 학년도 대수능]

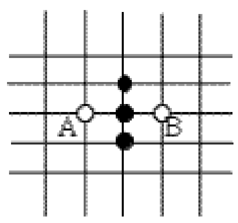
3 그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 1인 바둑판 모양의 도로망이 있다. 두 차량이 각각 A와 B에서 출발하여 A, B이외의 교차로 P에서 만났다. 두 차량이 움직인 거리의 합이 4가 되는 P의 위치를 모두 표시하면?[3점]

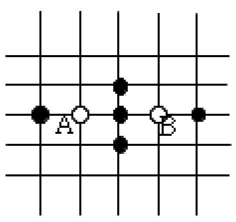


①


②


③


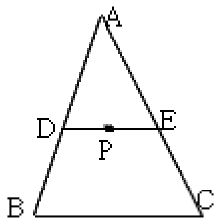
④


⑤


[난이도 : ★★☆] [2002 학년도 대수능]

4 [공통]다음은 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}<\overline{AC}<\overline{AB}$일 때, 삼각형 내부의 한 점 P에 대하여 $\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}<\overline{AB}+\overline{AC}$임을 증명한 것이다.

가정에 의해 $\overline{BC}<\overline{AC}<\overline{AB}$이므로



$\angle A<\angle B<\angle C$

점 P를 지나고 선분 BC에 평행한 직선이 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E라고 하자.

선분 DE와 선분 BC가 평행이므로

$\angle ADE=\angle B,\ \angle AED=\angle C$

따라서 $\angle A<\angle ADE<\angle AED$

그러므로 $\triangle ADE$에서 ㈎...①이고 $\overline{PA}\cdots$ ②

$\triangle BDP$에서 $\overline{PB}<\overline{P\cdots}$ ③

$\triangle EPC$에서 $\overline{PC}<\overline{PE}+\overline{EC}$---④

①, ②, ③, ④에서 $\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}<\overline{AB}+\overline{AC}$

위의 증명에서 ㈎에 알맞은 것은?[2점]

① $\overline{AD}<\overline{AE}<\overline{DE}$

② $\overline{AD}<\overline{DE}<\overline{AE}$

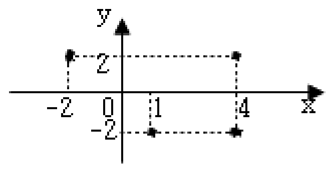
③ $\overline{AE}<\overline{AD}<\overline{DE}$

④ $\overline{AE}<\overline{DE}<\overline{AD}$

⑤ $\overline{DE}<\overline{AE}<\overline{AD}$

[난이도 : ★★☆] [2002 학년도 대수능]

5 [공통]좌표평면 위의 네 점 $(-2, 2), (4, 2), (1, -2), (4, -2)$에 있는 나사를 모두 조이는 작업을 반복하는 로봇팔의 한쪽 끝을 점 P를 중심으로 360° 회전 가능하고, 점 P로부터의 거리가 로봇팔의 길이 이하인 모든 곳의 나사를 조일 수 있다. 로봇팔의 길이를 최소로 할 수 있는 점 P의 좌표는?[3점]

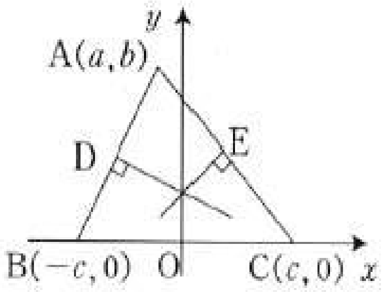


① $(1, 1)$ ② $(1, 0)$ ③ $(0, -1)$

④ $(0, 1)$ ⑤ $(0, 0)$

[난이도 : ★★☆] [2001 학년도 대수능]

6 [공통]다음은 $\triangle ABC$의 세 변의 수직 이등분선이 한 점에서 만남을 증명한 것이다.



직선 BC를 x축 변 BC의 수직 이등분선을 y축으로 잡고 $A(a, b)$, $B(-c, 0)$라고 하자.(단, $b \neq 0, c > 0$)

(i) $a \neq c$이고 $a \neq -c$일 때

직선 AC의 기울기는 $\dfrac{b}{a-c}$이므로,

변 AC의 중점 E를 지나고 변 AC에 수직인 직선의 방정식은

$y=$ (가) $\left(x-\dfrac{a+c}{2}\right)+\dfrac{b}{2}=$ (가) $x+$(나)$\cdots$①

같은 방법으로, 변 AB의 중점 D를 지나고 변 AB에 수직인 직선의 방정식은

$y=-\left(\dfrac{a+c}{2}\right)+\dfrac{b}{2}=$(나)$\cdots$②

두 직선 ①, ②의 y절편이 같으므로

세 변의 수직이등분선은 y축 위의 점(0, (나))에서 만난다.

따라서 $\triangle ABC$의 세 변의 수직 이등분선은 한 점에서 만난다.

(ii) $a \neq c$또는 $a \neq -c$일 때

$\triangle ABC$는(다)이므로 세 변의 수직이등분선은 D또는 E에서 만난다.

따라서 $\triangle ABC$의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.

위의 증명과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?[3점]

① $-\dfrac{a-c}{b}$, $\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 직각삼각형

② $-\dfrac{a-c}{b}$, $\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 정삼각형

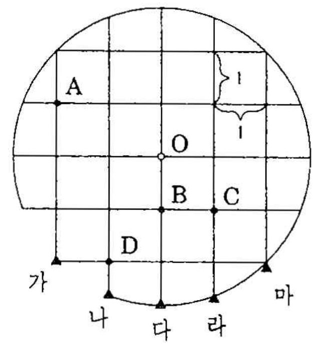
③ $-\dfrac{a-c}{b}$, $\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 이등변삼각형

④ $\dfrac{a-c}{b}$, $\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 이등변삼각형

⑤ $\dfrac{a-c}{b}$, $\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 직각삼각형

[난이도 : ★★☆] [1997 학년도 대수능]

7 아래 그림은 어느 도시의 도로망을 나타낸 것이다. 정사각형 모양을 이루는 간선도로는 교차로간의 거리가 모두 1로 일정하고, 도시 순환로는 O를 중심으로 하는 원의 일부로 되어 있다. 네 개의 대리점 A, B, C, D를 소유하고 있는 한 유통 회사에서 순환도로 위의 가, 나, 다, 라, 마 중 한 곳에 물품창고를 세우려고 한다. 이때 물품창고에서 도로를 따라 대리점 A, B, C, D에 이르는 최단거리를 각각 a, b, c, d라 하자. $a+b+c+d$가 최소가 되는 물품창고의 위치는?[2점]



① 가　　② 나　　③ 다
④ 라　　⑤ 마

[난이도 : ★★☆] [2012년 9월 학력평가]

8 좌표평면 위에 있는 두 점 $A(a-1, 4)$, $B(5, a-4)$사이의 거리가 $\sqrt{10}$이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2012년 9월 학력평가]

9 꼭짓점 A의 좌표가 $(1, -2)$인 $\triangle ABC$에서 변 BC의 중점의 좌표가 $(-2, 4)$일 때, $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표는? [3점]

① $\left(-\dfrac{1}{2}, 1\right)$　　② $(-1, 2)$　　③ $\left(-\dfrac{3}{2}, 3\right)$
④ $(0, 0)$　　⑤ $\left(\dfrac{1}{2}, -1\right)$

[난이도 : ★★★] [2012년 10월 학력평가]

10 좌표평면 위에 세 직선 $\begin{cases} l: 5x-2y+7=0 \\ m: x-y+2=0 \\ n: ax-y+3=0 \end{cases}$ 이 있다.

$a=0$일 때, 세 직선 l, m, n으로 만들어지는 삼각형의 무게중심의 좌표는? [3점]

① $\left(-\frac{1}{15}, \frac{5}{3}\right)$ ② $\left(-\frac{1}{15}, 2\right)$ ③ $\left(-\frac{1}{15}, \frac{7}{3}\right)$
④ $\left(\frac{1}{15}, 2\right)$ ⑤ $\left(\frac{1}{15}, \frac{7}{3}\right)$

[난이도 : ★★★] [2012년 10월 학력평가]

11 A공장에서 서쪽으로 $2km$떨어진 지점에 공장이 있고, A공장에서 동쪽으로 $2km$, 남쪽으로 $4km$떨어진 지점에 C공장이 있다.

A, B, C세 공장으로부터 거리가 같은 지점에 물류창고를 지을 때, 각 공장에서 물류창고까지의 거리(km)는?

(단, 세 공장 A, B, C와 물류창고는 동일 평면 위에 위치하며, 공장 사이의 거리는 직선으로 연결한 평면상의 거리이다.)[3점]

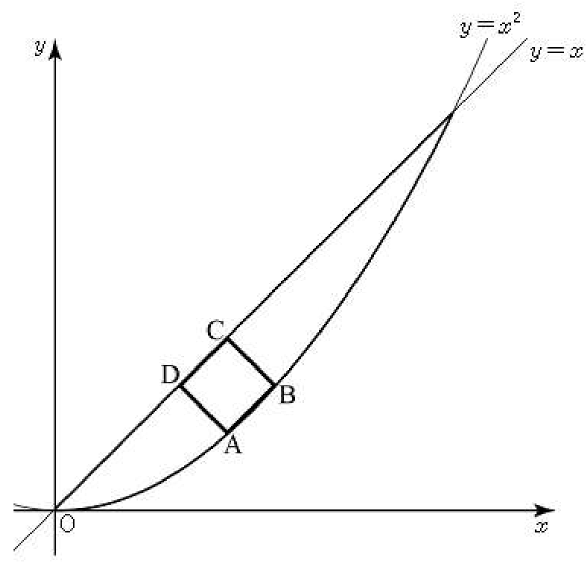
① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $2\sqrt{3}$
④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

[난이도 : ★★★] [2012년 9월 학력평가]

12 두 다항식 x^3+x^2-2x와 $2x^3+(a-2)x^2+(4-a)x-4$의 최대공약수가 x에 대한 이차식일 때, 상수 a에 대하여 a^2의 값을 구하시오. [4점]

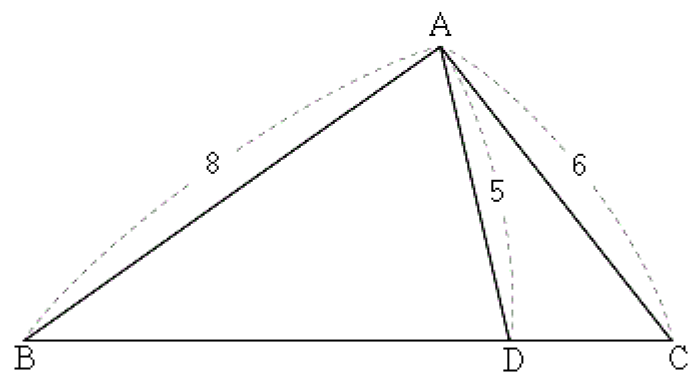
[난이도 : ★★★] [2012년 9월 학력평가]

13 그림과 같이 일차함수 $y=x$의 그래프와 이차 함수 $y=x^2$의 그래프로 둘러싸인 도형이 있다. 곡선 $y=x^2$위에 두 점 A, B를 잡고, 직선 $y=x$위에 두 점 C, D를 잡아 이 도형 위에 정사각형 $ABCD$를 그린다. 이 정사각형 $ABCD$의 대각선의 길이가 $2\sqrt{a}+b$일 때, $a+b$의 값을 구하시오.(단, a, b는 유리수이다.)[4점]



[난이도 : ★★★] [2012년 10월 학력평가]

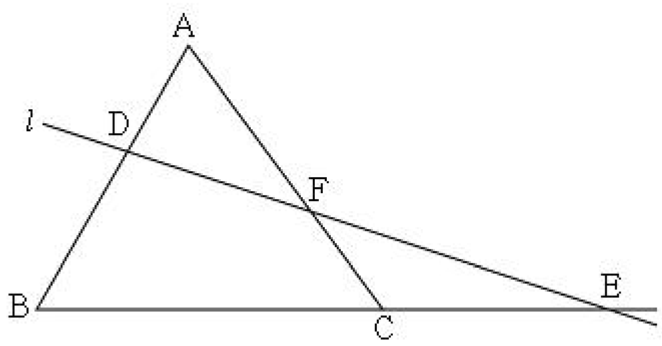
14 그림과 같이 $\overline{AB}=8$, $\overline{AC}=6$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 BC를 $3:1$ 내분하는 점 D에 대하여 $\overline{AD}=5$일 때, 선분 BC의 길이는? [4점]



① $5\sqrt{3}$ ② 9 ③ $3\sqrt{10}$
④ $4\sqrt{6}$ ⑤ 10

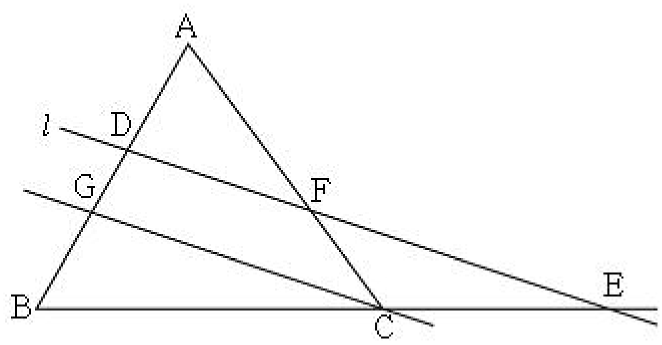
[난이도 : ★★★] [2012년 11월 학력평가]

15 그림과 같이 $\triangle ABC$에서 선분 AB를 $2:3$으로 내분하는 점을 D, 선분 BC를 $5:2$로 외분하는 점을 E라 하고, 두 점 D와 E를 지나는 직선 l과 선분 AC가 만나는 점을 F라 하자.



다음은 $\overline{AF}:\overline{FC}=m:n$일 때, mn의 값을 구하는 과정의 일부이다.

(단, m, n은 서로소인 자연수이다.)

> 그림과 같이 점 C를 지나고 직선 l과 평행한 직선이 선분 AB와 만나는 점을 G라 하자.
>
> 
>
>
> $\triangle ADF$와 $\triangle AGC$는 서로 닮은 도형이므로
>
> $\dfrac{\overline{AF}}{\overline{FC}}=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{DG}}\cdots$ ㉠
>
> $\triangle BCG$와 $\triangle BED$는 서로 닮은 도형이므로
>
> $\dfrac{\overline{BE}}{\overline{EC}}=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{DG}}\cdots$ ㉡
>
> ㉠과 ㉡으로부터 $\dfrac{\overline{AD}}{\overline{BD}}\cdot\dfrac{\overline{BE}}{\overline{EC}}\cdot\dfrac{\overline{FC}}{\overline{AF}}=$ [(가)]$\cdots$ ㉢
>
> 한편, $\overline{AD}:\overline{BD}=2:3$, $\overline{BE}:\overline{EC}=5:2$, $\overline{AF}:\overline{FC}=m:n$이므로 ㉢으로부터 $\dfrac{m}{n}=$ [(나)]
>
> 따라서 $mn=$ [(다)]

위의 과정에서(가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c라 할 때, $a+bc$의 값은? [4점]

① 17　② 26　③ 37
④ 50　⑤ 65

[난이도 : ★★★] [2012년 11월 학력평가]

16 그림과 같이 동서로 뻗어 있는 직선도로 l과 남서쪽에서 북동쪽으로 뻗어 있는 직선도로 m이 이루는 각은 $45°$ 이다. 두 직선도로 l과 m이 만나는 지점 O로부터 동쪽으로 $3km$ 떨어진 지점에서 북쪽으로 $1km$ 떨어진 지점에 정류소 A가 있다. 정류소 A를 출발해서 직선도로 l위의 한 지점과 직선도로 m위의 한 지점을 차례로 경유하여 정류소 A로 돌아오는 도로를 만들려고 한다. 만들려고 하는 도로의 길이가 최소가 되도록 직선도로 l위의 한 지점에 정류소 B, 직선도로 m위의 한 지점에 정류소 C를 만들 때, 두 정류소 B와 C 사이의 거리(km)는?(단, 도로의 폭은 무시하며 모든 지점과 도로는 동일평면 위에 있다.)[4점]

① $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　② $\dfrac{7\sqrt{5}}{12}$　③ $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$
④ $\dfrac{3\sqrt{5}}{4}$　⑤ $\dfrac{5\sqrt{5}}{6}$

[난이도 : ★★☆] [2011년 10월 학력평가]

17 좌표평면 위의 세 점 $A(a, b)$, $B(1, 3)$, $C(2, 2)$에 대하여, 선분 AB의 중점을 M, 선분 CM을 $2:1$로 내분하는 점을 G라 하자.

점 G의 좌표가 $(4, 5)$일 때, $a+b$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2011년 3월 학력평가]

18 정삼각형 ABC의 무게중심을 G라 하고, 선분 BC의 중점을 M이라 하자.

$\overline{GM}=\sqrt{3}$일 때, 이 정삼각형의 한 변의 길이는?[3점]

① $2\sqrt{3}$　② $3\sqrt{2}$　③ $2\sqrt{6}$
④ $\sqrt{30}$　⑤ 6

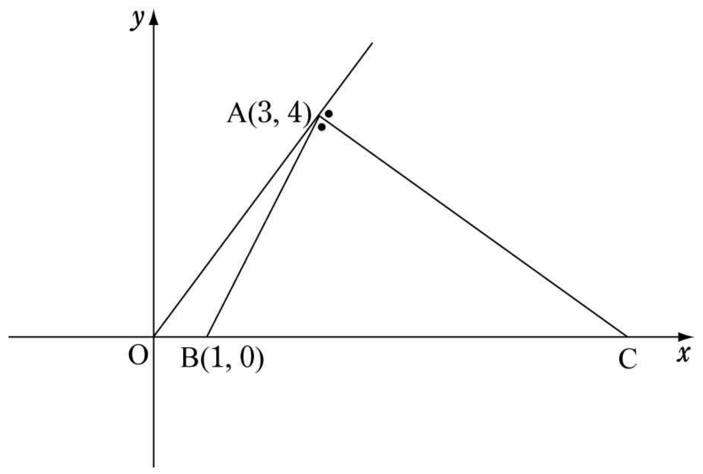
[난이도 : ★★★] [2011년 3월 학력평가]

19 삼각형 ABC의 변 BC를 $3:1$로 내분하는 점을 P라 하고, 선분 AP를 $3:1$로 외분하는 점을 Q라 할 때, $\dfrac{(\text{삼각형}ABC\text{의 넓이})}{(\text{삼각형}CPQ\text{의 넓이})}$의 값은?[3점]

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

[난이도 : ★★★] [2011년 10월 학력평가]

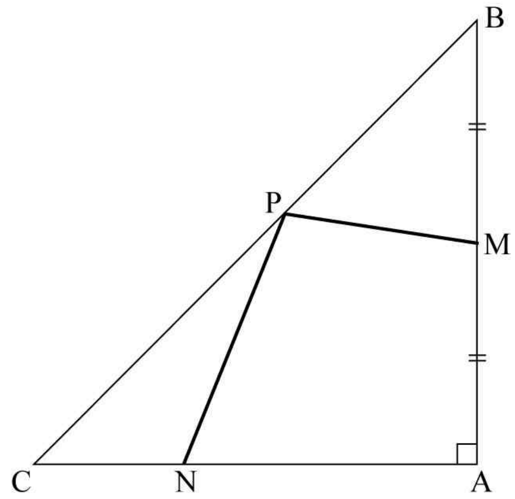
20 그림과 같이 세 점 $O(0,0)$, $A(3,4)$, $B(1,0)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 AOB가 있다. $\angle A$의 외각의 이등분선이 x축과 만나는 점 C의 x좌표가 $a+b\sqrt{5}$일 때, ab의 값은?(단, a, b는 유리수이다.)[4점]



① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

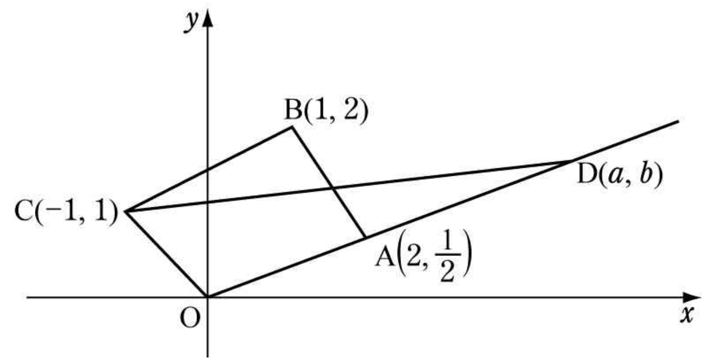
[난이도 : ★★★] [2011년 10월 학력평가]

21 빗변의 길이가 $6\sqrt{2}$이고 $\angle A=90^\circ$인 직각이등변삼각형 ABC가 있다. 변 AB의 중점을 M, 변 CA를 $1:2$로 내분하는 점을 N, 변 BC위의 임의의 점을 P라 할 때, $\overline{MP}+\overline{PN}$의 최솟값은 l이다. l^2의 값을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★★] [2011년 10월 학력평가]

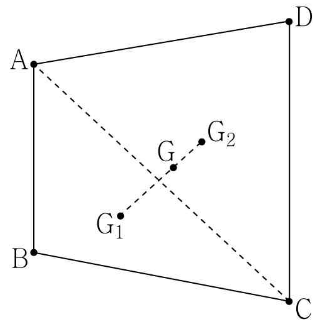
22 네 점 $O(0,0)$, $A\left(2,\dfrac{1}{2}\right)$, $B(1,2)$, $C(-1,1)$을 꼭짓점으로 하는 사각형 $OABC$가 있다. 선분 OA의 연장선 위에 점 $D(a,b)$를 잡아 사각형 $OABC$의 넓이와 삼각형 COD의 넓이가 같도록 할 때, $a+b$의 값은?(단, $a>2$)[4점]



① 5 ② $\dfrac{11}{2}$ ③ 6
④ $\dfrac{13}{2}$ ⑤ 7

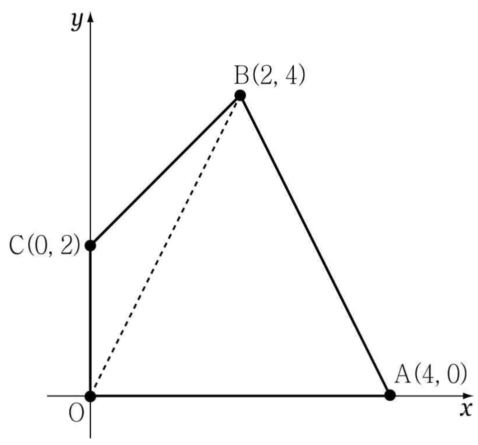
[난이도 : ★★☆] [2010년 10월 학력평가]

23 다음은 □$ABCD$의 무게중심 G를 구하는 과정이다.



위의 □$ABCD$에서 $\triangle ABC$의 무게중심을 G_1, $\triangle ACD$의 무게중심을 G_2라 하자.
G_1, G_2를 지나는 가늘고 긴 막대 위에 사각형을 올려 놓으면 $\triangle ABC$와 $\triangle ACD$가 모두 평형을 이루기 때문에 □$ABCD$는 평형을 이룬다.
따라서 무게중심 G는 선분 G_1G_2 위에 있다.
이때 $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle ACD$의 넓이의 비가 $m:n$이면 □$ABCD$의 무게중심 G의 좌표는 선분 G_1G_2를 $n:m$으로 내분하는 점이다.

위의 설명에 따라 좌표평면 위의 네 점 $O(0,\ 0)$, $A(4,\ 0)$, $B(2,\ 4)$, $C(0,\ 2)$를 꼭짓점으로 하는 □$OABC$의 무게중심의 좌표를 구하면 $G(\alpha,\ \beta)$이다. $\alpha+\beta$의 값은?[4점]



① $\frac{12}{5}$　② $\frac{16}{5}$　③ $\frac{18}{5}$
④ $\frac{22}{5}$　⑤ $\frac{26}{5}$

[난이도 : ★★☆] [2010년 11월 학력평가]

24 두 점 $A(4,\ -3)$, $B(9,\ 7)$에 대하여 선분 AB를 $3:2$로 내분하는 점의 좌표는?[3점]

① $(7,\ 3)$　② $(7,\ 4)$　③ $(13,\ 7)$
④ $(13,\ 15)$　⑤ $(15,\ 2)$

[난이도 : ★★☆] [2010년 10월 학력평가]

25 수직선 위의 두 점 $A(-2)$, $B(3)$에 대하여 선분 AB를 $2:3$으로 내분하는 점을 P, $2:1$로 외분하는 점을 Q라 하자. 이때 선분 PQ의 중점의 좌표는?[3점]

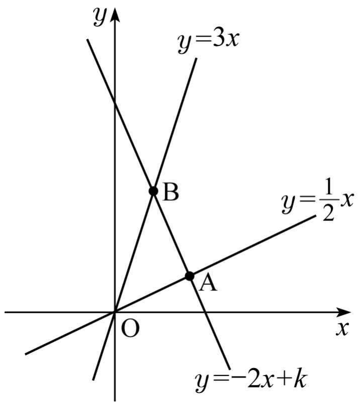
① 4　② 2　③ 0
④ -2　⑤ -4

[난이도 : ★★☆] [2010년 6월 학력평가]

26 두 점 $A(-1,\ 1)$, $B(4,\ 6)$에 대하여, 선분 AB를 $2:3$으로 내분하는 점을 $P(a,\ b)$, 선분 AB를 $4:3$으로 외분하는 점을 $Q(c,\ d)$라 할 때, $a+b+c+d$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2010년 3월 학력평가]

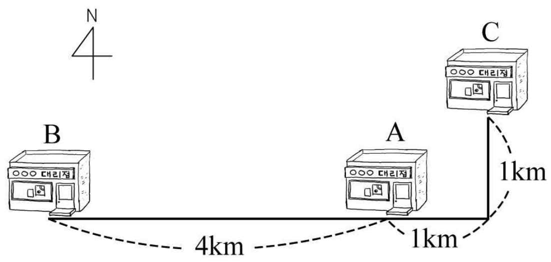
27 그림과 같이 두 직선 $y=\frac{1}{2}x$와 $y=3x$가 직선 $y=-2x+k$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 원점 O와 두 점 A, B를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB의 무게중심의 좌표가 $\left(2, \frac{8}{3}\right)$일 때, 상수 k의 값은?[3점]



① 2　② 4　③ 6
④ 8　⑤ 10

[난이도 : ★★☆] [2010년 3월 학력평가]

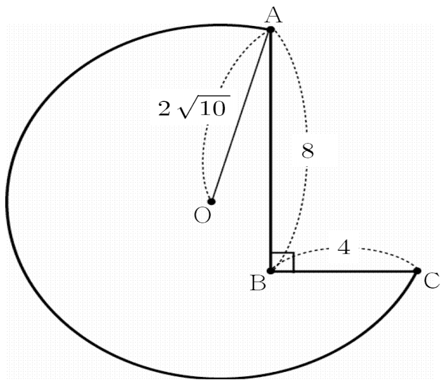
28 세 지점 A, B, C에 대리점이 있는 회사가 세 지점에서 같은 거리에 있는 지점에 물류창고를 지으려고 한다. 그림과 같이 B지점은 A지점에서 서쪽으로 $4km$만큼 떨어진 위치에 있고, C지점은 A지점에서 동쪽으로 $1km$, 북쪽으로 $1km$만큼 떨어진 위치에 있을 때, 물류창고를 지으려는 지점에서 A지점에 이르는 거리는?[4점]



① $2\sqrt{2}\ km$　② $\sqrt{13}\ km$　③ $\sqrt{17}\ km$
④ $2\sqrt{5}\ km$　⑤ $\sqrt{29}\ km$

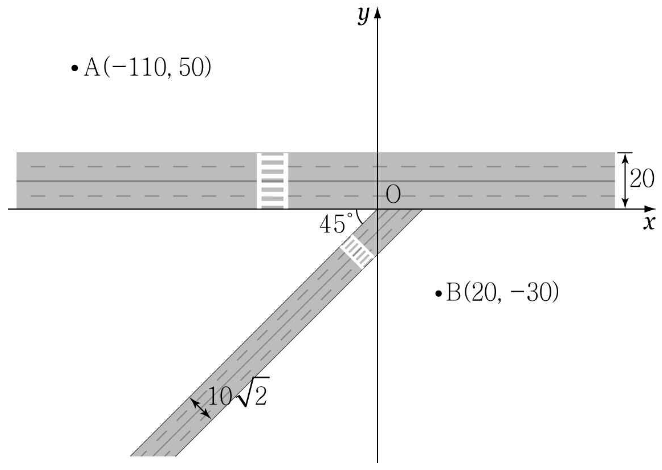
[난이도 : ★★★] [2010년 11월 학력평가]

29 평면 위에 반지름의 길이가 $2\sqrt{10}$인 원 O가 있다. 그림은 원 O위의 두 점 A, C와 원 내부의 점 B를 잡아 $\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=4$, $\angle ABC=90^{\circ}$가 되도록 원과 원의 내부의 일부를 잘라낸 도형이다. $\overline{OB}=l$이라 할 때, $3l^2$의 값을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★★] [2010년 10월 학력평가]

30 두 지점 A, B사이에 폭이 각각 $20, 10\sqrt{2}$인 두 직선 도로가 45°의 각을 이루며 만나고 있다. 그림과 같이 두 도로가 만나는 지점 중 한 점을 O라 하고, 이 점을 원점으로 하는 좌표평면을 그렸더니 두 지점 A, B의 좌표는 각각 $A(-110, 50), B(20, -30)$이 되었다.



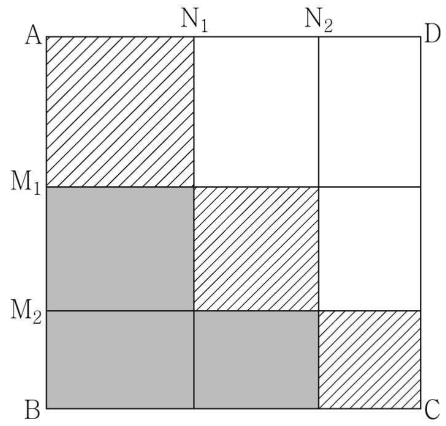
A지점에서 B지점으로 가는 거리가 최소가 되도록 두 도로 위에 횡단보도를 설치하였을 때, 두 횡단보도를 모두 지나 A지점에서 B지점까지 가는 최단거리는?

(단, 횡단보도를 걷는 거리는 도로의 폭과 같다.)[4점]

① $150-10\sqrt{2}$ ② $150-\sqrt{2}$
③ $160+\sqrt{2}$ ④ $150+10\sqrt{2}$
⑤ $160+10\sqrt{2}$

[난이도 : ★★★] [2010년 10월 학력평가]

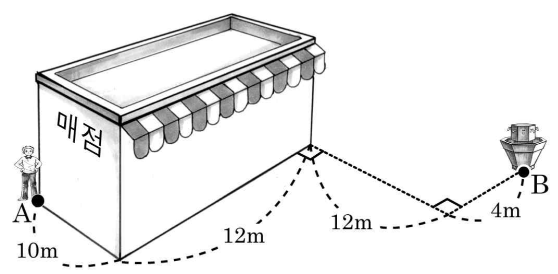
31 한 변의 길이가 4인 정사각형 $ABCD$가 있다. 그림과 같이 선분 AB와 선분 AD위에 $\overline{AM_1}:\overline{M_1M_2}:\overline{M_2B}=\overline{AN_1}:\overline{N_1N_2}:\overline{N_2D}$ $(\overline{AM_1}>\overline{M_1M_2}>\overline{M_2B})$가 되도록 점 M_1, M_2와 점 N_1, N_2를 잡는다. 정사각형 $ABCD$의 내부에 점 M_1, M_2에서 선분 AD에 평행하도록 선분을 그리고, 점 N_1, N_2에서 선분 AB에 평행하도록 선분을 그린다. 빗금 친 부분의 넓이를 S_1, 어두운 부분의 넓이를 S_2라 하자.



$\overline{AM_1}\cdot\overline{M_2B}=1$, $S_1:S_2=2:1$이다. 선분 M_1M_2의 길이를 m이라 할 때, $10m$의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2010년 10월 학력평가]

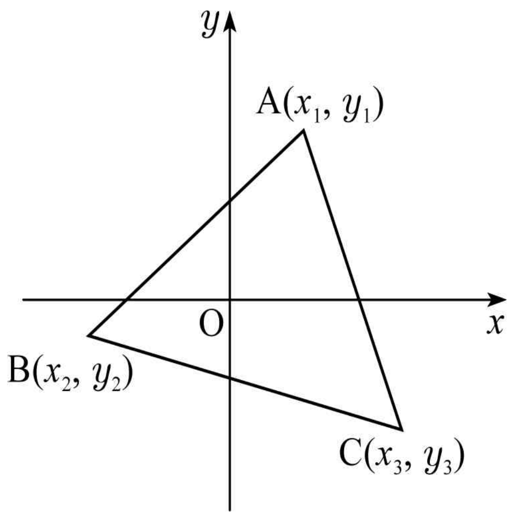
32 어느 공원에 가로의 길이가 $10m$이고 세로의 길이가 $12m$인 직육면체모양의 매점과 식수대가 그림과 같이 배치되어 있다. 매점의 A지점에 서 있는 사람이 B지점에 있는 식수대를 보기 위해 이동해야 하는 거리 (m)의 최솟값을 구하시오.(단, 사람과 식수대의 크기와 부피는 고려하지 않고, 매점과 식수대 사이에는 어떠한 장애물도 없으며 공원의 지면은 평면으로 간주한다.)[4점]



[난이도 : ★★★] [2010년 3월 학력평가]

33 그림과 같이 좌표평면 위에서 일직선 위에 있지 않은 세 점 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$, $C(x_3,\ y_3)$에 대하여 $a=x_1-x_3$, $b=y_1-y_3$, $c=x_2-x_3$, $d=y_2-y_3$

이라 할 때 삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{1}{2}|ad-bc|$ 임을 증명한 것이다.



> 세 점 $A,\ B,\ C$를 x축의 방향으로 $-x_3$만큼, y축의 방향으로 $-y_3$만큼
> 평행이동시킨 점을 각각 $A',\ B',\ C'$이라 하면
> $a=x_1-x_3$, $b=y_1-y_3$,
> $c=x_2-x_3$, $d=y_2-y_3$
> 이므로 $\overline{C'A'}=$ [(가)]
> 이고, 직선 $C'A'$의 방정식은 [(나)]이다.
> 이때 점 B'에서 직선 $C'A'$에 내린 수선의 발을 H라 하면
> $\overline{B'H}=$ [(다)] 이다.
> 그런데 삼각형 $A'B'C'$과 삼각형 ABC는 합동이므로
> 삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{1}{2}|ad-bc|$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[4점]

① $\sqrt{a^2+b^2}$, $bx-ay=0$, $\frac{|ad-bc|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

② $\sqrt{a^2+b^2}$, $ax-by=0$, $\frac{|ad-bc|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

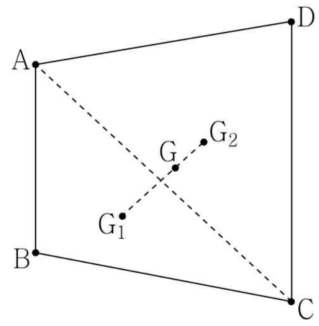
③ $\sqrt{a^2+b^2}$, $bx-ay=0$, $\frac{|ad-bc|}{2\sqrt{a^2+b^2}}$

④ $\sqrt{c^2+d^2}$, $ax-by=0$, $\frac{|ad-bc|}{2\sqrt{c^2+d^2}}$

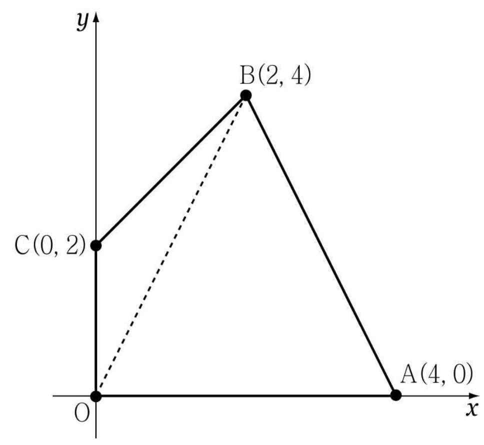
⑤ $\sqrt{c^2+d^2}$, $bx-ay=0$, $\frac{|ad-bc|}{\sqrt{c^2+d^2}}$

[난이도 : ★★★] [2010년 9월 학력평가]

34 다음은 □$ABCD$의 무게중심 G를 구하는 과정이다.

> 
>
>
> 위의 □$ABCD$에서 $\triangle ABC$의 무게중심을 G_1, $\triangle ACD$의 무게중심을 G_2라 하자.
> G_1, G_2를 지나는 가늘고 긴 막대 위에 사각형을 올려 놓으면 $\triangle ABC$와 $\triangle ACD$가 모두 평형을 이루기 때문에 □$ABCD$는 평형을 이룬다.
> 따라서 무게중심 G는 선분 G_1G_2 위에 있다.
> 이때 $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle ACD$의 넓이의 비가 $m:n$이면 □$ABCD$의 무게중심 G의 좌표는 선분 G_1G_2를 $n:m$으로 내분하는 점이다.

위의 설명에 따라 좌표평면 위의 네 점 $O(0,\ 0)$, $A(4,\ 0)$, $B(2,\ 4)$, $C(0,\ 2)$를 꼭짓점으로 하는 □$OABC$의 무게중심의 좌표를 구하면 $G(\alpha,\ \beta)$이다. $\alpha+\beta$의 값은?[4점]



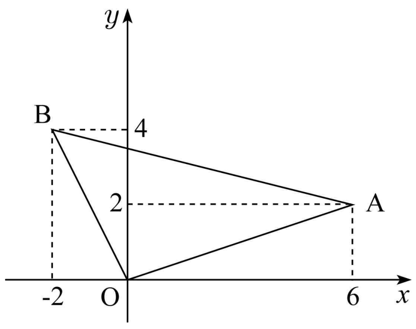
① $\frac{12}{5}$ ② $\frac{16}{5}$ ③ $\frac{18}{5}$
④ $\frac{22}{5}$ ⑤ $\frac{26}{5}$

[난이도 : ★★☆] [2009년 5월 학력평가]

35 [공통]두 점 $A(1,\ -4)$, $B(7,8)$에 대하여 선분 $\overline{AB}$를 $1:2$로 내분하는 점을 P, $2:1$로 외분하는 점을 Q라 하자. 선분 $\overline{PQ}$의 길이를 a라 할 때, a^2의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2009년 3월 학력평가]

36 좌표평면에 세 점 $O(0,0)$, $A(6,2)$, $B(-2,4)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형이 있다.



직선 OA위의 점 P와 직선 OB위의 점 Q가 다음 조건을 만족한다.

(가)점 P는 제 1사분면, 점 Q는 제 2사분면 위의 점이다.
(나)$(\triangle OPB$의 넓이$)=\dfrac{1}{2}\times(\triangle OAB$의 넓이$)$
(다)$(\triangle OPQ$의 넓이$)=\dfrac{3}{2}\times(\triangle OPB$의 넓이$)$

이때, 직선 PQ의 방정식은 $mx+ny=21$이다. 두 실수 m,n의 합 $m+n$의 값은?[4점]

① 11 ② 12 ③ 15
④ 14 ⑤ 15

[난이도 : ★★☆] [2009년 3월 학력평가]

37 좌표평면에 점 $P(0,3)$과 곡선 $y=\dfrac{8}{x}+3$이 있다. 점 Q가 이 곡선 위를 움직일 때, 선분 PQ의 길이의 최솟값을 m이라 하자. m^2의 값을 구하시오.[3점]

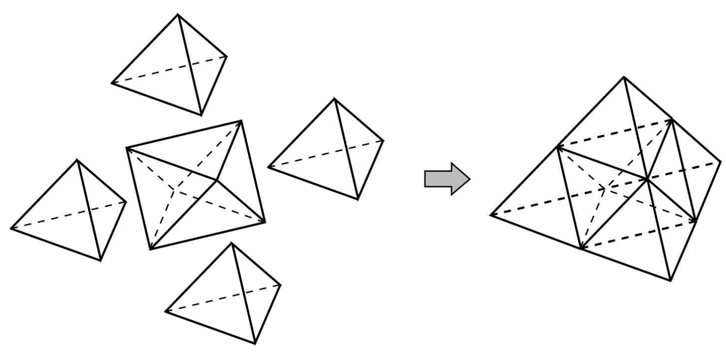
[난이도 : ★★☆] [2009년 5월 학력평가]

38 좌표평면 위에 두 점 $A(5,2)$, $B(1,4)$가 있다. x축 위의 점 P와 y축 위의 점 Q에 대하여 사각형 $ABQP$의 둘레의 길이의 최솟값은?[3점]

① 10 ② $6\sqrt{3}$ ③ $8\sqrt{5}$
④ $6\sqrt{2}+2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{2}+6\sqrt{5}$

[난이도 : ★★☆] [2009년 3월 학력평가]

39 한 모서리의 길이가 1인 정사면체 4개와 정팔면체 1개를 붙이면 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정사면체를 만들 수 있다.

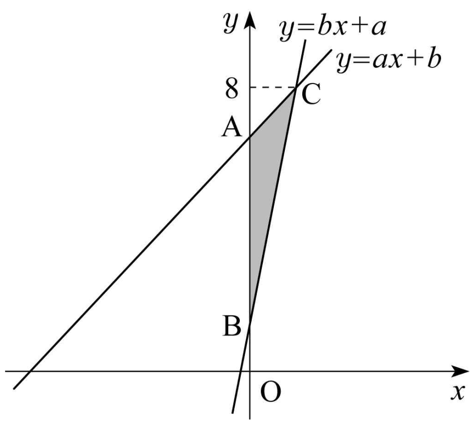


이를 이용하여 한 모서리의 길이가 1인 정사면체와 정팔면체의 부피의 비를 구하면?[3점]

① $1:2$ ② $1:3$ ③ $1:4$
④ $1:5$ ⑤ $1:8$

[난이도 : ★★★] [2009년 3월 학력평가]

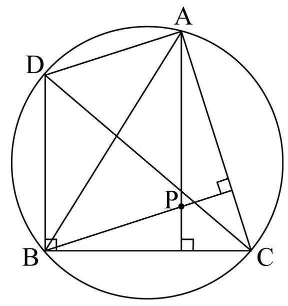
40 그림과 같이 두 직선 $y=ax+b$와 $y=bx+a$가 y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 이 두 직선이 만나는 점을 C라 하자. 점 C의 y좌표가 8이고, 삼각형 ABC의 넓이가 3일 때, $2a+b$의 값은?(단, $0<a<b$이다.)[4점]



① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

[난이도 : ★★★] [2009년 3월 학력평가]

41 다음은 예각삼각형 ABC의 두 꼭짓점 A, B에서 각각의 대변에 그은 두 수선의 교점을 P, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 할 ?? 등식 $\overline{AP}^2+\overline{BC}^2=4R^2$이 성립함을 증명한 것이다.

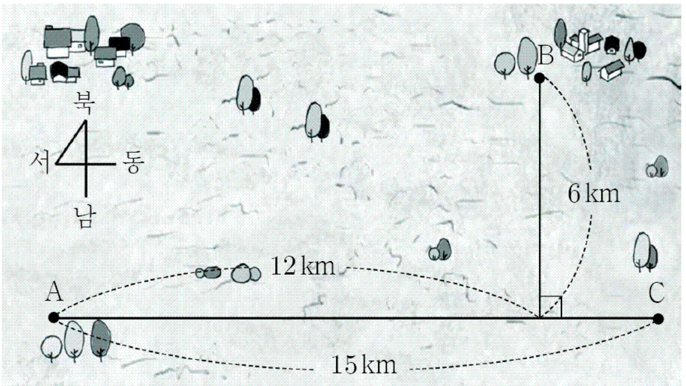
> 그림과 같이 점 B를 지나고 선분 BC에 수직인 직선과 원이 만나는 점을 D라 하면
> $\overline{DC}=$ [㈎] 이고 $\angle DAC=$ [㈏] 이다.
>
> 
>
>
> 이때 $\overline{DB}//\overline{AP}$이고 $\overline{AD}//\overline{PB}$이므로
> 사각형 $ADBP$는 평행사변형이다.
> $\therefore \overline{AP}=\overline{DB}$
> 직각삼각형 DBC에 피타고라스의 정리를 적용하면
> $\overline{DB}^2+\overline{BC}^2=$ [㈐] 이다.
> $\therefore \overline{AP}^2+\overline{BC}^2=4R^2$

위 증명에서 ㈎, ㈏, ㈐에 들어갈 것으로 알맞은 것은?[4점]

① $2R$, 90°, $\overline{DC}^2$
② $2R$, 100°, $4\overline{AP}^2$
③ $\frac{7}{4}R$, 100°, $4\overline{AP}^2$
④ $\frac{7}{4}R$, 90°, $\overline{DC}^2$
⑤ $2R$, 100°, $\overline{DC}^2$

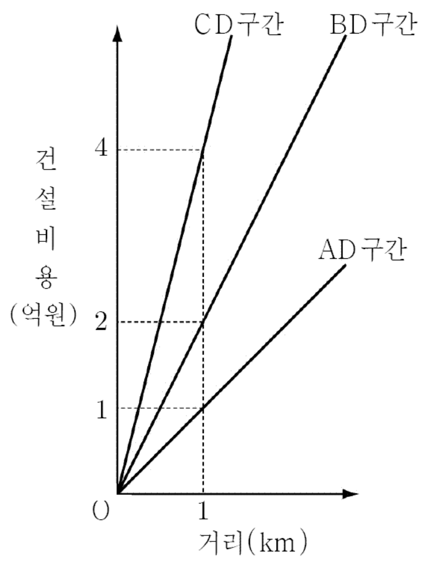
[난이도 : ★★★] [2009년 11월 학력평가]

42 그림과 같이 A, B, C세 지점이 있다. B는 A로부터 동쪽으로 12㎞만큼, 북쪽으로 6㎞만큼 떨어진 곳에 있으며, C는 A로부터 동쪽으로 15㎞만큼 떨어진 곳에 있다.



어떤 건설회사가 A, B, C각 지점에서 어느 D지점까지 도로를 건설하려고 한다.

각 구간별 건설예정인 도로의 건설비용은 아래 그림과 같이 거리에 정비례한다.

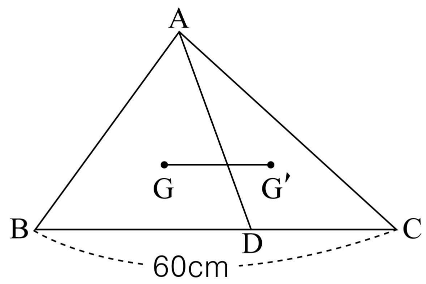


A, B, C각 지점에서 D지점까지의 각각의 도로 건설비용이 모두 같은 D지점은 두 곳이다. 이 두 지점 사이의 거리를 x(㎞)라 할 때, x의 값을 구하시오.

(단, 네 지점 A, B, C, D는 동일 평면에 위치하며 모든 도로는 두 지점을 직선으로 연결한 평면상의 도로이다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2009년 3월 학력평가]

43 그림과 같이 삼각형 ABC의 변 BC위에 점 D가 있다. 삼각형 ABD와 ADC의 무게중심을 각각 G, G'이라 하자. 변 BC의 길이가 $60cm$일 때, 선분 GG'의 길이는?[4점]



① 15 cm　② 18 cm　③ 20 cm
④ 24 cm　⑤ 30 cm

[난이도 : ★★★] [2009년 11월 학력평가]

44 수직선 위의 서로 다른 세 점 $A(a)$, $B(b)$, $C(c)$에 대하여 선분 AC를 $m:n$으로 내분하는 점 $P(p)$가 선분 BC를 $m:n$으로 외분하는 점이 될 때, 다음 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?(단, $m \neq n$, $m>0$, $n>0$)[4점]

[보기]
ㄱ. $a=1$, $b=5$, $m=1$, $n=2$이면 $c=7$이다. ㄴ. $m>n$이면 $a<p<b<c$이다. ㄷ. $p=\dfrac{a+b}{2}$

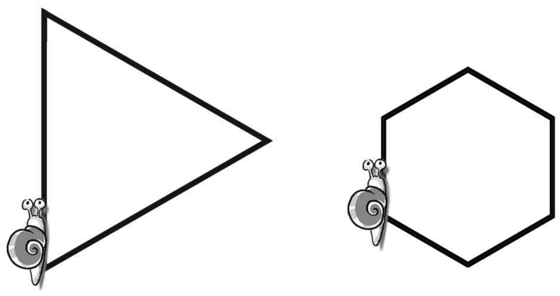
① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2009년 3월 학력평가]

45 다음 명령에 따라 달팽이가 움직여 그 경로가 화면에 나타나는 컴퓨터 프로그램이 있다.

GO x:머리가 향하는 방향으로 xcm만큼 직선으로 움직인다. TU y:머리의 방향이 시계바늘이 도는 방향으로 y° 만큼 회전한다. RE z():괄호()안의 명령어를 z번 반복한다.

예를 들어 "RE 2(GO 1; TU 90)"은 GO 1, TU 90, GO 1, TU 90을 순서대로 실행하는 명령어이다. [그림 1]은 명령어 "RE 3(GO 6; TU 120)"을 실행하여 나타난 삼각형이고, [그림 2]는 명령어 "RE 6(GO a; TU b)"를 실행하여 나타난 육각형이다.



화면에 나타난 삼각형과 육각형의 넓이가 같을 때, a^2+b의 값을 구하시오.

(단, $a>0$이고, $0<b<180$이다.)[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

46 좌표평면 위의 세 점 $A(-1,2)$, $B(2,3)$, $C(a,1)$에 대하여 $\overline{AC}=\overline{BC}$가 성립하도록 하는 상수 a의 값은?

① $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$
④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

47 수직선 위의 두 점 A, B에 대하여 선분 $\overline{AB}$를 $2:1$로 내분하는 점이 $P(3)$, 선분 $\overline{AB}$를 $2:1$로 외분하는 점이 $Q(7)$이다. 선분 $\overline{PQ}$의 중점을 M이라 할 때, 선분 $\overline{AM}$의 길이는?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

[난이도 : ★★☆] [2008년 5월 학력평가]

48 수직선 위에 두 점 $A(a)$, $B(b)$가 있다.

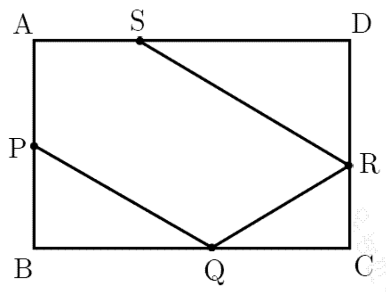
$x_1=\frac{2b+a}{3}$, $x_2=\frac{b+4a}{5}$, $x_3=\frac{3b-a}{2}$를 좌표로 갖는 세 점 $P(x_1)$, $Q(x_2)$, $R(x_3)$을 수직선 위에 나타내었을 때, x_1, x_2, x_3의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?(단, $a<b$)[3점]

① $x_1<x_2<x_3$ ② $x_1<x_3<x_2$
③ $x_2<x_1<x_3$ ④ $x_2<x_3<x_1$
⑤ $x_3<x_1<x_2$

[난이도 : ★★☆] [2008년 5월 학력평가]

49 그림과 같이 가로의 길이가 3, 세로의 길이가 2인 직사각형 $ABCD$가 있다.

변 AB의 중점을 P, 변 BC위의 임의의 점을 Q, 변 CD위의 임의의 점을 R, 변 AD를 $1:2$로 내분하는 점을 S라 하자. 이때, $\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RS}$의 길이의 최솟값은?[3점]



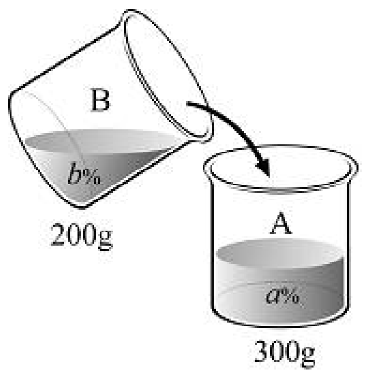
① 5 ② $4\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{34}$
④ 6 ⑤ $2\sqrt{23}$

[난이도 : ★★★] [2008년 10월 학력평가]

50 좌표평면 위의 세 점 $A(1,6)$, $B(5,-6)$, $C(0,p)$를 연결하여 둘레의 길이가 최소가 되는 삼각형을 만들 때, 이 삼각형의 넓이를 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2008년 9월 학력평가]

51 두 그릇 A, B가 있다. A그릇에는 농도가 $a\%$인 소금물 $300g$이 들어 있고, B그릇에는 농도가 $b\%$인 소금물 $200g$이 들어 있다. 두 그릇 A, B의 소금물을 모두 섞을 때의 농도를 $x\%$라 하자. 이때 a, b, x를 좌표로 하는 수직선 위의 점을 각각 P, Q, R라 하면 점 R는 선분 PQ를 $m:n$으로 내분하는 점이다. 두 자연수 m, n에 대하여 $\frac{m}{n}$의 값은?(단, $0<a<b$이다.)[4점]



① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

[난이도 : ★★★] [2008년 11월 학력평가]

52 좌표평면 위의 점 A, B, C, D, E가 한 직선 위에 있고, 다음 조건을 만족한다.

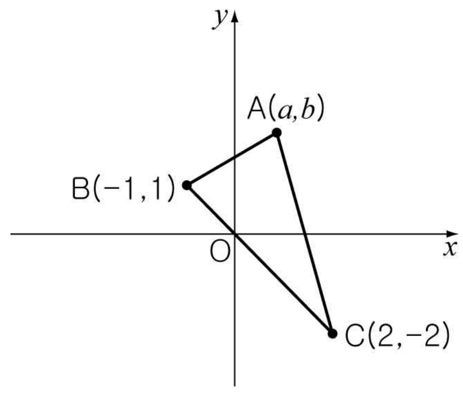
- B의 좌표는 $(-1, 3)$이고, D의 좌표는 $(3, -1)$이다.
- B는 선분 AC의 중점이다.
- C는 선분 AD를 $2:1$로 내분한다.
- E는 선분 CD를 $3:2$로 외분한다.

이때 $\overline{AE}^2$의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2008년 10월 학력평가]

53 다음 두 조건을 만족하는 삼각형 ABC의 개수는?[4점]

(가) 10이하의 자연수 a, b에 대하여 점 $A(a, b)$와 두 점 $B(-1, 1)$, $C(2, -2)$를 연결하여 삼각형을 만든다. (나) y축이 선분 AB를 $m:n$으로 내분하고, x축이 선분 AC를 $m:n$으로 내분한다.(단, m, n은 양의 정수)

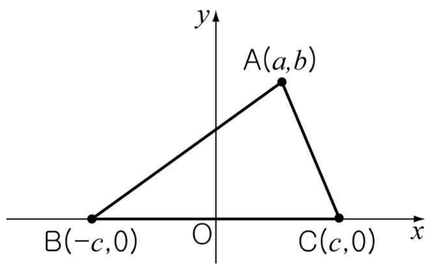


① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

[난이도 : ★★★] [2008년 10월 학력평가]

54 다음은 삼각형 ABC의 외심을 F, 무게중심을 G, 수심을 H라 할 때, 선분 FH를 $1:2$로 내분하는 점이 무게중심 G와 일치함을 증명하는 과정이다.

그림과 같이 삼각형 ABC의 꼭짓점을 $A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(c, 0)\,(c>0)$라 하자.



i)외심 F의 좌표

직선 AC의 기울기를 m이라 하면, $m=$ [(가)]

변 AC의 수직이등분선은

$y=\dfrac{c-a}{b}x+$ [(가)]... ①

변 BC의 수직이등분선은 $x=0$... ②

① 과 ②의 교점이 외심 F의 좌표이므로

$\therefore$ $F(0,$ [(나)] $)$

ii)수심 H의 좌표

꼭짓점 B에서 변 AC에 내린 수선의 방정식은

$y=\dfrac{c-a}{b}(x+c)\cdots$③

꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 방정식은

[(다)]... ④

③ 과 ④의 교점이 수심 H의 좌표이므로

$\therefore\ H\left(a,\ \dfrac{c^2-a^2}{b}\right)$

선분 FH를 $1:2$로 내분하는 점의 좌표는 $\left(\dfrac{a}{3}, \dfrac{b}{3}\right)$이므로 무게중심 G와 일치한다.

위 증명과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[4점]

① $\dfrac{a-c}{b}$, $\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, $x=a$

② $\dfrac{a-c}{b}$, $\dfrac{a^2+b^2+c^2}{2b}$, $x=a$

③ $\dfrac{b}{a-c}$, $\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, $x=a$

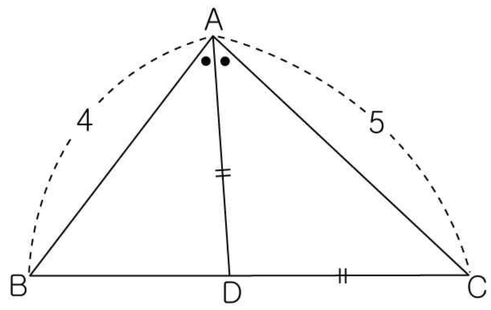
④ $\dfrac{b}{a-c}$, $\dfrac{a^2+b^2+c^2}{2b}$, $y=b$

⑤ $\dfrac{b}{a-c}$, $\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, $y=b$

[난이도 : ★★★] [2008년 10월 학력평가]

55 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=5$인 삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 하자.

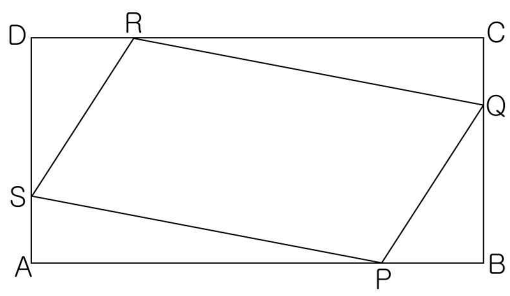
$\overline{AD}=\overline{CD}$일 때, 변 BC의 길이는?[4점]



① 6 ② $\frac{19}{3}$ ③ 7
④ $\frac{22}{3}$ ⑤ 8

[난이도 : ★★★] [2008년 10월 학력평가]

56 그림과 같이 가로의 길이가 6, 세로의 길이가 3인 직사각형 $ABCD$에 대하여 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$를 각각 $m:n$으로 내분한 점을 P, Q, R, S라 하자. 평행사변형 $PQRS$의 넓이를 $H(m, n)$이라 할 때, 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?(단, m, n은 양의 정수)[4점]

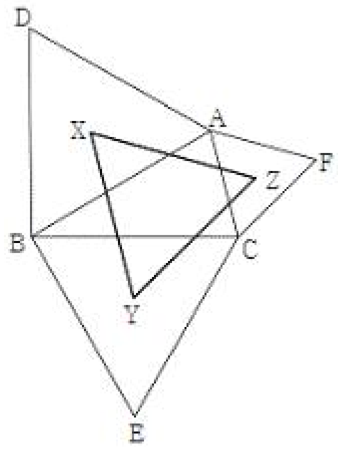


[보기]
ㄱ. $H(2, 1)=8$
ㄴ. $H(m, n)=H(n, m)$
ㄷ. $H(m, n)$의 최솟값은 9이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2008년 11월 학력평가]

57 다음은 나폴레옹 삼각형에 대한 설명이다.

> 임의의 삼각형 ABC에 대하여 변 AB, BC, CA를 한 변으로 하는 3개의 정삼각형 ADB, BEC, CFA를 삼각형 ABC의 외부에 그린다.
>
> 
>
>
> 세 정삼각형 ADB, BEC, CFA의 무게중심을 각각 X, Y, Z라 하면
> 삼각형 XYZ는 정삼각형이 되고 이 삼각형을 "나폴레옹 삼각형"이라 한다.
> (단, 모든 점은 같은 평면 위에 있다.)

좌표평면 위의 점 $A(-1, 2\sqrt{3})$, $B(-1, 0)$, $C(1, 0)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 얻어지는 나폴레옹 삼각형 XYZ의 넓이는? [4점]

① $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{7\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

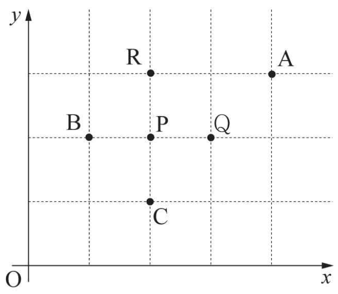
[난이도 : ★★☆] [2007년 9월 학력평가]

58 좌표평면에서 두 점 $A(-1, 4)$, $B(5, -5)$를 이은 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점이 직선 $y=2x+k$위에 있을 때, 상수 k의 값은?[3점]

① -8 ② -7 ③ -6
④ -5 ⑤ -4

[난이도 : ★★☆] [2007년 10월 학력평가]

59 그림은 세 사람의 집 A, B, C와 주변 도로망을 좌표평면에 나타낸 것이다. 이 세 사람이 각자의 집에서 도로를 따라 이동하여 세 사람의 이동 거리의 합이 최소가 되는 곳에서 모두 만날 때, 만나는 곳의 위치는?(단, 모든 도로는 x축 또는 y축과 평행하고, 도로 폭은 무시한다.)[3점]



① B ② C ③ P
④ Q ⑤ R

[난이도 : ★★★] [2007년 5월 학력평가]

60 [공통]좌표평면 위의 두 함수 $f(x)=x+a$와 $g(x)=-x+b$의 그래프의 교점을 P라 하자. 원점 O에서 점 P까지의 거리가 $2\sqrt{2}$가 되도록 하는 실수 a, b에 대하여 a^2+b^2의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2007년 10월 학력평가]

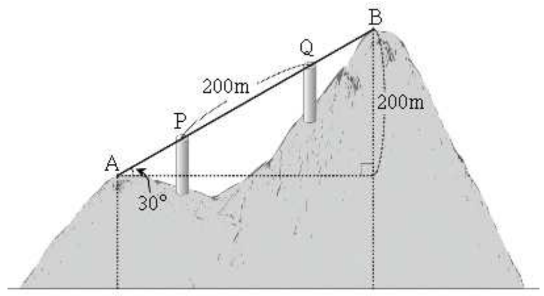
61 좌표평면 위의 두 점 $A(7, 4)$, $B(8, 6)$과 직선 $y=x$위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{PA}+\overline{PB}$의 값을 최소가 되게 하는 점 P의 x좌표를 a라 할 때, $5a$의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2007년 5월 학력평가]

62 [공통]좌표평면 위의 세 점 $A(-3, 2)$, $B(6, 5)$, $C(-1, 8)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. 점 C를 지나고 삼각형 ABC의 넓이를 삼등분하는 두 직선의 기울기의 곱을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2007년 11월 학력평가]

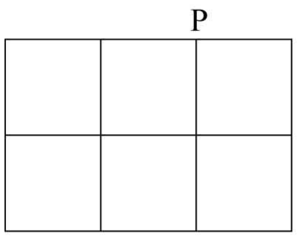
63 그림과 같이 두 산봉우리 A, B지점을 직선으로 잇는 케이블을 설치하려고 한다. A, B의 높이 차는 $200m$이고, A에서 B를 올려다 본 각은 30°이다. 선분 AB를 $m:n$으로 내분하는 점 P와 $n:m$으로 내분하는 점 Q에 각각 지지대를 설치했더니, P와 Q사이의 거리가 $200m$가 되었다. 이때, $\frac{n}{m}$의 값은?(단, 케이블의 늘어짐은 무시한다.)[4점]



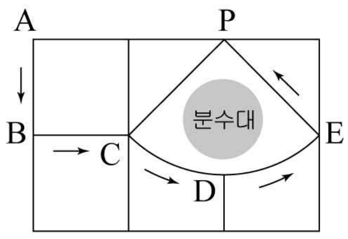
① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

[난이도 : ★★★] [2007년 10월 학력평가]

64 [그림 1]과 같이 크기가 같은 정사각형 6개의 모양으로 이루어진 도로망을 [그림 2]와 같이 분수대를 설치하여 정비하였다. [그림 2]에서 A를 출발한 자동차가 화살표 방향으로 B, C, D, E지점을 거쳐 P에 도착할 때, 시간 t에 따른 자동차에서 점 P까지의 직선거리 $f(t)$에 대한 그래프의 개형은?(단, 호 CE는 점 P가 중심인 원의 일부분이고, 자동차가 움직이는 속력은 일정하다.)[4점]

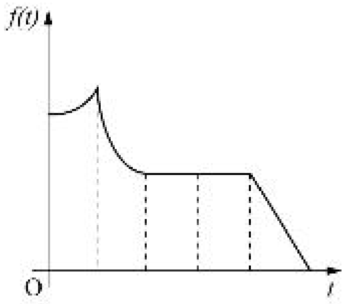


<그림1>

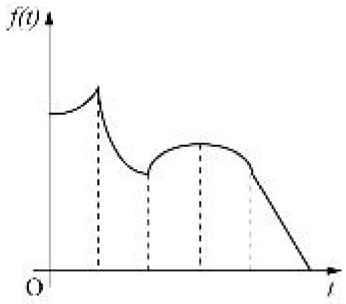


<그림2>

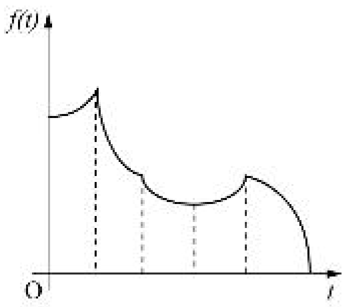
①



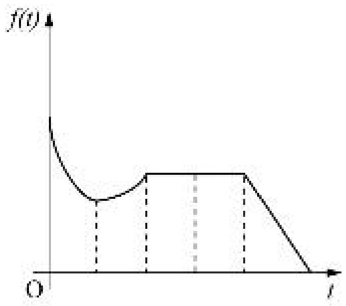
②



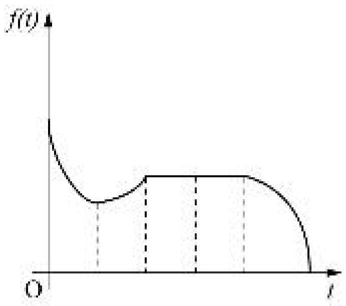
③



④



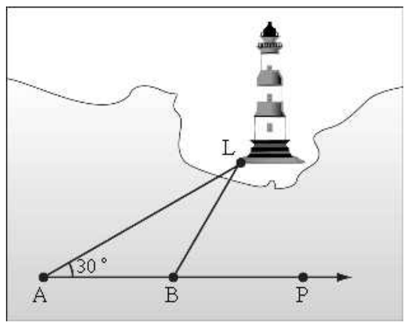
⑤



[난이도 : ★★★] [2007년 6월 학력평가]

65 선원들은 항해하는 배와 등대 사이의 거리를 측정하는 방법 중 각을 두 배로 하여 측정하는 방법을 쓰고 있다. 그림과 같이 시속 $10km$의 속도로 지점 A에서 지점 P를 향해 일직선으로 항해하는 배가 지점 B까지 2시간 동안 항해하여 $2\angle LAP = \angle LBP$가 되었다.

$\angle LAP = 30^\circ$ 일 때, 지점 A에서 등대 L까지의 거리는?[4점]



① $15\sqrt{2}km$ ② $15\sqrt{3}km$ ③ $20\sqrt{2}km$
④ $20\sqrt{3}km$ ⑤ $25\sqrt{2}km$

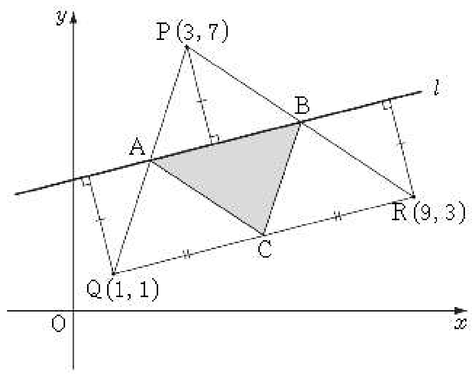
[난이도 : ★★★] [2006년 9월 학력평가]

66 좌표평면 위의 두 점 $A(-2, 5), B(6, -3)$을 잇는 선분 AB를 $t:(1-t)$로 내분하는 점이 제 1사분면에 있을 때, t의 값의 범위는?(단, $0<t<1$)[4점]

① $\frac{1}{8}<t<\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{4}<t<\frac{5}{8}$ ③ $\frac{3}{8}<t<\frac{3}{4}$
④ $\frac{1}{2}<t<\frac{7}{8}$ ⑤ $\frac{5}{8}<t<1$

[난이도 : ★★★] [2006년 11월 학력평가]

67 그림과 같이 좌표평면 위의 세 점 $P(3, 7)$, $Q(1, 1)$, $R(9, 3)$으로부터 같은 거리에 있는 직선 l이 선분 PQ, PR과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 선분 QR의 중점을 C라 할 때, $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표를 $G(x, y)$라 하면 $x+y$의 값은?[4점]



① $\frac{16}{3}$ ② 6 ③ $\frac{20}{3}$
④ $\frac{22}{3}$ ⑤ 8

[난이도 : ★★★] [2006년 3월 학력평가]

68 좌표평면 위의 두 직선 $y=mx$, $y=nx\,(m>0,\, n>0)$가 다음 두 조건을 만족한다.

(가)직선 $y=mx$가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기는 직선 $y=nx$가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기의 2배이다. (나)직선 $y=mx$의 기울기는 직선 $y=nx$의 기울기의 4배이다.

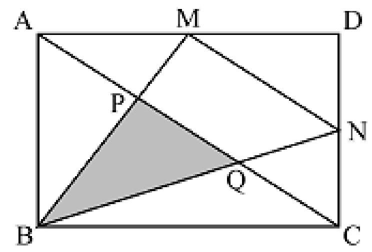
두 상수 m, n의 곱 mn의 값은?[4 점]

① 1 ② 2 ③ $2\sqrt{2}$
④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

[난이도 : ★★★] [2006년 3월 학력평가]

69 그림과 같은 직사각형 $ABCD$에서 $\overline{AD}$, $\overline{CD}$의 중점을 각각 M, N이라 하고, $\overline{BM}$, $\overline{BN}$과 $\overline{AC}$의 교점을 각각 P, Q라 한다.

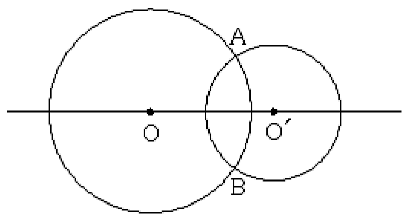
사각형 $MPQN$의 넓이가 $30cm^2$일 때, 삼각형 PBQ의 넓이는?[4 점]



① $24cm^2$ ② $25cm^2$ ③ $28cm^2$
④ $30cm^2$ ⑤ $36cm^2$

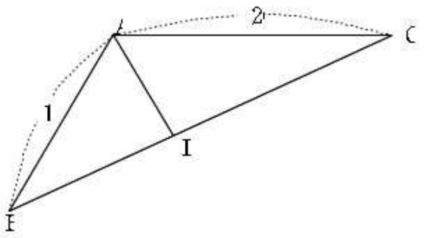
[난이도 : ★☆☆] [2005년 6월 학력평가]

70 [공통]중심이 O, O'인 두 원이 서로 다른 두 점 A, B에서 만나고 $\overline{OO'}=4$이고, 선분 OO'를 $3:1$로 내분하는 점을 P, 외분하는 점을 Q라 한다. $\triangle OPA$와 $\triangle OQB$의 넓이의 비가 $m:n$일 때, $m+n$의 값을 구하시오.(단, m, n은 서로소인 양수)[4점]



[난이도 : ★★☆] [2005년 6월 학력평가]

71 그림은 세 도시 A, B, C를 서로 잇는 직선도로를 나타낸 것이다. $\angle A = 120^\circ$, $\overline{AB} = 15km$, $\overline{AC} = 20km$이고 두 도시 B, C사이에 선분 BC를 $3:4$로 내분하는 지점 D에 도서관을 세울 때, 직선도로 $\overline{AD}$의 길이는 몇 km인가?[4점]



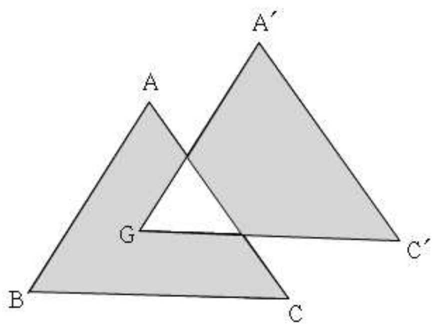
① $\frac{60}{7}$ ② $\frac{64}{7}$ ③ $\frac{68}{7}$

④ $\frac{72}{7}$ ⑤ $\frac{76}{7}$

[난이도 : ★★☆] [2005년 10월 학력평가]

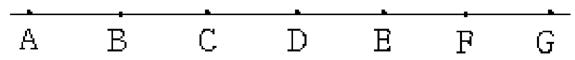
72 넓이가 27인 $\triangle ABC$에서 꼭짓점 B가 $\triangle ABC$의 무게중심 G에 오도록 $\triangle ABC$를 평행이동하여 $\triangle A'GC'$을 얻었다.

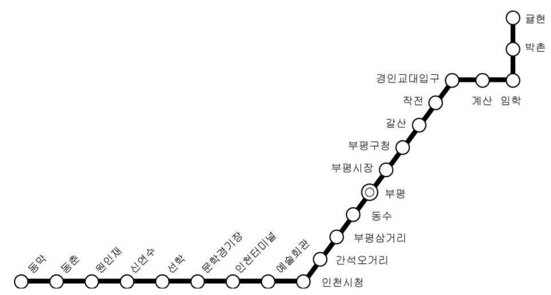
이때, 어두운 부분의 넓이를 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★☆] [2005년 10월 학력평가]

73 수직선 위에 일정한 간격으로 7개의 점이 있다. 7개의 점을 각각 A, B, C, D, E, F, G라 할 때 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[3점]





[보기]
ㄱ. $\overline{AC}$를 $3:1$로 외분하는 점은 D
ㄴ. $\overline{CD}$를 $2:3$으로 외분하는 점은 F
ㄷ. $\overline{AG}$를 $2:1$로 내분하는 점은 E

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2005년 11월 학력평가]

74 좌표평면 위의 세 점 $A(2, 4)$, $B(-2, 6)$, $C(6, 8)$를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$에서 변 AB의 중점을 P, 변 BC의 중점을 Q, 변 CA의 중점을 R이라 하자.

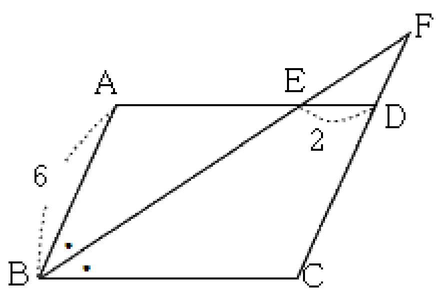
$\triangle PQR$의 무게중심의 좌표를 (a, b)라 할 때, $a+b$의 값은?[3점]

① 4 ② 5 ③ 6

④ 7 ⑤ 8

[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

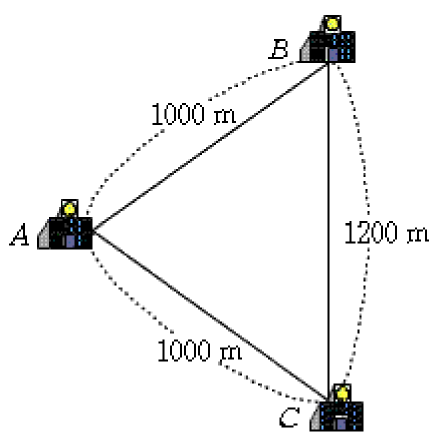
75 평행사변형 $ABCD$에서 점 F는 $\angle B$의 이등분선과 $\overline{CD}$의 연장선과의 교점이다. $\overline{AB}=6$, $\overline{ED}=2$, $\triangle DFE=\frac{4}{3}$일 때, 평행사변형 $ABCD$의 넓이를 구하면?[4점]



① 32 ② 34 ③ 36
④ 38 ⑤ 40

[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

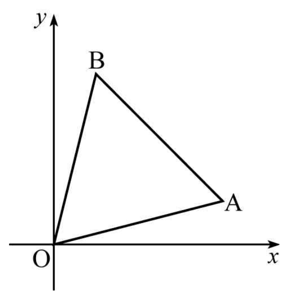
76 세 학교 A, B, C사이의 거리가 그림과 같고, 이들 세 학교로부터 같은 거리에 서점이 있다. 서점에서 학교까지의 거리가 몇 m인지 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★★] [2005년 9월 학력평가]

77 좌표평면 위에서 세 점 $O(0, 0)$, $A(4, 1)$, $B(1, 4)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB에 대하여 선분 AB를 $1:2$로 외분하는 점을 C, 선분 AB를 $2:1$로 외분하는 점을 D라 하자.

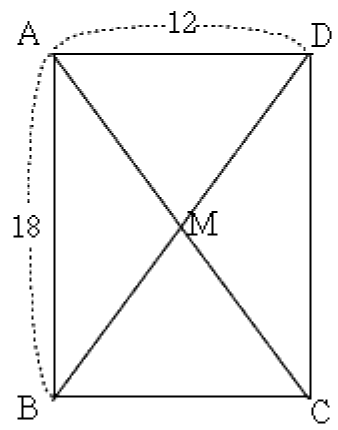
두 삼각형 OCB, OAD의 무게중심을 각각 G_1, G_2라 할 때, 선분 G_1G_2의 길이는?[4점]



① $2\sqrt{2}$ ② $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

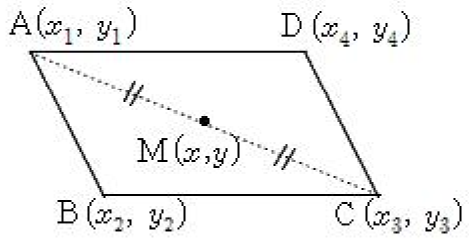
78 그림의 직사각형 $ABCD$에서 $\overline{AB}=18$, $\overline{AD}=12$이고, 두 대각선의 교점은 M이다. 삼각형 ABD의 무게중심을 G, 삼각형 CDM의 무게중심을 H라 할 때, 두 점 G와 H사이의 거리는?[4점]



① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $4\sqrt{5}$
④ $5\sqrt{5}$ ⑤ $6\sqrt{5}$

[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

79 다음은 평행사변형 $ABCD$의 세 꼭짓점을 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$, $C(x_3,\ y_3)$라 할 때, 나머지 한 꼭짓점 D의 좌표를 외분을 이용하여 구하는 과정이다.



점 D의 좌표를 $(x_4,\ y_4)$, 선분 AC의 중점을 $M(x,\ y)$라 하면

$x=\dfrac{x_1+x_3}{2}$, $y=\dfrac{y_1+y_3}{2}$ 이다.

평행사변형의 대각선의 성질에 의하여, 점 D는 선분 BM을 [(가)]로 외분하는 점이므로

$x_4=$ [(나)] , $y_4=$ [(다)]

$\therefore D($[(나)], [(다)]$)$

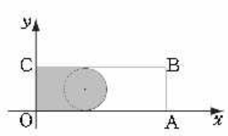
위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[4점]

(가), (나), (다)

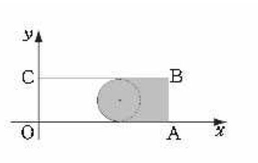
① $2:1,\ x_1-x_2+x_3,\ y_1-y_2+y_3$
② $2:1,\ 2x_1+x_2-x_3,\ 2y_1+y_2-y_3$
③ $2:1,\ x_1+2x_2+x_3,\ y_1-2y_2+y_3$
④ $1:2,\ x_1-x_2+x_3,\ y_1-y_2+y_3$
⑤ $1:2,\ 2x_1+x_2-x_3,\ 2y_1+y_2-y_3$

[난이도 : ★★★] [2005년 11월 학력평가]

80 좌표평면 위의 원점 O와 세 점 $A(6,\ 0)$, $B(6,\ 2)$, $C(0,\ 2)$로 이루어진 직사각형 $OABC$의 넓이를 직사각형에 접하는 반원을 그려서 [그림 1], [그림 2]와 같이 이등분 할 때, [그림 1]에서의 원의 중심의 좌표는 $(a_1,\ 1)$, [그림 2]에서의 원의 중심의 좌표는 $(a_2,\ 1)$이다. $|a_1-a_2|$ 의 값은?[4점]



[그림 1]

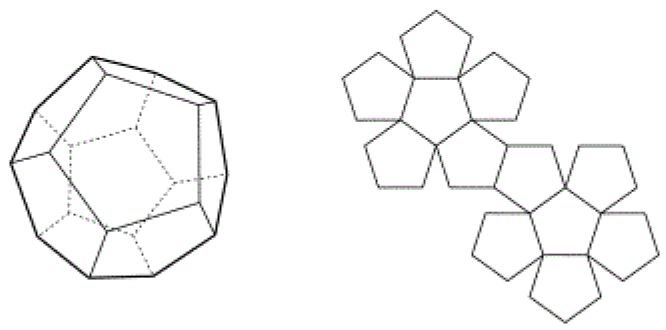


[그림 2]

① 2　　② $\dfrac{\pi}{2}$　　③ $\dfrac{5}{4}$
④ 1　　⑤ $\dfrac{\pi}{4}$

[난이도 : ★★★] [2005년 10월 학력평가]

81 다음은 어떤 조건을 만족하는 정 12면체를 만들 수 있는가를 판단하는 과정이다.

> 그림은 정 12면체와 그 전개도를 그린 것이다.
> 정 12면체 각 면에 1부터 12까지 수를 한 번씩만 적어 넣어 각 꼭짓점에 모이는 면에 적힌 수의 합이 일정하게 만들려고 한다.
> 한 꼭짓점에 모이는 세 면에 적힌 수의 합을 x라 하자.
> 꼭짓점의 개수가 20개이므로 각 꼭짓점에서의 합을 모두 더하면 $20x$이다.
> $x=$ [(가)]이므로 각 꼭짓점에 모이는 면에 적힌 수의 합이 일정한 정 12면체는 만들 수[(나)].
>
> 

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것은?[4점]

① 19, 있다 ② 19, 없다 ③ 20, 있다
④ $\frac{39}{2}$, 있다 ⑤ $\frac{39}{2}$, 없다

[난이도 : ★★★] [2005년 9월 학력평가]

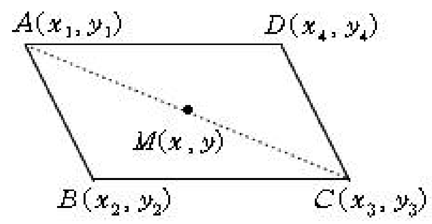
82 두 실수 x, y에 대하여 복소수 $x+yi$를 좌표평면 위의 점 (x, y)에 대응시킨다.

예를 들면, $3+2i$를 점 $(3, 2)$에 대응시키고, $-3i$를 점 $(0, -3)$에 대응시킨다.

자연수 n에 대하여 복소수 $(3+4i)\times i^n$을 대응시킨 점을 P_n이라 할 때, 네 점 P_1, P_2, P_3, P_4를 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이를 구하시오.(단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

83 다음 평행사변형 $ABCD$의 세 꼭짓점을 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$라 할 때, 나머지 한 꼭짓점 D의 좌표를 외분을 이용하여 구하는 과정이다.

> 
>
>
> 점 D의 좌표를 (x_4, y_4), 선분 AC의 중점을 $M(x, y)$라 하면
> $x=\frac{x_1+x_3}{2}$, $y=\frac{y_1+y_3}{2}$ 이다.
> 평행사변형의 대각선의 성질에 의하여, 점 D는 선분 BM을 [(가)]로 외분하는 점이므로
> $x_4=$ [(나)] (다)]
> $\therefore D$([(나)], [(다)])

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[4점]

① $2:1$, $x_1-x_2+x_3$, $y_1-y_2+y_3$
② $2:1$, $2x_1+x_2-x_3$, $2y_1+y_2-y_3$
③ $2:1$, $x_1+2x_2+x_3$, $y_1-2y_2+y_3$
④ $1:2$, $x_1-x_2+x_3$, $y_1-y_2+y_3$
⑤ $1:2$, $2x_1+x_2-x_3$, $2y_1+y_2-y_3$

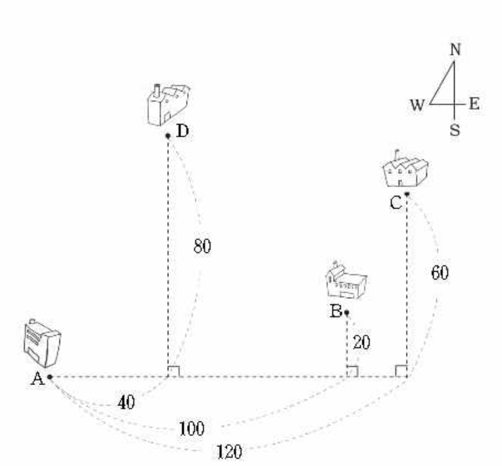
[난이도 : ★★★] [2005년 11월 학력평가]

84 네 개의 공장 A, B, C, D는 A공장을 기준으로 B공장은 정동방향으로 $100m$이동한 다음 정북방향으로 $20m$이동한 지점에, C공장은 정동방향으로 $120m$이동한 다음 정북방향으로 $60m$이동한 지점에, D공장은 정동방향으로 $40m$이동한 다음 정북방향으로 $80m$이동한 지점에 있다.

네 개의 공장에서 흘러나오는 폐수를 정화하기 위해 배관시설에 드는 비용을 최소로 하여 정화시설을 만들려고 할 때, 정화시설은 A공장으로부터 정동방향으로 am, 정북방향으로 bm인 지점이다.

이때, $a+2b$의 값을 구하시오.

(단, 각 공장에서 정화시설까지 하수도배관이 묻히는 고도는 무시하여 연결되며 비용은 배관의 길이에 비례한다.)[4점]



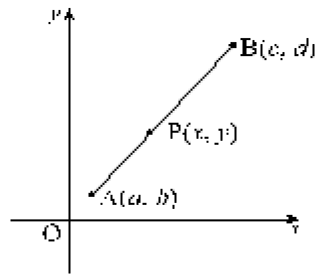
[난이도 : ★★☆] [2004년 10월 학력평가]

85 두 점 $A(1, 2), B(3, -2)$를 이은 $\overline{AB}$의 B방향으로의 연장선 위에 $\overline{AC}:\overline{BC}=2:1$을 만족하는 점 C의 좌표를 (a, b)라 할 때, a^2+b^2의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2004년 9월 학력평가]

86 두 점 $A(a, b), B(c, d)$를 이은 선분 위에 점 $P(x, y)$가 있다.

$\overline{AB}=40$이고, $5x=3a+2c, 5y=3b+2d$가 성립할 때, 선분 AP의 길이를 구하시오.[3점]



[난이도 : ★★☆] [2004년 11월 학력평가]

87 다음은 서로 다른 세 점 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$, $C(x_3,\ y_3)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이 S가

$S=\frac{1}{2}\left|(x_1y_2+x_2y_3+x_3y_1)-(x_1y_3+x_2y_1+x_3y_2)\right|$ 임을 증명하는 과정이다.

> 선분 AB의 길이 $\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ 이고,
> 두 점 $A,\ B$를 지나는 직선의 기울기가 [(A)]이므로
> 직선의 방정식은 $y-y_1=$ [㈎] $(x-x_1)\cdots$ ①
> 이때, 점 C와 직선 ① 사이의 거리 d는
> $d=\dfrac{\left|(x_1y_2+x_2y_3+x_3y_1)-(x_1y_3+x_2y_1+x_3y_2)\right|}{[(B)]}$
> 따라서 삼각형 ABC의 넓이 S는
> $S=\frac{1}{2}\left|(x_1y_2+x_2y_3+x_3y_1)-(x_1y_3+x_2y_1+x_3y_2)\right|$

이 증명 과정에서 (A), (B)에 들어갈 내용을 바르게 짝지은 것은?[3점]

① $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, $\sqrt{(x_1-y_2)^2+(x_2-y_1)^2}$

② $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, $\sqrt{(x_2-y_2)^2+(x_1-y_1)^2}$

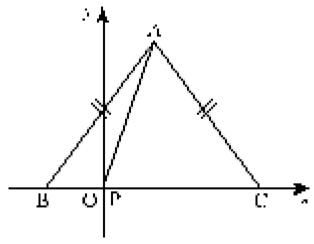
③ $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

④ $\dfrac{x_2-x_1}{y_2-y_1}$, $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

⑤ $\dfrac{x_2-x_1}{y_2-y_1}$, $\sqrt{(x_2-y_2)^2+(x_1-y_1)^2}$

[난이도 : ★★☆] [2004년 9월 학력평가]

88 다음은 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC의 변 BC위의 한 점 P에 대하여 $\overline{AP}^2+\overline{BP}\cdot\overline{CP}=\overline{AB}^2$이 성립함을 증명한 것이다.

> 아래 그림과 같이
>
> 
>
> 점 P를 원점, 직선 BC를 x축으로 잡고, 두 점 $A,\ B$의 좌표를 각각 $(a,\ b)$, $(-c,\ 0)$이라 하면, 점 C의 좌표는(㈎, 0)이다.
> 이때, $\overline{AP}^2=$ ㈏, $\overline{BP}=c$, $\overline{CP}=$ ㈎
> 따라서 $\overline{AP}^2+\overline{BP}\cdot\overline{CP}$
> $=(a+c)^2+b^2$
> $=\overline{AB}^2$
> 위의 증명 과정에서 ㈎, ㈏에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?[3점]

① $a+c,\ a^2+b^2$

② $a+c,\ a^2+c^2$

③ $2a+c,\ a^2+b^2$

④ $2a+c,\ a^2+c^2$

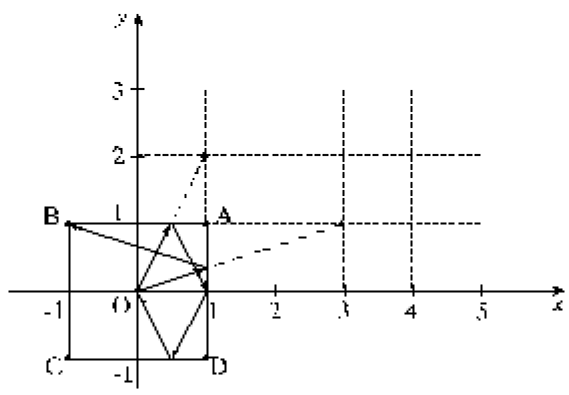
⑤ $a+2c,\ b^2+c^2$

[난이도 : ★★★] [2004년 9월 학력평가]

89 아래 그림과 같이 네 점 $A(1,\ 1)$, $B(-1,\ 1)$, $C(-1,\ -1)$, $D(1,\ -1)$을 꼭짓점으로 하는 정사각형이 있다. 원점 O를 출발하여 점 $(m,\ n)$($m,\ n$은 자연수)으로 향하는 광선이 정사각형 $ABCD$의 변과 만나면 반사되고, 원점 또는 네 꼭짓점과 만나면 흡수된다고 한다.(단, 입사각과 반사각의 크기는 같다)

예를 들면, 원점 O를 출발하여 점 $(1,\ 2)$를 향하는 광선은 세 번 반사된 후 점 O에서 흡수되고, 점 $(3,\ 1)$을 향하는 광선은 한 번 반사된 후 점 B에서 흡수된다.

이때, 원점 O를 출발하여 점 $(5,\ 3)$을 향하는 광선은 어떤 점에서 흡수되는가?[4점]



① 점 O　② 점 A　③ 점 B
④ 점 C　⑤ 점 D

정답 및 해설

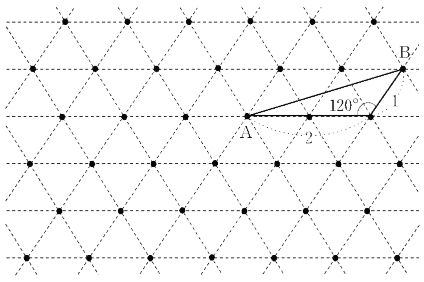
1.평면좌표

중단원 기출문제

1) 답 : ④

[해설]

고정된 한 원자 A와 중심 사이의 거리가 $\sqrt{7}$이 되려면 원자가 아래 그림의 B의 위치에 놓여야 한다.



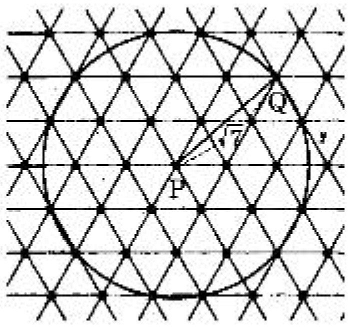
제이코사인법칙에 의해

$\overline{AB}^2 = 2^2 + 1^2 - 2\times2\times1\times\cos120° = 7$

$\therefore\ \overline{AB} = \sqrt{7}$

따라서, A를 한 점으로 하고 두 변의 길이가 $1, 2$ 인 평행사변형을 찾아 A와 중심거리가 $\sqrt{7}$인 원자를 찾으면 된다.

따라서, 모두 12개이다.



2) 답 : ①

[해설]

점 $P(x,\ y),\ A(-1,\ -1),\ R(0,\ y),\ Q(x,\ 0)$에 대하여

$\overline{PA} = \overline{PQ} + \overline{PR}$에서

$\sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2} = y + x$이다.

이때, 양변을 제곱하면,

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 = (x+y)^2$$

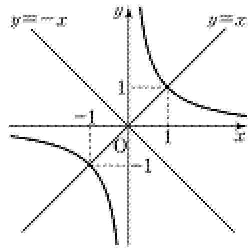
$$x^2 + 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + 2xy + y^2$$

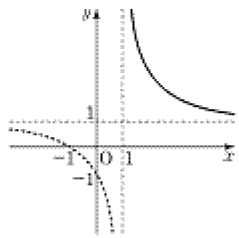
$$2x + 2y + 2 = 2xy$$

$$x + y + 1 = xy$$

$$\therefore\ y = \frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$

따라서, 그래프는 오른쪽과 같다.





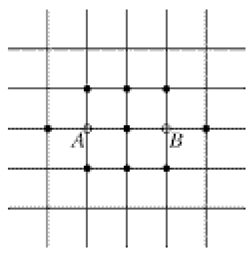
하지만. 점 $P(x,\ y)$가 1사분면 위의 점이므로,

실선만이 구하는 자취이다.

3) 답 : ①

[해설]

두 차량이 움직인 거리를 각각 $x,\ y$라 하면



(단, $x,\ y$는 양의 정수)

$\therefore\ x=1,\ y=3$ 또는 $x=2,\ y=2$ 또는 $x=3,\ y=1$

각각의 경우에 해당하는 점 P의 위치를 모두 모아서

그림으로 나타내면 위와 같다.

4) 답 : ⑤

[해설]

삼각형의 성질에서 내각의 크기의 순서는 그에 대응되는

변의 길이의 순서와 같다.

이때, $\triangle ADE$에서 $\angle A$의 대변은 $\overline{DE}$, $\angle D$의 대변은 $\overline{AE}$, $\angle E$의 대변은 $\overline{AD}$이므로

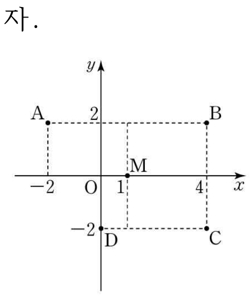
$\angle A < \angle ADE < \angle AED \Leftrightarrow \overline{DE} < \overline{AE} < \overline{AD}$이다.

5) 답 : ④

[해설]

아래 그림과 같이 네 점 $(-2,\ 2),\ (4,\ 2),\ (4,\ -2),\ (1,\ -2)$을 차례로 $A,\ B,\ C,\ D$라 하고

선분 AB, 선분 BC의 수직 이등분선의 교점 $(1,\ 0)$를 M이라 하자.



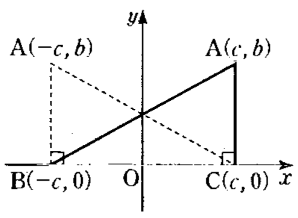
로봇팔이 고정된 점 P가 M일 때

$\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$, $\overline{PD} = 2$이므로

로봇팔의 길이는 $\sqrt{13}$이면 된다.

한편 점 P가 어느 위치에 있든
$\overline{PA}+\overline{PC} \geq \overline{AC} = \sqrt{6^2+4^2} = 2\sqrt{13}$ 이므로
$\overline{PA} \geq \sqrt{13}$ 또는 $\overline{PC} \geq \sqrt{13}$ 이다. 즉, 로봇팔의 길이는
$\sqrt{13}$ 이상이 되어야 한다.
따라서, 로봇팔의 길이를 최소로 할 수 있는 점 P의 위치는 점 $M(1,\ 0)$ 이다.

6) 답 : ①
[해설]
직선 AC의 기울기는 $\dfrac{b}{a-c}$ 이므로
수직인 직선의 기울기는 $-\dfrac{a-c}{b}$ 이다.
$\therefore$ ㈎는 $-\dfrac{a-c}{b}$
직선 AC에 수직이고 점 E를 지나는 직선의 방정식은



$$y = -\frac{a-c}{b}\left(x - \frac{a+c}{2}\right) + \frac{b}{2}$$
$$= -\frac{a-c}{b}x + \frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$$
$\therefore$ ㈏는 $\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2b}$
$a=c$ 또는 $a=-c$ 이면 또는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로
$\triangle ABC$는 직각삼각형이다.
$\therefore$ ㈐는 직각삼각형

7) 답 : ①
[해설]
x를 나와 D 사이의 거리, y를 호의 길이인 나다의 거리라고 하면
가 에서 $3+3+4+1=11$
나 에서 $5+2+x+3+x+x=10+3x>11$
$\left(\because \frac{1}{2}<x<1\right)$
다 에서
$x+y+4+2+3+x+y=9+2(x+y)>11$
(왜냐하면 $x+y>1$)
라 에서
$x+2y+4+x+2+x+1+x+2=9+4x+2y>11$
마 에서 $7+3+2+3=15$
따라서, 최소가 되는 물품창고의 위치는 가 이다.

8) 답 : 14
[해설]
[출제 의도] 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리 계산하기
두 점 $A(a-1,\ 4),\ B(5,\ a-4)$ 사이의 거리가 $\sqrt{10}$ 이므로
$\overline{AB}^2 = (a-6)^2 + (8-a)^2 = 10$
$\therefore$ $a^2-14a+45=0$ 이다.
따라서 모든 a의 값의 합은 14

9) 답 : ②
[해설]
[출제 의도] 삼각형의 무게중심 구하기
변 BC의 중점을 M이라 하자.
$\triangle ABC$의 무게중심은 선분 AM을 $2:1$로 내분하는 점이므로
무게중심의 좌표는 $\left(\dfrac{2\cdot(-2)+1\cdot 1}{2+1},\ \dfrac{2\cdot 4+1\cdot(-2)}{2+1}\right)$
$=(-1,\ 2)$

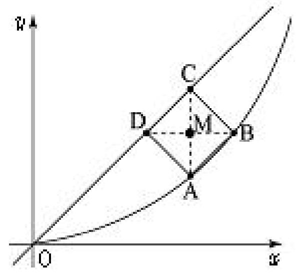
10) 답 : ③
[해설]
[출제 의도] 직선의 방정식을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기
l과 m의 교점의 좌표는 $(-1,\ 1)$
l과 n의 교점의 좌표는 $\left(-\dfrac{1}{5},\ 3\right)$
m과 n의 교점의 좌표는 $(1,\ 3)$ 이다.
$\therefore$ 삼각형의 무게중심의 좌표는 $\left(-\dfrac{1}{15},\ \dfrac{7}{3}\right)$

11) 답 : ①
[해설]
[출제 의도] 원의 방정식을 이용하여 수학외적 문제 해결하기
A공장의 위치를 원점으로 하여 세 공장의 위치를 좌표평면 위에 나타내면
$A(0,\ 0),\ B(-2,\ 0),\ C(2,\ -4)$ 이고 물류창고의 위치는
$\triangle\ ABC$의 외심이다.
세 점 $A,\ B,\ C$를 지나는 원의 방정식을 $x^2+y^2+ax+by+c=0$ 이라 할 때,
ⅰ) 점 A를 지나므로, $c=0$
ⅱ) 점 B를 지나므로, $4-2a+c=0$
ⅲ) 점 C를 지나므로, $4+16+2a-4b+c=0$
따라서, $a=2,\ b=6,\ c=0$ 이고 원의 방정식은
$(x+1)^2+(y+3)^2=10$
$\therefore$ 거리는 $\sqrt{10}$

12) 답 : 36
[해설]
[출제 의도] 다항식의 최대공약수의 성질 이해하기
$x^3+x^2-2x = x(x-1)(x+2)$
$2x^3+(a-2)x^2+(4-a)x-4$
$=(x-1)(2x^2+ax+4)$
최대공약수가 이차다항식이므로 최대공약수는 $(x-1)(x+2)$ 이다.
따라서 $x+2$는 $2x^2+ax+4$의 인수이므로 $a=6$ $\therefore$ $a^2=36$

13) 답 : 9
[해설]
[출제 의도] 평면좌표를 이용하여 수학 내적문제 해결하기

정답 및 해설



사각형 $ABCD$의 점 A의 좌표를 (α, α^2),

점 B의 좌표를 (β, β^2)라 놓으면

점 C의 좌표는 (α, α), 점 D의 좌표는 (β^2, β^2)이 된다.

직선 AB와 직선 CD의 기울기가 같으므로

$\dfrac{\beta^2-\alpha^2}{\beta-\alpha}=1 \Rightarrow \alpha+\beta=1 \quad \cdots㉠$

이다. 이때, 사각형의 두 대각선 BD와 AC의 교점을 점 M이라 하면

사각형 $ABCD$는 정사각형이므로 $\overline{BD}=2\overline{BM}$이다. 즉,

$\beta-\beta^2=2(\beta-\alpha)$

$\beta^2+\beta-2\alpha=0$

㉠에 의하여 $\alpha=1-\beta$

$\beta^2+3\beta-2=0,\ \beta=\dfrac{-3+\sqrt{17}}{2}\ (\because\ \beta>0)$

따라서 대각선의 길이는

$\beta-\beta^2=\beta(1-\beta)$

$\left(\dfrac{-3+\sqrt{17}}{2}\right)\times\left(\dfrac{5-\sqrt{17}}{2}\right)=2\sqrt{17}-8$

그러므로 $a=17,\ b=-8$

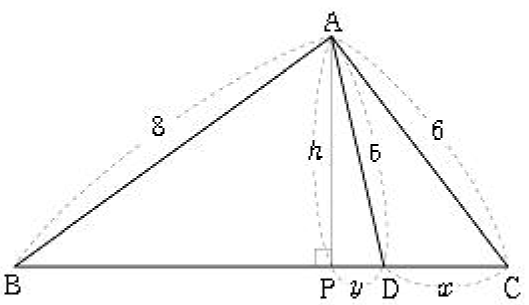
$\therefore\ a+b=9$

14) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 연립방정식을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

그림과 같이 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 P라 하고 $\overline{AP}=h$, $\overline{CD}=x$, $\overline{PD}=y$라 하면



$h^2=64-(3x-y)^2$

$h^2=36-(x+y)^2$

$h^2=25-y^2$

$\therefore\ \overline{BC}=4\sqrt{6}$

15) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 선분의 내분과 외분을 이해하여 추론하기

$\dfrac{\overline{AD}}{\overline{BD}}\times\dfrac{\overline{BE}}{\overline{EC}}\times\dfrac{\overline{FC}}{\overline{AF}}=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{BD}}\times\dfrac{\overline{BD}}{\overline{DG}}\times\dfrac{\overline{DG}}{\overline{AD}}=1$

$\dfrac{2}{3}\times\dfrac{5}{2}\times\dfrac{n}{m}=1$에서 $\dfrac{m}{n}=\dfrac{5}{3}$이므로

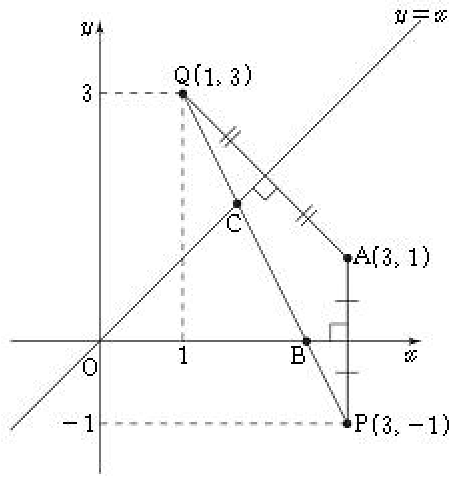
$mn=15$이다.

따라서 $a+bc=1+\dfrac{5}{3}\times15=26$

16) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 대칭이동의 의미를 알고 문제 해결하기



지점 O를 좌표평면 위의 원점, 직선도로 l을 x축으로정하면

직선도로 m은 직선 $y=x$, 정류소 A의 좌표는 $A(3, 1)$이다.

점 A를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 P라 하면 $(3,\ -1)$ 이다.

Q의 좌표는 $(1, 3)$이다.

만들려고 하는 도로의 길이는 $\overline{PQ}$일 때, 최소이다.

두 점 $P(3,\ -1),\ Q(1, 3)$을 지나는 직선의 방정식은

$y-3=-2(x-1)\ \therefore\ y=-2x+5$

x축과 직선 $y=-2x+5$의 교점은 $B\left(\dfrac{5}{2}, 0\right)$

$y=x$와 직선 $y=-2x+5$의 교점은 $C\left(\dfrac{5}{3}, \dfrac{5}{3}\right)$

따라서 $\overline{BC}=\sqrt{\left(\dfrac{5}{3}-\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(\dfrac{5}{3}-0\right)^2}=\dfrac{5\sqrt{5}}{6}\ (km)$

17) 답 : 19

[해설]

점 G가 삼각형 ABC의 무게중심이므로

$\dfrac{a+1+2}{3}=4,\ \dfrac{b+3+2}{3}=5$이다.

따라서 $a=9,\ b=10$

$\therefore\ a+b=19$

18) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]삼각형의 무게중심을 이해하는가를 묻는 문제이다.

무게중심은 중선을 $2:1$로 나누는 점이다.

정삼각형은 중선이 높이므로 정삼각형의 높이는 $2\sqrt{3}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$이다.

정삼각형의 한 변의 길이를 a라 하면 $3\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$이므로 $a=6$이다.

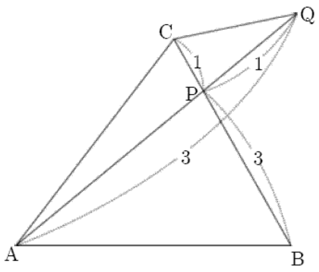
따라서, 정삼각형의 한변의 길이는 6이다.

19) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]선분의 내분점과 외분점의 위치를 찾을 수 있는가를 묻는

문제이다.



$\overline{AP}:\overline{PQ}=2:1$ 이므로

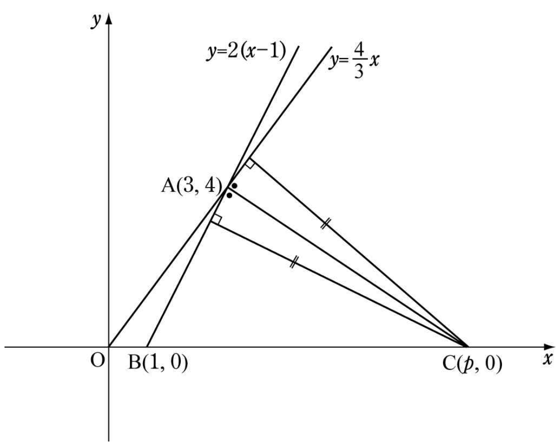
$\triangle CPQ=\frac{1}{2}\triangle APC$, $\triangle APC=\frac{1}{4}\triangle ABC$에서

$\triangle CPQ=\frac{1}{8}\triangle ABC$

$\therefore\ \frac{\triangle ABC}{\triangle CPQ}=8$

20) 답 : ③

[해설]



$\angle A$의 외각은 두 직선 AB와 AO가 이루는 각이고
각의 이등분선 위의 점에서 두 직선까지의 거리는 같다.
점 $C\,(p,\,0)$이라 하고 직선 AB의 방정식은 $y=2(x-1)$,
직선 AO의 방정식은 $y=\frac{4}{3}x$이다.
점 C에서 직선 AB와 직선 AO까지의 거리는 같으므로

$\frac{|2p-2|}{\sqrt{5}}=\frac{|4p|}{5}$

$\sqrt{5}\,|p-1|=|2p|$ 에서 $5p^2-10p+5=4p^2$

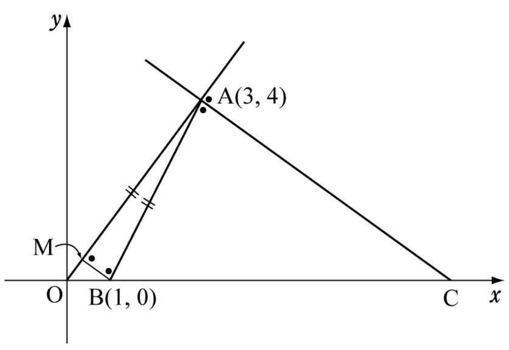
$p^2-10p+5=0$ 이므로 $p=5\pm2\sqrt{5}$

$p=5-2\sqrt{5}$ 일 때 점 C는 내각의 이등분선이 x축과 만나는 점이므로 $p=5+2\sqrt{5}$

따라서 $a=5,\ b=2$

$\therefore\ ab=10$

[다른 풀이]



그림과 같이 점 B를 지나고 선분 AC에 평행한 직선을 그어
직선 OA와 만나는 점을 M이라 하면 평행선의 성질에 의하여
$\overline{AM}=\overline{AB}$이다. …①

또한 $\triangle OBM \backsim \triangle OCA$ 이므로

$\overline{OA}:\overline{MA}=\overline{OC}:\overline{BC}$이다.

① 에 의하여 $\overline{OA}:\overline{BA}=\overline{OC}:\overline{BC}$

즉, $\overline{OC}:\overline{BC}=5:2\sqrt{5}$ 이므로

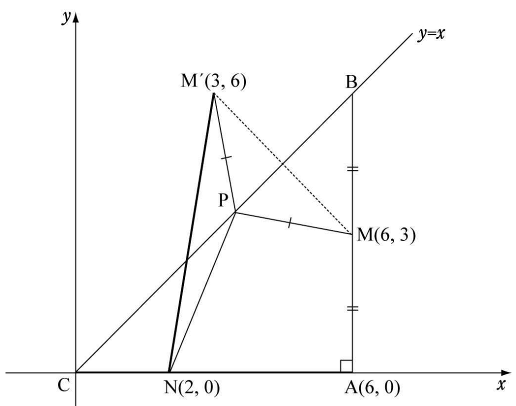
점 C는 선분 OB를 $5:2\sqrt{5}$ 로 외분하는 점이다.

따라서 점 C의 x좌표는 $5+2\sqrt{5}$ 이고 $a=5,\ b=2$ 이다.

$\therefore\ ab=10$

21) 답 : 37

[해설]

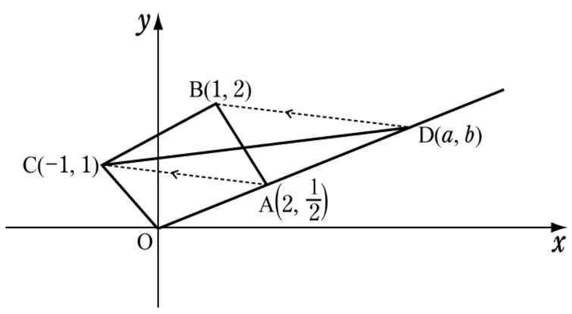


$\triangle ABC$가 직각이등변삼각형이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}=6$
그림과 같이 $\triangle ABC$를 좌표평면 위에 놓으면
점 $B,\ C$를 지나는 직선의 방정식은 $y=x,\ M(6,\,3),\ N(2,\,0)$이다.
점 M을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 M'라 하면
$M'(3,\,6)$이고 $\overline{MP}=\overline{M'P}$이다.
따라서 $\overline{MP}+\overline{PN}=\overline{M'P}+\overline{PN}$
$\geq \overline{M'N}=\sqrt{37}$
$\overline{MP}+\overline{PN}$의 최솟값 l은 $\sqrt{37}$ 이다.

$\therefore\ l^2=37$

22) 답 : ④

[해설]



$\square OABC=\triangle COD$이므로

$\square OABC=\triangle OAC+\triangle ABC$

$\triangle COD=\triangle OAC+\triangle ADC$에서 $\triangle ABC=\triangle ADC$

변 AC는 $\triangle ABC$와 $\triangle ADC$의 공통밑변이므로 높이가 같아야 한다.

따라서 $\overline{AC}\,//\,\overline{DB}$

직선 OA의 방정식은 $y=\frac{1}{4}x$이고

직선 OA위의 점 D의 좌표는 $D\,(a,\,b)=\left(a,\ \frac{1}{4}a\right)$이므로

직선 BD의 기울기는 $\frac{\frac{1}{4}a-2}{a-1}$

한편, 직선 AC의 기울기는 $-\frac{1}{6}$이므로

$$\frac{\frac{1}{4}a-2}{a-1}=-\frac{1}{6}$$ 이다.

따라서 $a=\frac{26}{5}$, $b=\frac{1}{4}a=\frac{13}{10}$

$\therefore\ a+b=\frac{13}{2}$

23) 답 : ②

[해설]

$\triangle OAB$, $\triangle OBC$의 무게중심을 각각 G_1, G_2라 하면

$G_1\left(2, \frac{4}{3}\right)$, $G_2\left(\frac{2}{3}, 2\right)$이다.

$\triangle OAB$, $\triangle OBC$의 넓이는 각각 8, 2이므로

$\triangle OAB : \triangle OBC = 4:1$이고,

무게중심은 선분 G_1G_2를 $1:4$로 내분하는 점이다.

따라서 $G\left(\frac{26}{15}, \frac{22}{15}\right)$이다. $\therefore\ \alpha+\beta=\frac{48}{15}=\frac{16}{5}$

24) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]선분의 내분점의 좌표를 구하기

선분 AB를 $3:2$로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{3\times9+2\times4}{3+2}, \frac{3\times7+2\times(-3)}{3+2}\right)=(7, 3)$$

25) 답 : ①

[해설]

내분점 P: $\frac{2\cdot3+3(-2)}{2+3}=0$

외분점 Q: $\frac{2\cdot3-(-2)}{2-1}=8$

이므로 $\overline{PQ}$의 중점의 좌표는 $\frac{0+8}{2}=4$이다.

26) 답 : 44

[해설]

$A(-1, 1)$, $B(4, 6)$일 때, 점 P의 좌표는 $(1, 3)$이고,

점 Q의 좌표는 $(19, 21)$이므로, $a+b+c+d=44$이다.

27) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]좌표평면에서 삼각형의 무게중심을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$A\left(a, \frac{1}{2}a\right)$, $B(b, 3b)$라 놓으면

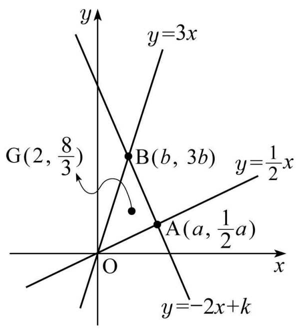
삼각형 OAB의 무게중심 G의 좌표가 $G\left(2, \frac{8}{3}\right)$에서

$$\frac{a+b}{3}=2,\ \frac{\frac{1}{2}a+3b}{3}=\frac{8}{3}$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=2$

$\therefore\ A(4, 2)$, $B(2, 6)$

점 A는 직선 $y=-2x+k$위의 점이므로 $k=10$



[다른 풀이]

직선 $y=-2x+k$과 두 직선 $y=\frac{1}{2}x$, $y=3x$의 교점 A, B의 좌표를 구하면 각각 $A\left(\frac{2}{5}k, \frac{1}{5}k\right)$, $B\left(\frac{1}{5}k, \frac{3}{5}k\right)$

무게중심의 x좌표가 2에서 $\frac{\frac{1}{5}k+\frac{2}{5}k}{3}=2$

$\therefore\ k=10$

28) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]두 점 사이의 거리를 이해하고 이를 실생활에 적용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 A를 좌표평면상의 원점으로 두면

$A(0, 0)$, $B(-4, 0)$, $C(1, 1)$

세 점 A, B, C에서 같은 거리에 있는 점의 좌표를 $P(x, y)$라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}=\overline{CP}$에서

$x^2+y^2=(x+4)^2+y^2=(x-1)^2+(y-1)^2$

연립방정식을 풀면 $x=-2$, $y=3$

$\therefore\ \overline{AP}=\sqrt{(-2)^2+3^2}=\sqrt{13}$

[다른 풀이]

점 A를 좌표평면상의 원점으로 두면

$A(0, 0)$, $B(-4, 0)$, $C(1, 1)$

세 점 A, B, C에서 같은 거리에 있는 점 P라 하면

점 P는 세 점 A, B, C를 지나는 원의 중심이다.

원의 방정식을 $x^2+y^2+ax+by+c=0$이라 하면

$(0, 0)$을 지나므로 $c=0\ldots$①

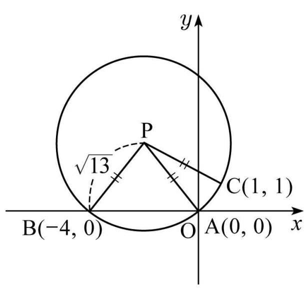
$(-4, 0)$을 지나므로 $16-4a=0\ldots$②

$(1, 1)$을 지나므로 $1+1+a+b=0\ldots$③

①, ②, ③을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=-6$, $c=0$

원의 방정식은 $x^2+y^2+4x-6y=0$, $(x+2)^2+(y-3)^2=13$

구하는 거리는 이 원의 반지름의 길이이므로 $\sqrt{13}\,(km)$이다.



29) 답 : 24

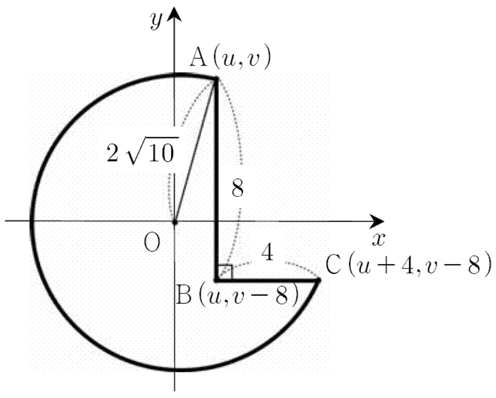
[해설]

[출제 의도]두 점 사이의 거리를 이용하여 문제 해결하기

그림과 같이 원 O의 중심을 좌표평면의 원점으로 하고

점 A의 좌표를 (u, v)라 놓으면,

점 B와 점 C의 좌표는 각각 $(u, v-8)$, $(u+4, v-8)$이다.



한편, $\overline{OA}=2\sqrt{10}$ 이므로

$u^2+v^2=40 \cdots ①$

또한 $\overline{OC}=2\sqrt{10}$ 이므로

$(u+4)^2+(v-8)^2=40 \cdots ②$

① 과 ②을 연립하여 풀면,

$(u, v)=(2, 6)$ 또는 $(u, v)=(-6, 2)$이다.

이때, 점 B의 좌표는 $(2, -2)$또는 $(-6, -6)$이다.

그런데 $(-6, -6)$은 원 내부의 점이 아니므로

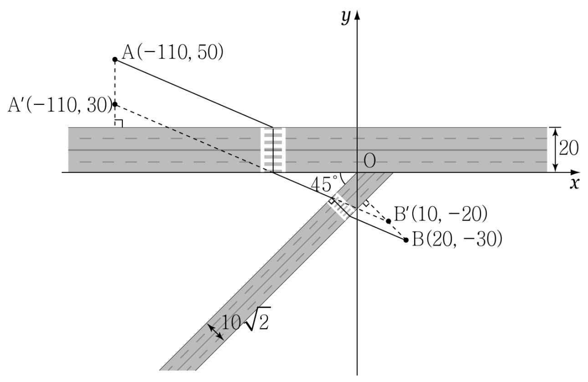
조건을 만족시키는 점 B의 좌표는 $(2, -2)$이다.

따라서 $l=\overline{OB}=\sqrt{2^2+(-2)^2}=\sqrt{8}$ 이므로

$3l^2=24$

30) 답 : ④

[해설]



그림과 같이 두 도로에 수직인 방향으로 도로의 폭만큼 평행이동한 두 점을 잇고, 이 선분과 도로가 만나는 점에서

횡단보도를 지날 때 A에서 B까지 최단거리가 된다.

점 A, B를 평행이동 한 점의 좌표는 각각

$A'(-110, 30), B'(10, -20)$이므로

$\overline{A'B'}=130$이다.

따라서 최단거리는 $130+20+10\sqrt{2}=150+10\sqrt{2}$ 이다.

31) 답 : 10

[해설]

$\overline{AM_1}:\overline{M_1M_2}:\overline{M_2B}=\overline{AN_1}:\overline{N_1N_2}:\overline{N_2D}$

이므로 $\overline{AM_1}=\overline{AN_1}=l,\ \overline{M_1M_2}=\overline{N_1N_2}=m$,

$\overline{M_2B}=\overline{N_2D}=n\ (l>m>n)$이라 하면

$\ln=1,\ l+m+n=4$이고, $S_1=l^2+m^2+n^2$,

$S_2=lm+mn+nl$이다. $S_1:S_2=2:1$이므로

$l^2+m^2+n^2=2(lm+mn+nl)$이고

$l+m+n=4$에서 $lm+mn+nl=4$이다.

$\ln=1$이므로 $m(4-m)+1=4$

따라서 $m=\overline{M_1M_2}=1\,(\because\ l>m)$

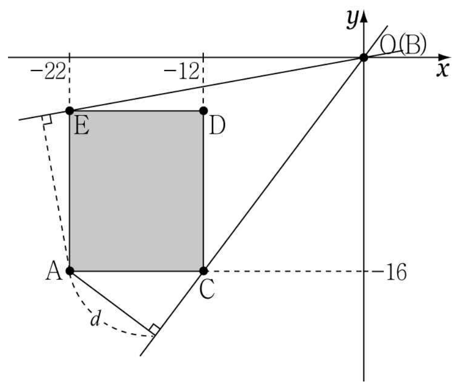
$\therefore\ 10m=10$

32) 답 : 8

[해설]

B지점을 원점으로 하여 매점을 좌표평면 위에 나타내면

A지점의 좌표는 $A(-22, -16)$이다.



사람이 직선 OC또는 직선 OC의 아래쪽 부분이나 직선 OE또는 직선 OE의 위쪽 부분에 있으면 식수대를 볼 수 있다. 사람이 식수대를 보기 위해 이동해야 하는 거리의 최솟값은 점 A와 직선 OC사이의 거리이다. 직선 OC의 방정식은 $4x-3y=0$이고,

점 A와 직선 OC사이의 거리를 d라 할 때

$$d=\frac{|-88+48|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\frac{40}{5}=8(m)$$

33) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]세 점의 좌표가 주어진 삼각형의 넓이의 공식을 증명할 수 있는가를 묻는 문제이다.

A, B, C를 평행이동시키면

$A'(a, b),\ B'(c, d),\ C'(0, 0)$이다.

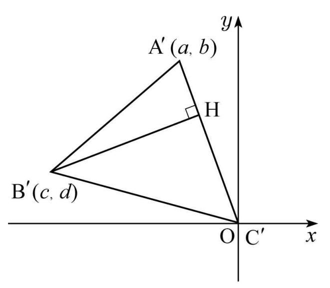
$\overline{C'A'}=\sqrt{a^2+b^2}\ \ldots$㉮

직선 $C'A'$의 방정식은 $y=\dfrac{b}{a}x$에서

$bx-ay=0\ \ldots$㉯

$\overline{B'H}$는 점 $B'(c, d)$에서 직선 $bx-ay=0$까지의 거리이므로

$$\overline{B'H}=\frac{|bc-ad|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|ad-bc|}{\sqrt{a^2+b^2}}\ \ldots㉰$$



따라서 삼각형 $A'B'C'$의 넓이 S는

$$S=\frac{1}{2}\overline{C'A'}\times\overline{B'H}=\frac{1}{2}|ad-bc|$$

34) 답 : ②

[해설]

$\triangle OAB, \triangle OBC$의 무게중심을 각각 G_1, G_2라 하면

$G_1\left(2, \dfrac{4}{3}\right),\ G_2\left(\dfrac{2}{3}, 2\right)$이다.

$\triangle OAB$, $\triangle OBC$의 넓이는 각각 $8, 2$이므로

$\triangle OAB : \triangle OBC = 4:1$이고,

무게중심은 선분 G_1G_2를 $1:4$로 내분하는 점이다.

따라서 $G\left(\frac{26}{15}, \frac{22}{15}\right)$이다.

$\therefore\ \alpha+\beta=\frac{48}{15}=\frac{16}{5}$

35) 답 : 500

[해설]

[출제 의도]선분의 내분점과 외분점 계산하기

$\overline{AB}$를 $1:2$로 내분하는 점 P의 좌표는 $(3, 0)$

$\overline{AB}$를 $2:1$로 외분하는 점 Q의 좌표는 $(13, 20)$

$a=\sqrt{10^2+20^2}=10\sqrt{5}$

$\therefore\ a^2=500$

36) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]삼각형의 넓이의 비에서 선분의 내분점과 외분점을 이해하고 직선의 방정식을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$(\triangle OPB$의 넓이$)=\frac{1}{2}\times(\triangle OAB$의 넓이$)$이고,

점 P가 제1사분면 위의 점이므로

점 P는 선분 OA의 중점이다.

$\therefore\ P(3, 1)$

$(\triangle OPQ$의 넓이$)=\frac{3}{2}\times(\triangle OPB$의 넓이$)$이고,

점 Q가 제2사분면 위의 점이므로

점 Q는 선분 OB를 $3:1$로 외분하는 점이다.

$Q\left(\frac{3\times(-2)-0}{3-1}, \frac{3\times4-0}{3-1}\right)$

$\therefore\ Q(-3, 6)$

그러므로 직선 PQ의 방정식은 다음과 같다.

$y-1=-\frac{5}{6}(x-3)$

$\therefore\ 5x+6y=21$

$m=5, n=6$이므로 $m+n=11$

37) 답 : 16

[해설]

[출제 의도]유리함수의 그래프에서 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하여 거리의 최솟값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$Q\left(a, \frac{8}{a}+3\right)$라 하면

$\overline{PQ}=\sqrt{a^2+\left(\frac{8}{a}\right)^2} \geq \sqrt{2\sqrt{a^2\cdot\left(\frac{8}{a}\right)^2}}=\sqrt{16}=4$

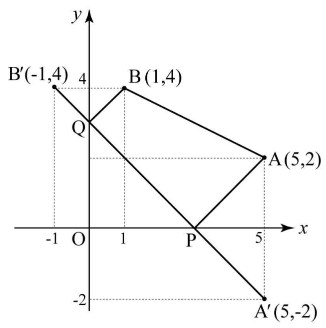
(단, 등호는 $a=\pm2\sqrt{2}$ 일 때 성립)

$m=4$이므로 $m^2=16$

38) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]좌표평면에서 도형의 대칭이동 이해하기



점 A의 x축에 대한 대칭점을 A', 점 B의 y축에 대한 대칭점 B'라 하면,

A'의 좌표는 $(5, -2)$, B'의 좌표는 $(-1, 4)$

따라서, 사각형의 둘레의 길이의 최솟값은

$\overline{A'B'}+\overline{AB}=\sqrt{(-6)^2+6^2}+\sqrt{(-4)^2+2^2}$

$=6\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

39) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]닮음비를 이용하여 입체도형의 부피의 비를 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

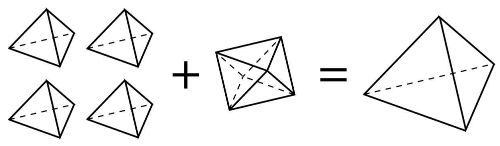
한 모서리의 길이가 1인 정사면체와 한 모서리의 길이가 2인 정사면체의

닮음비가 $1:2$이므로 부피의 비는 $1:8$이다.

한 모서리의 길이가 1인 정사면체와 정팔면체의 부피를 각각 V_1, V_2라 하면

(모서리의 길이가 1인 정사면체 4개의 부피와 정팔면체 1개의 부피의 합$)=4V_1+V_2$

(모서리의 길이가 2인 정사면체의 부피$)=8V_1$



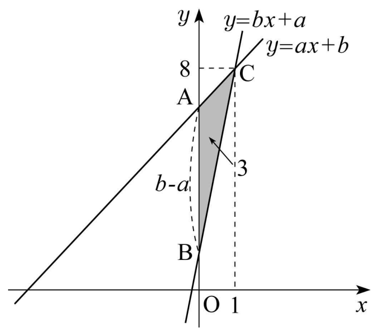
$4V_1+V_2=8V_1$, $V_2=4V_1$

$\therefore\ V_1 : V_2=1:4$

40) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]일차함수의 그래프의 성질을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.



두 방정식 $y=ax+b$와 $y=bx+a$을 연립하여 풀면

$ax+b=bx+a$

$(a-b)x=a-b$

$a\neq b$이므로 $x=1$

따라서 점 C의 좌표는 $(1, 8)$

$x=1, y=8$을 $y=ax+b$에 대입하면

$8=a+b\cdots$ ①

한편, 두 직선과 y축과의 교점을 각각 점 A와 B라 하면

이 점들의 y좌표는 각각 b, a이다.

삼각형 ABC의 넓이가 3에서

$\frac{1}{2}\times(b-a)\times 1=3$

$b-a=6\cdots$ ②

①, ② 을 연립하여 풀면

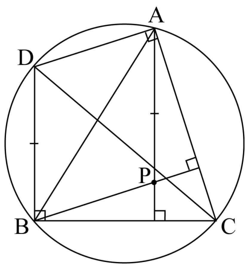
$a=1, b=7$

$\therefore\ 2a+b=9$

41) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]여러 가지 도형의 성질을 이용하여 주어진 등식이 성립함을 증명할 수 있는가를 묻는 문제이다.



그림에서 $\angle DBC=90^\circ$ 이므로 선분 DC는 외접원의 지름이다.

따라서 $\overline{DC}=2R,\ \angle DAC=90^\circ$

$\therefore$ ㈎: $2R$, ㈏: 90°

선분 AP의 연장선과 변 BC가 수직이므로

$\overline{DB}\,//\,\overline{AP}$

선분 BP의 연장선과 변 CA가 수직이므로

$\overline{AD}\,//\,\overline{PB}$

따라서 사각형 $ADBP$는 평행사변형이다.

$\therefore\ \overline{DB}=\overline{AP}$

직각삼각형 DBC에서 피타고라스의 정리에 의해

$\overline{DB}^2+\overline{BC}^2=\overline{DC}^2$이므로

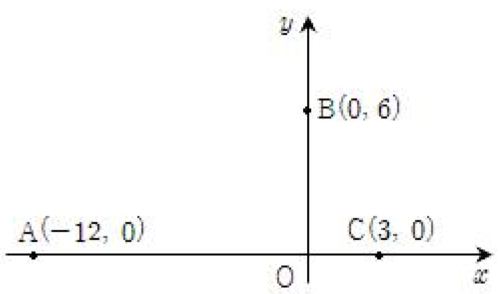
$\overline{AP}^2+\overline{BC}^2=4R^2$

$\therefore$ ㈐: $\overline{DC}^2$

42) 답 : 8

[해설]

[출제 의도]두 점 사이의 거리를 이용하여 실생활 문제 해결하기



위 그림과 같이 두 지점 A, C를 지나는 직선을 x축으로 하고, 지점 B를 지나면서 x축에 수직인 직선을 y축이라 하면,

각 지점 A, B, C의 좌표는 $A(-12, 0), B(0, 6), C(3, 0)$이다.

이때, 구하는 D지점의 좌표를 $D(a, b)$라 하자.

동일평면 위의 A, B, C각 지점에서 D지점까지의 각각의 직선 도로 건설비용이 모두 같다고 하였으므로

$\overline{AD}:\overline{BD}:\overline{CD}=4:2:1$임을 알 수 있다.

ⅰ) $\overline{AD}:\overline{BD}=4:2=2:1$에서 $2\overline{BD}=\overline{AD}$

즉, $4\overline{BD}^2=\overline{AD}^2$

$\Leftrightarrow 4\{a^2+(b-6)^2\}=(a+12)^2+b^2$

$\Leftrightarrow a^2-8a+b^2-16b=0\cdots$①

ⅱ) $\overline{BD}:\overline{CD}=2:1$에서 $2\overline{CD}=\overline{BD}$

즉, $4\overline{CD}^2=\overline{BD}^2$

$\Leftrightarrow 4\{(a-3)^2+b^2\}=a^2+(b-6)^2$

$\Leftrightarrow a^2-8a+b^2+4b=0\cdots$②

①, ②를 연립하여 풀면, $(a, b)=(0, 0), (8, 0)$이다.

그러므로 두 지점의 좌표는 $(0, 0), (8, 0)$이다.

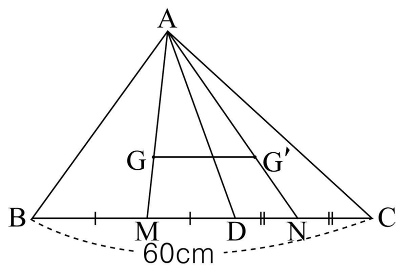
따라서 두 지점 사이의 거리는 $8km$이다.

$\therefore\ x=8$

43) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]삼각형의 무게중심의 성질과 닮음비를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.



$\overline{BD}$와 $\overline{DC}$의 중점을 각각 M, N이라 하면

$\overline{MN}=30\ cm$

한편, 점 G와 점 G'은 각각 삼각형 ABD와 삼각형 ADC의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{GM}=2:1$

$\overline{AG'}:\overline{G'N}=2:1$

따라서 삼각형 AGG'과 삼각형 AMN은 닮은 도형이고, 닮음비는 $2:3$이다.

$\overline{GG'}=\frac{2}{3}\times\overline{MN}=\frac{2}{3}\times 30=20$

$\therefore\ \overline{GG'}=20\ cm$

44) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]선분의 내분과 외분을 이해하여 추론하기

선분 AC를 $m:n$으로 내분하는 점 P의 좌표는 $p=\frac{mc+na}{m+n}\cdots$①

이고, 선분 BC를 $m:n$으로 외분하는 점 P의

좌표는 $p=\frac{mc-nb}{m-n}\cdots$②이다.

따라서 $\frac{mc+na}{m+n}=\frac{mc-nb}{m-n}\cdots$③이다.

ㄱ. $a=1, b=5, m=1, n=2$를 ③식에 대입하면,

$\frac{c+2}{3}=\frac{c-10}{-1}$에서 $c=7$이다.(참)

ㄴ. $a=0, c=3, m=2, n=1$을 ③식에 대입하면,

$\frac{6+0}{3}=\frac{6-b}{1}$에서 $p=2, b=4$가 되어

$a<p<c<b$이다.(거짓)

ㄷ. ①식의 양변에 $m+n$을 곱하면

$(m+n)p=mc+na\cdots$④이다.

② 식의 양변에 $m-n$을 곱하면

$(m-n)p=mc-nb\cdots$⑤이다.

이때, ④식과 ⑤식을 연립하여 p에 관하여 정리하면

$p=\dfrac{a+b}{2}$ 이다.(참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

45) 답 : 66

[해설]

[출제 의도]주어진 명령어를 이해하고 조건에 의해 만들어지는 평면도형의 넓이를

이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

명령어 RE 3(GO 6; TU 120)으로 만들어진 삼각형은 한 변의 길이가 6 cm인

정삼각형이다.

(정삼각형의 넓이) $=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2=9\sqrt{3}\,(cm^2)$

명령어 RE 6(GO a; TU b)으로 만들어진 육각형은 한 변의 길이가 a cm인

정육각형이다.

한 변의 길이가 a cm인 정육각형의 넓이는 한 변의 길이가 a cm인 정삼각형 6개의 넓이와 같으므로

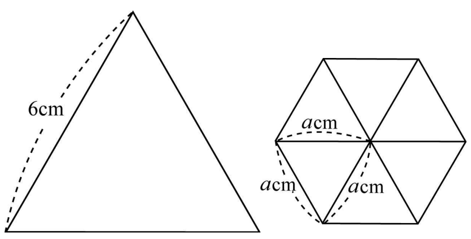
(정육각형의 넓이) $=6\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times a^2\right)=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}a^2\,(cm^2)$

두 도형의 넓이가 같으므로

$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}a^2=9\sqrt{3}$ $\therefore$ $a^2=6$

정육각형의 한 외각의 크기는 $\dfrac{360^\circ}{6}=60^\circ$ 에서 $b=60$이다.

$\therefore$ $a^2+b=6+60=66$



[다른 풀이]

주어진 도형은 각각 정삼각형과 정육각형이다.

정육각형은 정삼각형 6개로 나누어지므로

한 변의 길이가 a cm인 정삼각형의 넓이를 S라 하면,

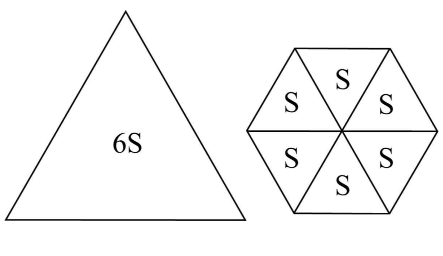
(정육각형의 넓이) $=6S$

(한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형의 넓이) $=6S$

두 정삼각형의 넓이의 비는 $6:1$

닮음비는 $\sqrt{6}:1$이므로 $\sqrt{6}:1=6:a$

$\therefore$ $a=\sqrt{6}$



정육각형의 한 외각의 크기는 $\dfrac{360^\circ}{6}=60^\circ$ 에서 $b=60$이다.

$\therefore$ $a^2+b=6+60=66$

46) 답 : ②

[해설]

두 점 사이의 거리

$\overline{AC}=\overline{BC}$이므로

$\sqrt{(a+1)^2+(1-2)^2}=\sqrt{(a-2)^2+(1-3)^2}$

이 식의 양변을 제곱하여 정리하면

$6a=6$

따라서 $a=1$

47) 답 : ②

[해설]

선분의 내분점과 외분점

$A(a)$, $B(b)$라 하면

선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점이 $P(3)$이므로

$\dfrac{2b+a}{2+1}=3\Leftrightarrow a+2b=9$

선분 AB를 $2:1$로 외분하는 점이 $Q(7)$이므로

$\dfrac{2b-a}{2-1}=7\Leftrightarrow -a+2b=7$

위의 연립방정식을 풀면 $a=1, b=4$이므로 $A(1)$, $B(4)$이다.

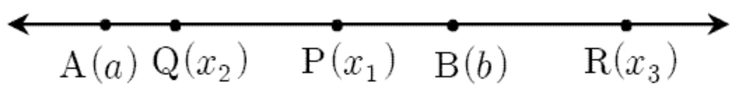
선분 PQ의 중점의 좌표는 $M(5)$이다.

따라서 선분 $AM=|5-1|=4$이다.

48) 답 : ③

[해설]

점 $P(x_1)$은 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점, 점 $Q(x_2)$는 선분 AB를 $1:4$로 내분하는 점, 점 $R(x_3)$는 선분 AB를 $3:1$로 외분하는 점이므로 수직선 위에 나타내면 아래 그림과 같다.



$\therefore$ $x_2<x_1<x_3$

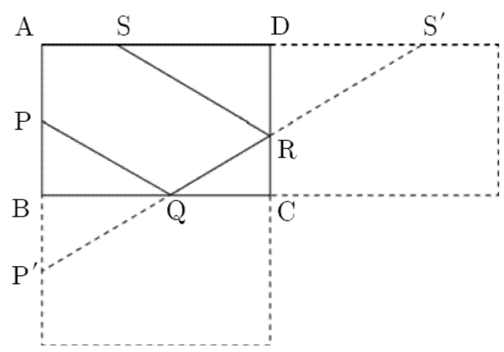
49) 답 : ③

[해설]

점 P를 선분 BC에 대칭시킨 점을 P',

점 S를 선분 CD에 대칭시킨 점을 S'이라고 하면

$\overline{PQ}=\overline{P'Q}$, $\overline{RS}=\overline{RS'}$이다.



$\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RS}=\overline{P'Q}+\overline{QR}+\overline{RS'}\geq\overline{P'S'}$ 이고

$\overline{AP'}=3$, $\overline{AS'}=5$이므로

따라서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RS}\geq\overline{P'S}=\sqrt{34}$

$\therefore\ \sqrt{34}$

50) 답 : 10

[해설]

[출제 의도]대칭이동을 이용한 문제 해결하기

삼각형 ABC의 둘레의 길이가 최소이기 위해서는 점 B을 y축으로 대칭이동시킨 점 B'와 점 A을 연결한 직선과 y축의 교점이 점 C이어야 한다.

점 C의 좌표는 $(0, 4)$

$\therefore$ 삼각형 ABC의 넓이는 10

51) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]유리식의 성질과 내분점의 개념을 이해하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

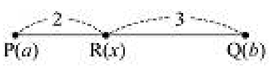
두 그릇 A, B의 소금물을 섞을 때의 농도 x%는

$$x=\frac{3a+2b}{300+200}\times 100=\frac{300a+200b}{300+200}=\frac{3a+2b}{5}$$

세 점 P, Q, R의 좌표가 각각 a, b, x이고

$\frac{3a+2b}{5}=\frac{2b+3a}{2+3}$이므로

점 R는 선분 PQ를 $2:3$으로 내분하는 점이다.



$\therefore\ m:n=2:3$

따라서 $\frac{m}{n}=\frac{2}{3}$이다.

52) 답 : 200

[해설]

[출제 의도]선분의 내분점과 외분점 이해하기

$B(-1, 3), D(3, -1)$을 지나는 직선의 방정식은 $y=-x+2$이다.

점 A, B, C, D, E가 한 직선 위에 있으므로

$A(a, -a+2), C(c, -c+2), E(e, -e+2)$라 하자.

B는 선분 AC의 중점이고 C는 선분 AD를 $2:1$로 내분하는 점이므로

C는 선분 BD의 중점이다.

$\therefore\ C(1, 1)$

B는 선분 AC의 중점이므로 $\frac{a+1}{2}=-1$

$\therefore\ a=-3$

따라서 $A(-3, 5)$이다.

E는 선분 CD를 $3:2$로 외분하는 점이므로

$$e=\frac{3\times 3-2\times 1}{3-2}=7$$

따라서 $E(7, -5)$이다.

$\therefore\ \overline{AE}^2=200$

53) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]직선의 방정식과 내분점을 이용하여 문제 해결하기

선분 AB의 내분점 $\left(\frac{-m+an}{m+n}, \frac{m+bn}{m+n}\right)$은 y축 위의 점이므로

$\frac{-m+an}{m+n}=0,\ a=\frac{m}{n}$

선분 AC의 내분점 $\left(\frac{2m+an}{m+n}, \frac{-2m+bn}{m+n}\right)$은 x축 위의 점이므로

$\frac{-2m+bn}{m+n}=0,\ b=\frac{2m}{n}$

점 $A(a, b)$는 $b=2a$를 만족하므로

점 A의 좌표는 $(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10)$

$\therefore$ 삼각형 ABC의 개수는 5개

54) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]삼각형의 오심을 이해하고 외심, 수심, 무게중심의 관계를 증명하기

삼각형 ABC의 꼭짓점을 $A(a, b), B(-c, 0), C(c, 0)(c>0)$라 하자.

ⅰ)외심 F의 좌표

직선 AC의 기울기를 m이라 하면, $m=\left[\frac{b}{a-c}\right]$

변 AC의 수직이등분선은 $y=\frac{c-a}{b}x+\left[\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}\right]\ ...$ ①

변 BC의 수직이등분선은 …②

① 과 ②의 교점이 외심 F의 좌표이므로

$P\left(0, \left[\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}\right]\right)$

ⅱ)수심 H의 좌표

꼭짓점 B에서 변 AC에 내린 수선의 방정식은

$y=\frac{c-a}{b}(x+c)\ ...$ ③

꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 방정식은

$[x=a]\ ...$ ④

③ 과 ④의 교점이 수심 H의 좌표이므로

$H\left(a, \frac{c^2-a^2}{b}\right)$

선분 FH를 $1:2$로 내분하는 점의 좌표는 $\left(\frac{a}{3}, \frac{b}{3}\right)$이므로

무게중심 G와 일치한다.

55) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]닮은 도형의 성질을 알고 비례식을 이용한 삼각형의 변의 길이 구하기

$\overline{BD}=x, \overline{AD}=\overline{DC}=y$라 하면

$\triangle DBA \backsim \triangle ABC$이므로

$x:4=y:5=4:(x+y)$

$5x=4y,\ x(x+y)=16$이므로

$x=\frac{8}{3},\ y=\frac{10}{3}$

$\therefore\ \overline{BC}=x+y=\frac{8}{3}+\frac{10}{3}=6$

56) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]내분점과 절대부등식을 이용한 연산의 성질 추론하기

삼각형 APS의 넓이는 $\frac{1}{2}\left(\frac{6m}{m+n}\right)\left(\frac{3n}{m+n}\right)$이고

다른 세 개의 삼각형의 넓이도 모두 같으므로

삼각형 네 개의 넓이의 합은

$4\times\frac{1}{2}\times\frac{18mn}{(m+n)^2}=\frac{36mn}{(m+n)^2}$

$H(m,\ n)=18-\frac{36mn}{(m+n)^2}=18\left\{1-\frac{2mn}{(m+n)^2}\right\}$

ㄱ. $H(2,\ 1)=10$ (거짓)

ㄴ. 교환법칙 성립(참)

ㄷ. $\frac{m+n}{2}\geq\sqrt{mn}$ 이므로 $\frac{2mn}{(m+n)^2}\leq\frac{1}{2}$

$\therefore\ H(m,\ n)\geq 9$ (참)

57) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]삼각형의 무게중심의 성질 이용하여 문제 해결하기

$\triangle ADB$에서 $D(-4,\ \sqrt{3})$이므로

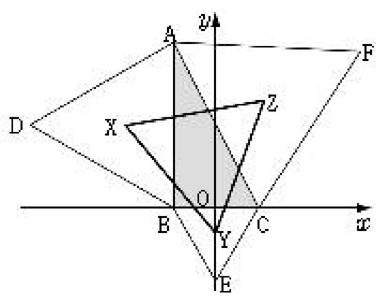
무게중심의 좌표는 $X(-2,\ \sqrt{3})$

$\triangle BEC$에서 $E(0,\ -\sqrt{3})$이므로

무게중심의 좌표는 $Y\left(0,\ -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

정삼각형 XYZ의 한 변의 길이는 $\overline{XY}=\sqrt{\frac{28}{3}}$ 이므로

넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times\frac{28}{3}=\frac{7\sqrt{3}}{3}$ 이다.



58) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]좌표평면에서 선분의 내분점을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점의 좌표는

$\left(\frac{2\times5+1\times(-1)}{2+1},\ \frac{2\times(-5)+1\times4}{2+1}\right)=(3,\ -2)$이다.

점 $(3,\ -2)$가 직선 $y=2x+k$위의 점이므로

$-2=6+k$

$\therefore\ k=-8$

59) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]절대값을 활용한 실생활 문제 해결하기

$A(4,\ 3),\ B(1,\ 2),\ C(2,\ 1)$이라 하자.

만나는 위치가 $D(m,\ n)$이면

$\overline{DA}+\overline{DB}+\overline{DC}=|m-4|+|m-1|+|m-2|$
$+|n-3|+|n-2|+|n-1|$ 이므로,

$m=2,\ n=2$일 때 이동 거리의 합이 최소가 된다.

따라서, 만나는 위치는 점 P이다.

60) 답 : 16

[해설]

주어진 두 함수의 그래프의 교점 P의 좌표는 $\left(\frac{b-a}{2},\ \frac{a+b}{2}\right)$이고

원점 O에서 점 P까지의 거리가 $2\sqrt{2}$ 이므로

$\sqrt{\left(\frac{b-a}{2}\right)^2+\left(\frac{a+b}{2}\right)^2}=2\sqrt{2}$

$\therefore\ a^2+b^2=16$

61) 답 : 32

[해설]

[출제 의도]점의 직선에 대한 대칭이동 이해하기

$A(7,\ 4)$를 $y=x$에 대칭이동한 점 $C(4,\ 7)$에 대하여,

$\overline{PA}+\overline{PB}$가 최소인 점 P는 선분 BC와 직선 $y=x$의 교점이다.

$y=-\frac{1}{4}x+8$와 $y=x$의 교점은 $\left(\frac{32}{5},\ \frac{32}{5}\right)$

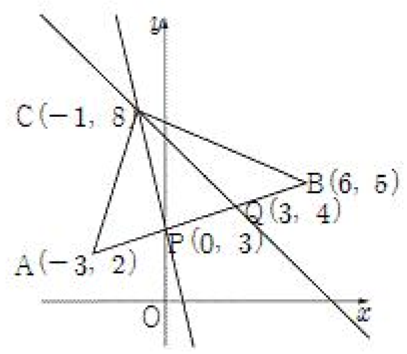
따라서, $5a=32$

62) 답 : 5

[해설]

점 C를 지나고 $\triangle ABC$의 넓이를 삼등분하는 두 직선은 $\overline{AB}$를 삼등분하는 두 점을 지나야한다.

$\overline{AB}$를 $1:2$로 내분하는 점을 P, $2:1$로 내분하는 점을 Q라 하면 $P(0,\ 3),\ Q(3,\ 4)$이다.



점 C와 점 P를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{8-3}{-1-0}=-5$

점 C와 점 Q를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{8-4}{-1-3}=-1$

따라서 점 C와 점 P를 지나는 직선과 점 C와 점 Q를 지나는 직선의 기울기의 곱은 $-5\times(-1)=5$

63) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]선분의 내분 이해하기

$\overline{AP}:\overline{PB}=m:n,\ \overline{AQ}:\overline{QB}=n:m$이므로

$\overline{AB}=400$이고, $\overline{AP}=x$라 하면 $\overline{QB}=200-x$

$\overline{AP}:\overline{PB}=m:n,\ \overline{AQ}:\overline{QB}=n:m$이므로

$x:(400-x)=(200-x):(200+x)$

$\therefore\ x=100$

$\overline{AP}:\overline{PB}=100:300$

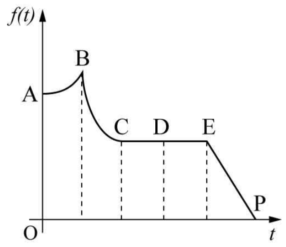
$\therefore\ \frac{n}{m}=3$

64) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]두 점 사이의 거리를 그래프로 나타내기

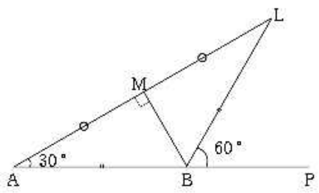
시간에 따른 점 P까지의 거리에 대한 그래프의 개형은 아래와 같다.



65) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]이등변삼각형의 성질과 삼각비를 활용하여 실생활 문제 해결하기



$2\angle LAP=\angle LBP$이므로 $\angle BAL=\angle BLA$

따라서 $\triangle ABL$은 이등변삼각형

점 B에서 선분 AL에 내린 수선의 발을 M이라 하면 $\overline{AM}=\overline{LM}$

속도가 10이므로 $\overline{AB}=20$이고

$\overline{AM}=\overline{AB}\cos 30^\circ=10\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{AL}=2\overline{AM}=20\sqrt{3}$

66) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]좌표평면에서 선분의 내분점을 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.

선분 AB를 $t:(1-t)$로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{t\cdot 6+(1-t)\cdot(-2)}{t+(1-t)},\ \frac{t\cdot(-3)+(1-t)\cdot 5}{t+(1-t)}\right)$$

$=(8t-2,\ 5-8t)$

이 점이 제 1사분면에 있을 때

$8t-2>0,\ 5-8t>0$

$\therefore\ \frac{1}{4}<t<\frac{5}{8}$

67) 답 : ⑤

[해설]

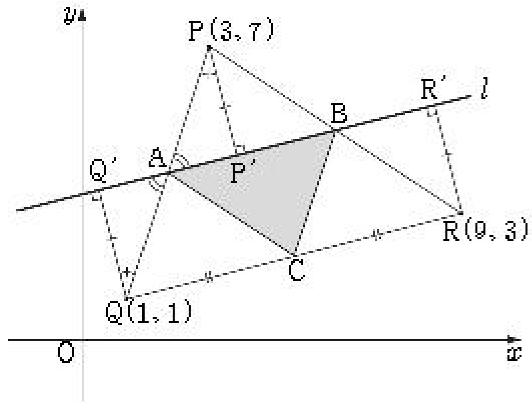
[출제 의도]삼각형의 무게중심 구하기

[해설]세 점 P, Q, R에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 P', Q', R'라 하면

$\triangle PAP'\equiv\triangle QAQ'$ ($\because ASA$합동)이므로 점 A는 선분 PQ의 중점이다. 마찬가지로 점 B는 선분 PR의 중점이다.

따라서, 세 점 A, B, C는 각각 선분 PQ, 선분 PR, 선분 QR의 중점이므로

$\triangle ABC$의 무게중심은 $\triangle PQR$의 무게중심과 일치한다.



$\triangle ABC$의 무게중심을 $G(x, y)$라 하면

$$x=\frac{3+1+9}{3}=\frac{13}{3},\ y=\frac{7+1+3}{3}=\frac{11}{3}$$

따라서, $x+y=\frac{13}{3}+\frac{11}{3}=8$

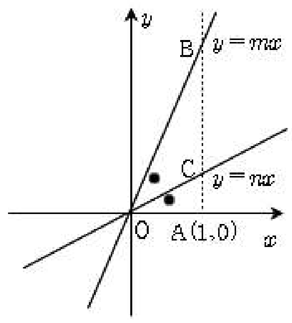
68) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]도형과 관련된 성질을 직선의 기울기를 이용하여 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

직선 $y=mx$의 기울기는 직선 $y=nx$의 기울기의 4배이므로

$m=4n$이다.



점 $A(1, 0)$을 지나고 x축에 수직인 직선이

두 직선 $y=mx, y=nx$와 만나는 점을 각각 B, C라 하면

$B(1, m),\ C(1, n)$이므로

$\overline{AC}=n,\ \overline{BC}=m-n$

직선 $y=nx$는 x축과 직선 $y=mx$가 이루는 각의 이등분선이므로

$\overline{OA}\,\overline{OB}=\overline{AC}\,\overline{BC}$가 성립한다.

$\therefore\ \overline{OB}=\frac{1(m-n)}{n}=3\ (\because\ m=4n)$

따라서 직각삼각형 OAB에서 $3^2=1^2+m^2$

$m=2\sqrt{2},\ n=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore\ mn=2$

69) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]삼각형의 닮음을 이용하여 다각형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 P와 점 Q가 각각 ABD, DBC의 무게중심이므로

$\overline{BP}:\overline{PM}=\overline{BQ}:\overline{QN}=2:1$이고 $\overline{PQ}//\overline{MN}$이다.

PBQ와 MBN의 닮음비가 $2:3$이므로

$\triangle PBQ:\triangle MBN=4:9$이다.

따라서, $\triangle PBQ:\square MPQN=4:5$이므로

$\triangle PBQ:30=4:5$

$\therefore\ \triangle PBQ=24(cm^2)$

70) 답 : 3

[해설]

【출제 의도】 선분의 내분점, 외분점을 활용하여 문제 해결하기

$O(0,0)$, $O'(4,0)$이라 놓으면

$\overline{OO'}$를 $3:1$으로 내분하는 점 P와 $3:1$로 외분하는 점 Q는

$P\left(\frac{12+0}{3+1},\ 0\right)=P(3,0)$

$Q\left(\frac{12-0}{3-1},\ 0\right)=Q(6,0)$

$\triangle OPA:\triangle OQB$

$\overline{OP}:\overline{OQ}=1:2$

$\therefore\ m+n=3$

71) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]삼각함수를 이용하여 수학 외적인 상황의 문제 해결하기

$\overline{BD}:\overline{DC}=3:4$이므로

$\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이 된다.

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$이므로

$\frac{1}{2}\times 15\times 20\times \sin 120^\circ=\frac{1}{2}\times 15\times \overline{AD}\times \sin 60^\circ$

$+\frac{1}{2}\times 20\times \overline{AD}\times \sin 60^\circ$

그러므로 $\overline{AD}=\frac{60}{7}$

72) 답 : 48

[해설]

[출제 의도]무게중심의 성질을 이용하여 도형의 넓이 구하기

[그림]

넓이 $S=\triangle ABC-\triangle PGQ$

$=\triangle A'GC'-\triangle PGQ$

$T\ \triangle ABC$가 평행이동에 의해 움직였으므로

$\overline{AB}//\overline{PG},\ \overline{BC}//\overline{GQ}$

$\angle A=\angle GPH,\ \angle C=\angle GQH$이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle PGQ$

이때, 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{BH}:\overline{GH}=3:1$

$\therefore\ \triangle ABC:\triangle PGQ=3^2:1^2=9:1$

따라서 $\triangle PGQ$의 넓이 $=\frac{1}{9}\triangle ABC=\frac{1}{9}\times 27=3$

$\therefore\ S=T=27-3=24$

$\therefore\ S+T=48$

73) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]내분점과 외분점 구하기

ㄴ. $\overline{CD}$를 $2:3$으로 외분하는 점이 A이므로 거짓.

∴ ㄱ, ㄷ은 참

74) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 삼각형의 무게중심 좌표 구하기

$\triangle ABC$의 무게중심과 각 변의 중점을 연결하여 만든 $\triangle PQR$의 무게중심은 같다.

$\triangle ABC$의 무게중심의 좌표는

$\left(\frac{2+(-2)+6}{3},\ \frac{4+6+8}{3}\right)=(2,6)$

따라서 $a=2,\ b=6$

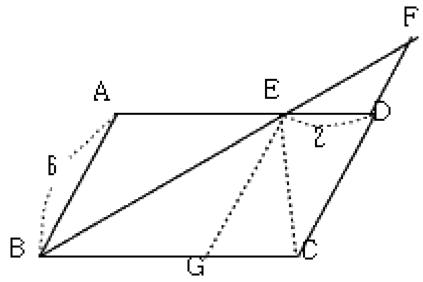
$a+b=8$

[정답]⑤

75) 답 : ①

[해설]

【출제 의도】 평행사변형의 성질 및 닮음의 성질 응용하기



평행사변형 $ABCD$에서 $\angle ABE=\angle AEB$이므로

$\overline{AE}=\overline{AB}=6$, 따라서 $\overline{BC}=8$이다.

$\overline{ED}:\overline{BC}=1:4$이므로

$\triangle DEF:\triangle CBF=1:16$이다.

$\square EDBC$의 넓이는 $\frac{4}{3}\times 15=20$

같은 방법으로 $\overline{DF}:\overline{AB}=1:3$이므로

$\triangle DEF:\triangle AEB=1:9$이다.

$\triangle ABE$의 넓이는 $\frac{4}{3}\times 9=12$

$\therefore\ \square ABCD=32$

【별해】

평행사변형 $ABCD$에서 $\angle ABE=\angle AEB$이므로 $\overline{AE}=\overline{AB}=6$, 따라서 $\overline{BC}=8$이다.

$\overline{DC}$와 $\overline{EG}$가 평행이 되도록 하는 점 G를

$\overline{BC}$위에 잡으면 $\square EGCD$는 평행사변형이다.

$\overline{ED}:\overline{BC}=\overline{FD}:\overline{FC}=1:4$이다.

따라서 $\triangle DEF:\triangle DEC=1:3$이다.

$\triangle DEC=3\triangle DEF=4$이므로

$\square ABCD=8\triangle EDC=32$이다.

76) 답 : 625

[해설]

【출제 의도】 외접원의 성질을 이해하고 활용하기

그림과 같이 A를 원점으로 하고 직선 BC에 수직인 직선을 x축으로 하면,

B, C의 좌표는 $B(800,600)$, $C(800,-600)$이다.

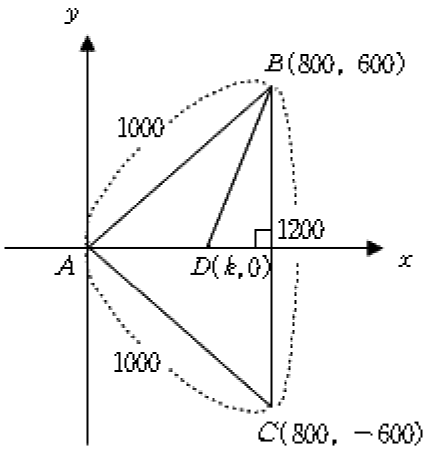
그리고 서점의 위치는 x축 위에 존재해야 하므로 $D(k,0)$이다.

$\overline{AD}=\overline{BD}$이므로

$k^2=(k-800)^2+600^2$

$1,600k=1,000,000$

$\therefore\ k=625$



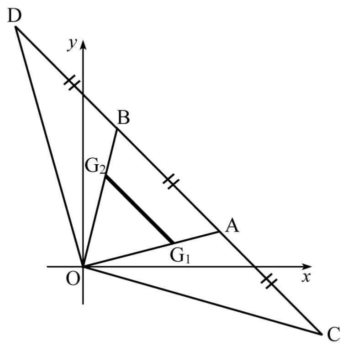
77) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]선분의 내분점과 외분점을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

선분 OA는 삼각형 OCB의 중선이므로 삼각형 OCB의 무게중심 G_1은 선분 OA를 $2:1$로 내분하는 점이다.

마찬가지로 삼각형 OAD의 무게중심 G_2는 선분 OB를 $2:1$로 내분하는 점이다.



이때 $\triangle OG_1G_2 \backsim \triangle OAB$이고 그 닮음비가 $2:3$이므로

선분 G_1G_2의 길이는 선분 AB의 길이의 $\frac{2}{3}$이다.

따라서 구하는 선분의 길이는

$\frac{2}{3}\sqrt{(4-1)^2+(1-4)^2}=2\sqrt{2}$

[다른 풀이]

점 C의 좌표는 $(7,\ -2)$

점 D의 좌표는 $(-2,\ 7)$

삼각형 OCB의 무게중심 G_1의 좌표는 $\left(\frac{8}{3},\ \frac{2}{3}\right)$

삼각형 OAD의 무게중심 G_2의 좌표는 $\left(\frac{2}{3},\ \frac{8}{3}\right)$

따라서 선분 G_1G_2의 길이는

$\sqrt{\left(\frac{8}{3}-\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}-\frac{8}{3}\right)^2}$

$=\sqrt{2^2+2^2}$

$=2\sqrt{2}$

78) 답 : ②

[해설]

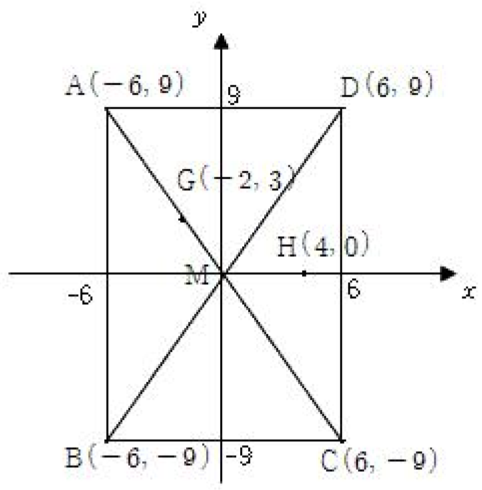
【출제 의도】무게중심과 두 점사이의 거리 구하기

그림과 같이 좌표를 정하면

$G\left(\frac{-6+6-6}{3},\ \frac{9+9-9}{3}\right)$이고

$H\left(\frac{6+0+6}{3},\ \frac{9+0-9}{3}\right)$이다.

그러므로 $\overline{GH}=\sqrt{\{4-(-2)\}^2+3^2}=3\sqrt{5}$



79) 답 : ①

[해설]

【출제 의도】외분을 이해하고 이를 활용하기

M은 선분 BD의 중점이므로 선분 BM을 $2:1$로 외분하는 점은 $D(x_4,\ y_4)$이다. 그러므로㈎는 $2:1$이다.

점 D는 선분 BM을 $2:1$로 외분하는 점이고,

$x=\frac{x_1+x_3}{2},\ y=\frac{y_1+y_3}{2}$ 이므로

$x_4=\frac{2\cdot x-1\cdot x_2}{2-1}=x_1-x_2+x_3\cdots$㈏

$y_4=\frac{2\cdot y-1\cdot y_2}{2-1}=y_1-y_2+y_3\cdots$㈐

80) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 도형의 넓이와 두 점 사이의 거리 구하기

[해설] 직사각형 $OABC$의 넓이는 12

[그림1]에서 $2a_1+\frac{\pi}{2}=6$이므로 $a_1=3-\frac{\pi}{4}$

[그림2]에서 $2(6-a_2)+\frac{\pi}{2}=6$이므로 $a_2=3+\frac{\pi}{4}$

$|a_1-a_2|=\left|\left(3-\frac{\pi}{4}\right)-\left(3+\frac{\pi}{4}\right)\right|=\frac{\pi}{2}$

[정답]②

81) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]정 12면체를 이용한 식 세우기

한 꼭짓점에 모이는 세 면에 적힌 수의 합을 x라 하면

꼭짓점의 개수가 20개이므로

각 꼭짓점에서의 합을 모두 더하면 $20x$이다.

한 면은 5각형이므로 1, 2, 3, ⋯, 12는 각각 5번씩 합에 사용된다.

$20x=5(1+2+3+\cdots+12)$

$x=\frac{5(1+2+3+\cdots+12)}{20}$

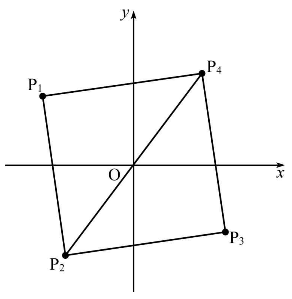
$=\frac{39}{2}$

따라서, $\frac{39}{2}$는 정수가 아니므로 이런 정 12면체는 만들 수 없다.

82) 답 : 50

[해설]

[출제 의도]복소수의 계산과 좌표평면 위에서 주어진 점들을 꼭짓점으로
하는 사각형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



ⅰ) $n=1$일 때

$(3+4i)\times i=-4+3i$이므로 $P_1(-4,\ 3)$

ⅱ) $n=2$일 때

$(3+4i)\times i^2=-3-4i$이므로 $P_2(-3,\ -4)$

ⅲ) $n=3$일 때

$(3+4i)\times i^3=4-3i$이므로 $P_3(4,\ -3)$

ⅳ) $n=4$일 때

$(3+4i)\times i^4=3+4i$이므로 $P_4(3,\ 4)$

네 점 $P_1,\ P_2,\ P_3,\ P_4$를 꼭짓점으로 하는 사각형은 한 변의 길이가 $5\sqrt{2}$인 정사각형이다.

따라서 구하는 사각형의 넓이는 $(5\sqrt{2})^2=50$이다.

83) 답 : ①

[해설]

M은 선분 BD의 중점이므로

선분 BM을 $2:1$로 외분하는 점은 $D(x_4,\ y_4)$이다.

그러므로 ㈎는 $2:1$이다.

점 D는 선분 BM을 $2:1$로 외분하는 점이고,

$x=\dfrac{x_1+x_3}{2},\ y=\dfrac{y_1+y_3}{2}$이므로

$x_4=\dfrac{2\cdot x-1\cdot x_2}{2-1}=x_1-x_2+x_3\cdots$㈏

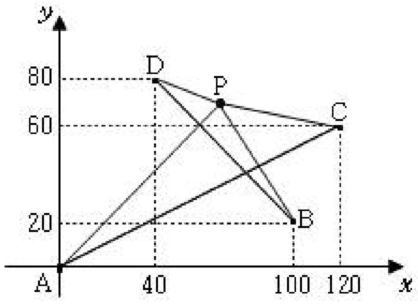
$y_4=\dfrac{2\cdot y-1\cdot y_2}{2-1}=y_1-y_2+y_3\cdots$㈐

84) 답 : 160

[해설]

[출제 의도] 직선의 방정식을 활용하여 최솟값 구하기

[해설] 점 A를 원점으로 하여 공장 $B,\ C,\ D$의 위치를 좌표평면 위에 나타내면



좌표평면 위의 임의의 점 P에 대하여

$\overline{AP}+\overline{CP}\geq\overline{AC}$이고 $\overline{BP}+\overline{DP}\geq\overline{BD}$이므로

$\overline{AP}+\overline{BP}+\overline{CP}+\overline{DP}\geq\overline{AC}+\overline{BD}$

점 P가 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점일 때 각 공장에서 정화시설까지의 거리가 최소이다.

직선 AC의 방정식은 $y=\dfrac{1}{2}x$, 직선 BD의 방정식은 $y=-x+120$이고,

교점의 좌표는 $(80,\ 40)$

따라서, $a=80,\ b=40$이이므로 $a+2b=160$

[정답] 160

85) 답 : 61

[해설]

점 C는 선분 AB를 $2:1$로 외분하는 점이므로 $C(5,\ -6)$이다.

$\therefore\ a^2+b^2=5^2+(-6)^2=61$

[정답] 61

86) 답 : 16

[해설]

[출제 의도]선분의 내분점을 이해하고 식으로 나타낼 수 있는가를 묻는 문제이다.

$5x=3a+2c$이므로

$x=\dfrac{3a+2c}{5}=\dfrac{2c+3a}{2+3}$

또, $5y=3b+2d$이므로

$y=\dfrac{3b+2d}{5}=\dfrac{2d+3b}{2+3}$

따라서 점 P는 선분 AB를 $2:3$으로 내분하는 점이다.

$\therefore\ \overline{AP}=\dfrac{2}{5}\overline{AB}=\dfrac{2}{5}\cdot 40=16$

87) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]점과 직선 사이의 거리 구하기

㈎ $\dfrac{\triangle y}{h}=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

㈏점 $(x_1,\ y_1)$에서 직선 $ax+by+c=0$사이의 거리 d는

$d=\dfrac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ 임을 이용하면

$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ 이다.

정답:③

88) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]삼각형의 어떤 성질을 증명할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 A와 점 B의 x좌표가 각각 $a,\ -c$이므로

점 C의 x좌표는 $a+(a-(-c))=2a+c$이다.

즉, 점 C의 좌표는 $(2a+c,\ 0)$이다.

따라서 $\overline{AP}^2+\overline{BP}\cdot\overline{CP}=(a^2+b^2)+c(2a+c)$

$=(a^2+2ac+c^2)+b^2$

$=(a+c)^2+b^2$

$=\overline{AB}^2$

$\therefore$ ㈎ $2a+c$, ㈏ a^2+b^2

89) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]좌표평면을 이용하여 빛의 진행을 알아보는 문제이다.

아래 그림과 같이 대칭을 이용하여 살펴보면,

점 $(5, 3)$을 향한 빛은 정사각형의 변과 세 번 반사하여 점 D에서 흡수된다.