

II.방정식과 부등식

4.여러가지 방정식

중단원 기출문제

[난이도 : ★★☆☆] [2005 학년도 대수능]

1 [문과]이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 근을 ω 라 할 때, $\omega^{10} + \omega^5 + 1 = a\omega + b$ 를 만족시키는 a 의 값은?(단, a, b 는 실수이다.)[3점]

- ① 1 ② $\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$
- ④ -1 ⑤ -2

[난이도 : ★★☆☆] [2005 학년도 대수능]

2 [문과]철수가 과일 가게에서 귤, 사과, 배를 모두 합하여 12개를 샀더니 그 값이 5000원이었다. 귤, 사과, 배의 한 개당 값은 각각 200원, 500원, 900원이었다. 각 과일을 하나 이상씩 샀다고 할 때, 철수가 산 귤의 개수는? [3점]

- ① 9 ② 8 ③ 7
- ④ 6 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆☆] [2004 학년도 대수능]

3 방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라고 할 때, 자연수 n 에 대하여 함수 $f(n)$ 을 $f(n) = \frac{\omega^{2n}}{\omega^n + 1}$ 과 같이 정의한다.

이때, $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(20)$ 의 값을 구하시오.[3점]

- ① -11 ② -7 ③ -3
- ④ 1 ⑤ 5

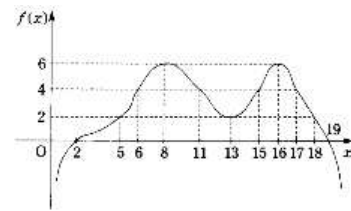
[난이도 : ★★☆☆] [1997 학년도 대수능]

4 [공통]대학수학능력시험 수리 탐구 영역(I)의 문항 수는 30개이고 배점은 40점이다. 문항별 배점은 1점, 1.5점, 2점의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 1점짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

- ① 8 ② 9 ③ 10
- ④ 11 ⑤ 12

[난이도 : ★★☆☆] [1996 학년도 대수능]

5 [공통]아래 그림은 함수 $y = f(x)$ 의 그래프이다. x 에 관한 방정식 $f(f(x+2)) = 4$ 의 서로 다른 실근의 개수와 합을 순서대로 적으면?(단, $x < 2$ 또는 $x > 19$ 일 때, $f(x) < 0$ 이다.)



- ① 2, 20 ② 2, 22 ③ 3, 20
- ④ 4, 42 ⑤ 4, 50

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 9월 학력평가]

6 연립방정식 $\begin{cases} x + y - z = 4 \\ x - y + z = 2 \\ x + y + z = 12 \end{cases}$ 를 만족하는 x, y, z 에 대하여 xyz 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★★] [2012년 3월 학력평가]

7 다음 중 $\tan 10^\circ + \frac{1}{\tan 20^\circ}$ 의 값과 같은 것은? [3점]

- ① $\sin 10^\circ$ ② $\cos 20^\circ$ ③ $\frac{1}{\sin 20^\circ}$
- ④ $\frac{1}{\cos 10^\circ}$ ⑤ $\frac{1}{\tan 10^\circ}$

[난이도 : ★★★] [2012년 11월 학력평가]

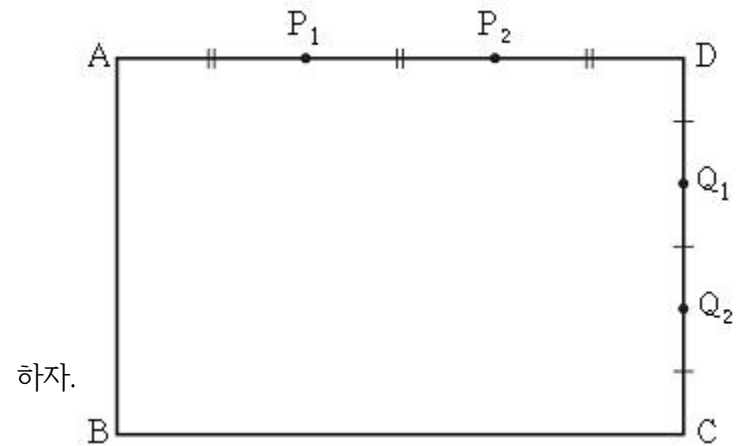
8 사차방정식 $x^4 + 3x^3 + 3x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3
- ④ -2 ⑤ -1

[난이도 : ★★★] [2012년 11월 학력평가]

9 그림과 같이 $\overline{AD} : \overline{DC} = 3 : 2$ 인 직사각형 $ABCD$ 가 있다.

변 AD 를 삼등분한 점들 중 A 에 가까운 점을 P_1 , D 에 가까운 점을 P_2 라 하고, 변 DC 를 삼등분한 점들 중 D 에 가까운 점을 Q_1 , C 에 가까운 점을 Q_2 라



세 삼각형 AQ_1D, P_1Q_2D, P_2CD 의 넓이의 합이 10 일 때, 직사각형 $ABCD$ 의 둘레의 길이는? [4점]

- ① $10\sqrt{2}$ ② $10\sqrt{3}$ ③ 20
- ④ $10\sqrt{5}$ ⑤ $10\sqrt{6}$

[난이도 : ★★★] [2012년 11월 학력평가]

10 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (m-5)x + m + 2 = 0$ 의 두 근 α, β 가 모두 자연수일 때, 모든 정수 m 의 값의 합을 구하시오. (단, $\alpha < \beta$) [3점]

[난이도 : ★★★] [2012년 10월 학력평가]

11 삼차방정식 $x^3 + ax^2 - ax - 1 = 0$ 이 두 개의 음의 실근과 한 개의 양의 실근을 갖도록 a 의 값을 정할 때, a 의 최솟값은? [4점]

- ① -3 ② -2 ③ -1
- ④ 0 ⑤ 1

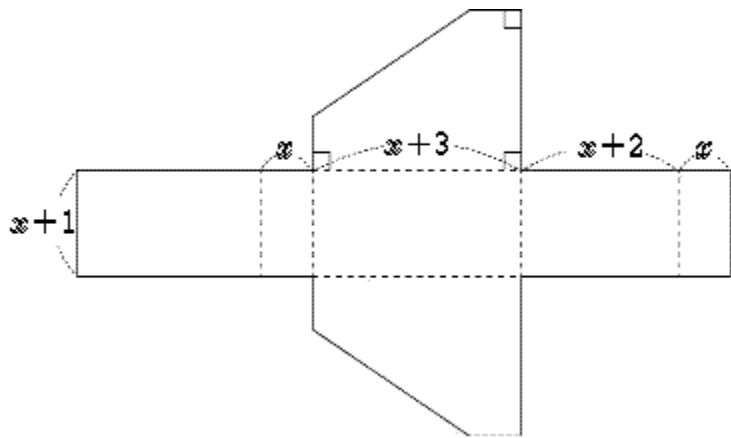
[난이도 : ★★★] [2012년 9월 학력평가]

12 삼차방정식 $2x^3 + 5x^2 + (k+3)x + k = 0$ 의 세 근이 음수가 되도록 하는 실수 k 의 값의 범위는? [4점]

- ① $-1 \leq k \leq \frac{5}{8}$ ② $-1 \leq k < \frac{9}{8}$ ③ $0 < k \leq \frac{9}{8}$
 ④ $0 < k < \frac{11}{8}$ ⑤ $1 \leq k < \frac{11}{8}$

[난이도 : ★★★] [2012년 9월 학력평가]

13 그림은 오각기둥의 전개도이다. 이 전개도의 점선을 따라 접어서 만든 오각기둥의 부피가 108일 때, 전개도에서 x 의 값은? [4점]



[난이도 : ★★★] [2011년 10월 학력평가]

14 사차방정식 $x(x-1)(x-2)(x-3) - 24 = 0$ 의 모든 허근의 곱은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 2
 ④ 4 ⑤ 6

[난이도 : ★★★] [2011년 3월 학력평가]

15 연립방정식 $\begin{cases} x+y-z=6 \\ x-y+z=-4 \\ -x+y+z=8 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta, z=\gamma$ 라 할

때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2011년 3월 학력평가]

16 정수 m 에 대하여 $\frac{3m+9}{m^2-9}$ ($m \neq -3, m \neq 3$)의 값이 정수가

되도록 하는 모든 m 의 값의 합을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2011년 3월 학력평가]

17 어느 고등학교의 2010년 4월 1일 독서 동아리 인원이 40명이었다. 2011년 4월 1일 이 동아리 인원은 2010년 4월 1일보다 남학생 수는 25% 감소하고, 여학생 수는 50 증가하여 총 인원수는 2명이 증가하였다. 2010년 4월 1일 이 동아리의 남학생 수는? [3점]

- ① 24 ② 26 ③ 28
 ④ 30 ⑤ 32

[난이도 : ★★★] [2011년 10월 학력평가]

18 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - xy = 2 \\ xy - y^2 = 6 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta$ 라 할 때, $\alpha\beta$ 의

값은? [4점]

- ① -3 ② -1 ③ 1
 ④ 3 ⑤ 5

[난이도 : ★★★] [2011년 10월 학력평가]

19 x 에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 서로 다른 두 근이 α, β 이고, 삼차방정식 $x^3+ax-36=0$ 의 서로 다른 세 근이 α, β, γ 일 때 $b-a$ 의 값을 구하시오.(단, a, b 는 실수이다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2011년 3월 학력평가]

20 x 에 대한 삼차방정식 $x^3-4x^2+(k+3)x-k=0$ 의 서로 다른 세 실근 $1, \alpha, \beta$ 가 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 때, 상수 k 의 값은 $\frac{n}{m}$ 이다. $m+n$ 의 값은?(단, m 과 n 은 서로소인 자연수이다.)[4점]

- ① 29 ② 30 ③ 31
- ④ 32 ⑤ 33

[난이도 : ★★★] [2010년 3월 학력평가]

21 다음 두 조건을 만족하는 아들의 현재 나이는?[3점]

(가) 재 아버지와 아들 나이의 합은 67이다.
 (나) 16년 후, 아버지 나이는 아들 나이의 2배이다.

- ① 16 ② 17 ③ 18
- ④ 19 ⑤ 20

[난이도 : ★★★] [2010년 10월 학력평가]

22 사차방정식 $(x^2+x)^2+(x^2+x)-6=0$ 의 두 실근을 α, β , 두 허근을 γ, δ 라 할 때, $\gamma\delta-\alpha\beta$ 의 값은?[3점]

- ① 2 ② 3
- ③ 4 ④ 5
- ⑤ 6

[난이도 : ★★★] [2010년 11월 학력평가]

23 갑과 을이 x, y, z 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax+y=1 \\ by+z=4 \\ -2z+x=-3 \end{cases}$ 을 푸는데,

갑은 상수 a 만을 잘못 보고 풀어서 $x=-3, y=-2, z=0$ 의 해를 얻었고, 을은 상수 b 만을 잘못 보고 풀어서 $x=-1, y=3, z=1$ 의 해를 얻었다.

처음에 주어진 연립방정식의 옳은 해를 $x=\alpha, y=\beta, z=\gamma$ 라 할 때, $\alpha+\beta+\gamma$ 의 값은?[3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

[난이도 : ★★★] [2010년 10월 학력평가]

24 전철, 버스, 승용차로 각각 10km를 이동할 때 각각의

교통수단에서 발생하는 1인당 이산화탄소 배출량은 1000g, 500g, 2000g이라고 한다. 어느 회사의 사원 40명은 전철, 버스, 승용차의 세 가지 중 한 가지 교통수단만 이용하여 회사와 10km 떨어진 사원주택에서 출근한다. 이때 발생하는 이산화탄소의 배출량은 40000g이다. 이산화탄소 배출량을 줄이기 위해 승용차 2부제를 실시하여 짝숫날에는 자동차번호 끝번호가 홀수인 승용차의 운전자는 버스를 이용하고, 홀숫날에는 자동차번호 끝번호가 짝수인 승용차의 운전자는 전철을 이용하여 출근하였다. 이때 이산화탄소 배출량은 짝숫날에는 9000g 감소하고, 홀숫날에는 5000g 감소하였다. 승용차 2부제를 실시하기 이전의 버스 이용자 수를 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2010년 3월 학력평가]

25 농구 경기에서 득점의 종류는 1점, 2점, 3점의 세 종류이다.

다음은 A, B 두 팀 간의 어느 한 경기 결과를 분석한 것이다.

- (가) A, B 두 팀이 2점짜리를 득점한 횟수는 같다.
- (나) A 팀이 3점짜리를 득점한 횟수는 B 팀이 1점짜리를 득점한 횟수와 같다.
- (다) A 팀이 2점짜리를 득점한 횟수는 B 팀이 3점짜리를 득점한 횟수의 3배이다.
- (라) A 팀이 득점한 총 횟수는 38 회이고, B 팀이 득점한 총 횟수는 37 회이다.
- (마) A 팀의 총 득점은 B 팀의 총 득점보다 5 점이 많다.

A 팀의 총 득점을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2010년 3월 학력평가]

26 두 이차 함수 $y = -2x^2 + 2ax + b$, $y = 2x^2 + 4$ 의 그래프가

만나지 않을 때, 음이 아닌 두 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2010년 11월 학력평가]

27 방정식 $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, 옳은 것만을 다음

[보기]에서 있는대로 고른 것은?[4점]

[보기]
ㄱ. $\omega^{10} = \omega$
ㄴ. $\frac{\omega^2}{1+\omega} + \frac{\bar{\omega}}{1+\bar{\omega}^2} = -2$ (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)
ㄷ. $\omega^{4n} + (\omega+1)^{4n} + 1 = 0$ 을 만족시키는 30 이하의 양의 정수 n 의 개수는 20이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2010년 9월 학력평가]

28 전철, 버스, 승용차로 각각 10km를 이동할 때 각각의

교통수단에서 발생하는 1인당 이산화탄소 배출량은 1000g, 500g, 2000g이라고 한다.

어느 회사의 사원 40명은 전철, 버스, 승용차의 세 가지 중 한 가지 교통수단만 이용하여 회사와 10km 떨어진 사원주택에서 출근한다.

이때 발생하는 이산화탄소의 배출량은 40000g이다.

이산화탄소 배출량을 줄이기 위해 승용차 2부제를 실시하여 짝숫날에는 자동차번호 끝번호가 홀수인 승용차의 운전자는 버스를 이용하고, 홀숫날에는 자동차번호 끝번호가 짝수인 승용차의 운전자는 전철을 이용하여 출근하였다. 이때 이산화탄소 배출량은 짝숫날에는 9000g 감소하고, 홀숫날에는 5000g 감소하였다. 승용차 2부제를 실시하기 이전의 버스 이용자 수를 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2009년 11월 학력평가]

29 방정식 $(x-3)(x-1)(x+2)+1=x$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할

때, $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ 의 값은?[4점]

- ① 21
- ② 23
- ③ 25
- ④ 27
- ⑤ 29

[난이도 : ★★★] [2009년 5월 학력평가]

30 갑과 을은 공장에 있는 상자를 창고 A로 옮기고, 병은 창고 A에 옮겨진 상자를 창고 B로 옮기는 작업을 하려고 한다. 창고 A가 가득 차면 작업을 멈춘다고 할 때, 빈 창고 A에 상자가 가득 채워지는데 걸리는 시간은 다음과 같다.

(가)갑과 을 두 사람만 작업을 한 경우, 걸리는 총 시간은 6시간이다.
(나)갑과 을이 작업을 시작한지 5시간 후에 을이 작업을 멈추는 동시에 병이 작업을 시작한 경우, 걸리는 총 시간은 15시간이다.
(다)갑, 을, 병 세 사람이 동시에 작업을 한 경우, 걸리는 총 시간은 12시간이다.

을과 병은 작업을 하지 않고 갑만 작업을 하여 빈 창고 A에 상자를 가득 채울 때, 걸리는 시간은?(단, 갑, 을, 병 세 사람의 시간당 한 일의 양은 각각 일정하다.)

[4점]

- ① 8 ② 9시간 ③ 10시간
- ④ 11시간 ⑤ 12시간

[난이도 : ★★★] [2009년 3월 학력평가]

31 서로 다른 두 자연수 m, n 이 등식 $(2m-3n)^2 = (m-2n)^2 + (m-n)^2$ 을 만족시킬 때, 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?[4점]

[보기]

ㄱ. $m=4$ 이면 $n=2$ 이다.
ㄴ. n 은 짝수이다.
ㄷ. $m+n$ 은 3의 배수이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

[난이도 : ★☆☆] [2008년 0월 학력평가]

32 다음 중 삼차방정식 $x^3 - 7x^2 + 5x + 1 = 0$ 의 근은?[2점]

- ① $1 - \sqrt{10}$ ② $2 - \sqrt{10}$ ③ -1
- ④ $3 - \sqrt{10}$ ⑤ 2

[난이도 : ★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

33 삼차방정식 $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$ 의 두 허근의 합은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

[난이도 : ★☆☆] [2008년 3월 학력평가]

34 연립방정식 $\begin{cases} x+y=a-11 \\ x+3y=3a-47 \end{cases}$ 을 만족하는 x 와 y 의 값의 비가 1:2일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.[3점]

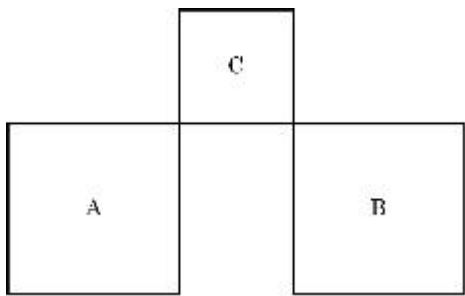
[난이도 : ★★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

35 그림과 같이 길이가 32cm 인 철사로 다음 조건을 만족하도록 세 정사각형 A, B, C 를 만들었다.

- [1] A 의 넓이는 B 의 넓이와 같다.
- [2] A 의 한 변의 길이는 C 의 한 변의 길이보다 길다.
- [3] 세 정사각형의 넓이의 합은 22cm^2 이다.

이때, 정사각형 A 의 한 변의 길이는?

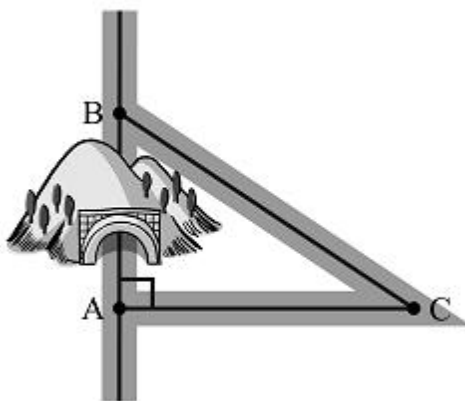
(단, 철사의 굵기는 무시하고, 겹치는 부분 없이 모두 사용한다.)



- ① 2cm ② 2.5cm ③ 3cm
- ④ 3.5cm ⑤ 4cm

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 03월 학력평가]

36 과거에는 A 도시에서 B 도시를 갈 때 높은 산이 있어 C 도시를 경유해야 했고, 이때 A 도시에서 C 도시를 경유하여 B 도시로 가는 도로의 총 길이는 32km 였다. 그런데, 산에 터널을 뚫어 A 도시와 B 도시를 직접 연결하는 도로를 건설하였더니, C 도시를 경유할 때보다 24km 단축되었다. A 도시와 C 도시를 잇는 도로의 길이가 몇 km 인지 구하시오.(단, 모든 도로는 직선도로이고, A 도시에서 B 도시와 C 도시를 잇는 두 도로는 서로 수직이다.) [4점]



[난이도 : ★★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

37 두 집합 $A = \{x | x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0\}$, $B = \{4, 6, 10\}$ 에 대하여 집합 $(A - B) \cup (B - A)$ 의 모든 원소의 합을 구하시오. [3점]

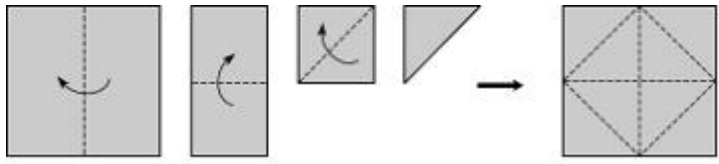
[난이도 : ★★☆☆] [2008년 9월 학력평가]

38 x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 - y^2 = 15 \end{cases}$ 의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

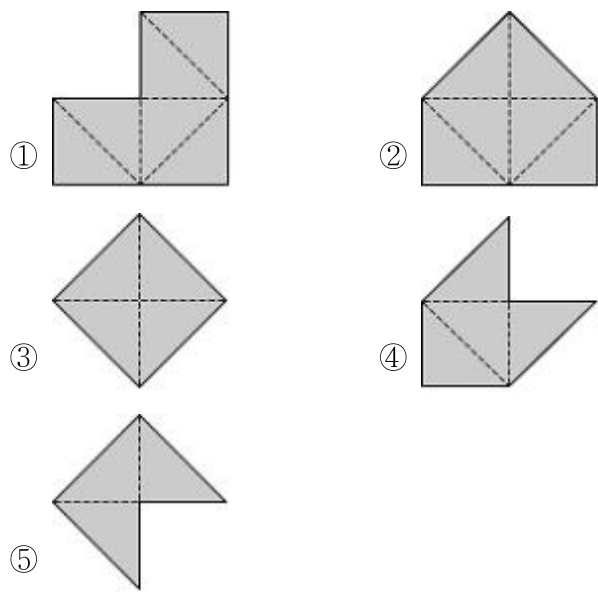
[난이도 : ★★☆☆] [2008년 3월 학력평가]

39 그림은 넓이가 8인 정사각형 모양의 색종이를 3번 접은 후 다시 펼쳐 놓은 것이다.



이 색종이의 접힌 선을 따라 일부를 잘라내어 모양이 다른 여러 가지 도형을 만들어 보았다.

이때 만들어진 다음 도형 중 둘레의 길이가 유리수로 나타나는 것은? [3점]



[난이도 : ★★☆☆] [2008년 6월 학력평가]

40 [공통] 자연수 m, n 에 대하여 x 에 대한 이차방정식

$mx^2 - 10x + n = 0$ 의 두 근이 서로 다른 소수일 때, 모든 n 값의 합은? [4점]

- ① 30
- ② 31
- ③ 32
- ④ 33
- ⑤ 34

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 9월 학력평가]

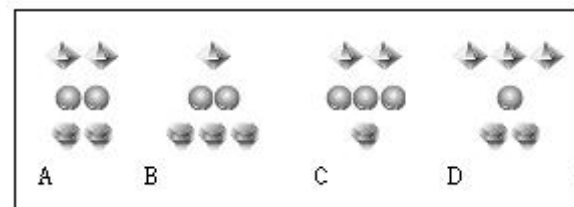
41 두 복소수 α, β 를 $\alpha = \frac{\sqrt{3}+i}{2}, \beta = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}$ 라 할 때,

$\alpha^m \cdot \beta^n = i$ 를 만족시키는 10 이하의 자연수 m, n 에 대하여 $m+2n$ 의 최댓값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 11월 학력평가]

42 A, B, C, D 네 친구가 액세서리 가게에서 , , 세 종류의 인조보석을 샀다.

네 친구가 각각 구입한 인조보석은 다음과 같다.



인조보석을 구입하는 데 A는 10000원, B는 9000원, C는 9500원을 지불하였다.

이때 D가 지불한 금액은? (단, 같은 종류의 인조보석은 가격이 같다.) [4점]

- ① 10000원
- ② 10500원
- ③ 11000원
- ④ 11500원
- ⑤ 12000원

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 9월 학력평가]

43 다음 조건을 만족시키는 세 자연수 l, m, n 의 순서쌍 (l, m, n) 의 개수는? [4점]

- (가) $m - l = n - m = 2$
- (나) $l + m + n < 200$
- (다) $\sqrt{l+m+n}$ 은 자연수이다.

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

[난이도 : ★★★] [2008년 3월 학력평가]

44 양수 a 에 대하여 정수 부분을 $[a]$, 소수 부분을 $\langle a \rangle$ 로 나타내기로 하자.

예를 들어, $[2.7]=2$, $\langle 2.7 \rangle=0.7$, $[5]=5$, $\langle 5 \rangle=0$ 이다. 두 양수 x, y 가 다음 식을 만족한다.

$$\{x+2[x+5\langle y \rangle]=10.8$$

이때 $100(x+2y)$ 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2008년 6월 학력평가]

45 개미집에서 먹이발견장소까지의 길은 경로 I, 경로 II 두 가지가 있다.

개미들은 개미집에서 먹이발견장소까지 갔다 오면서 갈 때와 올 때 각각 한 번씩 서로 다른 지점에 일정한 양의 페로몬이라는 분비물을 방사한다.

다음은 A, B, C세 종류의 개미 한 마리가 1분 동안 개미집에서 먹이발견장소까지 갔다 오는 횟수와 규칙을 나타낸 것이다.

개미의 종류	횟수	규칙
A	3	두 번은 경로 I로 왕복 한 번은 갈 때와 올 때의 경로가 다름
B	1	경로 I로 왕복
C	1	갈 때와 올 때의 경로가 다름



A 종류의 개미 x 마리, B 종류의 개미 y 마리, C 종류의 개미 z 마리가 각각 위와 같은 규칙으로 1분 동안 이동한 결과 경로 I에 분비물이 총 20번 방사되었을 때, 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하시오.(단, x, y, z 는 자연수)[4점]

[난이도 : ★★★] [2008년 10월 학력평가]

46 x 에 대한 방정식 $x^3 + 3x + 1 = 0$ 의 한 허근 ω 에 대하여
다항식 $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + ax + b$ 가 $(\omega^2 - \omega + 1)f(\omega) = 1$ 을 만족할 때,
상수 b 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

[난이도 : ★★★] [2008년 3월 학력평가]

47 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - mx + n^2 = 0$ 의 한 근이
 $x = m - 2n$ 이다.

m, n 이 모두 10이하의 자연수일 때, 순서쌍 (m, n) 의
개수는? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

[난이도 : ★★★] [2008년 11월 학력평가]

48 다음은 x 에 대한 사차방정식 $x^4 - 6x^2 + 24x - 35 = 0$ 의 해를
구하는 과정이다.

$x^4 - 6x^2 + 24x - 35 = 0$ 을 변형하면
 $(x^2 - 1)^2 - [(\ast)] = 0 \dots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 의 좌변을 인수분해하면
 $(x^2 + 2x + [(\ast)])(x^2 - [(\ast)])$
복소수 범위에서 해를 구하면
 $x = -1 \pm 2\sqrt{2}$ 또는 $x = 1 \pm 2i$ (단, $i = \sqrt{-1}$)

(가)~(다)에 알맞은 것을 바르게 짝지은 것은? [4점]

- ① $4(x-3)^2, -7, 5$ ② $4(x-3)^2, 7, -5$
- ③ $4(x-3)^2, 5, -7$ ④ $4(x+3)^2, -7, 5$
- ⑤ $4(x+3)^2, 5, -7$

[난이도 : ★☆☆] [2007년 3월 학력평가]

49 전 직원이 400명인 어느 회사에서 휴가 규정을 개정하기로
하였다.

첫 번째 안과 두 번째 안을 찬반 투표에 부친 결과 다음 사실을
알았다.

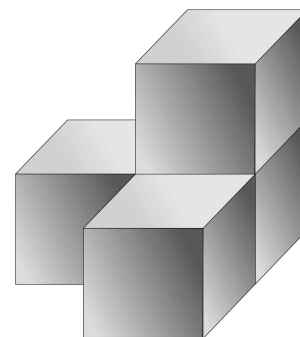
(가) 두 번째 안의 찬성표 수에서 반대표 수를 뺀 값은 첫 번째
안의 반대표 수에서 찬성표 수를 뺀 값의 두 배이다.
(나) 두 번째 안의 찬성표 수는 첫 번째 안의 반대표 수의 $\frac{12}{11}$ 이
다.

두 가지 안에 대한 찬반 투표에서 무효표가 없다고 할 때, 두
번째 안에 대한 찬성자는 첫 번째 안에 대한 찬성자보다 몇 명 더
많은지를 구하시오.

(단, 전 직원이 두 가지 안에 대한 투표에 모두
참여하였다.) [4점]

[난이도 : ★☆☆] [2007년 9월 학력평가]

50 한 모서리의 길이가 xcm 인 정육면체 네 개를 그림과 같이
쌓아 놓은 입체의 부피는 Acm^3 , 겉넓이는 Bcm^2 이다.

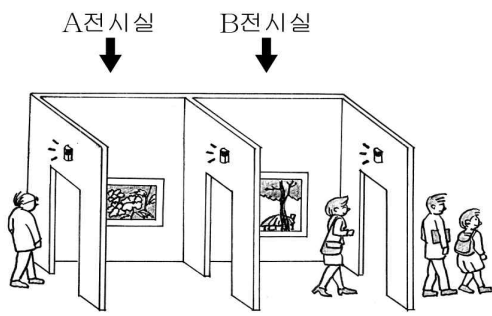


$3A = B + 24$ 일 때, x 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $1 + \sqrt{2}$
- ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 6월 학력평가]

51 [공통] 그림과 같이 A, B 두 전시실을 갖춘 화랑이 있다. 화랑의 모든 문은 한 사람이 지나갈 때마다 지나가는 문 위에 설치된 램프의 불이 한 번씩 깜박거리도록 설계되어 있으며 관람은 A, B 전시실 순서로 하고 거꾸로 진행할 수 없다. 관람을 시작하여 램프가 깜박거린 횟수의 합이 14회 일 때, 관람객 중 관람을 모두 마치고 나온 사람이 3명이었다. 이때, [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?(단, 관람객은 동시에 2명 이상 문을 지나갈 수 없다.) [4점]



[보기]
ㄱ. B 전시실 입구의 램프는 6회 깜박거렸다.
ㄴ. B 전시실에 1명이 있다면 A 전시실에는 3명이 있다.
ㄷ. 두 전시실에 있을 수 있는 최대 인원은 5명이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 3월 학력평가]

52 연립방정식 $\begin{cases} 2x+5y=a \\ bx+y=-10 \end{cases}$ 의 해가 $x=-1, y=2$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16
 ④ 18 ⑤ 20

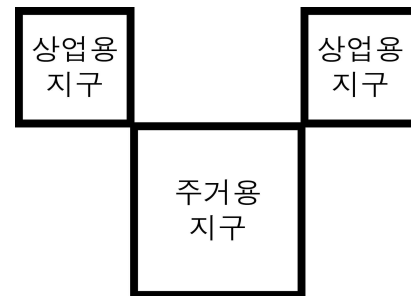
[난이도 : ★★☆☆] [2007년 11월 학력평가]

53 실수 x, y 에 대하여 $\langle x \circ y \rangle = \begin{cases} x, & (x \geq y) \\ -y, & (x < y) \end{cases}$ 로 정의하자.

연립방정식 $\begin{cases} 2x-4y^2 = \langle x \circ y \rangle \\ x-y+5 = \langle x \circ y \rangle \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta$ 라 할 때 $\alpha+\beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 9월 학력평가]

54 어느 지방자치단체는 그림과 같이 정사각형 모양으로 두 개의 상업용 지구와 한 개의 주거용 지구를 개발하고 각 지구의 둘레를 따라 도로를 건설하였다.



(㉠) 두 개의 상업용 지구의 넓이는 서로 같다.
 (㉡) 두 개의 상업용 지구와 한 개의 주거용 지구의 넓이의 합은 $150km^2$ 이고, 도로의 길이의 합은 $80km$ 이다.

위의 조건을 만족하는 주거용 지구의 넓이를 Akm^2 라 할 때, A 의 값을 구하시오.

(단, 상업용 지구의 넓이는 주거용 지구의 넓이보다 작고, 도로의 폭은 무시한다.) [4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 11월 학력평가]

55 연립방정식 $\begin{cases} x-y+2=0 \\ x^2+3x-y-1=0 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta$ 라 할 때,

$|\alpha+\beta|$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 9월 학력평가]

56 삼차방정식 $x^3 + x^2 + ax - 8 = 0$ 의 한 근이 2일 때, 상수 a 의 값은?[3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 3

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 3월 학력평가]

57 A, B, C, D4 명의 학생이 원형의 탁자에 앉아 있다.

각자 하나의 수를 정하고 이웃하는 두 학생에게만 그 수를 알려 주었다. 학생들은 자신이 정한 수와 알게 된 두 수의 평균을 구하여 자기 자리 앞에 썼더니 그림과 같았다.

D학생이 정한 수를 구하시오.[4 점]

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 10월 학력평가]

58 100 원짜리, 500 원짜리 두 종류의 동전이 있다.

철수는 매일 돼지저금통에 동전 2 개를 저금한다. 100 원짜리 동전의 무게는 5.4g 이고 500 원짜리 동전의 무게는 7.7g 이다. 저금을 시작한 지 30 일 후 저금한 금액이 궁금하여 돼지저금통의 무게를 측정하였더니 416g 이었다.

철수가 저금한 금액은?(단, 돼지저금통 자체의 무게는 무시한다.)[3점]

- ① 22, 000 원 ② 22, 400 원 ③ 22, 800 원
- ④ 23, 600 원 ⑤ 24, 000 원

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 3월 학력평가]

59 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 4xy + 3y^2 = 0 \\ 2x^2 + xy + 3y^2 = 24 \end{cases}$ 의 해를

$\begin{cases} x = \alpha_i \\ y = \beta_i \end{cases}$ ($i = 1, 2, 3, 4$)라 할 때, $\alpha_i \beta_i$ 의 최댓값은?[4 점]

- ① 9 ② 8 ③ 6
- ④ 4 ⑤ 3

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 3월 학력평가]

60 연주는 네 자리 수로 되어 있는 전자우편 비밀번호를 자꾸 잊어버려 다음과 같이 힌트를 적어 두었다.

(가) 끝의 두 자리 수는 25 이다.
 (나) 각 자리 숫자의 합은 19 이다.
 (다) 천의 자리와 십의 자리 숫자의 합에서 백의 자리와 일의 자리 숫자의 합을 빼면 3 이다.

한영이의 전자우편 비밀번호의 각 자리 숫자의 곱을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 9월 학력평가]

61 삼차방정식 $x^3 + 1 = 0$ 의 한 허근을 α 라 할 때, 옳은 내용을 다음 [보기]에서 모두 고른 것은?(단, $\bar{\alpha}$ 는 α 의 켈레복소수이다.)[4점]

[보기]

ㄱ. $\alpha^2 - \alpha + 1 = 0$
 ㄴ. $\alpha + \bar{\alpha} = \alpha \bar{\alpha} = 1$
 ㄷ. $\alpha^3 + (\bar{\alpha})^3 = \alpha^2 + (\bar{\alpha})^2$

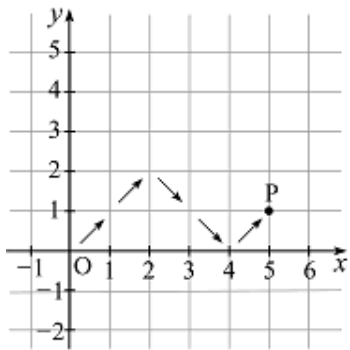
- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2006년 3월 학력평가]

62 좌표평면 위에서 원점 O 를 출발한 점 P 는 다음 규칙대로 이동한다.

- (가) 점 P 는 x 좌표, y 좌표가 각각 정수인 점으로 이동한다.
- (나) 1회 이동할 때, 아래 위(↗)또는 아래 아래(↘)로 이동한다.
- (다) 1회 이동하는 거리는 $\sqrt{2}$ 이다.

예를 들어 그림은 점 P 가 5회 이동하여 좌표가 $(5, 1)$ 인 점에 도착하는 한 가지 방법을 나타낸 것이다.



이와 같이 점 P 가 이동할 때, 도착할 수 있는 점의 좌표를 다음 [보기]에서 모두 고른 것은?(단, 이동하는 횟수의 제한은 없다.) [4점]

[보 기]	
ㄱ. $(2, 1)$	ㄴ. $(6, -2)$
ㄷ. $(51, 100)$	ㄹ. $(93, 39)$

- ① ㄴ ② ㄹ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄹ

[난이도 : ★★★] [2006년 3월 학력평가]

63 $x + \frac{1}{x} = -1$ 일 때, 양의 정수 n 에 대하여 $P(n)$ 을

$$P(n) = (x^2 + x)^n + (x^2 + 1)^n + (x + 1)^n \text{ 이라 하자.}$$

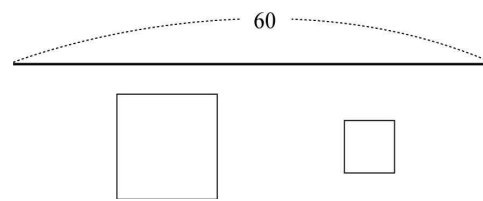
$P(1) + P(2) + P(3) + \dots + P(2007)$ 의 값은? [4 점]

- ① 3 ② 1 ③ 0
- ④ -1 ⑤ -3

[난이도 : ★★★] [2006년 10월 학력평가]

64 길이가 60인 선분을 두 부분으로 나누어 두 개의 정사각형을 만들었다.

두 정사각형의 넓이의 차가 75일 때, 두 정사각형의 넓이의 합을 구하시오. [4점]

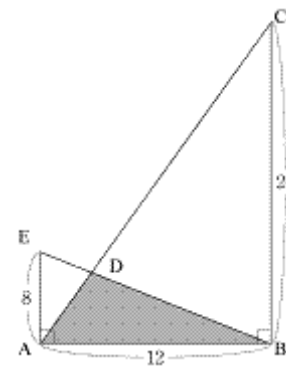


[난이도 : ★★★] [2006년 6월 학력평가]

65 그림에서 $\angle EAB$ 와 $\angle ABC$ 는 직각이고,

$$\overline{AB} = 12, \overline{BC} = 24, \overline{AE} = 8 \text{ 이다.}$$

\overline{AC} 와 \overline{BE} 의 교점을 D 라고 할 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는? [4점]



- ① 34 ② 36 ③ 38
- ④ 40 ⑤ 42

[난이도 : ★☆☆] [2005년 3월 학력평가]

66 $2x + y = 3x + 2y - 3 = 5$ 일 때, $x - \frac{1}{y}$ 의 값을 구하면? [3 점]

- ① 1 ② 2 ③ 0
- ④ -1 ⑤ -2

[난이도 : ★☆☆] [2005년 6월 학력평가]

67 계수가 모두 실수인 이차방정식 $f(x)=0$ 의 한 허근을

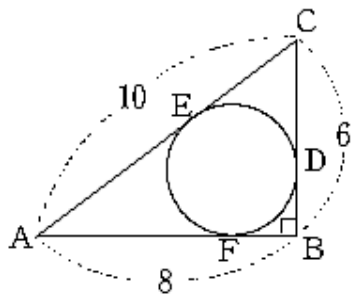
$$\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$$

라 할 때, $f(\omega^4 + \omega^5)$ 의 값은?(단, $f(x)$ 의

- 최고차 항의 계수는 $1, i = \sqrt{-1}$)[3점]
- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

[난이도 : ★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

68 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 6, 8, 10인 직각삼각형 ABC 에 내접하는 원이 각 변과 만나는 접점을 각각 D, E, F 라 하자. $\overline{AE}=m$ 이라 할 때, $2\log_{36}m$ 의 값을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★☆☆] [2005년 3월 학력평가]

69 연립방정식 $\begin{cases} x-y=3 \\ ax+3y=15 \end{cases}$ 의 해가 $2x+y=9$ 를 만족할 때, a 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

70 연립방정식 $\begin{cases} 3x+y=8 \\ x-4y=7 \end{cases}$ 의 해가 $x=\alpha, y=\beta$ 일 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2005년 11월 학력평가]

71 길이가 160cm인 철사를 잘라서 한 변의 길이가 각각 a cm, b cm($a > b$)인 두 개의 정사각형을 만들었다. 이 두 정사각형의 넓이의 합이 850cm^2 일 때, a 의 값을 구하시오.(단, 철사는 모두 사용하고 굽기는 무시한다.)[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

72 철수와 경수 그리고 영호는 각각 자신의 컴퓨터를 사용하여 일정한 양의 문서작업을 하려고 한다. 세 명이 함께 작업을 하면 1시간이 소요되고 철수와 영호가 함께 작업을 하면 1시간 30분, 경수와 영호가 함께 작업을 하면 2시간이 소요된다. 이때, 철수와 경수가 함께 작업을 하면 소요되는 시간은?[4점]

- ① 36분 ② 48분 ③ 1시간
 ④ 1시간 12분 ⑤ 1시간 30분

[난이도 : ★☆☆] [2005년 10월 학력평가]

73 [공통]방정식 $x^2+x+1=0$ 의 허근을 ω 라 할 때, $x^3+1=0$ 의 허근을 ω 로 나타내면?[3점]

- ① $\omega-1$ ② $2\omega-1$ ③ ω
 ④ $\omega+1$ ⑤ $2\omega+1$

[난이도 : ★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

74 삼차방정식 $x^3=1$ 의 한 허근 ω 가 실수 a, b 에 대하여 $(2+\omega)(1+\omega)=a+b\omega$ 를 만족할 때, $a+b$ 의 값은?[3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7
 ④ 9 ⑤ 11

[난이도 : ★★★] [2005년 11월 학력평가]

75 x, y 에 대한 방정식 $xy+x+y-1=0$ 을 만족시키는 정수 x, y 를 좌표평면 위의 점 (x, y) 로 나타낼 때, 이 점들을 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이는?[4점]

- ① 2 ② 6 ③ 8
- ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

[난이도 : ★★★] [2005년 11월 학력평가]

76 삼차방정식 $x^3=1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\frac{1}{\omega+1} + \frac{1}{\omega^2+1} + \frac{1}{\omega^3+1} + \dots + \frac{1}{\omega^{30}+1}$ 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2005년 9월 학력평가]

77 어느 상점에서 가방 20개를 한 개에 10000원씩 받고 팔기로 하였다.

그 중 몇 개를 판 후 잘 팔리지 않자 할인행사를 하여 한 개에 6000원씩 받고 팔았다.

할인행사가 끝난 후 남은 가방을 한 개에 4000원씩 받고 모두 팔았더니, 가방 20개에 대한 전체 매출액이 142000원이 되었다.

10000원에 판매한 가방의 개수가 가장 많았고, 4000원에 판매한 가방의 개수가 가장 적었다고 할 때, 4000원에 판매한 가방의 개수는?[4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

[난이도 : ★★★] [2004년 9월 학력평가]

78 $x^3=1$ 의 한 허근 ω 에 대하여 $A=1-\omega-\bar{\omega}+\omega\bar{\omega}$ 라 하자. 이때, $2^{\log_2 A}$ 의 값은?(단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)[3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
- ④ 3 ⑤ 6

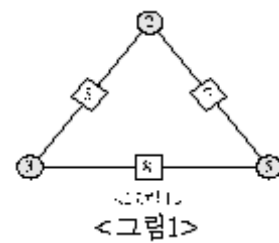
[난이도 : ★★★] [2004년 10월 학력평가]

79 x 에 대한 방정식 $x^3-1=0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^{100} + 100\omega\bar{\omega} + \bar{\omega}^{100}$ 의 값을 구하시오.(단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)[4점]

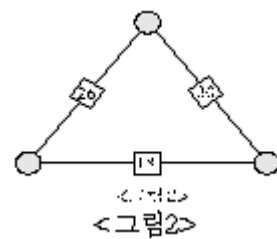
[난이도 : ★★★] [2004년 9월 학력평가]

80 삼각형의 두 꼭짓점 위치에 있는 수의 합을 변 위에 나타내기로 한다.

[그림 1]은 세 꼭짓점 위치에 2, 3, 5가 있을 때, 변 위에 나타내어진 수가 5, 7, 8임을 보인 것이다.



[그림 2]와 같이 변 위에 나타내어진 수가 18, 26, 30일 때, 세 꼭짓점 위치에 있는 수 중 가장 큰 수는?[4점]



- ① 17 ② 19 ③ 20
- ④ 22 ⑤ 23

[난이도 : ★★★] [2004년 11월 학력평가]

81 삼차방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 하고, 양의 정수 n 에

대하여 $f(n) = \frac{\omega^n}{1 + \omega^{2n}}$ 이라 할 때,

$f(1) - f(2) + f(3) - f(4) + \dots + f(13)$ 의 값은? [4점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

[난이도 : ★★★] [2004년 10월 학력평가]

82 철수가 주사위를 던져 짝수의 눈이 나오면 영희는 철수의

왼쪽에 동전 2개를, 홀수의 눈이 나오면 철수의 아래에 동전 3개를 놓는다. 철수가 주사위 15번을 던질 때까지 영희가 놓은 동전이 모두 35개였다.

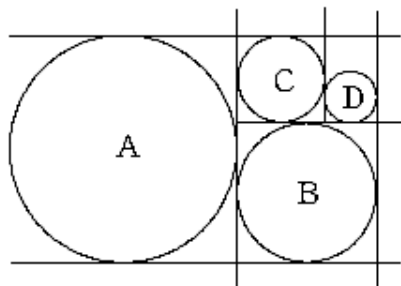
철수의 왼쪽에 놓인 동전의 개수를 구하시오. [4점]

[난이도 : ★★★] [2004년 11월 학력평가]

83 그림과 같이 서로 평행하거나 수직인 직선들에 접하는 원

A, B, C, D 가 있다.

원 A 와 B 의 지름의 길이의 합은 16이고, 원 A 와 D 의 넓이의 차가 24π 일 때, 원 A 의 지름의 길이를 구하시오. [4점]

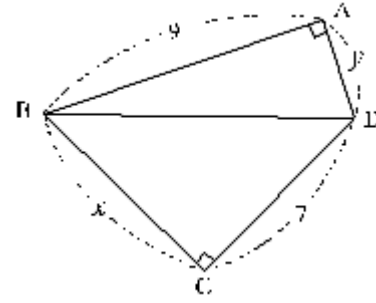


[난이도 : ★★★] [2004년 9월 학력평가]

84 네 변의 길이는 서로 다른 자연수이고,

$\overline{AB} = 9, \overline{CD} = 7, \angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$ 인 사각형 $ABCD$ 가

있다. 대각선 BD 의 길이를 a 라 할 때, a^2 의 값을 구하시오. [4점]



정답 및 해설

4.여러가지 방정식 중단원 기출문제

1) 답 : ⑤

[해설]

$x^2 - x + 1 = 0$ 의 양변에 $x+1$ 을 곱하면

$x^3 + 1 = 0$ 의 ω 가 근이므로

$$\omega^3 = -1, \omega^2 - \omega + 1 = 0$$

$$\therefore \omega^{10} + \omega^5 + 1 = (\omega^3)^3 \cdot \omega + \omega^3 \cdot \omega^2 + 1$$

$$= -\omega - \omega^2 + 1$$

$$= -\omega - (\omega - 1) + 1$$

$$= -2\omega + 2$$

$$\therefore a = -2$$

[정답] ⑤

2) 답 : ④

[해설]

철수가 산 굴, 사과, 배의 개수를 각각 a, b, c 라 하면, 12개를 샀으므로

$$a + b + c = 12 \quad \text{.....㉠}$$

값이 5000원이므로

$$200a + 500b + 900c = 5000 \text{에서 } 2a + 5b + 9c = 50 \quad \text{.....㉡}$$

㉠에서 $c = 12 - a - b$ 를 ㉡에 대입하면

$$2a + 5b + 108 - 9a - 9b = 50$$

$$7a + 4b = 58$$

각 과일을 하나 이상씩 샀으므로

$$1 \leq a \leq 10, 1 \leq b \leq 10 \text{이어야 한다.}$$

이 중에서 $7a + 4b = 58$ 를 만족하는 해는

$a = 6, b = 4$ 뿐이다.

[정답] ④

3) 답 : ①

[해설]

$$x^3 = 1 \text{에서 } (x-1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\therefore \omega^2 + \omega + 1 = 0, \omega^3 = 1$$

한편, $f(n) = \frac{\omega^{2n}}{\omega^n + 1}$ 에서

$$(i) n = 3k \text{이면 } f(n) = \frac{\omega^{2(3k)}}{\omega^{3k} + 1} = \frac{1}{2}$$

(ii) $n = 3k + 1$ 이면

$$f(n) = \frac{\omega^{2(3k+1)}}{\omega^{3k} \cdot \omega + 1} = \frac{\omega^{6k+2}}{1 \cdot \omega + 1}$$

$$= \frac{(\omega^{3k})^{2k} \cdot \omega^2}{\omega + 1} = \frac{\omega^2}{\omega + 1} = -1$$

(iii) $n = 3k + 2$ 이면

$$f(n) = \frac{\omega^{2(3k+2)}}{\omega^{3k} \cdot \omega^2 + 1} = \frac{\omega^{3(2k+1)} \cdot \omega}{\omega^2 + 1} = \frac{\omega}{\omega^2 + 1} = -1$$

$$[\text{구하는 값}] = f(1) + f(2) + \dots + f(20)$$

$$= 6 \times \left\{ (-1) + (-1) + \frac{1}{2} \right\} + (-1) + (-1)$$

$$= -\frac{3}{2} \times 6 + (-2) = -11$$

4) 답 : ④

[해설]

1점짜리 문항을 x 개, 1.5점짜리 문항을 y 개, 2점짜리 문항을 z 개 라고 하면

$$x + 1.5y + 2z = 40 \quad \text{...㉠}$$

$$x + y + z = 30 (x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1) \quad \text{...㉡}$$

$$\text{㉠} \times 2 - \text{㉡} \times 3 \text{ 하면 } -x + z = -10$$

$$\therefore x = z + 10$$

$$z \geq 1 \text{ 이므로 } x = z + 10 > 11$$

이때 $y = 18$ 이고 주어진 조건을 만족하므로

x 의 최솟값은 11

5) 답 : ①

[해설]

$f(f(x+2)) = 4$ 에서 $f(x+2) = t$ 라 하면

$f(t) = 4$ 인 t 의 값의 집합은 $\{6, 11, 15, 17\}$

$f(x) \leq 6$ 이므로

$$f(x+2) = 6, x+2 = 8 \text{ 또는 } 16$$

$$\therefore x = 6, 14$$

$$\therefore 2 \text{개, } 6 + 14 = 20$$

6) 답 : 60

[해설]

[출제 의도] 연립방정식의 해 구하기

$$x + y - z = 4 \quad \text{...㉠}$$

$$x - y + z = 2 \quad \text{...㉡}$$

$$x + y + z = 12 \quad \text{...㉢}$$

$$\text{㉠} + \text{㉡} \text{을 하면 } x = 3, \text{㉡} - \text{㉢} \text{을 하면 } y = 5,$$

$$\text{㉢} - \text{㉠} \text{을 하면 } z = 4 \text{ 이므로 } xyz = 60$$

7) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 같은 값을 갖는 삼각함수를 찾는다.

$$\tan 10^\circ + \frac{1}{\tan 20^\circ} = \frac{\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} + \frac{\cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{\sin 10^\circ \sin 20^\circ + \cos 10^\circ \cos 20^\circ}{\cos 10^\circ \sin 20^\circ}$$

$$= \frac{\cos(20^\circ - 10^\circ)}{\cos 10^\circ \sin 20^\circ}$$

$$= \frac{\cos 10^\circ}{\cos 10^\circ \sin 20^\circ}$$

$$= \frac{1}{\sin 20^\circ}$$

8) 답 : ④

[해설]

정답 및 해설

[출제 의도] 사차방정식의 해 구하기

$x^4 + 3x^3 + 3x^2 - x - 6 = 0$ 을 인수정리로 인수분해하면

$$(x-1)(x+2)(x^2+2x+3)=0 \text{ 이므로}$$

$$\therefore x-1=0 \text{ 또는 } x+2=0 \text{ 또는 } x^2+2x+3=0$$

$x^2+2x+3=0$ 의 두 허근이 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = 3 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = -2$$

9) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 연립이차방정식을 활용하여 추론하기

$$\overline{AD} = x, \overline{DC} = y \text{ 라 하면 } x:y = 3:2$$

$$2x = 3y \dots ①$$

$$\triangle AQ_1D + \triangle P_1Q_2D + \triangle P_2CD = \frac{xy}{6} + \frac{2xy}{9} + \frac{xy}{6} = \frac{5xy}{9} = 10 \text{ 에서}$$

$$xy = 18 \dots ②$$

$$① \text{ ②에서 } x = 3\sqrt{3}, y = 2\sqrt{3}$$

따라서 직사각형의 둘레의 길이는 $10\sqrt{3}$

10) 답 : 29

[해설]

[출제 의도] 이차방정식에서 근과 계수의 관계 이해하기

$$\alpha + \beta = m - 5 \dots ①$$

$$\alpha\beta = m + 2 \dots ②$$

$$①, ②에서 \alpha\beta = \alpha + \beta + 7$$

$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = 8$$

α, β 는 자연수이므로 $\alpha = 3, \beta = 5$ 또는 $\alpha = 2, \beta = 9$

$$(i) \alpha = 3, \beta = 5 \text{ 일 때, } m = 13$$

$$(ii) \alpha = 2, \beta = 9 \text{ 일 때, } m = 16$$

따라서 모든 정수 m 의 값의 합은 29

11) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 삼차방정식의 근의 성질 이해하기

$x^3 + ax^2 - ax - 1 = (x-1)\{x^2 + (a+1)x + 1\}$ 이므로 $x=1$ 이 양의 실근이 된다.

따라서 $x^2 + (a+1)x + 1 = 0$ 이 음수인 두 근을 가져야 하므로

$$i) D = (a+1)^2 - 4 \geq 0$$

$$ii) \text{ 두 근의 합: } -a-1 < 0$$

$$iii) \text{ 두 근의 곱은 } 1$$

$$\therefore a \geq 1$$

12) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 삼차방정식의 근 이해하기

$$2x^3 + 5x^2 + (k+3)x + k = (x+1)(2x^2 + 3x + k) \text{ 이므로}$$

주어진 방정식의 세 근이 음수가 되기 위해서는

$$2x^2 + 3x + k = 0 \text{의 두 근이 음수가 되어야 한다.}$$

따라서 $2x^2 + 3x + k = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$$(i) D = 9 - 8k \geq 0, \therefore k \leq \frac{9}{8}$$

$$(ii) \alpha + \beta = -\frac{3}{2} < 0$$

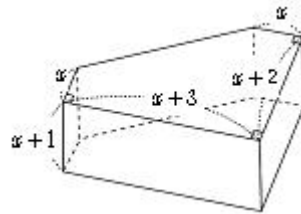
$$(iii) \alpha\beta = \frac{k}{2} > 0, \therefore k > 0$$

$$(i), (ii), (iii) \text{ 으로부터 } 0 < k \leq \frac{9}{8}$$

13) 답 : 3

[해설]

[출제 의도] 삼차방정식을 이용하여 수학 내적문제 해결하기



오각기둥의 부피를 구하면

$$\left[x(x+3) + \frac{2\{(x+3)+x\}}{2} \right] (x+1) = 108$$

$$\{x(x+3) + 2x+3\} (x+1) = 108$$

$$x^3 + 6x^2 + 8x - 105 = 0$$

$$(x-3)(x^2 + 9x + 35) = 0$$

$$x^2 + 9x + 35 > 0 \text{ 이므로 } x = 3$$

14) 답 : ⑤

[해설]

$$x(x-1)(x-2)(x-3) - 24 = 0$$

$$(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) - 24 = 0$$

$$x^2 - 3x = t \text{ 라 하면 } t(t+2) - 24 = 0$$

$$(x^2 - 3x + 6)(x^2 - 3x - 4) = 0$$

$$(x^2 - 3x + 6)(x+1)(x-4) = 0$$

그런데 $x^2 - 3x + 6 = 0$ 의 근이 허근이므로

모든 허근의 곱은 6

15) 답 : 54

[해설]

[출제 의도] 미지수가 3개인 연립일차방정식의 해를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{cases} x+y-z=6, \dots ① \\ x-y+z=-4, \dots ② \\ -x+y+z=8, \dots ③ \end{cases}$$

$$① + ②에서 x = 1$$

$$② + ③에서 z = 2$$

$$① + ③에서 y = 7$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1^2 + 7^2 + 2^2 = 54$$

16) 답 : 12

[해설]

[출제 의도] 유리식을 간단히 하여 식의 값이 정수가 되는 조건을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\frac{3m+9}{m^2-9} = \frac{3(m+3)}{(m-3)(m+3)} = \frac{3}{m-3} (m \neq \pm 3)$$

$$m-3 = \pm 1, \pm 3 \text{ 이므로 } m = 0, 2, 4, 6 \text{ 이다.}$$

모든 m 의 값의 합은 12

정답 및 해설

17) 답 : ①

[해설]

2010년의 남학생 수를 x , 여학생 수를 y 라 하자.

$$\begin{cases} x+y=40 \\ -\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}y=2 \end{cases} \text{의 연립방정식을 풀면,}$$

$x=24, y=16$ 이다.

따라서 2010년의 남학생 수는 24이다.

18) 답 : ①

[해설]

$$\begin{cases} x^2-xy=2 \cdots ① \\ xy-y^2=6 \cdots ② \end{cases}$$

① $\times 3 -$ ② :

$$3x^2 - 4xy + y^2 = (x-y)(3x-y) = 0$$

i) $x=y$ 일 때, 해가 존재하지 않는다.

ii) $3x=y$ 일 때, ①에서 $x^2 = -1$ 이므로

$$x=i, y=3i \text{ 또는 } x=-i, y=-3i$$

$$\therefore \alpha\beta = -3$$

19) 답 : 9

[해설]

$x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 α, β 이고

$x^3+ax-36=0$ 의 세 근이 α, β, γ 이므로

$$x^3+ax-36 = (x^2+ax+b)(x-\gamma)$$

$$x^3 + (a-\gamma)x^2 + (b-a\gamma)x - b\gamma$$

따라서 $\begin{cases} 0 = a-\gamma \cdots ① \\ a = b-a\gamma \cdots ② \\ 36 = b\gamma \cdots ③ \end{cases}$

① 에서 $a=\gamma$ 이므로

② 에서 $b=a^2+a$, ③에서 $ab=36$

연립하여 a, b 를 구하면 $a=3, b=12$

$$\therefore b-a=9$$

20) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]이차방정식의 근과 계수의 관계와 직각삼각형의 성질을 이용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

삼차방정식 $x^3-4x^2+(k+3)x-k=0$ 의 한 실근이 1이므로

$$(x-1)(x^2-3x+k)=0 \text{이다.}$$

따라서 α, β 는 이차방정식 $x^2-3x+k=0$ 의 서로 다른 두 실근이므로

$$\alpha+\beta=3, \alpha\beta=k \text{이다.}$$

i) 1이 직각삼각형의 빗변의 길이인 경우

$$\alpha^2+\beta^2=9-2k=1 \text{에서 } k=4 \text{이므로}$$

이차방정식 $x^2-3x+4=0$ 은 실근을 갖지 않는다.

ii) α 가 직각삼각형의 빗변의 길이인 경우

$$1+\beta^2=\alpha^2, \alpha^2-\beta^2=(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)=1 \text{에서}$$

$$\alpha-\beta=\frac{1}{3} \text{이므로 } \alpha=\frac{5}{3}, \beta=\frac{4}{3}$$

$$\text{따라서 } k=\frac{5}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{20}{9} \text{이다.}$$

iii) β 가 직각삼각형의 빗변의 길이인 경우

ii)와 같은 방법으로 $k=\frac{20}{9}$ 이다.

$$\therefore m+n=9+20=29$$

21) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]연립일차방정식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

아들의 현재 나이를 x , 아버지의 현재 나이를 y 라 하면

$$\begin{cases} x+y=67 \\ 2(x+16)=y+16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=67 \\ 2x-y=-16 \end{cases}$$

$$3x=51 \text{이므로 } x=17, y=50$$

따라서 아들의 현재 나이는 17살이다.

[다른 풀이]

아들의 현재 나이를 x 라 하면

아버지의 현재 나이는 $67-x$ 이다.

16년 후 아들의 나이는 $x+16$ 이고

16년 후 아버지의 나이는 $67-x+16=83-x$

따라서 $83-x=2(x+16)$

$$3x=51$$

$$x=17$$

따라서 아들의 현재 나이는 17살이다.

22) 답 : ④

[해설]

$x^2+x=t$ 로 놓으면

$$t^2+t-6=(t-2)(t+3)=0$$

$$\therefore t=2 \text{ 또는 } t=-3$$

(i) $t=2$ 일 때

$$x^2+x=2, x^2+x-2=0 \text{은 판별식 } D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-2)=9 > 0$$

이므로 서로 다른 두 실근 α, β 를 갖고 근과 계수와의 관계에서

$$\alpha\beta = -\frac{2}{1} = -2 \text{이다.}$$

(ii) $t=-3$ 일 때

$$x^2+x=-3, x^2+x+3=0 \text{은 판별식}$$

$$D=1^2-4 \cdot 1 \cdot 3=-11 < 0 \text{이므로 서로 다른 두 허근 } \gamma, \delta \text{를 갖고}$$

근과 계수와의 관계에서 $\gamma\delta = \frac{3}{1} = 3$ 이다.

$$\text{따라서 } \gamma\delta - \alpha\beta = 3 - (-2) = 5$$

23) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]미지수가 3개인 연립일차방정식 풀기

같은 상수 a 만을 잘못보고 풀었으므로

$$x=-3, y=-2, z=0 \text{은 연립방정식 } \begin{cases} by+z=4 \\ -2z+x=-3 \end{cases} \text{을 만족시키}$$

다.

$$\therefore b=-2$$

한편 $z=0$ 은 상수 b 만을 잘못 보고 풀었으므로

정답 및 해설

$x = -1, y = 3, z = 1$ 은 연립방정식 $\begin{cases} ax + y = 1 \\ -2z + x = -3 \end{cases}$ 을 만족시킨다.

$$\therefore a = 2$$

그러므로 처음에 주어진 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ -2y + z = 4 \\ -2z + x = -3 \end{cases} \text{을 풀면,}$$

$$x = 1, y = -1, z = 2 \text{이다.}$$

따라서 $\alpha = 1, \beta = -1, \gamma = 2$ 이므로

$$\alpha + \beta + \gamma = 2$$

24) 답 : 22

[해설]

승용차 2부제를 실시하기 이전 전철, 버스, 승용차를 이용하여 출근하는 인원수를 각각 x, y, z 라 하면

$$\begin{cases} x + y + z = 40 \\ 1000x + 500y + 2000z = 40000 \end{cases}$$

이다. 승용차 2부제 실시 이전 자동차번호 끝번호가 홀수인 승용차 이용자 수를 a , 짝수인 승용차 이용자 수를 b 라 하면 $a + b = z$ 이다.

이산화탄소 배출량이 짝수날에는 $1500ag$, 홀수날에는 $1000bg$ 줄어든다. 즉 $1500a = 9000, 1000b = 5000$

$$\therefore a = 6, b = 5, z = 11$$

따라서 $\begin{cases} x + y = 29 \\ 2x + y = 36 \end{cases}$ 이므로 $x = 7, y = 22$ 이다.

그러므로 승용차 2부제를 실시하기 이전의 버스 이용자 수는 22명이다.

25) 답 : 77

[해설]

[출제 의도] 실생활과 관련하여 미지수가 3개 이상인 연립일차방정식을 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.

(가), (나), (다)에 의하여 두 팀의 득점 상황을 문자로 놓으면 다음과 같다.

득점 상황	A 팀	B 팀
1 점	z	y
2 점	x	x
3 점	y	$\frac{1}{3}x$

(라)에서 $x + y + z = 38 \dots \textcircled{1}$

$$\frac{4}{3}x + y = 37 \dots \textcircled{2}$$

(마)에서 $2x + 3y + z - (3x + y) = 5$

$$-x + 2y + z = 5 \dots \textcircled{3}$$

① -③에서 $2x - y = 33 \dots \textcircled{4}$

② +④에서 $\frac{10}{3}x = 70$ 이므로 $x = 21$

$x = 21$ 을 ②에 대입하면 $y = 9$

$x = 21, y = 9$ 를 ①에 대입하면 $z = 8$

따라서 A 팀의 득점은 $2x + 3y + z = 42 + 27 + 8 = 77$ (점)

26) 답 : 13

[해설]

[출제 의도] 두 이차 함수의 그래프가 만날 조건과 부등식의 영역을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

두 이차 함수의 그래프가 만나지 않으므로

이차방정식 $-2x^2 + 2ax + b = 2x^2 + 4$ 는 실근을 갖지 않는다.

$$4x^2 - 2ax - (b - 4) = 0 \text{에서}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 + 4(b - 4) < 0$$

$$\therefore b < -\frac{1}{4}a^2 + 4$$

이 부등식을 만족시키는 음이 아닌 두 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는

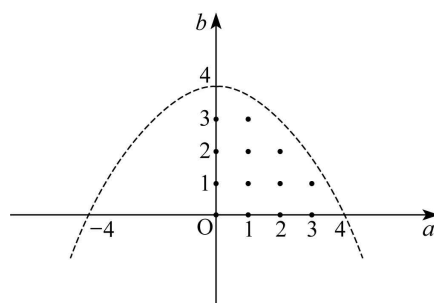
$a = 0$ 일 때 $(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3)$

$a = 1$ 일 때 $(1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3)$

$a = 2$ 일 때 $(2, 0), (2, 1), (2, 2)$

$a = 3$ 일 때 $(3, 0), (3, 1)$

$$\therefore 13 \text{ (개)}$$



27) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 간단한 삼차방정식을 풀어 추론하기

ㄱ. $x^3 - 1 = 0$ 에서 $\omega^3 = 1$ 이므로 $\omega^{10} = (\omega^3)^3 \omega = \omega$ (참)

ㄴ. $\omega^2 + \omega + 1 = 0, \bar{\omega}^2 + \bar{\omega} + 1 = 0$ 이므로

$$\frac{\omega^2}{1 + \omega} + \frac{\bar{\omega}}{1 + \bar{\omega}} = -2 \text{ (참)}$$

$$\begin{aligned} \text{ㄷ. } \omega^{4n} + (\omega + 1)^{4n} + 1 &= (\omega^3 \omega)^n + (-\omega^2)^{4n} + 1 \\ &= (\omega^3 \omega)^n + (\omega^3)^{2n} \omega^{2n} + 1 \\ &= \omega^n + \omega^{2n} + 1 \\ &= \omega^{2n} + \omega^n + 1 \end{aligned}$$

(i) $n = 3k$ ($k = 1, 2, 3, \dots$)이면

$$\omega^{2n} = 1, \omega^n = 1 \text{이므로 } \omega^{2n} + \omega^n + 1 = 3$$

(ii) $n = 3k + 1$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)이면

$$\omega^{6k+2} + \omega^{3k+1} + 1 = \omega^2 + \omega + 1 = 0$$

(iii) $n = 3k + 2$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)이면,

$$\begin{aligned} \omega^{6k+4} + \omega^{3k+2} + 1 &= \omega^4 + \omega^2 + 1 = \omega + \omega^2 + 1 = 0 \end{aligned}$$

그러므로 $\omega^{4n} + (\omega + 1)^{4n} + 1 = 0$ 을 만족시키는 30 이하의 양의 정수 n 의 개수는

$$30 - (30 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수의 개수}) = 30 - 10 = 20 \text{이다. (참)}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

28) 답 : 22

[해설]

승용차 2부제를 실시하기 이전 전철, 버스, 승용차를 이용하여 출근하는 인원수를 각각 x, y, z 라 하면

정답 및 해설

$$\begin{cases} x+y+z=40 \\ 1000x+500y+2000z=40000 \end{cases}$$

이다. 승용차 2부제 실시 이전 자동차번호 끝번호가 홀수인 승용차 이용자

수를 a , 짝수인 승용차 이용자 수를 b 라 하면 $a+b=z$ 이다.

이산화탄소 배출량이 짝숫날에는 $1500ag$, 홀숫날에는 $1000bg$ 줄어든다.

즉 $1500a=9000, 1000b=5000$

$$\therefore a=6, b=5, z=11$$

따라서 $\begin{cases} x+y=29 \\ 2x+y=36 \end{cases}$ 이므로 $x=7, y=22$ 이다.

그러므로 승용차 2부제를 실시하기 이전의 버스 이용자 수는 22명이다.

29) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]삼차방정식의 근과 계수의 관계를 이해하기

$$(x-3)(x-1)(x+2)+1=x$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x-1)(x+2)-(x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2-x-7)=0$$

이므로 삼차방정식의 한 근은 1이고 나머지 두 근은 $x^2-x-7=0$ 의 근이다.

이때, $\gamma=1$ 이라 하고 이차방정식 $x^2-x-7=0$ 의 두 근을 α, β 라 하면,

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha+\beta=1, \alpha\beta=-7 \text{이다.}$$

그러므로 $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)=22$

따라서 $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=23$

30) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]연립방정식을 이용한 수학 외적 문제 해결하기

빈 창고 A에 상자가 가득 채워지는데 필요한 일의

양을 1이라 하고, 갑이 시간당 한 일의 양을 a ,

을이 시간당 한 일의 양을 b , 병이 시간당 한

일의 양을 c 라 하자.

$$6a+6b=1 \text{ 즉, } a+b=\frac{1}{6} \dots \text{ ①}$$

$$15a+5b-10c=1 \text{ 즉, } 3a+b-2c=\frac{1}{5} \dots \text{ ②}$$

$$12a+12b-12c=1 \text{ 즉, } a+b-c=\frac{1}{12} \dots \text{ ③}$$

①, ②, ③에 의하여

$$a=\frac{1}{10}, b=\frac{1}{15}, c=\frac{1}{12}$$

\therefore 갑이 혼자 빈 창고 A를 채우는데 걸리는 시간은 10시간이다.

31) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]주어진 식을 전개하여 얻은 식으로부터 두 자연수 m, n 에 대한

명제의 참, 거짓을 판단할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$(2m-3n)^2=(m-2n)^2+(m-n)^2$ 을 전개하여 정리하면

$2m^2-6mn+4n^2=0$ 이며 정리하면

$$m^2-3mn+2n^2=0$$

$$(m-n)(m-2n)=0$$

$m \neq n$ 이므로 $m-2n=0$

$$\therefore m=2n$$

ㄱ. $m=4$ 이면 $2n=4$ 에서 $n=2$ 이다. (참)

ㄴ. $m=2, n=1$ 을 등식 $m=2n$ 에 대입하면 성립하므로

n 이 홀수일 때도 성립한다. (거짓)

ㄷ. $m+n=2n+n=3n$ 이므로

$m+n$ 은 3의 배수이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

32) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]삼차방정식의 근을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f(x)=x^3-7x^2+5x+1$ 이라 하면

$f(1)=0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x-1$ 을 인수로 갖는다.

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$x^3-7x^2+5x+1=(x-1)(x^2-6x-1)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x^2-6x-1=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=3 \pm \sqrt{10}$$

33) 답 : ③

[해설]

간단한 삼차방정식

$x^3-x^2+x-1=0$ 을 인수분해하면 $(x-1)(x^2+1)=0$ 이다.

두 허근은 방정식 $x^2+1=0$ 의 두 근이므로

근과 계수와의 관계에 의하여 두 허근의 합은 0이다.

34) 답 : 32

[해설]

[출제 의도]연립방정식의 해를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

연립방정식 $\begin{cases} x+y=a-11 \\ x+3y=3a-47 \end{cases}$ 에서

x 와 y 의 값의 비가 1:2이므로 $y=2x$ 라 하고

주어진 연립방정식을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} 3x=a-11 \\ 7x=3a-47 \end{cases}$$

이 연립방정식을 풀면 $x=7$

$$\therefore a=32$$

35) 답 : ③

[해설]

미지수가 2개인 연립이차방정식

정사각형 A의 한 변의 길이를 xcm ,

정사각형 C의 한 변의 길이를 ycm 라 하면($x > y$)

$$\begin{cases} 8x+4y=32 \dots \text{ ①} \\ 2x^2+y^2=22 \dots \text{ ②} \end{cases}$$

①에서 $y=8-2x$ 가 되어

$$2x^2+(8-2x)^2=22$$

$$3x^2-16x+21=0$$

$$(x-3)(3x-7)=0$$

정답 및 해설

$$x=3, y=2 \text{ 또는 } x=\frac{7}{3}, y=\frac{10}{3}$$

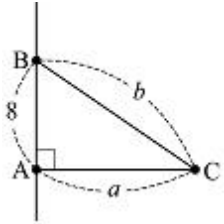
$x > y$ 이므로 $x=3, y=2$

따라서 큰 정사각형 A의 한 변의 길이는 3cm이다.

36) 답 : 15

[해설]

[출제 의도] 이차연립방정식을 이용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.



직선도로 \overline{AB} 의 길이는 $32-24=8$ (km)

직선도로 $\overline{AC}, \overline{BC}$ 의 길이를 각각 a, b 라 하면

$$a+b=32 \dots \textcircled{1}$$

$$8^2+a^2=b^2 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } 64=(b+a)(b-a) \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} \text{을 } \textcircled{3} \text{에 대입하면 } b-a=2 \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{4} \text{을 연립하여 풀면 } a=15, b=17$$

따라서 직선도로 \overline{AC} 의 길이는 15(km)

37) 답 : 19

[해설]

[출제 의도] 삼차방정식을 풀고 집합의 연산 이해하기

$$x^3-7x^2+14x-8=(x-1)(x-2)(x-4)=0$$

$$A=\{1, 2, 4\}, B=\{4, 6, 10\}$$

$$(A-B) \cup (B-A)=\{1, 2, 6, 10\}$$

\therefore 원소의 합은 19

38) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 미지수가 2개인 연립이차방정식의 해를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{cases} x-y=3 \dots \textcircled{1} \\ x^2-y^2=15 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } (x+y)(x-y)=3(x+y)=15$$

$$\therefore x+y=5 \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{3} \text{에서 } 2x=8 \therefore x=4$$

$$x=4 \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } y=1$$

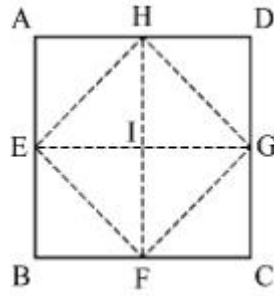
$$\therefore \alpha=4, \beta=1$$

따라서 $\alpha\beta=4$ 이다.

39) 답 : ③

[해설]

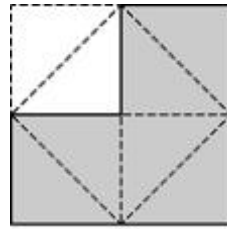
[출제 의도] 무리수의 뜻을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.



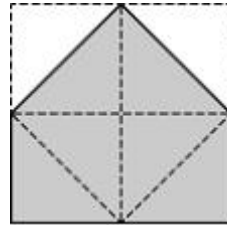
정사각형의 넓이가 8이므로 한 변의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이고

$$\overline{AE}=\overline{AH}=\sqrt{2}, \overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}=2 \text{이다.}$$

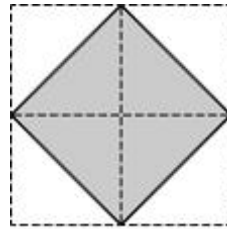
따라서 주어진 각 도형의 둘레의 길이는 다음과 같다.



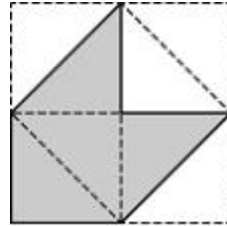
$$(\text{둘레의 길이}) = \sqrt{2} \times 8 = 8\sqrt{2} \text{ (무리수)}$$



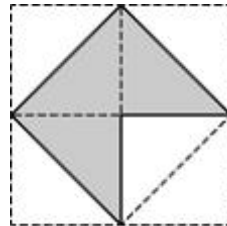
$$(\text{둘레의 길이}) = \sqrt{2} \times 4 + 2 \times 2 = 4\sqrt{2} + 4 \text{ (무리수)}$$



$$(\text{둘레의 길이}) = 2 \times 4 = 8 \text{ (유리수)}$$



$$(\text{둘레의 길이}) = \sqrt{2} \times 4 + 2 \times 2 = 4\sqrt{2} + 4 \text{ (무리수)}$$



$$(\text{둘레의 길이}) = \sqrt{2} \times 2 + 2 \times 3 = 2\sqrt{2} + 6 \text{ (무리수)}$$

40) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 부정방정식의 해 구하기

소수인 두 근을 p, q 라 할 때, $p+q=\frac{10}{m}$ 은 자연수이므로

$m=1, 2, 5, 10$ 이다.

(i) $m=1$ 이면, $p+q=10$ 이므로, $p=3, q=7$ 이고, $pq=n=21$

(ii) $m=2$ 이면, $p+q=5$ 이므로, $p=2, q=3$ 이고, $pq=\frac{n}{2}=6 \therefore$

$n=12$

정답 및 해설

(iii) $m=5, 10$ 이면, $\frac{10}{m}$ 은 두 소수의 합 $p+q$ 로 나타낼 수 없다.

따라서 모든 n 의 값의 합은 33이다.

41) 답 : 27

[해설]

[출제 의도]복소수의 성질을 이해하고, 주어진 식의 최댓값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\alpha = \frac{\sqrt{3}+i}{2} \text{에서 } \alpha^2 = \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^2 = \frac{1+\sqrt{3}i}{2} = \beta \dots \textcircled{1}$$

$$\alpha^3 = \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^3 = i \dots \textcircled{2}$$

$$\alpha^{12} = (\alpha^3)^4 = i^4 = 1 \dots \textcircled{3}$$

① 에서 $\alpha^m \beta^n = \alpha^m (\alpha^2)^n = \alpha^{m+2n}$

② 에서 $\alpha^m \beta^n = \alpha^{m+2n} = i$ 을 만족하는 $m+2n$ 의 값 중 최소인 자연수는 3이고

③ 에 의해 $m+2n$ 이 가질 수 있는 값은 3, 15, 27, 39, ...이다.

그런데 m, n 은 각각 10이하의 자연수이므로 $m+2n \leq 30$ 이다.




$$\therefore m+2n = 3, 15, 27$$

따라서 구하는 최댓값은 27이다.

42) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]연립방정식을 활용하여 실생활 문제 해결하기

[해설] , , 의 한 개의 가격을 각각 x 원, y 원, z 원이라 하자.

$$\begin{cases} 2x+2y+2z = 10000 \\ x+2y+3z = 9000 \\ 2x+3y+z = 9500 \end{cases} \text{을 연립하여 풀면}$$

$$x = 2500, y = 1000, z = 1500 \text{이므로}$$

D 가 지불한 금액은 $3x+y+2z = 11500$ (원)이다.

43) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]주어진 조건을 만족시키는 방정식과 부등식을 세워 방정식의 자연수 해를 구하는 문제 해결력을 묻는 문제이다.

조건(가)에서 $l = m-2, n = m+2$ 이고 조건(나), (다)에 대입하면

$$l+m+n = 3m < 200 \text{이고 } \sqrt{3m} \text{은 자연수이다.}$$

$3m$ 은 200보다 작은 3의 배수이고, 제곱수이므로

$$3m = 3^2, 6^2, 9^2, 12^2 \text{이다.}$$

$$\therefore m = 3, 12, 27, 48$$

따라서 구하는 순서쌍은

(1, 3, 5), (10, 12, 14), (25, 27, 29), (46, 48, 50)의 4개다.

44) 답 : 620

[해설]

[출제 의도]주어진 조건을 만족하는 두 수의 관계를 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$x+2[x]+5 < y > = 10.8$$

$$y+5[y]+2 < x > = 7.8$$

각 변끼리 더하면

$$x+y+2([x]+<x>)+5([y]+<y>)=18.6$$

그런데 $x = [x]+<x>, y = [y]+<y>$ 이므로

$$3x+6y = 18.6$$

$$x+2y = 6.2$$

$$\therefore 100(x+2y) = 620$$

45) 답 : 13

[해설]

[출제 의도]경우의 수 구하기

A 종류의 개미는 경로 1에 5번, B 종류의 개미는 2번,

C 종류의 개미는 1번 분비물을 방사한다.

따라서 경로 1에 분비물이 20번 방사되었다는 것은 경로 1을 지나간 A 종류의 개미들의 마리수 x 를 기준으로 다음과 같이 나눌 수 있다.

(i) $x=3$ 인 경우: 2가지

$$(3, 2, 1), (3, 1, 3)$$

(ii) $x=2$ 인 경우: 4가지

$$(2, 4, 2), (2, 3, 4), (2, 2, 6), (2, 1, 8)$$

(iii) $x=1$ 인 경우: 7가지

$$(1, 7, 1), (1, 6, 3), (1, 5, 5), \dots, (1, 1, 13)$$

$$\therefore 2+4+7 = 13 \text{(가지)}$$

46) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]방정식의 근과 복소수의 성질을 이용한 문제 해결하기

$(\omega^2 - \omega + 1)f(\omega) = 1$ 의 양변에 $\omega+1$ 를 곱하면 $-3\omega f(\omega) = \omega+1$

$$\text{복소수 성질에 의해 } a=0, b=\frac{2}{3}$$

$$\therefore b = \frac{2}{3}$$

47) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]이차방정식의 근을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

이차방정식 $x^2 - mx + n^2 = 0$ 의 한 근이 $m-2n$ 이므로

주어진 방정식에 대입하면 다음과 같다.

$$(m-2n)^2 - m(m-2n) + n^2 = 0$$

$$m^2 - 4mn + 4n^2 - m^2 + 2mn + n^2 = 0$$

$$5n^2 - 2mn = 0$$

$$n(5n-2m) = 0$$

$$n \neq 0 \text{이므로 } 5n-2m = 0$$

$$\therefore 5n = 2m \dots \textcircled{1}$$

m, n 이 모두 10이하의 자연수이고 ①을 만족하는 순서쌍은

(5, 2), (10, 4)의 2개다.

48) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]사차방정식의 해 구하기

$$x^4 - 6x^2 + 24x - 35 = 0 \text{을 변형하면}$$

$$x^4 - 2x^2 + 1 - 4x^2 + 24x - 36 = (x^4 - 2x^2 + 1) - 4(x^2 - 6x + 9)$$

$$(x^2 - 1)^2 - 4(x-3)^2 = 0 \text{의 좌변을 인수분해하면}$$

$$(x^2 + 2x + (-7))(x^2 - 2x + 5) = 0$$

49) 답 : 60

[해설]

정답 및 해설

[출제 의도] 실생활의 문제를 수식과 방정식을 통하여 문제를 해결 할 수 있는가를 묻는 문제이다.
 첫 번째 안의 찬성표 수를 a , 두 번째 안의 찬성표 수를 b 라 하면
 첫 번째 안의 반대표 수와 두 번째 안의 반대표 수는 각각 $400-a$ 와 $400-b$ 이다.

따라서 (2)에서

$$b - (400 - b) = 2\{(400 - a) - a\}$$

$$\therefore 2a + b = 600 \dots \textcircled{1}$$

또, (1)에서 $b = \frac{12}{11}(400 - a)$

$$\therefore 12a + 11b = 4800 \dots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면

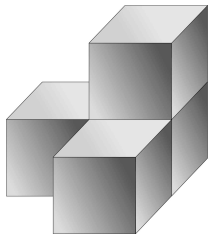
$$a = 180, b = 240$$

$$b - a = 240 - 180 = 60$$

따라서 두 번째 안에 대한 찬성자는 첫 번째 안에 대한 찬성자보다 60명 더 많다.

50) 답 : ②

[해설]
 [출제 의도] 도형으로 주어진 조건을 만족시키는 삼차방정식을 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.



한 모서리의 길이가 x (cm)인 정육면체의 부피는 x^3 (cm^3)이므로
 그림에 주어진 입체의 부피는 $4x^3$ (cm^3)이고,
 정육면체 4개의 24개의 면 중에서 6개의 면이 붙어 있으므로
 겉넓이는 $18x^2$ (cm^2)이다.

$$\therefore A = 4x^3, B = 18x^2$$

$$3A = B + 24 \text{에서 } 12x^3 = 18x^2 + 24$$

$$2x^3 - 3x^2 - 4 = 0, (x - 2)(2x^2 + x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 2, \frac{-1 \pm \sqrt{15}i}{4}$$

따라서 $x = 2$ 이다. ($\because x$ 는 양의 실수)

51) 답 : ⑤

[해설]
 [출제 의도] 부정방정식을 이용하여 수학외적문제 해결하기
 관람을 마치고 나온 사람이 3명이므로 이들이 지나올 때 램프는 모두 9회 깜박거렸다.

한 사람이 B전시실 안으로 가기까지 램프가 2회 깜박이고, A전시실 안으로 가기까지는 램프가 1회 깜박이므로 A전시실에 있는 인원을 a 명, B전시실에 있는 인원을 b 명이라 하면 $a + 2b = 5$
 ㄱ. 1명이 문을 지나갈 때마다 램프의 불이 1회 깜박이므로 B전시실의 램프는 3회, 4회, 5회 깜박일 수 있다.(거짓)
 ㄴ. $b = 1$ 이면 $a = 3$ (참)
 ㄷ. 인원이 최대인 경우는 $b = 0$ 이면 $a = 5$ (참)

52) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 연립방정식의 해를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

연립방정식 $\begin{cases} 2x + 5y = a \\ bx + y = -10 \end{cases}$ 에 $x = -1, y = 2$ 를 대입하면

$$\begin{cases} 2 \times (-1) + 5 \times 2 = a \\ b \times (-1) + 2 = -10 \end{cases}$$

 위 식을 풀면 $a = 8, b = 12$

$$\therefore a + b = 20$$

53) 답 : 105

[해설]
 [출제 의도] 연립방정식의 해 구하기
 [해설] (i) $x \geq y$ 일 때 $\langle x \circ y \rangle = x$ 이므로

$$\begin{cases} 2x - 4y^2 = x \\ x - y + 5 = x \end{cases}$$

$$\therefore y = 5, x = 4y^2 = 4 \times 5^2 = 100$$

(ii) $x < y$ 일 때 $\langle x \circ y \rangle = -y$ 이므로

$$\begin{cases} 2x - 4y^2 = -y \\ x - y + 5 = -y \end{cases}$$

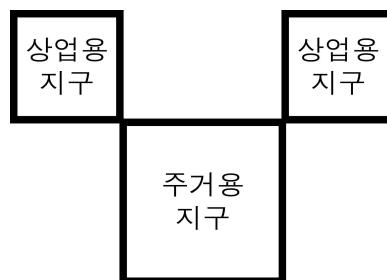
$$\therefore x = -5, -10 - 4y^2 = -y$$

y 에 대한 이차방정식 $4y^2 - y + 10 = 0$ 은
 판별식 $D = (-1)^2 - 4 \times 4 \times 10 < 0$ 이 되어 허근을 갖는다.
 (i), (ii)에서 $\alpha = 100, \beta = 5$

$$\therefore \alpha + \beta = 105$$

54) 답 : 100

[해설]
 [출제 의도] 주어진 조건을 만족시키는 연립방정식을 구하여 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.



상업용 지구와 주거용 지구의 한 변의 길이를 각각 x km, y km (단, $x > 0, y > 0$)라 하면

넓이의 합은 $(2x^2 + y^2)$ (km^2)이므로

$$2x^2 + y^2 = 150 \dots \textcircled{1}$$

도로의 총길이는 $8x + 4y = 4(2x + y) = 80$ (km)

$$\therefore 2x + y = 20 \dots \textcircled{2}$$

②에서 $y = 20 - 2x$ 를 ①에 대입하면

$$2x^2 + (20 - 2x)^2 = 150$$

$$3x^2 - 40x + 125 = 0, (x - 5)(3x - 25) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = \frac{25}{3}$$

$$\therefore x = 5 \text{ 일 때 } y = 10, x = \frac{25}{3} \text{ 일 때 } y = \frac{10}{3}$$

그런데 상업용 지구의 넓이는 주거용 지구의 넓이보다 작으므로 $x = 5, y = 10$ 이다.

따라서 주거용 지구의 넓이 y^2 은 100 (km^2)이다.

$$\therefore A = 100$$

55) 답 : 4

정답 및 해설

[해설]

[출제 의도] 연립방정식의 해 구하기

[해설] 연립방정식 $\begin{cases} x-y+2=0 & \dots \textcircled{1} \\ x^2+3x-y-1=0 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$

① 을 ②에 대입하면

$$x^2+3x-(x+2)-1=0 \text{이며 정리하면}$$

$$x^2+2x-3=0 \text{ 이고 인수분해하면}$$

$$(x+3)(x-1)=0$$

$$\therefore x=-3, y=-1 \text{ 또는 } x=1, y=3 \text{ 이므로}$$

따라서, $|\alpha+\beta|=4$

56) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 근을 대입하여 삼차방정식의 계수를 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.

$x=2$ 가 $x^3+x^2+ax-8=0$ 의 근이므로

$$2^3+2^2+2a-8=0$$

$$2a+4=0$$

$$\therefore a=-2$$

57) 답 : 170

[해설]

[출제 의도] 연립방정식을 이용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문항이다.

학생 A, B, C, D 가 생각한 수를 각각 a, b, c, d 라 하면

$$\frac{a+b+c}{3}=110, \frac{b+c+d}{3}=130,$$

$$\frac{c+d+a}{3}=160, \frac{d+a+b}{3}=100$$

위 식을 각 변끼리 모두 더하여 정리하면

$$a+b+c+d=500, a+b+c=330 \text{ 이므로}$$

$$d=170$$

58) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 일차 연립방정식을 이용한 실생활 문제 해결하기

돼지저금통에 들어있는 100원짜리 동전의 개수를 x , 500원짜리 동전의 개수를 y 라 하면,

$$\begin{cases} x+y=60 \\ 5.4x+7.7y=416 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면, $x=20, y=40$ 이다.

따라서 돼지저금통에 들어있는 금액은 22,000원이다.

59) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 연립방정식의 해를 구하는 문제이다.

$$\begin{cases} x^2-4xy+3y^2=0 \\ 2x^2+xy+3y^2=24 \end{cases}$$

① 에서

$$x^2-4xy+3y^2=0 \Leftrightarrow (x-y)(x-3y)=0$$

$$\therefore x=y \text{ 또는 } x=3y$$

i) $x=y$ 를 ②에 대입하면

$$6y^2=24$$

$$\therefore x=2, y=2 \text{ (복부호동순)}$$

ii) $x=3y$ 를 ②에 대입하면

$$24y^2=24$$

$$\therefore x=3, y=1 \text{ (복부호동순)}$$

따라서 주어진 연립방정식의 해의 순서쌍은

$(2, 2), (-2, -2), (3, 1), (-3, -1)$ 이므로 $\alpha_i\beta_i$ 의 최댓값은

$x=2, y=2$ 또는 $x=-2, y=-2$ 일 때 4이다.

60) 답 : 270

[해설]

[출제 의도] 연립방정식을 이용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문항이다.

비밀번호의 각 자리 숫자를 차례대로 $x, y, 2, 5$ 라 하면

$$x+y+2+5=19$$

$$\therefore x+y=12$$

$$(x+2)-(y+5)=3$$

$$\therefore x-y=6$$

연립방정식 $\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=6 \end{cases}$ 을 풀면 $x=9, y=3$ 이므로

비밀번호의 각 자리의 숫자의 곱은 $9 \times 3 \times 2 \times 5 = 270$ 이다.

61) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 삼차방정식의 허근이 주어졌을 때

켈레근 사이의 관계를 추론할 수 있는가를 묻는 문항이다.

ㄱ. $x^3+1=(x+1)(x^2-x+1)=0$ 에서

α 는 이차방정식 $x^2-x+1=0$ 의 근이므로 $\alpha^2-\alpha+1=0$ (참)

ㄴ. α 가 $x^2-x+1=0$ 의 근이므로 $\bar{\alpha}$ 도 근이 된다.

근과 계수의 관계에서

$$\alpha+\bar{\alpha}=\alpha\bar{\alpha}=1 \text{ (참)}$$

ㄷ. $\alpha, \bar{\alpha}$ 가 방정식 $x^3+1=0$ 의 근이므로

$$\alpha^3=(\bar{\alpha})^3=-1$$

$$\therefore \alpha^3+(\bar{\alpha})^3=-2$$

한편, $\alpha+\bar{\alpha}=\alpha\bar{\alpha}=1$ 이므로

$$\alpha^2+(\bar{\alpha})^2=(\alpha+\bar{\alpha})^2-2\alpha\bar{\alpha}=1-2=-1$$

$$\therefore \alpha^3+(\bar{\alpha})^3 \neq \alpha^2+(\bar{\alpha})^2$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

[다른 풀이]

$$\text{ㄷ. } \alpha^3+(\bar{\alpha})^3=(\alpha+\bar{\alpha})\{\alpha^2-\alpha\bar{\alpha}+(\bar{\alpha})^2\}$$

$$\alpha^2+(\bar{\alpha})^2-1 \neq \alpha^2+(\bar{\alpha})^2$$

62) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 좌표평면에서 점의 이동에 대한 규칙을 이해하고

이동한 후의 좌표를 추측해 낼 수 있는가를 묻는 문제이다.

오른쪽 위(\nearrow)로 m 회 이동하고, 오른쪽 아래(\searrow)로 n 회 이동하여 도착하는

점 P 의 좌표는 $(m+n, m-n)$ 이다.

$$m+n=a, m-n=b \text{ 라 하면 } m=\frac{a+b}{2}, n=\frac{a-b}{2}$$

m, n 은 음이 아닌 정수이므로 다음 조건을 만족시켜야 한다.

(i) $a+b$ 는 짝수

정답 및 해설

(ii) $a-b$ 는 짝수

(iii) $a \geq b$

따라서 도착할 수 있는 점의 좌표는 $(6, -2), (93, 39)$ 이다.

63) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 조건을 이용하여 주어진 식의 값을 추론하는 문제이다. 주어진 식을 정리하면 다음을 얻는다.

$$x^2 + x + 1 = 0, \quad (x-1)(x^2 + x + 1) = 0,$$

$$x^3 - 1 = 0$$

$$\therefore x^3 = 1$$

그러므로 $P(n)$ 의 값은 다음과 같다.

$$P(n) = (-1)^n + (-x)^n + (-x^2)^n$$

$$P(1) = -1 - x - x^2 = 0$$

$$P(2) = 1 + x^2 + x^4 = 1 + x^2 + x = 0$$

$$P(3) = -1 - x^3 - x^6 = -1 - 1 - 1 = -3$$

$$P(4) = 1 + x^4 + x^8 = 1 + x + x^2 = 0$$

$$P(5) = -1 - x^5 - x^{10} = -1 - x^2 - x = 0$$

$$P(6) = 1 + x^6 + x^{12} = 1 + 1 + 1 = 3$$

⋮

이므로 자연수 k 에 대하여

$$n = 6k - 3 \text{ 이면 } P(n) = -3$$

$$n = 6k \text{ 이면 } P(n) = 3$$

$$n \neq 6k - 3 \text{ 이고 } n \neq 6k \text{ 이면 } P(n) = 0$$

그런데, $2007 = 6 \cdot 334 + 3$ 이므로

$$P(2007) = P(3) = -3$$

$$\therefore P(1) + P(2) + P(3) + \dots + P(2007)$$

$$= 0 + 0 + (-3) + 0 + 0 + 3 + \dots + 0 + (-3)$$

$$= -3$$

64) 답 : 125

[해설]

[출제 의도] 연립방정식 계산하기

두 정사각형의 한 변의 길이를 각각 $x, y (x > y)$ 라 하면,

$$\begin{cases} 4x + 4y = 60 \\ x^2 - y^2 = 75 \end{cases}$$

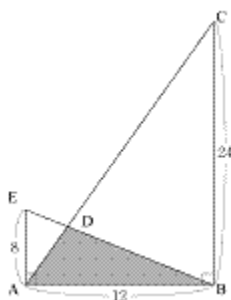
연립방정식을 풀이하면 $x = 10, y = 5$

$$\therefore x^2 + y^2 = 125$$

65) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 삼각형의 닮음을 활용하여 일차연립방정식 풀기



$\triangle ADE \sim \triangle CDB$ 이고 $\overline{AE} : \overline{BC} = 1 : 3$ 이므로

$\triangle ADE$ 의 넓이를 a 라 하면 $\triangle CDB$ 의 넓이는 $9a$ 이다.

$\triangle ABD$ 의 넓이를 b 라 하면

$$a + b = 48 \dots \textcircled{1}$$

$$9a + b = 144 \dots \textcircled{2}$$

① 과 ②에서 $\triangle ABD = 36$ 이다.

66) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 연립방정식 계산하기

$2x + y = 5, 3x + 2y = 8$ 을 풀면

$$x = 2, y = 1$$

$$\therefore x - \frac{1}{y} = 2 - \frac{1}{1} = 1$$

67) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 이차방정식의 한 허근을 이용하여 함수값 구하기

$$\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{로부터 } 2\omega + 1 = \sqrt{3}i$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$\omega^2 + \omega + 1 = 0, \omega^3 = 1$$

따라서 $f(x) = x^2 + x + 1$ 에서

$$f(\omega^4 + \omega^5) = f(\omega + \omega^2) = f(-1) = 1$$

68) 답 : 1

[해설]

[출제 의도] 미지수가 3개인 연립방정식 풀기

$\overline{AE} = a, \overline{BF} = b, \overline{CD} = c$ 라 하면

$$a + c = 10 \dots \textcircled{1}$$

$$b + c = 6 \dots \textcircled{2}$$

$$a + b = 8 \dots \textcircled{3}$$

이때 ①, ②, ③를 연립하여 풀면

$$a = 6, b = 2, c = 4.$$

따라서 $a = m = 6$ 이므로

$$\therefore 2 \log_{36} 6 = 1$$

[정답] 1

69) 답 : 3

[해설]

주어진 연립방정식의 해가 $2x + y = 9$ 를 만족하므로

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \text{를 풀면, } x = 4, y = 1$$

$$ax + 3y = 15 \text{에 대입하면 } a = 3$$

70) 답 : 10

[해설]

[출제 의도] 연립방정식의 해를 구하고, 이를 활용하기

$$\begin{cases} 3x + y = 8 \dots \textcircled{1} \\ x - 4y = 7 \dots \textcircled{2} \end{cases} \text{에서}$$

① $\times 4 + \textcircled{2}$ 를 하면, $13x = 39$

$$\therefore x = 3, y = -1$$

따라서, $\alpha^2 + \beta^2 = 9 + 1 = 10$ 이다.

[정답] 10

71) 답 : 25

정답 및 해설

[해설]

[출제 의도] 미지수가 2개인 연립이차방정식 풀기
 두 정사각형의 둘레의 길이의 합은 $4(a+b)=160$ 이고,
 넓이의 합은 $a^2+b^2=850$ 이므로

$$\text{연립방정식 } \begin{cases} a+b=40 \\ a^2+b^2=850 \end{cases} \text{ 을 풀면}$$

$$a=25, b=15 (\because a > b)$$

[정답] 25

72) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 미지수가 3개인 연립일차방정식을 이용하여 문제 해결하기

일정한 문서작업의 양을 1이라고 하고
 철수, 경수, 영호가 문서작업을 할 때 1시간 동안에 작업 할 수 있는
 양을 각각 x, y, z 라 하면,

$$x+y+z=1 \cdots ①$$

$$x+z=\frac{1}{1.5} \cdots ②$$

$$y+z=\frac{1}{2} \cdots ③$$

①, ②, ③를 연립하여 풀면

$$x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{3}, z=\frac{1}{6}$$

\therefore 철수와 경수가 함께 작업을 하면 소요되는 시간은

$$\frac{1}{x+y} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{6}{5} \text{ (시간)}$$

\therefore 1시간 12분

[정답] ④

73) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 방정식의 허근 구하기

$$x^2+x+1=0 \text{의 허근 } \omega = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$x^3+1=0$ 에서 허근은 $x^2-x+1=0$ 의 근이므로

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2} = \omega + 1$$

$\therefore x = \omega + 1$

74) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 복소수의 뜻을 이해하기

$x^3=1$ 의 한 허근이 ω 이므로

$$\omega^2 + \omega + 1 = 0 \text{ 이다.}$$

따라서 $(2+\omega)(1+\omega) = a+b\omega$

$$\Leftrightarrow 2+3\omega+\omega^2 = a+b\omega$$

$$\Leftrightarrow 1+2\omega = a+b\omega \text{ 이다.}$$

이때 a, b 가 실수이므로 복소수의 상등에 의하여

$$a=1, b=2$$

$\therefore a+b=3$

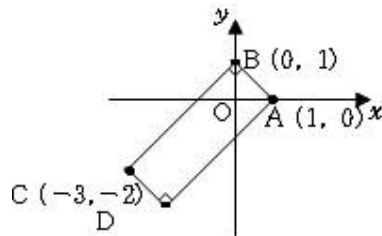
[정답] ①

75) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 미지수가 2개인 이차방정식을 풀고 이를 활용하기
 $xy+x+y-1=0$ 에서 $(x+1)(y+1)=2 \cdots ①$ 이고, x, y 는 정수이므로

① 을 만족하는 정수해를 순서쌍으로 나타내면
 $(0, 1), (1, 0), (-2, -3), (-3, -2)$ 이다.
 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형은 그림과 같다.



사각형 $ABCD$ 은 직사각형이고 넓이는 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6$

[정답] ②

76) 답 : 15

[해설]

[출제 의도] 삼차방정식의 근을 활용하여 식의 값 계산하기
 ω 는 $x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)=0$ 의 한 허근이므로

$$\omega^3=1, \omega^2+\omega+1=0 \text{ 을 만족한다.}$$

$$\omega+1=\omega^4+1=\omega^7+1=\cdots=\omega^{28}+1=-\omega^2$$

$$\omega^2+1=\omega^5+1=\omega^8+1=\cdots=\omega^{29}+1=-\omega, \omega^2+\omega=-1 \text{ 이고}$$

$$\frac{1}{\omega+1} + \frac{1}{\omega^2+1} + \frac{1}{\omega^3+1}$$

$$= \frac{\omega^3}{-\omega^2} + \frac{\omega^3}{-\omega} + \frac{1}{1+1}$$

$$= -\omega - \omega^2 + \frac{1}{2}$$

$$= -(\omega^2 + \omega) + \frac{1}{2}$$

$$= -(-1) + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ 이므로}$$

$$\text{주어진 식의 값은 } \frac{3}{2} \times 10 = 15$$

[정답] 15

77) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 부정방정식을 풀 수 있고 이를 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

10000원, 6000원, 4000원에 판매한 가방의 개수를 각각 x, y, z 라 하면

주어진 조건에 의해

$$x+y+z=20 \cdots ①$$

$$10000x+6000y+4000z=142000 \cdots ②$$

①, ② 을 연립하여 z 를 소거하면

$$\frac{1}{2000} \times ② - 2 \times ① \text{ 에서}$$

$$3x+y=31 \cdots ③$$

이때 ③ 을 만족하고 $x \geq y$ 인 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는

정답 및 해설

(8, 7), (9, 4), (10, 1)이다.

이때 (x, y, z) 는 (8, 7, 5), (9, 4, 7), (10, 1, 9)이고 이들 중 z 가 가장

작은 경우는 (8, 7, 5)이다.

따라서 4000 원에 판매한 가방의 개수는 5이다.

78) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 방정식의 근과 로그의 성질을 이용하여 주어진 식의 값을 구할 수 있다.

$x^2 + x + 1 = 0$ 의 두 근이 $\omega, \bar{\omega}$ 이므로

$$\omega + \bar{\omega} = -1, \omega \cdot \bar{\omega} = 1$$

$$A = 1 - \omega - \bar{\omega} + \omega\bar{\omega} = 1 - (\omega + \bar{\omega}) + \omega\bar{\omega} = 3$$

$$\therefore 2^{\log_2 A} = 2^{\log_2 3} = 3$$

79) 답 : 99

[해설]

$$x^3 - 1 = 0$$

$$(x-1)(x^2+x+1) = 0$$

$$x = 1, \omega, \bar{\omega}$$

따라서 $\omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1$ 이다.

또한, $\omega, \bar{\omega}$ 는 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 두 허근이므로

$$\omega + \bar{\omega} = -1, \omega\bar{\omega} = 1$$
이다.

$$\omega^{100} + 100\omega\bar{\omega} + \bar{\omega}^{100}$$

$$= (\omega^3)^{33}\omega + 100 \times 1 + \{(\bar{\omega}^3)^{33}\bar{\omega}$$

$$= \omega + 100 + \bar{\omega}$$

$$= -1 + 100$$

$$= 99$$

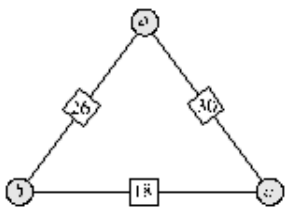
[정답] 99

80) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 문제 상황을 식으로 나타내어 연립방정식을 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.

세 꼭짓점 위치에 있는 수를 각각 a, b, c 로 놓으면,



$$a + b = 26 \dots ①$$

$$b + c = 18 \dots ②$$

$$c + a = 30 \dots ③$$

① + ② + ③에서

$$2(a + b + c) = 26 + 18 + 30 = 74$$

$$\therefore a + b + c = 37 \dots ④$$

① 과 ④에서 $c = 11$

② 과 ④에서 $a = 19$

③ 과 ④에서 $b = 7$

따라서 세 수 중 가장 큰 수는 19이다.

81) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 삼차방정식 이해하기

$x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 하면

$$\begin{cases} \omega^3 = 1 \\ \omega^2 + \omega + 1 = 0 \end{cases} \text{이다.}$$

$$f(1) = \frac{\omega}{1 + \omega^2} = \frac{\omega}{-\omega} = -1 = f(4) = f(7) = f(10) = f(13)$$

$$f(2) = \frac{\omega^2}{1 + \omega^4} = \frac{\omega^2}{1 + \omega} = -1 = f(5) = f(8) = f(11)$$

$$f(3) = \frac{\omega^3}{1 + \omega^6} = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2} = f(6) = f(9) = f(12)$$

$$\therefore f(1) - f(2) + \dots - f(6) = 0$$

$$\therefore f(13) = -1 \text{ 정답: ①}$$

82) 답 : 20

[해설]

짝수, 홀수의 눈이 나온 회수를 각각 x, y 라 하면

$$x + y = 15 \dots ①$$

$$2x + 3y = 35 \dots ②$$

①, ②을 연립하면 $x = 10, y = 5$

따라서 왼쪽에 놓은 동전의 개수는 20이다.

[정답] 20

83) 답 : 10

[해설]

[출제 의도] 미지수가 3개인 연립일차방정식 풀기

원 A, B, C, D 의 반지름의 길이를 각각 a, b, c, d 라고 하면

$$\text{조건으로부터 } 2(a+b) = 16, a = b+c, b = c+d, \pi(a^2 - d^2) = 24\pi$$

이 네 식을 연립하여 풀면 $a = 5$ 이다.

\therefore 원 A 의 지름의 길이는 10이다. 정답: 10

84) 답 : 85

[해설]

[출제 의도] 피타고라스의 정리를 이용하여 방정식을 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCD$ 는 직각삼각형이고 빗변이 일치하므로

$$9^2 + y^2 = x^2 + 7^2$$

$$x^2 - y^2 = 32$$

$$(x-y)(x+y) = 32$$

x, y 가 모두 자연수이므로

$$\begin{cases} x-y=2 \\ x+y=16 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x-y=4 \\ x+y=8 \end{cases}$$

연립하여 풀면,

$$\begin{cases} x=9 \\ y=7 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases}$$

그런데 네 변의 길이는 서로 다른 자연수이므로 $x = 6, y = 2$

$$\therefore \overline{BD}^2 = 9^2 + 2^2 = 6^2 + 7^2 = 85$$