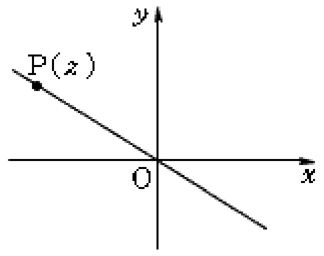
II.방정식과 부등식

1.복소수

중단원 기출문제

[난이도 : ★☆☆] [2004 학년도 대수능]

1 복소평면 위에서 어떤 복소수 z를 나타내는 점 P의 위치가 그림과 같을 때, 다음 [보기] 중에서 직선 OP위에 있는 복소수를 모두 고르면?(단, $\overline{z}$는 z의 켤레복소수이다.)[2점]



[보기]
ㄱ. z
ㄴ. $-z$
ㄷ. $\frac{1}{z}$
ㄹ. $-\frac{1}{\overline{z}}$

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

[난이도 : ★★☆] [2004 학년도 대수능]

2 $(z-1)^2$이 실수가 되는 복소수 z전체의 집합을 A라고 할 때, 다음 [보기]중 옳은 것을 모두 고르면?[3점]

[보기]
ㄱ. $z\in A$이면 $z-1$은 순허수이다.
ㄴ. $z\in A$이면 $\overline{z}\in A$이다.(단, $\overline{z}$는 z의 켤레복소수이다.)
ㄷ. $z_1\in A$이고 $z_2\in A$이면 $z_1z_2\in A$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★☆☆] [2003 학년도 대수능]

3 $(2-\sqrt{3}i)(2+\sqrt{3}i)$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[2점]

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

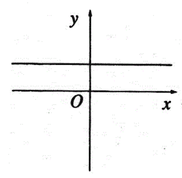
[난이도 : ★★☆] [2003 학년도 대수능]

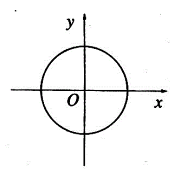
4 복소수 z가 $|z|=1$일 때, $\dfrac{z}{z+\frac{1}{z}}$의 값은? [2점]

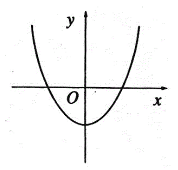
① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

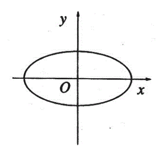
[난이도 : ★★☆] [2002 학년도 대수능]

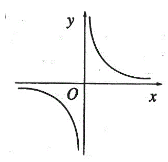
5 복소평면 위의 다음 곡선 중 그 위의 어떠한 두 점 $P(z_1)$, $Q(z_2)$에 대하여도 복소수 $\frac{z_1}{z_2}$이 순허수가 될 수 없는 것은? [3점]

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

[난이도 : ★☆☆] [2001 학년도 대수능]

6 $(4+3i)^2-(4-3i)^2$의 값은?[2점]

① 0 ② 24 ③ 48
④ $24i$ ⑤ $48i$

[난이도 : ★★☆] [2001 학년도 대수능]

7 복소수 z가 $z+\bar{z}=2$, $\arg(z)=\frac{\pi}{3}$를 만족시킬 때, z^3의 값은?

(단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이며 $\arg(z)$는 z의 편각이다.)

① $8+3\sqrt{3}i$ ② $-8-3\sqrt{3}i$ ③ $8i$
④ -2 ⑤ -8

[난이도 : ★☆☆] [2000 학년도 대수능]

8 [공통]은행의 예금 상품은 연이율로 제시된다. 1년에 이자 계산을 n번하는 복리 예금의 경우 매번 $\frac{\text{연이율}}{n}$의 이율로 이자를 계산한다. 이때, 실효수익율은 $\frac{(\text{1년후의이자총액})}{(\text{원금})}\times 100(\%)$로 정의된다. 6개월마다 복리로 이자를 계산하는 연이율 10%인 예금 상품의 실효 수익률 (%)을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오.

① 10.05 ② 10.15 ③ 10.25
④ 10.35 ⑤ 10.45

[난이도 : ★★☆] [2000 학년도 대수능]

9 [공통]두 실수 x, y에 대하여 $x\cdot y$를 $x\cdot y=\begin{cases}x, & (x\ge y)\\ y, & (x\le y)\end{cases}$로 나타내기로 하자.

예를 들면 $2\cdot 1=2$이다. 서로 다른 4개의 실수로 이루어진 집합 $A=\{a, b, c, d\}$의 원소들이 다음 조건을 만족시킨다.

Ⅰ. A의 임의의 원소 x에 대하여 $x\cdot a=x$이다. Ⅱ. $c\cdot d<c\cdot b$

다음 중 옳은 것은?

① $b<c<a$ ② $b<d<a$
③ $d<b<c$ ④ $a<b<c$
⑤ $a<c<b$

[난이도 : ★★☆] [2000 학년도 대수능]

10 $z=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$일 때, 복소평면 위에 세 복소수 $1, z, z^2$을 나타내는 점을 각각 A, B, C라 하자. $\angle ABC$의 크기는?[3점]

① 30° ② 45° ③ 60°
④ 90° ⑤ 120°

[난이도 : ★☆☆] [1999 학년도 대수능]

11 [공통] $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{1998}$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$이다.)[2점]

① -1 ② 1 ③ $-i$
④ i ⑤ 1998

[난이도 : ★☆☆] [1999 학년도 대수능]

12 [공통] $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{1998}$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.)

① -1 ② 1 ③ $-i$
④ i ⑤ 1998

[난이도 : ★☆☆] [1998 학년도 대수능]

13 [공통] $\alpha=-2+i$, $\beta=1-2i$ 일 때, $\alpha\overline{\alpha}+\overline{\alpha}\beta+\alpha\overline{\beta}+\beta\overline{\beta}$ 의 값은?(단, $\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레 복소수이고 $i=\sqrt{-1}$ 이다.)

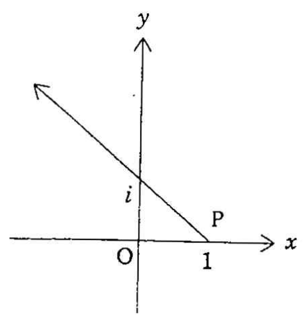
① 1 ② 2 ③ 4
④ 10 ⑤ 20

[난이도 : ★☆☆] [1997 학년도 대수능]

14 [공통] 부등식 $(x^2-4y^2)(x^2-6x+y^2+8)\le 0$ 의 영역을 좌표평면 위에 검게 나타내면?(단, 검은 부분의 경계선은 포함한다.)[1점]

[난이도 : ★★☆] [1997 학년도 대수능]

15 복소평면 위의 점 $P(1)$ 에서 i 를 지나는 반직선 위의 점들의 집합을 A 라 하자. $z^5=1$ 을 만족하는 서로 다른 5개의 복소수 중에서 A 의 적당한 원소와의 곱이 실수가 되는 원소의 개수는?(단, $i=\sqrt{-1}$)[1.5점]



① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [1996 학년도 대수능]

16 $|z|=1$ 인 모든 복소수 z 에 대하여 $|z-\alpha|$ 의 값을 일정하게 만드는 복소수 α 의 개수는?[1.5점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 무수히 많다.

[난이도 : ★☆☆] [2012년 10월 학력평가]

17 등식 $(x-1)+(y+2)i=2-5i$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 xy 의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[2점]

① -21 ② -20 ③ -18
④ -16 ⑤ -15

[난이도 : ★☆☆] [2012년 9월 학력평가]

18 $(1+i)\left(1-\frac{1}{i}\right)$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [2점]

① $-2i$ ② $-i$ ③ 0
④ i ⑤ $2i$

[난이도 : ★★☆] [2012년 11월 학력평가]

19 x에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1+i$일 때, 두 실수 a, b의 곱 ab의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

[난이도 : ★★☆] [2012년 11월 학력평가]

20 $z=\frac{1-i}{\sqrt{2}}$ 일 때, z^8+z^{12}의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

① $-2i$ ② -2 ③ 0
④ $2i$ ⑤ 2

[난이도 : ★★☆] [2012년 9월 학력평가]

21 복소수 z가 다음 조건을 모두 만족할 때, $\frac{1}{2}(z+\bar{z})$의 값은?(단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

(가) $z+(1-2i)$는 양의 실수
(나) $z\bar{z}=7$

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

[난이도 : ★★★] [2012년 9월 학력평가]

22 자연수 n에 대하여 복소수 $z_n=\left(\frac{\sqrt{2}i}{1+i}\right)^n$이라 할 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[4점]

[보기]
ㄱ. $z_2=i$
ㄴ. $z_6=-z_2$
ㄷ. $z_{n+8}=z_n$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2012년 10월 학력평가]

23 실수가 아닌 복소수 z에 대하여 $z+\frac{2}{z}$가 실수일 때, $5z\bar{z}$의 값을 구하시오.

(단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.)[3점]

[난이도 : ★★★] [2012년 11월 학력평가]

24 0이 아닌 세 복소수 α, β, γ가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\alpha+\beta+\gamma=0$
(나) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=0$

이때, $\frac{\gamma}{\alpha}+\overline{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)}$의 값은?(단, $\overline{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)}$는 $\frac{\alpha}{\beta}$의 켤레복소수이고, $i=\sqrt{-1}$이다.)[4점]

① $-i$ ② -1 ③ 0
④ i ⑤ 1

[난이도 : ★☆☆] [2011년 3월 학력평가]

25 복소수 $z=\frac{1-i}{1+i}$라 할 때, $z+\bar{z}$의 값은?

(단, $i=\sqrt{-1}$, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.)[2점]

① -1 ② 0 ③ 1
④ $-i$ ⑤ i

[난이도 : ★☆☆] [2011년 10월 학력평가]

26 $(2+i)i-(3+2i)$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[2점]

① -4 ② -2 ③ -1
④ i ⑤ $2i$

[난이도 : ★★☆] [2011년 3월 학력평가]

27 자연수 n에 대하여 $\frac{7}{5^2\times n}$을 소수로 나타내면 유한소수가 된다.

n의 값으로 가능한 10미만인 자연수의 개수는?[3점]

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

[난이도 : ★★★] [2011년 10월 학력평가]

28 복소수 전체를 원소로 갖는 집합 C의 부분집합 A에 대하여 $A=\{z|z^2=\bar{z},\ z\in C\}$라 정의할 때, 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?(단, $i=\sqrt{-1}$, $\bar{z}$는 복소수 z의 켤레복소수이다.)[4점]

[보기]
ㄱ. $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\in A$
ㄴ. 집합 A의 원소의 개수는 4이다.
ㄷ. 집합 A는 곱셈에 대하여 닫혀있다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★☆☆] [2010년 10월 학력평가]

29 $(1-2i)+\frac{3+i}{1-i}$를 계산하면?(단, $i=\sqrt{-1}$)[2점]

① 2 ② $2i$ ③ $4i$
④ $2-2i$ ⑤ $2+2i$

[난이도 : ★☆☆] [2010년 3월 학력평가]

30 등식 $\frac{1}{i}+\frac{3}{i^2}+\frac{5}{i^3}+\frac{7}{i^4}=a+bi$를 만족시키는 실수 a, b의 합 $a+b$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[2점]

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

[난이도 : ★☆☆] [2010년 6월 학력평가]

31 등식 $(5+3i)x-(2-3i)y=-7+6i$를 만족시키는 두 실수 x, y에 대하여 $x+y$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2010년 11월 학력평가]

32 $\dfrac{1+i}{1-i}+(1+2i)(3-i)=a+bi$일 때, ab의 값을 구하시오.

(단, $i=\sqrt{-1}$이고 a, b는 실수이다.)[2점]

[난이도 : ★★☆] [2010년 3월 학력평가]

33 두 유리수 $\dfrac{a}{42}, \dfrac{a}{165}$가 모두 유한소수로 나타내어지도록 하는 자연수 a의 최솟값은?[3점]

① 42 ② 77 ③ 154
④ 231 ⑤ 462

[난이도 : ★★☆] [2010년 10월 학력평가]

34 복소수 z에 대하여 $z^2=9+12i$일 때, $z\bar{z}$의 값은?

(단, $i=\sqrt{-1}$, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.)[3점]

① 13 ② 14 ③ 15
④ 16 ⑤ 17

[난이도 : ★★☆] [2010년 6월 학력평가]

35 두 복소수 z_1, z_2가 $\overline{z_1}-\overline{z_2}=1+2i$, $\overline{z_1}\,\overline{z_2}=4-3i$를 만족시킬 때, $(z_1-1)(z_2+1)$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.)[3점]

① 4 ② $4+5i$ ③ $4-5i$
④ $4+i$ ⑤ $4-i$

[난이도 : ★☆☆] [2009년 3월 학력평가]

36 $\dfrac{3-i}{2+i}+\dfrac{3+i}{2-i}$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$이다.)[2점]

① 2 ② $2i$ ③ $-2i$
④ $2+2i$ ⑤ $2-2i$

[난이도 : ★★☆] [2009년 11월 학력평가]

37 복소수 z를 입력하면, $\dfrac{z}{i}$의 값이 계산된 복소수 z'이 출력되는 연산장치가 있다.

z (입력) $\rightarrow$ $\boxed{\dfrac{z}{i}}$ (연산장치) $\rightarrow$ z' (출력)

이 연산장치에 처음 복소수 $z_0=a+bi$를 입력하였더니 $\dfrac{z_0}{i}$의 값이 계산된 복소수 z_1이 출력되었다.

다시 이 연산장치에 z_1을 입력하였더니 $\dfrac{z_1}{i}$의 값이 계산된 복소수 z_2가 출력되었다.

이와 같은 과정을 계속하여 $z_3, z_4, z_5, \cdots$이 출력되었다.
$x_{2009}=2+i$일 때, $a-b$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$이고, a, b는 실수이다.)[3점]

① -3 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 3

[난이도 : ★★☆] [2009년 3월 학력평가]

38 실수가 아닌 복소수 z에 대하여 $z(z+2)$가 실수이고 $z\bar{z}=4$일 때, $z(z+2)$의 값은?(단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.)[3점]

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

[난이도 : ★☆☆] [2008년 9월 학력평가]

39 $\frac{1}{1+i}+\frac{i}{1-i}$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$이다.)[2점]

① $-i$ ② i ③ 0
④ -1 ⑤ 1

[난이도 : ★☆☆] [2008년 6월 학력평가]

40 $z=1+i$일 때, $\frac{1}{z}+\frac{1}{\bar{z}}$의 값은?(단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수, $i=\sqrt{-1}$)[2점]

① $-i$ ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ i

[난이도 : ★★☆] [2008년 6월 학력평가]

41 $x(2+3i)+y(5-i)=39+16i$를 만족하는 실수 x, y의 합 $x+y$의 값을 구하시오.(단, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

[난이도 : ★★☆] [2008년 5월 학력평가]

42 복소수 $z=\frac{1}{1-\sqrt{2}i}$의 실수부분을 a, 허수부분을 b라고 할 때, $a-3b^2$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

① $-\frac{5}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

[난이도 : ★★☆] [2008년 03월 학력평가]

43 복소수 $z=3+i$의 켤레복소수를 $\bar{z}$라 할 때, $z^2+(\bar{z})^2$의 값을 구하시오.(단, $i=\sqrt{-1}$이다.)[3점]

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

44 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{2}\sqrt{3}=\sqrt{6}$ ② $\sqrt{-2}\sqrt{3}=\sqrt{-6}$
③ $\sqrt{-2}\sqrt{-3}=\sqrt{6}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-3}}=-\sqrt{-\frac{2}{3}}$
⑤ $\frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{-3}}=\sqrt{\frac{2}{3}}$

[난이도 : ★★☆] [2008년 10월 학력평가]

45 실수가 아닌 복소수 z에 대하여 옳은 것만을 보기]에서 있는 대로 고른 것은? (단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수)[3점]

[보 기]
ㄱ. $z-\bar{z}$는 순허수이다.
ㄴ. $z\alpha$를 실수가 되게 하는 복소수 α의 개수는 한 개이다.
ㄷ. $z+\frac{1}{z}$이 실수일 때, $z\bar{z}=1$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2008년 6월 학력평가]

46 이차방정식 $2kx^2+(k-3)x+1=0$의 한 허근을 α라 하면 α^2은 실수가 된다.

이때, 방정식의 두 근의 곱은?(단, k는 실수)[3점]

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{6}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

[난이도 : ★★☆] [2008년 5월 학력평가]

47 양의 실수 a, b가 $a(a+bi)+b(b+ai)=2(1+i)$를 만족할 때, $a+b$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2
④ $\sqrt{5}$ ⑤ 4

[난이도 : ★★☆] [2008년 0월 학력평가]

48 두 실수 a, b에 대하여 다음 ㈎, ㈏에 알맞은 것은?(단, $i=\sqrt{-1}$이다.)[3점]

$ab=0$은 $a+bi=0$이기 위한 [㈎]조건이다.
$a+b=0$은 $a^2-b^2=0$이기 위한 [㈏]조건이다.

① 충분 필요 ② 필요 필요충분 ③ 충분 필요충분
④ 필요 충분 ⑤ 필요충분 충분

[난이도 : ★★★] [2008년 3월 학력평가]

49 집합 $A=\left\{\frac{1}{1\times2}, \frac{1}{2\times3}, \frac{1}{3\times4}, \cdots, \frac{1}{99\times100}\right\}$의 원소 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 수 전체의 집합을 B라 할 때, $n(A)-n(B)$의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2008년 12월 학력평가]

50 복소수를 원소로 갖는 집합 $A=\{z|z^2<0\}$에 대하여 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?(단, $i=\sqrt{-1}$이고, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.)[4점]

[보기]
ㄱ. $1+i\in A$
ㄴ. $z\in A$이면 $\bar{z}\in A$
ㄷ. $z_1\in A$, $z_2\in A$이면 $z_1z_2\in A$

① ㄱ ② ㄴ ③ 4
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2008년 11월 학력평가]

51 자연수 n이고, 집합 $A=\left\{f(n) \middle| f(n)=\left(\frac{i+1}{i-1}\right)^n+\left(\frac{i-1}{i+1}\right)^n\right\}$에 대하여 다음 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[4점]

[보기]
ㄱ. $f(100)=2$
ㄴ. 집합 A는 덧셈에 대하여 닫혀 있다.
ㄷ. 집합 A의 부분집합의 개수는 8개이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★☆☆] [2007년 6월 학력평가]

52 $z=\frac{1+i}{\sqrt{2}}$일 때, $z^{2007}=a+bi$가 성립하는 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[2점]

① $-\sqrt{2}$　② -1　③ 0
④ 1　⑤ $\sqrt{2}$

[난이도 : ★★☆] [2007년 5월 학력평가]

53 [공통]$i^3+i^6+i^9+\cdots+i^{51}$을 간단히 하면?(단, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

① $-i$　② i　③ -1
④ 0　⑤ 1

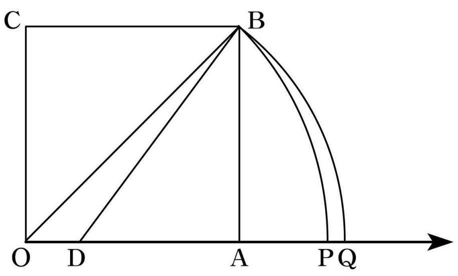
[난이도 : ★★☆] [2007년 6월 학력평가]

54 실수 x, y가 $(x+i)^2+(2+3i)^2=y+26i$를 만족할 때, $x+y$의 값을 구하시오.(단, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

[난이도 : ★★☆] [2007년 9월 학력평가]

55 그림과 같이 반직선 OA와 한 변의 길이가 4인 정사각형 $OABC$가 있다.

점 O를 중심으로 하고 선분 $\overline{OB}$를 반지름으로 하는 원이 반직선 $\overline{OA}$와 만나는 점을 P, 선분 $\overline{OA}$를 $1:3$으로내분하는 점 D를 중심으로 하고 선분 $\overline{DB}$를 반지름으로 하는 원이 반직선 $\overline{OA}$와 만나는 점을 Q라 하자.



이때, $\overline{OP}^2+\overline{OQ}^2$의 값은?[3점]

① 52　② 56　③ 60
④ 64　⑤ 68

[난이도 : ★★☆] [2007년 3월 학력평가]

56 $z=1+i$일 때, $\frac{\bar{z}}{2}+\frac{1}{z}$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$이고 $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.)[2점]

① 1　② -1　③ i
④ $1+i$　⑤ $1-i$

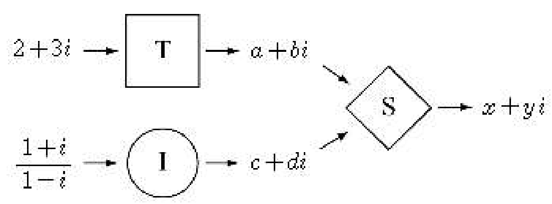
[난이도 : ★★☆] [2007년 6월 학력평가]

57 표는 연산장치에 대한 설명이다.

연산장치	설 명
$z \to \boxed{\mathrm{T}} \to \bar{z}$	복소수 z를 입력하면 $\bar{z}$가 출력 (단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수)
$z \to (\mathrm{I}) \to \frac{1}{z}$	0이 아닌 복소수 z를 입력하면 $\frac{1}{z}$이 출력
$z_1, z_2 \to \Diamond\mathrm{S} \to z_1+z_2$	복소수 z_1, z_2를 입력하면 z_1+z_2가 출력

다음과 같이 연결된 연산 장치에 복소수 $2+3i$와 $\frac{1+i}{1-i}$를 입력하여 최종 출력되는 값을 $x+yi$라 할 때, x^2+y^2의 값을 구하시오.

(단, x, y는 실수, $i=\sqrt{-1}$)[3점]



[난이도 : ★★☆] [2007년 10월 학력평가]

58 실수 a, b에 대하여 $(a+bi)+(a-bi)=1$, $(a+bi)(a-bi)=1$일 때, $(a+bi)^3$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

① $1-\sqrt{3}i$ ② -1 ③ 1
④ $1+\sqrt{3}i$ ⑤ 2

[난이도 : ★★☆] [2007년 6월 학력평가]

59 [공통]두 실수 a, b에 대하여 $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}}+\sqrt{-4}\sqrt{-9}=a+bi$일 때, $a+b$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[2점]

① -9 ② -3 ③ 0
④ 3 ⑤ 9

[난이도 : ★★★] [2007년 10월 학력평가]

60 집합 $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$의 임의의 두 원소 a, b에 대하여 복소수 z를 $z=a+bi$로 나타낼 때, z^4이 음의 실수가 되는 순서쌍 (a, b)의 개수를 구하시오.(단, $i=\sqrt{-1}$)[4점]

[난이도 : ★★★] [2007년 9월 학력평가]

61 복소수 $z=\frac{3+\sqrt{2}i}{\sqrt{2}-3i}$에 대하여 $\omega=\frac{z(1-\bar{z})}{\sqrt{2}}$라 할 때, $\omega^n=1$을 만족시키는 100이하의 자연수 n의 개수는?(단, $i=\sqrt{-1}$이고, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.)[4점]

① 6 ② 8 ③ 12
④ 18 ⑤ 25

[난이도 : ★★★] [2007년 11월 학력평가]

62 200이하의 자연수 n에 대하여 $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^n=-1$을 만족시키는 n의 개수를 구하시오.(단, $i=\sqrt{-1}$)[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2006년 6월 학력평가]

63 실수 x, y에 대하여 $(1+i)x+(3-i)y=9-7i$가 성립할 때, x^2+y^2의 값을 구하시오.(단, $i=\sqrt{-1}$)[2점]

[난이도 : ★★☆] [2006년 9월 학력평가]

64 등식 $\frac{x}{1-i}+\frac{y}{1+i}=12-9i$를 만족시키는 실수 x, y에 대하여 $x+10y$의 값을 구하시오.(단, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

[난이도 : ★★☆] [2006년 10월 학력평가]

65 다음 중 옳지 않은 것은?(단, a, b, c는 실수)[3점]

① $a<0, b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=-a\sqrt{b}$
② $a<3$일 때, $\sqrt{(a-3)^2}+a=3$
③ $a<0, b<0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$
④ $a<b, c>0$이면 $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$
⑤ $|a+b|\le|a|+|b|$

[난이도 : ★★☆] [2006년 3월 학력평가]

66 $i+2i^2+3i^3+4i^4$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$이다.)[2 점]

① $1-i$ ② $1+i$ ③ $2-2i$
④ $2+2i$ ⑤ $3-3i$

[난이도 : ★★☆] [2006년 11월 학력평가]

67 복소수 $z=1+i$일 때, $\left(z-\frac{2}{z}\right)^2$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

① -4 ② -2 ③ 1
④ 2 ⑤ 4

[난이도 : ★★☆] [2006년 10월 학력평가]

68 복소수 z에 대하여 $z=\sqrt{-1}\sqrt{-4}+\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}}$일 때, $z\bar{z}$의 값은?(단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수)[3점]

① 4 ② 7 ③ 11
④ 13 ⑤ 17

[난이도 : ★★☆] [2006년 9월 학력평가]

69 다음은 복소수 z가 허수일 때 $z+z'$과 zz'이 모두 실수이면 복소수 z'은 z의 켤레복소수임을 증명하는 과정이다.

> 복소수 $z=a+bi\,(a, b$는 실수, $i=\sqrt{-1}$)가 허수이므로
> [가]
> $z'=x+yi\,(x, y$는 실수)로 놓으면 $z+z'$이 실수이므로
> [나]...①
> 또, zz'도 실수이므로
> [다]...②
> ①, ②에서 $x=a, y=-b$
> 따라서 $z'=a-bi$이므로 z의 켤레복소수이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[3점]

① $a=0$, $a-x=0$, $ax-by=0$
② $a=0$, $b+y=0$, $ay+bx=0$
③ $b\neq0$, $a-x=0$, $ax-by=0$
④ $b\neq0$, $b+y=0$, $ay+bx=0$
⑤ $b\neq0$, $b+y=0$, $ax-by=0$

[난이도 : ★★☆] [2006년 10월 학력평가]

70 복소수 $z=\dfrac{1-\sqrt{-3}}{1+\sqrt{-3}}$ 에 대하여 $(1+z)(1+z^2)(1+z^3)$ 의 값은?[3점]

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

[난이도 : ★★☆] [2006년 6월 학력평가]

71 $\sqrt{-3}\sqrt{-2}\sqrt{2}\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}$ 을 간단히 하면?(단, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

① $6+\sqrt{3}i$ ② $6-\sqrt{3}i$ ③ 0
④ $-6+\sqrt{3}i$ ⑤ $-6-\sqrt{3}i$

[난이도 : ★★★] [2006년 6월 학력평가]

72 [공통] $z=\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$ 일 때, $z^{2006}+\dfrac{1}{z^{2006}}$ 의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[2점]

① $-2i$ ② $-i$ ③ 0
④ i ⑤ $2i$

[난이도 : ★★★] [2006년 6월 학력평가]

73 z가 복소수일 때, 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수)[4점]

[보기]
ㄱ. $z\bar{z}=0$ 이면 $z=0$ 이다. ㄴ. $z^2+(\bar{z})^2=0$ 이면 $z=0$ 이다. ㄷ. $z=-\bar{z}$ 이면 z는 실수이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2006년 11월 학력평가]

74 복소수 $(a^2+3a+2)+(a^2+2a)i$ 를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이때, 실수 a의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[4점]

① -3 ② -2 ③ -1
④ 0 ⑤ 1

[난이도 : ★☆☆] [2005년 3월 학력평가]

75 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면?[3점]

[보기]
ㄱ. $(-4)^2$의 음의 제곱근은 -4이다. ㄴ. -7은 -49의 제곱근이다. ㄷ. $0<a<1$일 때, $\sqrt{a^2}-\sqrt{(a-1)^2}=2a-1$ ㄹ. 0의 제곱근은 없다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄷ, ㄹ
④ ㄱ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

[난이도 : ★☆☆] [2005년 10월 학력평가]

76 $\sqrt{(-1)^2}+i^2-\dfrac{1}{i}$ 를 계산하면?(단, $i=\sqrt{-1}$)[2점]

① -1 ② 0 ③ 1
④ $-i$ ⑤ i

[난이도 : ★☆☆] [2005년 3월 학력평가]

77 $a>0,\ b<0$ 일 때, 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면?[2점]

[보기]
ㄱ. $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$
ㄴ. $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}$
ㄷ. $\sqrt{\dfrac{b}{a}}=\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★☆☆] [2005년 3월 학력평가]

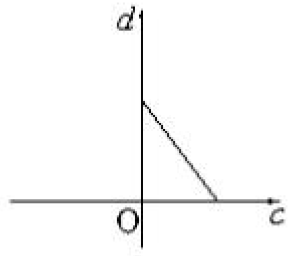
78 $a>0,\ b<0$ 일 때, 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면?[2점]

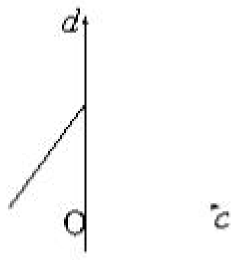
[보기]
ㄱ. $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$
ㄴ. $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}$
ㄷ. $\sqrt{\dfrac{b}{a}}=\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$

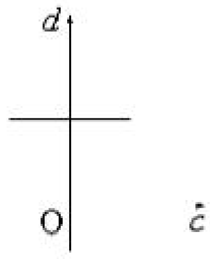
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

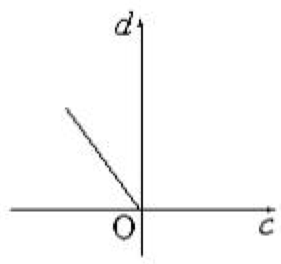
[난이도 : ★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

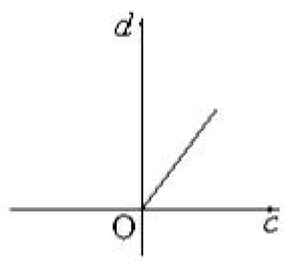
79 $a,\ b,\ c,\ d$가 실수일 때, 점 $P(a,\ b)$는 직선 $x+2y=4\,(x\ge 0,\ y\ge 0)$ 위를 움직이고 $a-bi=d+ci$를 만족한다. 이때, 점 $Q(c,\ d)$가 그리는 그래프의 개형은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

①


②


③


④


⑤


[난이도 : ★☆☆] [2005년 6월 학력평가]

80 $z=1+i$일 때, $\dfrac{z\bar{z}}{z-\bar{z}}$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수)[2점]

① $1+i$ ② $1-i$ ③ 1
④ i ⑤ $-i$

[난이도 : ★☆☆] [2005년 6월 학력평가]

81 $(2-3i)x-(1-i)y=5-2i$를 만족하는 두 실수 x, y에 대하여 xy의 값을 구하시오.(단, $i=\sqrt{-1}$)[2점]

[난이도 : ★☆☆] [2005년 3월 학력평가]

82 두 실수 x, y가 $\dfrac{x}{1+i}+\dfrac{y}{1-i}=2+i$를 만족할 때, xy의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[2점]

① -6 ② -3 ③ 1
④ 3 ⑤ 6

[난이도 : ★★☆] [2005년 11월 학력평가]

83 $(a+2i)(2-bi)=6+5i$를 만족하는 두 실수 a, b에 대하여 a^2+b^2의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

[난이도 : ★★☆] [2005년 10월 학력평가]

84 두 실수 x, y에 대하여 등식 $(1+i)x+(3-i)y=5-11i$가 성립할 때, x^2+y^2의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2005년 6월 학력평가]

85 0이 아닌 두 실수 a, b에 대하여 $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\dfrac{a}{b}}$일 때, $\sqrt{(a-2b)^2}+|3b|$을 간단히 하면?[3점]

① $a-b$ ② $-a+b$ ③ $a+5b$
④ $a-5b$ ⑤ $-a-5b$

[난이도 : ★★☆] [2005년 5월 학력평가]

86 0이 아닌 두 실수 a, b에 대하여 $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\dfrac{a}{b}}$를 만족시킬 때, 다음 [보기] 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[3점]

[보기]
ㄱ. $ab>0$
ㄴ. $|b|+b=0$
ㄷ. $\sqrt{(a-b)^2}=a-b$
ㄹ. $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

87 다음 [보기]의 명제들 중에서 옳은 것을 모두 고르면?[3점]

[보기]
ㄱ. $0.\dot{2} > 0.\dot{2}\dot{1}$
ㄴ. $0.\dot{5}$는 유리수이다.
ㄷ. $0.\dot{9}+0.\dot{1}=1$
ㄹ. 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수로만 나타내어진다.
ㅁ. 유한소수로 나타내어지지 않는 기약 분수는 모두 순환소수로 나타낼 수 있다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄴ, ㄹ
③ ㄱ, ㄴ, ㅁ ④ ㄱ, ㄷ, ㄹ
⑤ ㄴ, ㄷ, ㅁ

[난이도 : ★★☆] [2005년 6월 학력평가]

88 [공통] 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면?(단, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

[보기]
ㄱ. $\sqrt{-a}=\sqrt{a}\,i\,(a>0)$
ㄴ. $a<0,\, b<0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$
ㄷ. $i^{4n+2}=1$(n은 음이 아닌 정수)

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2005년 11월 학력평가]

89 복소수 z_1, z_2에 대하여 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면?

(단, $\overline{z_2}$는 z_2의 켤레복소수이다.)[3점]

[보기]
ㄱ. $z_1=\overline{z_2}$이면 z_1+z_2는 실수이다.
ㄴ. $z_1=\overline{z_2}$일 때, $z_1z_2=0$이면 $z_1=0$이다.
ㄷ. $z_1^2+z_2$이면 $z_1=0$이고 $z_2=0$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2005년 5월 학력평가]

90 두 실수 a, b에 대하여 복소수 $z=a+bi$이고, $z\bar{z}=1$일 때, $z-\frac{1}{z}$의 값은?

(단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이고, $i=\sqrt{-1}$이다.)[3점]

① 0 ② $2a$ ③ $-2a$
④ $2bi$ ⑤ $-2bi$

[난이도 : ★★☆] [2005년 6월 학력평가]

91 [공통]두 실수 x, y에 대하여 $(x+i)(y+i)=(1+i)^4$이 성립할 때, x^2+y^2의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

92 다음 [보기]의 내용 중 옳은 것을 모두 고르면?[4점]

[보기]
ㄱ. $(-4)^2$의 음의 제곱근은 -4이다. ㄴ. -7은 -49의 제곱근이다. ㄷ. $0<a<1$일 때, $\sqrt{a^2}-\sqrt{(a-1)^2}=2a-1$ ㄹ. $a<0,\ b>0$일 때, $\sqrt{(2a)^2}+\sqrt{(-b)^2}-\sqrt{a^2}-(-\sqrt{b})^2=-b$

① ㄱ, ㄷ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

[난이도 : ★☆☆] [2004년 9월 학력평가]

93 등식 $(x-2)+(2y+3)i=-7i$를 만족하는 실수 x, y에 대하여 $x+y$의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[2점]

① -3 ② -1 ③ 1
④ 2 ⑤ 4

[난이도 : ★★☆] [2004년 10월 학력평가]

94 $(1+i)^{2004}-(1-i)^{2004}$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

① -1 ② 0 ③ 1
④ $-i$ ⑤ i

[난이도 : ★★☆] [2004년 11월 학력평가]

95 복소수 $z=(1+i)x-(3+2i)$에 대하여 z^2이 음의 실수일 때, 실수 x의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)[3점]

① -3 ② -2 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

[난이도 : ★★☆] [2004년 10월 학력평가]

96 α, β가 복소수일 때 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

(단, $\overline{\alpha}, \overline{\beta}$는 각각 α, β의 켤레복소수이다.)[3점]

[보기]
ㄱ. α가 실수이면 $\overline{\alpha}=-\alpha$ ㄴ. $\alpha=\overline{\beta}$이면 $\beta=\overline{\alpha}$ ㄷ. $\overline{\alpha+\beta}=\overline{\alpha}+\overline{\beta}$ ㄹ. $\overline{\alpha\beta}=-\overline{\alpha}\,\overline{\beta}$

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

정답 및 해설

1.복소수

중단원 기출문제

1) 답 : ④

[해설]

$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$, $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$로 놓으면

ㄱ. $\overline{z}=\overline{r(\cos\theta+i\sin\theta)}$

$=r(\cos\theta-i\sin\theta)$

$=r\{\cos(-\theta)+i\sin(-\theta)\}$

ㄴ. $-z=-r(\cos\theta+i\sin\theta)$

$=r(-\cos\theta-i\sin\theta)$

$=r\{\cos(\pi+\theta)+i\sin(\pi+\theta)\}$

ㄷ. $\frac{1}{z}=\frac{1(\cos 0+i\sin 0)}{r(\cos\theta+i\sin\theta)}$

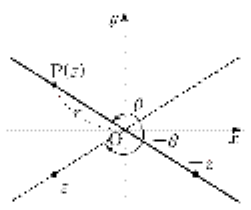
$=\frac{1}{r}\{\cos(-\theta)+i\sin(-\theta)\}$

ㄹ. $-\frac{1}{z}=-\frac{1(\cos 0+i\sin 0)}{r\{\cos(-\theta)+i\sin(-\theta)\}}$

$=-\frac{1}{r}(\cos\theta+i\sin\theta)$

$=\frac{1}{r}(-\cos\theta-i\sin\theta)$

$=\frac{1}{r}\{\cos(\pi+\theta)+i\sin(\pi+\theta)\}$



따라서, 편각이 θ 또는 $\pi+\theta$인 복소수를 고르면 ㄴ,ㄹ이다.

2) 답 : ②

[해설]

ㄱ. $z=2$로 놓으면

$(z-1)^2=1$이므로

실수이지만, $z-1=1$은 순허수가 아니다 ∴ 거짓

ㄴ. $z\in A$이면 $(z-1)^2$이 실수이다.

그런데, $(\overline{z}-1)^2=(\overline{z-1})^2=\overline{(z-1)^2}$이고

실수의 켤레복소수는 자기 자신과 같으므로 $(\overline{z}-1)^2$도 실수이다.

즉, $\overline{z}\in A$이다 ∴ 참

ㄷ. $z_1=z_2=1+i$로 놓으면 $\{(1+i)-1\}^2=-1$이므로

$z_1=z_2\in A$이지만 $z_1z_2=(1+i)^2=2i$

즉, $(2i-1)^2=-3-4i$는 실수가 아니므로

$z_1z_2\not\in A$이다. ∴ 거짓

따라서, 주어진 보기중 옳은 것은 ㄴ이다.

3) 답 : ④

[해설]

$(2-\sqrt{3}i)(2+\sqrt{3}i)=2^2-(\sqrt{3}i)^2=4-3i^2=7$

4) 답 : ④

[해설]

$|z|=1$에서 $|z|^2=|\overline{z}|^2=z\overline{z}=1$

$\therefore\ \frac{z\overline{z}}{z\overline{z}+1}=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$

5) 답 : ⑤

[해설]

$\frac{z_1}{z_2}$이 순허수이면 $\frac{z_1}{z_2}=ai\,(a\neq 0)$

즉, $z_1=z_2ai$에서

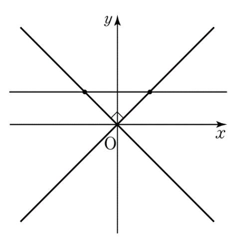
$|z_1|=|z_2||a|$

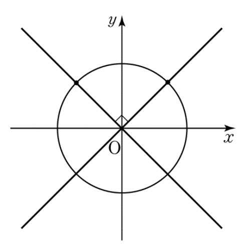
$\arg(z_1)=\arg(z_2)+\arg(ai)$

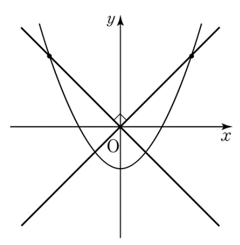
$=\arg(z_2)\pm\frac{\pi}{2}$

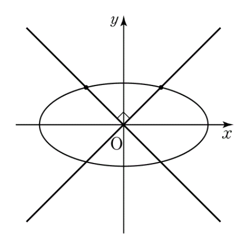
따라서, 곡선 위에 존재하는 두 복소수 z_1, z_2는 서로 수직인 두 직선 위에 각각 놓여 있어야 한다. 이때, 아래 그림을 보면 $\frac{z_1}{z_2}$이 순허수가 될 수 없는 경우는 ⑤ 이다.

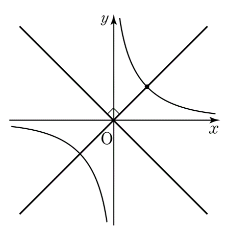
답 ⑤

①


②


③


④


⑤


6) 답 : ⑤

[해설]

$(4+3i)^2-(4-3i)^2$

$=16+24i-9-(16-24i-9)=48i$

7) 답 : ⑤

[해설]

$z=r\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$라 하면

정답 및 해설

$\bar{z}=r\left(\cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

$\therefore z+\bar{z}=2r\cos\frac{\pi}{3}=r=2$

$z=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$에서 드므와브르 정리에 의해

$z^3=8(\cos\pi+i\sin\pi)=-8$

8) 답 : ③

[해설]

6개월마다의 이율은 $\frac{10}{2}\%=5\%=0.05$

따라서 원금을 a라 하면 6개월 후의 이자는 $a\times0.05$

1년 후의 이자 총액은

$a\times0.05+a(1+0.05)\times0.05=a\times0.05\times2.05$

$\therefore$ (실효수익률) $=\frac{a\times0.05\times2.05}{a}\times100=10.25(\%)$

9) 답 : ⑤

[해설]

Ⅰ. $x\cdot a=x$에서 a는 가장 작은 수이다.

Ⅱ. $c\cdot d<c\cdot b$에서

① $c\ge d,\ c\ge b$이면 $c\cdot d<c\cdot b\to c<c$

② $c\ge d,\ c\le b$이면 $c\cdot d<c\cdot b\to c<b$

③ $c\le d,\ c\ge b$이면 $c\cdot d<c\cdot b\to d<c$

④ $c\le d,\ c\le b$이면 $c\cdot d<c\cdot b\to d<b$

①, ②, ③, ④에서 가장 큰 수는 b이다.

따라서, $a<c<b$거나 $a<d<b$이다.

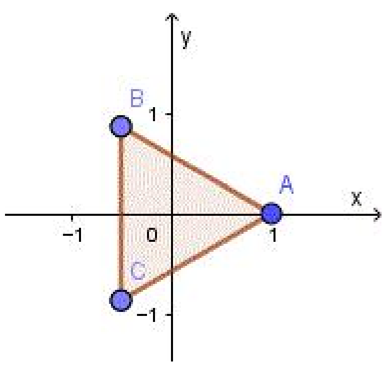
10) 답 : ③

[해설]

$z^2=\left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^2=\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ 이므로

세 점 A, B, C를 좌표평면에 나타내 보면

$A(1,0),\ B\left(-\frac{1}{2},\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right),\ C\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$이므로



위의 그림에서 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}=\sqrt{3}$

따라서, $\triangle ABC$는 정삼각형이므로 $\angle ABC=60^\circ$

11) 답 : ①

[해설]

$1+\frac{i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{1+2i+(i)^2}{2}=i$

$\left(1+\frac{i}{1-i}\right)^{1998}=(i)^{1998}\ (i^4)^{499}i^2=-1$

12) 답 : ①

[해설]

[중간 계산] $\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{1+2i+(i)^2}{2}=i$

[구하는 값] $=\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{1998}=(i)^{1998}\ (i^4)^{499}i^2=-1$

13) 답 : ②

[해설]

$\begin{cases}\alpha=-2+i\ \ldots ①\\ \beta=1-2i\ \ldots ②\end{cases}$

[구하는 값] $=\alpha\bar{\alpha}+\bar{\alpha}\beta+\alpha\bar{\beta}+\beta\bar{\beta}$

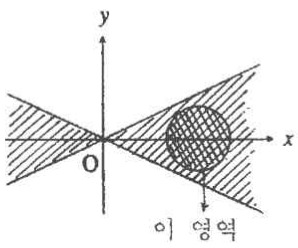
$=\alpha(\bar{\alpha}+\bar{\beta})+\beta(\bar{\alpha}+\bar{\beta})$

$=(\alpha+\beta)(\overline{\alpha+\beta})=(\alpha+\beta)(\bar{\alpha}+\bar{\beta})$

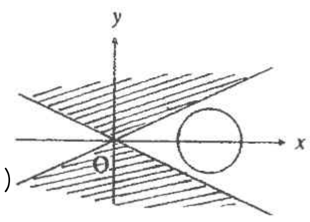
$=(-1-i)(-1+i)=2$

14) 답 : 2

[해설]



i)



ii)

영역의 경계는 $x^2-4y^2=0$에서 $y=\pm\frac{1}{2}x$

$x^2-6x+y^2+8=0$에서 $(x-3)^2+y^2=1$

따라서, 경계선의 방정식은

직선 $y=\pm\frac{1}{2}x$와 원 $(x-3)^2+y^2=1$

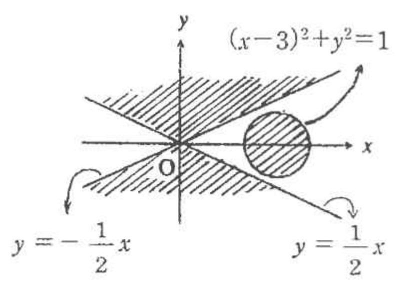
또, 원의 중심 $(3,0)$에서 직선 $x\pm2y=0$에 이르는

거리를 구하면 $d=\frac{3}{\sqrt{5}}>1$이므로

원과 직선은 만나지 않는다.

원의 중심 $(3,0)$을 주어진 부등식에 대입하면

부등식을 만족하므로 구하는 영역은 아래 그림과 같다.



15) 답 : ④

[해설]

$A=\left\{\alpha\middle|\alpha-1=r\left(\cos\frac{3}{4}\pi+i\sin\frac{3}{4}\pi\right)\right\}$

$\alpha=1+r\cos\frac{3}{4}\pi+ir\sin\frac{3}{4}\pi\,(r\ge0)$

$z^5=1,\ z=\cos\frac{2k\pi}{5}+i\sin\frac{2k\pi}{5},\ k=0,1,2,3,4$

$$\alpha z = \left(1 + r\cos\frac{3}{4}\pi + ir\sin\frac{3}{4}\pi\right)\left(\cos\frac{2k\pi}{5} + i\sin\frac{2k\pi}{5}\right)$$

$$= \left(1 + r\cos\frac{3}{4}\pi\right)\cos\frac{2k\pi}{5} - r\sin\frac{3}{4}\pi\sin\frac{2k\pi}{5}$$

$$+ i\left\{\left(1 + r\cos\frac{3}{4}\pi\right)\sin\frac{2k\pi}{5} + r\sin\frac{3}{4}\pi\cos\frac{2k\pi}{5}\right\}$$

$\alpha z \in R$이려면 허수부가 0이어야 하므로

$$\left(1 + r\cos\frac{3}{4}\pi\right)\sin\frac{2k\pi}{5} + r\sin\frac{3}{4}\pi\cos\frac{2k\pi}{5} = 0$$

$$\sin\frac{2k\pi}{5} + r\sin\left(\frac{2k\pi}{5} + \frac{3\pi}{4}\right) = 0$$

ⅰ) $k=0$이면 $r=0$이 되어 실수가 된다.

ⅱ) $k=1$이면 $\sin\frac{2\pi}{5} + r\sin\left(\frac{2\pi}{5} + \frac{3\pi}{4}\right) = 0$

$\sin\frac{2\pi}{5} > 0$, $\sin\left(\frac{2\pi}{5} + \frac{3\pi}{4}\right) < 0$이므로 실수가 된다.

ⅲ) $k=2$이면 $\sin\frac{4\pi}{5} + r\sin\left(\frac{4\pi}{5} + \frac{3\pi}{4}\right) = 0$

$\sin\frac{4\pi}{5} > 0$, $\sin\left(\frac{4\pi}{5} + \frac{3\pi}{4}\right) < 0$이므로 실수가 된다.

ⅳ) $k=3$이면 $\sin\frac{6\pi}{5} + r\sin\left(\frac{6\pi}{5} + \frac{3\pi}{4}\right) = 0$

$\sin\frac{6\pi}{5} < 0$, $\sin\left(\frac{6\pi}{5} + \frac{3\pi}{4}\right) < 0$이므로

실수가 되지 않는다.

ⅴ) $k=4$이면 $\sin\frac{8\pi}{5} + r\sin\left(\frac{8\pi}{5} + \frac{3\pi}{4}\right) = 0$

$\sin\frac{8\pi}{5} < 0$, $\sin\left(\frac{8\pi}{5} + \frac{3\pi}{4}\right) < 0$이므로 실수가 된다.

$k = 0, 1, 2, 4$의 4가지이다.

16) 답 : ①

[해설]

$|z| = 1$을 만족하는 복소수 z의 자취는 단위원

즉, 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원이다.

$|z - \alpha|$는 α에서의 거리를 나타내므로, 이 값이 일정하기 위해서는 α는 원의 중심, 원점일 때 뿐이다.

즉, $\alpha = 0$

17) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 두 복소수가 서로 같을 조건 이해하기

두 복소수의 실수부분과 허수부분이 각각 같아야 하므로

$x - 1 = 2$, $y + 2 = -5$

$\therefore\ xy = -21$

18) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 복소수의 사칙연산 계산하기

$$(1+i)\left(1 - \frac{1}{i}\right) = (1+i)\left(1 - \frac{i}{i \times i}\right) = (1+i)(1+i) = 2i$$

19) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 이차방정식의 실근과 허근의 뜻 이해하기

이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$의 한 근이 $1+i$이므로

$(1+i)^2 + a(1+i) + b = 0$이다.

$(a+b) + (a+2)i = 0$에서 $a+b=0,\ a+2=0$

$\therefore\ a = -2,\ b = 2$

따라서 $ab = -4$

20) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 복소수의 값 추론하기

$$z^2 = \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2 = -i$$

$z^4 = (-i)^2 = -1$

$z^8 = (-1)^2 = 1$

$z^8 + z^{12} = z^8 + z^8 z^4 = 1 - 1 = 0$

따라서 $z^8 + z^{12} = 0$

21) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 켤레복소수의 성질 이해하기

$z = a + bi$라 하면

$z + (1-2i) = (a+1) + (b-2)i$는 양의 실수 이므로

$a > -1,\ b = 2 \cdots$㉠

$z\bar{z} = a^2 + b^2 = 7 \cdots$㉡

㉠, ㉡에 의해 $a = \sqrt{3},\ b = 2$

$\therefore\ \frac{1}{2}(z + \bar{z}) = a = \sqrt{3}$

22) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 복소수의 거듭제곱의 성질 추론하기

ㄱ. $z_2 = \left(\frac{\sqrt{2}i}{1+i}\right)^2 = \frac{-2}{2i} = i$ (참)

ㄴ. $z_2 = i$이므로 $z_6 = z_2^3 = i^3 = -i = -z_2$ (참)

ㄷ. $z_8 = z_2 z_6 = 1$이므로 $z_{n+8} = z_n$ (참)

23) 답 : 10

[해설]

[출제 의도] 켤레복소수의 성질을 이용하여 복소수의 곱 계산하기

$z + \frac{2}{z}$가 실수이므로 $z + \frac{2}{z} = \overline{\left(z + \frac{2}{z}\right)} = \bar{z} + \frac{2}{\bar{z}}$

$$z - \bar{z} = \frac{2}{\bar{z}} - \frac{2}{z} = \frac{2(z - \bar{z})}{z\bar{z}}$$

z는 실수가 아닌 복소수이므로 $z - \bar{z} \neq 0$

따라서, $z\bar{z} = 2$

$\therefore\ 5z\bar{z} = 10$

24) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 복소수의 연산에 관한 성질을 이해하여 문제 해결하기

(나)에서 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = -\frac{1}{\gamma}$, $\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = -\frac{1}{\gamma}$

(가)에서 $\alpha + \beta = -\gamma$이므로

$\frac{-\gamma}{\alpha\beta}=-\frac{1}{\gamma}$

$\alpha\beta=\gamma^2 \ldots$ ㉠

같은 방법으로

$\beta\gamma=\alpha^2 \ldots$ ㉡

$\gamma\alpha=\beta^2 \ldots$ ㉢

(나)에서 $\frac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}=0$ 이므로

$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=0$

㉠, ㉡, ㉢에서 $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=0$

$\alpha^2+\alpha\gamma+\gamma^2=0$ ...㉣에서 양변을 α^2으로 나누면

$\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^2+\frac{\gamma}{\alpha}+1=0$

$\therefore$ $\frac{\gamma}{\alpha}=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 또는 $\frac{\gamma}{\alpha}=\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ 에서 $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\alpha}$ 이므로

$\frac{\gamma}{\alpha}+\overline{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)}=\frac{\gamma}{\alpha}+\overline{\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)}$ 이다.

따라서 $\frac{\gamma}{\alpha}+\overline{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)}=-1$

25) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]복소수의 연산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$z=\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{-2i}{2}=-i$

$\therefore$ $z+\overline{z}=-i+i=0$

26) 답 : ①

[해설]

$(2+i)i-(3+2i)=2i+i^2-3-2i=-4$

27) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]유한소수가 될 조건을 이용하여 가능한 자연수를 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\frac{7}{5^2\times n}$ 이 유한소수가 되려면

기약분수의 분모의 소인수가 2또는 5이어야 하고 분자에 7이 있으므로

7을 소인수로 가져도 된다.

따라서 10미만의 자연수 중 가능한 n의 값은

$1, 2, 4(=2^2), 5, 7, 8(=2^3)$이다.

28) 답 : ⑤

[해설]

$z=a+bi\in A$ (a, b는 실수)라고 하면 $z^2=\overline{z}$이므로

$(a+bi)^2=a-bi$에서 $a^2-b^2+2abi=a-bi$

즉, $a^2-b^2=a, 2ab=-b$

ⅰ) $b=0$일 때, $a=0$또는 $a=1$

따라서 $z=0$또는 $z=1$

ⅱ) $b\neq 0$일 때, $a=-\frac{1}{2}, b=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

따라서 $z=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i$

그러므로 $A=\left\{0, 1, -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$

ㄱ. $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\in A$ (참)

ㄴ. 집합 A의 원소의 개수는 4이다.(참)

ㄷ. 집합 A는 곱셈에 대하여 닫혀있다.(참)

$\therefore$ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29) 답 : ①

[해설]

$(1-2i)+\frac{3+i}{1-i}\times\frac{1+i}{1+i}=(1-2i)+\frac{2+4i}{2}$

$=(1-2i)+(1+2i)=2$

30) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]복소수의 사칙연산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\frac{1}{i^2}=-1, \frac{1}{i^3}=i, \frac{1}{i^4}=1$이므로

$\frac{1}{i}+\frac{3}{i^2}+\frac{5}{i^3}+\frac{7}{i^4}=-i-3+5i+7=4+4i$

$\therefore$ $a=4, b=4$

따라서 $a+b=8$

[다른 풀이]

$\frac{1}{i}+\frac{3}{i^2}+\frac{5}{i^3}+\frac{7}{i^4}=a+bi$의 양변에 $i^4=1$을 곱하면

$i^3+3i^2+5i+7=a+bi$

$4+4i=a+bi$

$\therefore$ $a=4, b=4$따라서 $a+b=8$

31) 답 : ②

[해설]

$(5x-2y)+3(x+y)i=-7+6i$

복소수 상등에 의하여 허수부분을 비교하면

$x+y=2$

32) 답 : 30

[해설]

[출제 의도]복소수의 상등을 이해하기

[중간 계산] $=\frac{1+i}{1-i}+(1+2i)(3-i)$

$=i+(5+5i)$

$=5+6i$이다.

그러므로 $5+6i=a+bi$에서 $a=5, b=6$이다.

따라서 $ab=30$

33) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]분수가 유한소수로 표현되는 경우의 특징을 말할 수 있는가를 묻는 문제이다.

분수가 유한소수로 나타내어지려면,

기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5만 있어야 한다.

$\frac{a}{42}=\frac{a}{2\times3\times7}$ 이므로 유한소수가 되도록 하는 a는 3×7의 배수이다.

$\frac{a}{165}=\frac{a}{3\times5\times11}$ 이므로 유한소수가 되도록 하는 a는 3×11의 배수이다.

따라서 a의 최솟값은 3×7과 3×11의 최소공배수인 $3\times7\times11=231$이다.

34) 답 : ③

[해설]

$z=a+bi$ (a, b는 실수)라 하면

$z^2=a^2+2abi+b^2i^2=(a^2-b^2)+2abi=9+12i$

따라서 $a^2-b^2=9,\ ab=6$이다.

$z\bar{z}=a^2+b^2$ 이므로

$(z\bar{z})^2=(a^2+b^2)^2=(a^2-b^2)^2+4(a^2b^2)$

$9^2+4\times6^2=225$

$\therefore\ z\bar{z}=15$ ($\because\ z\bar{z}=a^2+b^2>0$)

35) 답 : ④

[해설]

$\overline{z_1}-\overline{z_2}=\overline{z_1-z_2}=1+2i$ 이므로 $z_1-z_2=1-2i$

또, $\overline{z_1}\,\overline{z_2}=\overline{z_1z_2}=4-3i$ 이므로 $z_1z_2=4+3i$

$\therefore\ (z_1-1)(z_2+1)=z_1z_2+z_1-z_2-1$

$=(4+3i)+(1-2i)-1=4+i$

36) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]복소수의 사칙연산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

구하는 값 $=\frac{3-i}{2+i}+\frac{3+i}{2-i}$

$=\frac{(3-i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}+\frac{(3+i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}$

$=(1-i)+(1+i)$

$=2$

37) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]복소수의 연산에 관한 성질을 이해하기

복소수 z_0를 이 연산장치에 입력하면 $z_1=\frac{z_0}{i}$가 출력된다.

출력된 값 z_1을 다시 이 연산장치에 입력하면 $z_2=\frac{z_0}{i^2}$가 출력된다.

z_2를 이 연산장치에 입력하면 $z_3=\frac{z_0}{i^3}$가 출력된다.

이와 같은 과정을 계속해 나갈 때, $z_{2009}=\frac{z_0}{i^{2009}}$가 출력된다.

한편, $i^{2009}=(i^4)^{502}\cdot i=i$ ($\because\ i^4=1$)이므로

$z_{2009}=\frac{z_0}{i}=2+i$이다. 그러므로

$z_0=(2+i)\cdot i=-1+2i=a+bi$에서

a, b가 실수이므로 $a=-1,\ b=2$이다.

따라서 $a-b=-3$

38) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]복소수의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$z=a+bi$ ($b\neq0$)이라 하자.

$z(z+2)=(a^2-b^2+2a)+2b(a+1)i$에서 $z(z+2)$가 실수이므로

$2b(a+1)=0$

$b\neq0$이므로 $a=-1$

$z\bar{z}=4$에서 $a^2+b^2=4$

$a=-1$이므로 $b=\pm\sqrt{3}$

$\therefore\ z(z+2)=a^2-b^2+2a=-4$

39) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]복소수의 사칙연산을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

분모를 통분하여 계산하면

$\frac{1}{1+i}+\frac{i}{1-i}=\frac{1-i}{(1+i)(1-i)}+\frac{i(1+i)}{(1-i)(1+i)}$

$=\frac{1-i}{2}+\frac{i-1}{2}=0$

40) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]복소수 계산하기

$\frac{1}{z}+\frac{1}{\bar{z}}=\frac{1}{1+i}+\frac{1}{1-i}$

$=\frac{1-i}{2}+\frac{1+i}{2}=1$

41) 답 : 12

[해설]

[출제 의도]복소수의 상등 이해하기

$2x+5y=39$, $3x-y=16$을 연립하면

$x=7$, $y=5$

$\therefore\ x+y=12$

42) 답 : ②

[해설]

$z=\frac{1}{1-\sqrt{2}i}=\frac{1+\sqrt{2}i}{(1-\sqrt{2}i)(1+\sqrt{2}i)}=\frac{1+\sqrt{2}i}{3}$

따라서, $a=\frac{1}{3},\ b=\frac{\sqrt{2}}{3}$이므로

$a-3b^2=-\frac{1}{3}$이다.

43) 답 : 16

[해설]

[출제 의도] 복소수를 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$z=3+i,\ \bar{z}=3-i$이므로 $z+\bar{z}=6,\ z\bar{z}=10$

$z^2+(\bar{z})^2=(z+\bar{z})^2-2z\bar{z}$

$=6^2-2\cdot10$

$=16$

정답 및 해설

44) 답 : ③

[해설]

<출제 의도> 복소수의 연산

① $\sqrt{2}\sqrt{3}=\sqrt{2\cdot3}=\sqrt{6}$

② $\sqrt{-2}\sqrt{3}=\sqrt{2}i\sqrt{3}=\sqrt{6}i=\sqrt{-6}$

③ $\sqrt{-2}\sqrt{-3}=\sqrt{2}i\sqrt{3}i=i^2\sqrt{6}=-\sqrt{6}$

④ $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}i}=\dfrac{\sqrt{2}i}{\sqrt{3}i^2}=-\sqrt{-\dfrac{2}{3}}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{-2}}{\sqrt{-3}}=\dfrac{\sqrt{2}i}{\sqrt{3}i}=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

45) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]복소수의 성질 이해하기

ㄱ. $z=a+bi\ (b\neq0)$에서 $z-\bar{z}=2bi$이므로
순허수(참)

ㄴ. $z\alpha$가 실수가 되는 복소수 α는 $\bar{z}$이외에 0도 있다.(거짓)

ㄷ. $z+\dfrac{1}{z}=(a+bi)+\dfrac{1}{a+bi}$이 실수이기 위해

허수부분 $\dfrac{b(a^2+b^2-1)}{a^2+b^2}=0,\ b\neq0$

∴ $a^2+b^2-1=0$ 즉 $z\bar{z}=1$(참)

46) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]이차방정식의 근의 성질 이해하기

$2kx^2+(k-3)x+1=0$의 한 허근을 α라 하면,

$2k\alpha^2+(k-3)\alpha+1=0$이다.

α^2이 실수이므로, $k=3$이다.

∴ 이차방정식 $6x^2+1=0$의 두 근의 곱은 $\dfrac{1}{6}$

47) 답 : ③

[해설]

양변을 전개하면 $a^2+b^2+2abi=2+2i$이므로

$a^2+b^2=2,\ ab=1$이다.

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=4$이고 $a>0,\ b>0$이므로

$a+b=2$

48) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]충분조건과 필요조건을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

(i) $a,\ b$가 실수이므로

$ab=0 \Leftrightarrow a=0$ 또는 $b=0$

$a+bi=0 \Leftrightarrow a=0$이고 $b=0$

∴ 필요조건

(ii) $a+b=0$이면 $b=-a$이므로 $a^2-b^2=a^2-(-a)^2=0$

∴ $a+b=0$이면 $a^2-b^2=0$이다.

한편, $a=b=2$일 때 $a^2-b^2=0$이지만 $a+b=4\neq0$

∴ 충분조건

따라서 ㈎:필요, ㈏:충분

49) 답 : 97

[해설]

[출제 의도]유한소수의 성질을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

유한소수가 되기 위해서는 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다.

주어진 분모 $1\times2,\ 2\times3,\ 3\times4,\ \cdots,\ 99\times100$ 중에서

소인수가 2나 5뿐인 경우는 $1\times2,\ 4\times5$의 두 경우이다.

따라서 $n(A)=99,\ n(B)=2$이므로

$n(A)-n(B)=99-2=97$

50) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]복소수의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $(1+i)^2=1+2i+i^2=2i$이므로 $1+i\in A$(참)

ㄴ. $z=a+bi$ ($a,\ b$는 실수)라 하면

$z^2=(a+bi)^2=(a^2-b^2)+2abi$

이때 $z\in A$이므로 $a^2=b^2,\ ab\neq0$이다.

$(\bar{z})^2=(a-bi)^2=(a^2-b^2)-2abi=-2abi$이므로 $\bar{z}\in A$(참)

ㄷ. $z_1=1+i,\ z_2=1-i$라 하면

$\begin{cases} z_1^2=(1+i)^2=2i \\ z_2^2=(1-i)^2=-2i \end{cases}$ 이므로 $z_1\in A,\ z_2\in A$이지만

$(z_1z_2)^2=\{(1+i)(1-i)\}^2=2^2=4$이므로 $z_1z_2\not\in A$(거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

ㄴ. $(\bar{z})^2=\overline{z^2}$이므로 z^2이 순허수이면 $(\bar{z})^2$도 순허수이다.

51) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]복소수의 성질을 이용하여 추론하기

$\dfrac{i+1}{i-1}=-i,\ \dfrac{i-1}{i+1}=i$이므로 ...$f(n)=(-i)^n+i^n$..

$k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$에 대하여

(i) $n=4k$일 때, $f(n)=2$

(ii) $n=4k-1$일 때, $f(n)=0$

(iii) $n=4k-2$일 때, $f(n)=-2$

(iv) $n=4k-3$일 때, $f(n)=0$

∴ $A=\{-2,\ 0,\ 2\}$

ㄱ. $f(100)=2$(참)

ㄴ.[반례] $2+2\not\in A$(거짓)

ㄷ. 집합 A의 부분집합의 개수는 8개이다.(참)

52) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]복소수 계산하기

$z=\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$이므로 $z^2=i$이고 $z^4=-1$

구하는 값 $=z^{2007}=(z^4)^{501}z^3=-iz$

$=\dfrac{1-i}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}i$

∴ $a+b=0$

53) 답 : ①

[해설]

$i^3+i^6+i^9+\cdots+i^{51}$

$=\left(i^3+i^6+i^9+i^{12}\right)+\cdots+\left(i^{39}+i^{42}+i^{45}+i^{48}\right)+i^{51}$

$=(-i-1+i+1)+\cdots+(-i-1+i+1)+(-i)$

$=0+\cdots+0+(-i)$

$=-i$

54) 답 : 50

[해설]

[출제 의도]복소수의 상등 계산하기

실수 x, y에 대하여 $(x+i)^2+(2+3i)^2=y+26i$이므로

$\left(x^2-6\right)+(2x+12)i=y+26i$

$x^2-6=y$이고 $2x+12=26$

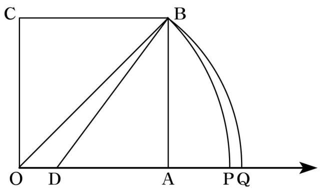
따라서 $x=7, y=43$

$\therefore\ x+y=50$

55) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]선분의 내분점과 수직선 위의 무리수를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.



$\overline{OP}=\overline{OB}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$

$\overline{OD}=\dfrac{1}{4}\overline{OA}=1,\ \overline{DA}=3,\ \overline{DB}=\sqrt{3^2+4^2}=5$이므로

$\overline{OQ}=\overline{OD}+\overline{DB}=1+5=6$

$\therefore\ \overline{OP}^2+\overline{OQ}^2=32+36=68$

56) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]복소수의 성질을 알고 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\dfrac{\overline{z}}{2}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1-i}{2}+\dfrac{1}{1+i}$

$=\dfrac{1-i}{2}+\dfrac{1-i}{(1+i)(1-i)}$

$=\dfrac{1-i}{2}+\dfrac{1-i}{2}$

$=1-i$

57) 답 : 20

[해설]

[출제 의도]복소수의 사칙연산 이해하기

$2+3i$의 켤레복소수는 $2-3i$

$\dfrac{1+i}{1-i}=i$의 역수는 $-i$

$(2-3i)+(-i)=2-4i$이므로 $x=2, y=-4$

$\therefore\ x^2+y^2=20$

58) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]복소수 계산하기

$z=a+bi,\ \overline{z}=a-bi$라 하면,

$z+\overline{z}=1,\ z\overline{z}=1$이므로,

$z, \overline{z}$는 $x^2-x+1=0$의 두 근이다.

따라서, $z^3=(a+bi)^3=-1$

59) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]음수의 제곱근 계산하기

구하는 값$=\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}}+\sqrt{-4}\sqrt{-9}$

$=\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}i}+\sqrt{4}i\sqrt{9}i$

$=\dfrac{3}{i}\times\dfrac{i}{i}+2i\times3i$

$=-3i-6$

$a=-6, b=-3$

$\therefore\ a+b=-9$

60) 답 : 12

[해설]

[출제 의도]복소수의 성질 이해하기

$z=a+bi$일 때 $z^2=\left(a^2-b^2\right)+2abi$이다.

z^4이 음의 실수이므로 z^2은 순허수이어야 한다.

$a^2-b^2=0,\ ab\neq0$이므로 만족하는 (a, b)는

$(-3, -3), (-3, 3), (-2, -2), (-2, 2), (-1, -1),$
$(-1, 1), (1, -1), (1, 1), (2, -2), (2, 2), (3, -3), (3, 3)$이다.

따라서, 12개이다.

61) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]복소수를 계산하여 복소수의 거듭제곱이 갖는 값을 추측할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$z=\dfrac{3+\sqrt{2}i}{\sqrt{2}-3i}$

$=\dfrac{(3+\sqrt{2}i)(\sqrt{2}+3i)}{(\sqrt{2}-3i)(\sqrt{2}+3i)}$

$=i$

$\omega=\dfrac{i\{1-(-i)\}}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{i(1+i)}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{-1+i}{\sqrt{2}}$

$\omega^2=\left(\dfrac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)^2=\dfrac{-2i}{2}=-i$

$\therefore\ \omega^4=-1,\ \omega^8=1$

따라서 n이 8의 배수일 때 $\omega^n=1$이다.

구하는 자연수 n은 $8, 16, 24, \cdots, 96$이므로 12개이다.

62) 답 : 17

[해설]

[출제 의도]복소수 계산하기

$\left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^2=\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$, $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^3=i$, $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^6=-1$

따라서 $n=12k+6\,(k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$일 때, $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^n=-1$

$1\le 12k+6\le 200$을 만족하는 k는 $0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 16$

$\therefore$ 17개

63) 답 : 25

[해설]

[출제 의도]복소수의 상등 이해하기

$(1+i)x+(3-i)y=9-7i$를 전개하여 정리하면

$(x+3y)+(x-y)i=9-7i$

$x+3y=9,\ x-y=-7$

$x=-3,\ y=4$

$\therefore\ x^2+y^2=25$

64) 답 : 213

[해설]

[출제 의도]두 복소수가 서로 같을 조건을 이해하고 있는가를 묻는 문항이다.

양변에 $(1-i)(1+i)$를 곱하여 정리하면

$x(1+i)+y(1-i)=2(12-9i)$

$(x+y)+(x-y)i=24-18i$

두 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$x+y=24,\ x-y=-18$

$\therefore\ x=3,\ y=21$

$\therefore\ x+10y=3+10\cdot 21=213$

65) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]실수의 성질 이해하기

③ $a<0,\ b<0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$

66) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]복소수 i의 성질을 알고 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$i^2=-1,\ i^3=-i,\ i^4=1$이므로

$i+2i^2+3i^3+4i^4=i+2\cdot(-1)+3\cdot(-i)+4\cdot 1=2-2i$

67) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]복소수 계산하기

[해설] $\frac{2}{z}=\frac{2}{1+i}=1-i$이므로 $\left(z-\frac{2}{z}\right)^2=(2i)^2=-4$

68) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]간단한 복소수 계산하기

$z=\sqrt{-1}\sqrt{-4}+\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}}=-2-3i$

$\bar{z}=-2+3i$

$\therefore\ z\bar{z}=(-2-3i)(-2+3i)=13$

69) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]켤레복소수의 성질을 증명할 수 있는가를 묻는 문항이다.

복소수 $z=a+bi\,(a,\ b$는 실수, $i=\sqrt{-1}\,)$가 허수이므로

$[\,b\neq 0\,]$

$z'=x+yi\,(x,\ y$는 실수$)$로 놓으면

$z+z'=(a+x)+(b+y)i=0$이 실수이므로

$[\,b+y=0\,]\cdots$ ①

또, $zz'=(ax-by)+(ay+bx)i$도 실수이므로

$[\,ay+bx=0\,]\cdots$ ②

① 에서 $y=-b$이고, 이것을 ②에 대입하면

$-ab+bx=0\ \therefore\ b(-a+x)=0$

그런데 $b\neq 0$이므로 $-a+x=0\ \therefore\ x=a$

따라서 $z'=x+yi=a-bi$이므로 z의 켤레복소수이다.

[오답풀이]

복소수 $z=a+bi$가 허수이면 $a=0$으로 착각하기 쉬우나 $a=0,\ b=0$이면 z는 실수가 된다.

70) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]복소수 값을 이용하여 식의 값 계산하기

$z=\frac{1-\sqrt{-3}}{1+\sqrt{-3}}=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$이므로

$z^2+z+1=0$이고 $z^3=1$을 만족한다.

따라서 $(1+z)(1+z^2)(1+z^3)$

$=(-z^2)(-z)(1+1)$

$=2$

71) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]무리수와 복소수 계산하기

$\sqrt{-3}\sqrt{-2}=-\sqrt{6}$

$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}i}=-\sqrt{3}i$

구하는 값 $=\sqrt{-3}\sqrt{-2}\sqrt{2}\sqrt{3}+\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}$

$=-6-\sqrt{3}i$

72) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]복소수의 사칙연산을 이용하여 계산하기

$z^2=\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{2i}{2}=i$이므로

$z^{2006}=\left(z^2\right)^{1003}=i^{1003}=i^3=-i$

$z^{2006}+\frac{1}{z^{2006}}=-i-\frac{1}{i}=-i+i=0$

73) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]복소수와 켤레복소수의 성질 이해하기

복소수 $z=a+bi,\ \bar{z}=a-bi$ (단, $a,\ b$는 실수)라 하면

ㄱ. $z\bar{z}=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2=0$

$z=0$ ($\because$ $a=b=0$)

$\therefore$ $z\bar{z}=0$이면 $z=0$이다.(참)

ㄴ. $z^2+(\bar{z})^2=(a+bi)^2+(a-bi)^2$

$=2(a^2-b^2)=0$

$\therefore$ $b=\pm a$이므로 $z=a\pm ai$이다.(거짓)

ㄷ. $z=-\bar{z}$이므로 $a+bi=-(a-bi)$

$\therefore$ $a=0$이므로 $z=bi$이다.(거짓)

74) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]복소수의 성질 이해하기

[해설] $z=x+yi$ (x, y는 실수)일 때, $z^2=x^2-y^2+2xyi$에서

z^2이 음의 실수가 되려면 $x=0, y\neq 0$이다.

복소수 $(a^2+3a+2)+(a^2+2a)i$가 순허수이어야 하므로

$a^2+3a+2=0$이고 $a^2+2a\neq 0$

$\therefore$ $a=-1$

75) 답 : ②

[해설]

【출제 의도】제곱근의 뜻과 성질 이해하기

ㄱ. $(-4)^2$의 제곱근은 양의 제곱근과 음의 제곱근이 있다. 그 중 음의 제곱근은

$-\sqrt{(-4)^2}=-\sqrt{16}=-4$이다.

ㄴ. $(-7)^2=49$이므로 -7은 49의 제곱근이다.

ㄷ. $0<a<1$이므로 $a-1<0$

(준식) $=|a|-|a-1|=a+(a-1)=2a-1$

ㄹ. 0의 제곱근은 0이다

76) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]복소수 계산하기

(준식) $=1-1+i=i$

77) 답 : ④

[해설]

【출제 의도】무리식의 성질 이해하기

$a>0, b<0$일 때

ㄱ. $\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$

(반례: $a=1, b=-3$일 때,

좌변 $=-2$, 우변 $=1+\sqrt{-3}$)

ㄴ. $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}$ ㄷ. $\sqrt{\dfrac{b}{a}}=\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$

따라서, 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

78) 답 : ④

[해설]

$a>0, b<0$일 때

ㄱ. $\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$

(반례: $a=2, b=-1$일 때, 좌변=1, 우변 $=\sqrt{2}+i$)

ㄴ. $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}$

ㄷ. $\sqrt{\dfrac{b}{a}}=\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$

따라서, 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

79) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]복소수의 기본 성질을 이해하기

점 P가 직선 $x+2y=4$위를 움직이므로

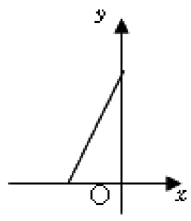
$a+2b=4$이고

또한 $a-bi=d+ci$에서 복소수의 상등에 의하여

$a=d, b=-c$이므로 점 Q의 자취는 $d=2c+4$이다.

이때 $a=d\geq 0, b=-c\geq 0$에서

$d\geq 0, c\leq 0$이므로 $d=2c+4$의 개형은 다음 그림과 같다.



[정답]②

80) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]켤레복소수를 이해하고 복소수의 연산하기

$z=1+i, \bar{z}=1-i$이므로

$\dfrac{z\bar{z}}{z-\bar{z}}=\dfrac{2}{2i}=\dfrac{1}{i}=-i$

81) 답 : 33

[해설]

[출제 의도]복소수가 같을 조건 이해하기

$(2-3i)x-(1-i)y=5-2i$을 정리하면

$(2x-y)+(-3x+y)i=5-2i$

복소수가 같을 조건에 의하여

$\begin{cases}2x-y=5\\-3x+y=-2\end{cases}$이므로

$x=-3, y=-11$이다.

$\therefore$ $xy=33$

82) 답 : ④

[해설]

$\dfrac{x}{1+i}+\dfrac{y}{1-i}=\dfrac{x(1-i)+y(1+i)}{(1+i)(1-i)}$

$=\dfrac{(x+y)+(-x+y)i}{2}=2+i$

$\therefore$ $(x+y)+(-x+y)i=4+2i$

따라서, $x+y=4$, $-x+y=2$에서

$x=1, y=3$

$\therefore$ $xy=3$

83) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 복소수의 연산에 대한 성질 이해하기

$(a+2i)(2-bi)=(2a+2b)+(4-ab)i=6+5i$에서

$a+b=3,\ ab=-1$이므로

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=3^2-2\times(-1)=11$

[정답]⑤

84) 답 : 65

[해설]

[출제 의도]복소수의 상등 이해하기

$(x+3y)+(x-y)i=5-11i$

$x+3y=5,\ x-y=-11$을 연립하여 풀면

$x=-7,\ y=4$

$\therefore\ x^2+y^2=65$

85) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]복소수의 성질을 이해하고 절대값과 근호 계산하기

$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ 는 $a>0,\ b<0$인 경우 성립한다.

$a-2b>0,\ 3b<0$이므로

구하는 값 $=\sqrt{(a-2b)^2}+|3b|$

$=|a-2b|+|3b|$

$=(a-2b)-3b=a-5b$

86) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]실수의 성질과 대소 관계 이해하기

$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ 이므로 $a>0$이고, $b<0$이다.

ㄱ. $ab<0$이므로 거짓

ㄴ, $|b|+b=-b+b=0$이므로 참

ㄷ. $\sqrt{(a-b)^2}=|a-b|=a-b$ ($\because\ a>b$)이므로 참

ㄹ. $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ 이므로 거짓

따라서, 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

[정답]③

87) 답 : ③

[해설]

ㄱ. $0.\dot{2}=0.2222\cdots>0.\dot{2}\dot{1}=0.2121\cdots$

ㄴ. $0.\dot{5}=\dfrac{5}{9}$는 유리수

ㄷ. $0.\dot{9}+0.\dot{1}=\dfrac{9}{9}+\dfrac{1}{9}=\dfrac{10}{9}=1.\dot{1}$

ㄹ. $0.\dot{1}+0.\dot{8}=\dfrac{1}{9}+\dfrac{8}{9}=1$

ㅁ. 기약분수를 소수로 나타내면 유한소수 또는 순환소수이다.

88) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]복소수와 제곱근의 성질 이해하기

ㄷ. $i^{4n+2}=i^{4n}\cdot i^2=-1$

89) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 복소수의 연산에 대한 성질 이해하기

$z_1=a+bi,\ z_2=c+di$ ($a,\ b,\ c,\ d$는 실수)라 하면

$\overline{z_2}=c-di$이고 $z_1=\overline{z_2}$에서 $a+bi=c-di$이므로

$a=c,\ b=-d$

ㄱ. $z_1+z_2=(a+c)+(b+d)i=2a$:참

ㄴ. $z_1z_2=(a+bi)(c+di)=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2=0$이면

$a=b=0$이므로 $z_1=0$:참

ㄷ. 반례) $z_1=1+i,\ z_2=1-i$:거짓

[정답]③

90) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]복소수의 기본성질 이해하기

방법 1)

$z\cdot\overline{z}=1$이므로 $(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2=1$이다.

$z-\dfrac{1}{z}=a+bi-\dfrac{1}{a+bi}$

$=a+bi-\dfrac{a-bi}{a^2+b^2}$

$=a+bi-(a-bi)$

$=2bi$

방법 2)

$z\cdot\overline{z}=1$이므로 $\dfrac{1}{z}=\overline{z}$

$z-\dfrac{1}{z}=z-\overline{z}$

$=a+bi-(a-bi)$

$=2bi$

[정답]④

91) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]두 복소수의 서로 같은 성질을 이용하여 복소수 계산하기

$(x+i)(y+i)=(1+i)^4$을 전개하여 정리하면

$(xy-1)+(x+y)i=-4$

$xy-1=-4,\ x+y=0$

$\therefore\ x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=0^2-2(-3)=6$

92) 답 : ①

[해설]

ㄱ. $(-4)^2$의 제곱근은 양의 제곱근과 음의 제곱근이 있다.

그 중 음의 제곱근은 $-\sqrt{(-4)^2}=-\sqrt{16}=-4$이다.(○)

ㄴ. $(-7)^2=49$이므로 -7은 49의 제곱근이다.(×)

ㄷ. $0<a<1$이므로 $a-1<0$

(준식) $=|a|-|a-1|=a+(a-1)=2a-1$ (○)

ㄹ. $a<0,\ b>0$이므로

(준식) $\begin{aligned}&=(2a)+(b)-(a)-b\\&=-2a+b+a-b=-a\end{aligned}$ (×)

93) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]두 복소수가 서로 같을 조건을 알고 있는가를 묻는 계산

능력 문제이다.
$(x-2)+(2y+3)i=-7i$ 에서 x, y가 실수이므로
$x-2=0,\ 2y+3=-7$
$\therefore\ x=2,\ y=-5$
$\therefore\ x+y=-3$

94) 답 : ②
[해설]
$(1+i)^{2004}-(1-i)^{2004}$
$=\{(1+i)^2\}^{1002}-\{(1-i)^2\}^{1002}$
$=(2i)^{1002}-(-2i)^{1002}$
$=(2i)^{1002}-(2i)^{1002}$
$=0$
[정답]②

95) 답 : ⑤
[해설]
[출제 의도]복소수의 기본 성질 이해하기
z^2이 음의 실수이려면, z는 순허수이어야 한다.
따라서 $z=(x-3)+(x-2)i$ 에서 $x-3=0$
$\therefore\ x=3$
정답:⑤

96) 답 : ④
[해설]
ㄱ. α가 실수이면 $\overline{\alpha}=\alpha$
ㄴ. $\alpha=\overline{\beta}$이면 $\overline{\alpha}=\overline{\overline{\beta}}=\beta$
$\therefore\ \beta=\overline{\alpha}$
ㄷ. $\alpha=a+bi,\ \beta=c+di$ (a, b, c, d는 실수)라 하면
$\alpha+\beta=(a+c)+(b+d)i$ 이므로
$\overline{\alpha+\beta}=(a+c)-(b+d)i$
$=(a-bi)+(c-di)$
$=\overline{\alpha}+\overline{\beta}$
$\therefore\ \overline{\alpha+\beta}=\overline{\alpha}+\overline{\beta}$
ㄹ. $\alpha\beta=(a+bi)(c+di)$
$=(ac-bd)+(ad+bc)i$ 이므로
$\overline{\alpha\beta}=(ac-bd)-(ad+bc)i$
$-\overline{\alpha}\,\overline{\beta}=-(a-bi)(c-di)$
$=-(ac-bd)+(ad+bc)i$
$\therefore\ \overline{\alpha\beta}\neq-\overline{\alpha}\,\overline{\beta}$
[정답]③