I.다항식

2.항등식과 나머지정리

중단원 기출문제

[난이도 : ★☆☆] [2005 학년도 대수능]

1 다항식 $f(x)$를 $x+2$로 나눈 몫은 x^2+1이고 나머지가 2일 때, $f(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지는?[2점]

① 20 ② 21 ③ 22
④ 23 ⑤ 24

[난이도 : ★★☆] [2004 학년도 대수능]

2 [공통]다항식 $f(x)=x^3+x^2+2x+1$에 대하여 $f(x)$를 $x-a$로 나누었을 때의 나머지를 R_1, $f(x)$를 $x+a$로 나누었을 때의 나머지를 R_2라고 하자. $R_1+R_2=6$일 때, $f(x)$를 $x-a^2$으로 나눈 나머지를 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2002 학년도 대수능]

3 [공통]다항식 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지가 $4x+3$일 때, $f(2x)$를 $x-1$로 나눈 나머지를 구하시오.[2점]

[난이도 : ★☆☆] [1999 학년도 대수능]

4 [공통]다항식 $2x^3+x^2+3x$를 로 x^2+1나눈 나머지는?

① $x-1$ ② x ③ 1
④ $x+3$ ⑤ $3x-1$

[난이도 : ★★☆] [1997 학년도 대수능]

5 [공통]다항식 x^4-3x^2+ax+5를 $x+2$로 나누면 나머지가 3이다. a의 값은?

① 0 ② 2 ③ 3
④ -2 ⑤ -3

[난이도 : ★★☆] [1996 학년도 대수능]

6 [공통]다음 식의 분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수 x에 대하여 $\frac{1}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)}=\frac{a_1}{x-1}+\frac{a_2}{x-2}+\cdots+\frac{a_{10}}{x-10}$ 이 성립할 때, $a_1+a_2+\cdots+a_{10}$의 값은?

① 0 ② -1 ③ 1
④ -10 ⑤ 10

[난이도 : ★★☆] [2012년 11월 학력평가]

7 다항식 $P(x)$를 $x-5$로 나눈 나머지가 10이고, $x+3$으로 나눈 나머지가 -6이다. $P(x)$를 $(x-5)(x+3)$으로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(1)$의 값은? [3점]

① -2 ② 0 ③ 2
④ 4 ⑤ 6

[난이도 : ★★☆] [2012년 10월 학력평가]

8 x에 대한 다항식 $f(x)$를 이차식 $x^2-7x+12$로 나누었을 때의 나머지가 $4x+5$이다. 이때 다항식 $f(2x-1)$을 $x-2$로 나눈 나머지를 구하시오. [3점]

www.mimedu.co.kr

mim에듀

구글 플레이 스토어에서 【밈에듀】를 검색하면 "수학 개념 및 기출문제 학습 앱"을 설치할 수 있습니다

[난이도 : ★★☆] [2011년 3월 학력평가]

9 x에 대한 다항식 $f(x)$는 x^2-2x-3으로 나누어 떨어지고, $f(x)-2$는 $x-1$로 나누어 떨어진다. 이때, $f(x)+1$을 x^2-1로 나눈 나머지는?[3점]

① $x+2$ ② $x+3$ ③ $2x-1$
④ $2x$ ⑤ $2x+1$

[난이도 : ★★☆] [2010년 6월 학력평가]

10 자연수 n에 대하여 n차 다항식 $P_n(x)=(x-1)(x-2)(x-3)\cdots(x-n)$이라 할 때, $2x^3-3x^2+1=a+bP_1(x)+cP_2(x)+dP_3(x)$는 x에 대한 항등식이다. 상수 a, b, c, d의 합 $a+b+c+d$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2010년 11월 학력평가]

11 다항식 $f(x)$를 $x-5$로 나눈 나머지가 3일 때, $(x-1)f(x)$를 $x-5$로 나눈 나머지는?[3점]

① 9 ② 12 ③ 15
④ 16 ⑤ 20

[난이도 : ★★☆] [2010년 6월 학력평가]

12 다항식 $P(x)=x^2-4x-6$에 대하여 서로 다른 두 실수 a, b가 $P(a)=0, P(b)=0$을 만족시킬 때, $P(a+b)$의 값은?[3점]

① -6 ② -4 ③ 0
④ 4 ⑤ 6

[난이도 : ★★☆] [2010년 3월 학력평가]

13 다항식 x^3-2x^2+ax+b를 x^2-1로 나눈 나머지가 $3x+5$일 때, 상수 a, b의 곱 ab의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2010년 9월 학력평가]

14 삼차다항식 ax^3+3x+b가 $(x-1)^2$으로 나누어떨어지도록 상수 a, b의 값을 정할 때, $a-b$의 값은?[3점]

① -2 ② -1 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

[난이도 : ★★☆] [2010년 6월 학력평가]

15 다항식 $f(x)$를 $x+1$로 나눈 나머지는 5이고, $x-1$로 나눈 나머지는 13이다.

$f(x)$를 x^2-1로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(10)$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2010년 11월 학력평가]

16 모든 실수 x에 대하여 유리식 $\dfrac{x^2+2px+q}{2x^2+qx+2}$의 값이 항상 일정할 때, $4p+q$의 값은?(단, p, q는 상수이다.)[3점]

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

mim에듀 www.mimedu.co.kr
구글 플레이 스토어에서 【밈에듀】를 검색하면 "수학 개념 및 기출문제 학습 앱"을 설치할 수 있습니다

[난이도 : ★★★] [2010년 6월 학력평가]

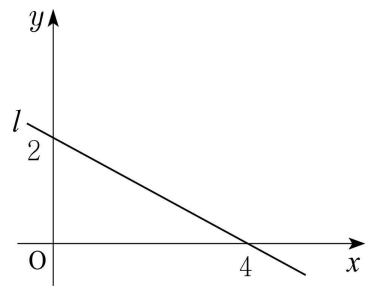
17 [공통] x에 대한 다항식 A를 x^2+1로 나눈 나머지를 $R(A)$라 할 때, 옳은 내용만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?[4점]

[보기]
ㄱ. $R(x^{10}-x+1)=-x$
ㄴ. $R(x^9+x+1)=R(x^5+x+1)$
ㄷ. 자연수 k에 대하여 $n=4k+3$이면 $R(x^n+x+1)=-1$이다.

① ㄷ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★☆☆] [2009년 3월 학력평가]

18 그림과 같이 두 점 $(4, 0), (0, 2)$를 지나는 직선 l이 있다. 직선 l위의 임의의 점 (x, y)에 대하여 등식 $x^2+ay^2+bx+c=0$이 성립하도록 실수 a, b, c를 정할 때, $|a|+|b|+|c|$의 값을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★☆☆] [2009년 11월 학력평가]

19 다항식 x^3+3x^2-x+2를 $x-2$로 나눈 나머지를 구하시오.[2점]

[난이도 : ★★★] [2009년 11월 학력평가]

20 3이하의 자연수 n에 대하여 A_n을 다음과 같이 정한다.

㈎ $A_1=9+99+999$
㈏ $A_n=$(세 수 $9, 99, 999$에서 서로 다른 $n(n\geq 2)$개를 택하여 곱한 수의 총합

이때, $A_1+A_2+A_3$의 값을 1000으로 나눈 나머지를 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2009년 3월 학력평가]

21 다항식 $f(x)$를 $x-2, x-3$으로 나눈 나머지가 각각 $1, 3$이다. 다항식 $f(x)$를 $(x-2)(x-3)$으로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(20)$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2008년 11월 학력평가]

22 x에 대한 다항식 $x^3+2x^2-3x+13$을 $x-5$로 나눈 나머지를 구하시오.[2점]

[난이도 : ★☆☆] [2008년 9월 학력평가]

23 등식 $2x^2-x+9=2(x-1)^2+a(x-1)+b$가 x에 대한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b에 대하여 $b-a$의 값은?[2점]

① -1 ② 1 ③ 3
④ 5 ⑤ 7

www.mimedu.co.kr
구글 플레이 스토어에서 【밈에듀】를 검색하면 "수학 개념 및 기출문제 학습 앱"을 설치할 수 있습니다

[난이도 : ★★☆] [2008년 11월 학력평가]

24 x에 대한 다항식 $P(x)=6x^3-3x^2+kx-1$은 $2x-1$로 나누어 떨어진다.

$P(x)$를 $x+1$로 나누었을 때의 몫은?[3점]

① $6x^2+9x-10$ ② $6x^2-9x+11$
③ $6x^2-9x-9$ ④ $6x^2+3x+5$
⑤ $6x^2-3x+9$

[난이도 : ★★☆] [2008년 0월 학력평가]

25 다항식 $f(x)$를 두 일차식 $x-a, x+a$로 나눈 나머지가 각각 R_1, R_2일 때, $f(x)$를 x^2-a^2으로 나눈 나머지는?(단, a는 0이 아닌 상수이다.)[3점]

① $\frac{R_1-R_2}{2a}x+\frac{R_1+R_2}{2}$
② $\frac{R_1-R_2}{2a}x+\frac{R_1-R_2}{2}$
③ $\frac{R_1+R_2}{2a}x+\frac{R_1+R_2}{2}$
④ $\frac{R_1+R_2}{2a}x+\frac{R_1-R_2}{2}$
⑤ $\frac{R_1R_2}{2a}x-\frac{R_1+R_2}{2}$

[난이도 : ★★☆] [2008년 9월 학력평가]

26 분모가 0이 되지 않게 하는 모든 x에 대하여 등식 $\frac{x-3}{x^2(x+1)}=\frac{a}{x}-\frac{b}{x^2}-\frac{c}{x+1}$이 성립하도록 하는 상수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2008년 9월 학력평가]

27 사차식 x^4+ax^2+b가 이차식 $(x-1)(x-\sqrt{2})$로 나누어 떨어질 때, 사차방정식 $x^4+ax^2+b=0$의 네 근의 곱은?(단, a, b는 상수이다.)[3점]

① $-2\sqrt{2}$ ② -2 ③ $\sqrt{2}$
④ 2 ⑤ 4

[난이도 : ★★☆] [2008년 6월 학력평가]

28 [공통]두 다항식 $f(x), g(x)$에 대하여 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지가 3이고, $g(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지가 4이다. $3f(x)+2g(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는?[3점]

① 15 ② 17 ③ 19
④ 21 ⑤ 23

[난이도 : ★★★] [2008년 9월 학력평가]

29 이차항의 계수가 1인 세 이차식 $P(x), Q(x), R(x)$가 다음 조건을 만족한다.

㈎ $P(x), Q(x)$의 최대공약수는 $x-1$이다.
㈏ $Q(x), R(x)$의 최소공배수는 $(x-1)(x+2)(x+3)$이다.
㈐ $P(x)R(x)=x(x-1)(x+2)(x+3)$

$R(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는?[4점]

① 0 ② 3 ③ 4
④ 6 ⑤ 12

mim에듀 www.mimedu.co.kr
구글 플레이 스토어에서 【밈에듀】를 검색하면 "수학 개념 및 기출문제 학습 앱"을 설치할 수 있습니다

[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

30 x에 대한 다항식 $f(x)+1$을 $x+1$로 나누면 나머지가 5이고, $2f(x)-1$을 $2x-1$로 나누면 나머지가 1이다.

$f(x)$를 $(x+1)(2x-1)$로 나누었을 때의 나머지는?[4점]

① $-3x-1$ ② $-3x+1$
③ $-2x+1$ ④ $-2x+2$
⑤ $-x+3$

[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

31 [공통]다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는 2이고, $x-2$로 나눈 나머지는 3, $x-3$으로 나눈 나머지는 1이다.
$(f \circ f)(x)$를 $(x-1)(x-3)$으로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(10)$의 값은?[4점]

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

[난이도 : ★★★] [2008년 6월 학력평가]

32 다항식 $f(x)$를 x^3-x^2-6x로 나눈 나머지는 x^2+ax+4이고, x^2-x-6으로 나눈 나머지는 $5x+b$이다. 이때, $a+b$의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2007년 10월 학력평가]

33 x에 대한 삼차다항식 x^3+ax^2-bx+4는 $x-2$로 나누어 떨어지고, $x+1$로 나눈 나머지가 6일 때, ab의 값은?[3점]

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

[난이도 : ★☆☆] [2007년 6월 학력평가]

34 $x^3-ax+6=(x-1)(x+b)(x+c)$가 x에 관한 항등식일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값은?[2점]

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

[난이도 : ★★☆] [2007년 3월 학력평가]

35 다항식 $P(x)$에 대하여 $P(x)-7$은 $x-1$로 나누어 떨어지고, $P(x)+3$은 $x+1$로 나누어 떨어진다. $P(x)$를 x^2-1로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(3)$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2007년 6월 학력평가]

36 다항식 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)(x-3)$으로 나누었을 때의 나머지는 x^2+x+1이다.

다항식 $f(6x)$를 $6x^2-5x+1$로 나누었을 때의 나머지를 $ax+b$라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2007년 10월 학력평가]

37 모든 실수 x에 대하여 등식 $ax-5x+2a-b=0$이 항상 성립할 때, $a+b$의 값을 구하시오.[3점]

구글 플레이 스토어에서 【밈에듀】를 검색하면 "수학 개념 및 기출문제 학습 앱"을 설치할 수 있습니다

[난이도 : ★★☆] [2007년 9월 학력평가]

38 $a(x+y)+b(x-y)+2=3x-5y+c$가 x, y에 대한 항등식일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+2b+3c$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2007년 10월 학력평가]

39 다항식 x^4-1을 $(x-1)^2$으로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(5)$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2007년 11월 학력평가]

40 등식 $x^3+x^2-8x+7=(x-1)^3+a(x-1)^2+b(x-1)+c$가 x의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 a, b, c에 대하여 다항식 ax^2-bx-c를 $x-2$로 나눈 나머지는?[3점]

① 15 ② 17 ③ 19
④ 21 ⑤ 23

[난이도 : ★★★] [2007년 9월 학력평가]

41 두 다항식 $f(x), g(x)$에 대하여 $f(x)+g(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지가 10이고 $\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2$을 $x-2$로 나눈 나머지가 58일 때, $f(x)g(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지를 구하시오.[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2006년 6월 학력평가]

42 [공통]다항식 $f(x)$에 대하여 $(x+2)f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지가 3이고, $(2x-3)f(2x-5)$를 $x-2$로 나눈 나머지가 -7이다. $f(x)$를 $(x+1)(x-1)$로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(3)$의 값은?[3점]

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

[난이도 : ★★☆] [2006년 10월 학력평가]

43 다항식 $3x^3+ax+b$를 다항식 x^2+x-1로 나누었을 때, 나머지가 $2x+3$이면 $a+b$의 값은?[3점]

① -4 ② -2 ③ 2
④ 4 ⑤ 6

[난이도 : ★★☆] [2006년 6월 학력평가]

44 x에 대한 다항식 x^3+ax^2+8x+1을 $x+2$와 $x-1$로 나눈 나머지가 같을 때, 상수 a의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2006년 9월 학력평가]

45 다항식 x^3-ax+9를 $x-2$로 나눈 몫은 $Q(x)$이고 나머지는 3이다.

이때, $Q(10)$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2006년 11월 학력평가]

46 상수 a, b에 대하여 다항식 ax^3+bx^2+1이 x^2-x-1로 나누어 떨어질 때, a^2+b^2의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2006년 3월 학력평가]

47 다항식 $f(x)$를 $(x+1)(x-2)$로 나눈 나머지가 $2x-15$일 때, 다항식 $xf\left(\frac{1}{2}x\right)$를 $x+2$로 나눈 나머지를 구하시오.[3 점]

[난이도 : ★★☆] [2006년 10월 학력평가]

48 최고차항의 계수가 1인 세 이차다항식 $f(x), g(x), h(x)$가 다음 세 조건을 모두 만족할 때, $h(5)$의 값은?[3점]

㈎ $f(1)=g(1)=0$
㈏ $f(x)g(x)=(x-1)^2(x-3)(x+4)$
㈐ $f(x)h(x)=(x-1)(x+2)(x-3)^2$

① 13 ② 14 ③ 15
④ 16 ⑤ 17

[난이도 : ★★☆] [2006년 9월 학력평가]

49 등식

$x^2-3x+6=a(x-1)(x-2)+b(x-2)(x-3)+c(x-3)(x-1)$이 x에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c의 값을 정할 때, $a^2+b^2+c^2$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

50 [공통] x에 대한 다항식 x^6을 $x+2$로 나눈 나머지가 a이고 2003^6을 2005로 나눈 나머지가 b일 때, $a+b$의 값은?[3점]

① 64 ② 84 ③ 108
④ 116 ⑤ 128

[난이도 : ★☆☆] [2005년 9월 학력평가]

51 다항식 $f(x)=x^3+x^2+4x-a$를 $x-2$로 나눈 나머지가 3일 때, 상수 a의 값을 구하시오.[2점]

[난이도 : ★★☆] [2005년 6월 학력평가]

52 다항식 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나누면 몫이 $q(x)$, 나머지는 $x+1$이다.

$f(x)$를 $x-3$으로 나눈 나머지가 8일 때, $q(x)$를 $x-3$으로 나눈 나머지는?[3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

53 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지가 2, $x-3$으로 나눈 나머지가 10이다. 다항식 $f(x)$를 x^2-4x+3으로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(2)$의 값을 구하여라.[3점]

www.mimedu.co.kr

mim에듀

구글 플레이 스토어에서 【밈에듀】를 검색하면 "수학 개념 및 기출문제 학습 앱"을 설치할 수 있습니다

[난이도 : ★★☆] [2005년 11월 학력평가]

54 다항식 $f(x)$를 $x+3$으로 나눈 나머지가 1일 때, 다항식 $f(x+2005)$를 $x+2008$로 나눈 나머지는?[3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★☆] [2005년 6월 학력평가]

55 $2x^2+x-2=a(x+1)^2+b(x-1)+c$가 x에 관한 항등식이 되도록 하는 a, b, c에 대하여 abc의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2005년 5월 학력평가]

56 등식 $3x^2+2x+1=a(x-1)(x+1)+bx(x+1)+cx(x-1)$이 x에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c를 정할 때, $a+b+c$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

57 집합 $A=\{n|1\le n\le 10$인 자연수 $\}$이다. 다음 등식의 ①~Ⓔ에 집합 A의 어떠한 원소를 사용하여도 등식이 성립되지 않는 것은?[3점]

① $(x+①)^2=x^2+6x+②$
② $(x-③)^2=(x+2)^2-④$
③ $(2x+⑤)⑥\ x^2-9$
④ $(㉠\ x+3)㉡)=8x^2+㉢\ x-3$
⑤ $-(㉣\ x+1)㉤)=10x^2-13x+㉥$

[난이도 : ★★☆] [2005년 3월 학력평가]

58 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지가 2, $x-3$으로 나눈 나머지가 10이다.

다항식 $f(x)$를 x^2-4x+3으로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(2)$의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2005년 5월 학력평가]

59 다항식 $f(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지는 2이고, $x-5$로 나눈 나머지는 8이다.

$f(x)$를 $(x-2)(x-5)$로 나누면 나머지가 $ax+b$라고 할 때, $a-b$의 값은?(단, a, b는 상수)[3점]

① 0 ② 2 ③ 4
④ 6 ⑤ 10

[난이도 : ★★★] [2005년 10월 학력평가]

60 x에 관한 다항식 $f(x)$를 x^2-3x+2로 나누었을 때, 나머지를 $R(x)$라고 하자.

이때, $R(0)$의 값과 같은 것은?[4점]

① $f(1)-f(2)$ ② $2f(2)-f(1)$ ③ $2f(1)-f(2)$
④ $2f(1)-f(0)$ ⑤ $2f(0)-f(2)$

[난이도 : ★★★] [2005년 9월 학력평가]

61 두 집합 $A=\{x|x^3+ax^2+bx+c=0\}$, $B=\{x|x^2+x-2=0\}$에 대하여 $A=B$가 성립한다. 다항식 x^3+ax^2+bx+c를 x^2+x-2로 나눈 몫을 $Q(x)$라 할 때, $Q(100)$의 값을 구하시오.(단, a, b, c는 상수이고, $c>0$이다.)[4점]

mim에듀 www.mimedu.co.kr
구글 플레이 스토어에서 【밈에듀】를 검색하면 "수학 개념 및 기출문제 학습 앱"을 설치할 수 있습니다

[난이도 : ★★☆] [2004년 9월 학력평가]

62 다항식 x^2+3x+4를 $x-2$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때, $Q(1)$의 값은?[3점]

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

[난이도 : ★★☆] [2004년 11월 학력평가]

63 이차다항식 $f(x)$에 대하여 $f(1-x)$를 $x-1$로 나누면 나머지가 -4이고, $xf(x)$는 $(x+1)(x-4)$로 나누어 떨어진다.

이때, $f(x)$를 $x+2$로 나눈 나머지를 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆] [2004년 10월 학력평가]

64 다항식 $f(x), g(x)$에 대하여 $f(x)+g(x)$는 $x-1$로 나누어 떨어지고, $f(x)-g(x)$는 $x-1$로 나눌 때의 나머지가 2이다.

다항식 $x+f(x)g(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는?[3점]

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

[난이도 : ★★☆] [2004년 10월 학력평가]

65 모든 실수 x에 대하여

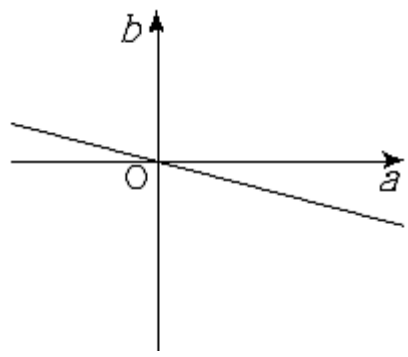
$(-x+4)^5=a_0(x-1)^5+a_1(x-1)^4+\cdots+a_5$이 성립할 때,

$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_5$의 값을 구하시오.[3점]

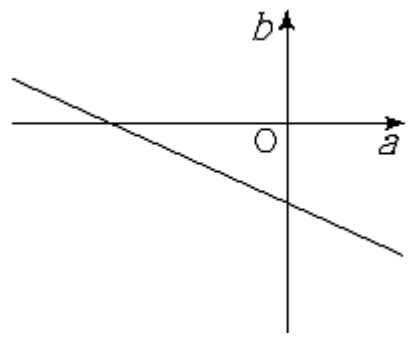
[난이도 : ★★★] [2004년 11월 학력평가]

66 x의 값에 관계없이 식 $\frac{a-3x}{x+b}$가 항상 일정한 값을 가질 때, 실수 a와 b의 관계를 나타낸 그래프로 가장 적절한 것은?(단, $x\neq -b$)[4점]

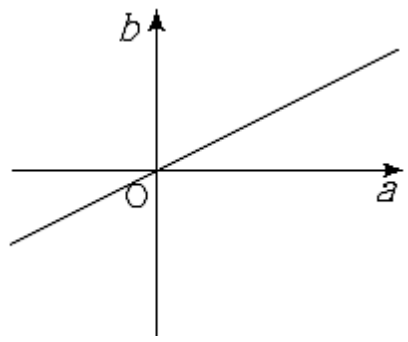
①



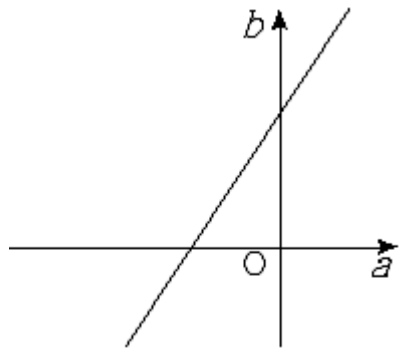
②



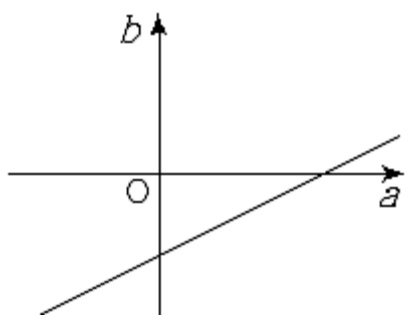
③



④



⑤



www.mimedu.co.kr
구글 플레이 스토어에서 【밈에듀】를 검색하면 "수학 개념 및 기출문제 학습 앱"을 설치할 수 있습니다

정답 및 해설

2.항등식과 나머지정리

중단원 기출문제

1) 답 : ③

[해설]

$f(x)$를 $x+2$로 나눈 몫은 x^2+1이고 나머지가 2이므로

$f(x)=(x+2)(x^2+1)+2$

그러므로 $f(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지는

$f(2)=4\cdot 5+2=22$

2) 답 : 17

[해설]

f(x) $=x^3+x^2+2x+1$에서

$R_1=f(a)=a^3+a^2+2a+1$

$R_2=f(-a)=-a^3+a^2-2a+1$

즉, $R_1+R_2=2a^2+2=6$에서

$a^2+1=3,\ a^2=2$

한편, f(x)를 $x-a^2$으로 나눈 나머지 R는

$R=f(a^2)=a^6+a^4+2a^2+1=2^3+2^2+2\cdot 2+1=17$

3) 답 : 11

[해설]

$f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 몫을 $Q(x)$라 하면

나머지가 $4x+3$이므로

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+4x+3$

$\therefore\ f(2x)=(2x-1)(2x-2)Q(2x)+8x+3$

$=(x-1)\{2(2x-1)Q(2x)+8\}+11$

즉, $f(2x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는 11이다.

4) 답 : ①

[해설]

$2x^3+x^2+3x=(x^2+1)(2x+1)+x-1$

따라서, 구하는 나머지는 $x-1$

5) 답 : ③

[해설]

$f(x)=x^4-3x^2+ax+5$로 놓으면

$x+2$로 나눈 나머지는 나머지 정리에서

$f(-2)=16-12-2a+5=9-2a$

$9-2a=3$

$\therefore\ a=3$

6) 답 : ①

[해설]

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)}=\frac{a_1}{x-1}+\frac{a_2}{x-2}+\cdots+\frac{a_{10}}{x-10}$$

양변에 $(x-1)(x-2)\cdots(x-10)$을 곱하면

$1=a_1(x-2)(x-3)\cdots(x-10)+a_2(x-1)(x-3)\cdots(x-10)+$

$\cdots+a_{10}(x-1)(x-2)\cdots(x-9)$

$1=(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10})x^9+\ldots$이 식이 x의 항등식이므로

계수비교법에 의해 x^9의 계수끼리 같아야 하므로

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=0$

7) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 나머지정리 이해하기

다항식 $P(x)$를 $(x-5)(x+3)$으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$,

나머지를 $R(x)=ax+b$라 하면

$P(x)=(x-5)(x+3)Q(x)+ax+b$이다.

$\begin{cases}P(5)=10\\P(-3)=-6\end{cases}$이므로 정리하면 $\begin{cases}5a+b=10\\-3a+b=-6\end{cases}$이며 연립하여 풀면

$\therefore\ a=2,\ b=0$

따라서 $R(x)=2x$이므로 $R(1)=2$

8) 답 : 17

[해설]

[출제 의도] 나머지 정리 이해하기

$g(x)=f(2x-1)$이라 하자.

주어진 조건에 의해 $f(x)=(x^2-7x+12)Q(x)+4x+5$이므로

$g(x)=f(2x-1)$을 $x-2$로 나눈 나머지는 나머지 정리에 의해

$g(2)=f(3)=17$

$\therefore\ f(2x-1)$을 $x-2$로 나눈 나머지는 17

9) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]나머지정리를 이용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f(x)=(x+1)(x-3)Q_1(x)$에서 $f(-1)=0\cdots$①

$f(x)-2=(x-1)Q_2(x)$에서 $f(1)=2\cdots$②

$f(x)+1$을 x^2-1로 나눈 나머지를 $ax+b$라 하면

$f(x)+1=(x-1)(x+1)Q_3(x)+ax+b$

①, ②에서 $\begin{cases}-a+b=1\\a+b=3\end{cases}$이므로 연립하여 풀면

$a=1,\ b=2$

$\therefore$ 나머지는 $x+2$

10) 답 : 16

[해설]

$2x^3-3x^2+1=a+b(x-1)+c(x-1)(x-2)$

$+d(x-1)(x-2)(x-3)$

이 x에 대한 항등식이므로

최고차항의 계수를 비교하면 $d=2$

등식의 양변에 $x=1$을 대입하면 $a=0$

등식의 양변에 $x=2$를 대입하면 $a+b=5,\ b=5$

등식의 양변에 $x=3$을 대입하면

$a+2b+2c=28,\ c=9$

$\therefore\ a+b+c+d=16$

11) 답 : ②

[해설]

다항식 $f(x)$를 $x-5$로 나눈 나머지가 3이므로

mim에듀

정답 및 해설

나머지정리에 의하여 $f(5)=3$이다.
이때, $(x-1)f(x)$를 $x-5$로 나눈 나머지를 R라 하면,
$F=4f(5)=4\times3=12$

12) 답 : ①
[해설]
$P(a)=0$, $P(b)=0$이므로 인수정리에 의해
$P(x)=x^2-4x-6=(x-a)(x-b)=x^2-(a+b)x+ab$
일차항의 계수를 비교하면 $a+b=4$
$\therefore\ P(4)=-6$

13) 답 : 14
[해설]
[출제 의도]다항식의 나눗셈을 이해하여 미정계수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.
x^3-2x^2+ax+b를 x^2-1로 나눈 몫을 $Q(x)$라 하면
$x^3-2x^2+ax+b=(x^2-1)Q(x)+3x+5\cdots①$
① 에 $x=1$을 대입하면 $a+b=9$
$x=-1$을 대입하면 $-a+b=5$
두 식을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=7$
$\therefore\ ab=14$
[다른 풀이]
x^3-2x^2+ax+b를 x^2-1로 직접 나누면 몫은 $x-2$이고 나머지는 $(a+1)x+(b-2)$이다.
$(a+1)x+(b-2)=3x+5$에서
$a+1=3$, $b-2=5$이므로 $a=2$, $b=7$
$\therefore\ ab=14$

14) 답 : ③
[해설]
$ax^3+3x+b=(x-1)^2Q(x)$에서 $x=1$대입
$a+3+b=0$즉 $b=-(a+3)$
$ax^3+3x-(a+3)=(x-1)^2Q(x)$

1	a	0	3	$-(a+3)$
		a	a	$a+3$
	a	a	$a+3$	0

$(x-1)(ax^2+ax+a+3)=(x-1)^2Q(x)$
$(ax^2+ax+a+3)=(x-1)Q(x)$
$a+a+a+3=0$
$a=-1$, $b=-2$이므로 $\therefore\ a-b=1$

15) 답 : 49
[해설]
$f(x)=(x^2-1)Q(x)+ax+b$라 하면
$f(-1)=-a+b=5$
$f(1)=a+b=13$
$a=4$, $b=9$이므로 $R(x)=4x+9$
$\therefore\ R(10)=49$

16) 답 : ①
[해설]
$\dfrac{x^2+2px+q}{2x^2+qx+2}=k$ (k는 상수)라 하면,
$x^2+2px+q=k(2x^2+qx+2)$
$(1-2k)x^2+(2q-kq)x+q-2k=0\cdots①$이다.
이때, ①의 식이 x에 대한 항등식이므로
$1-2k=0$, $2q-kq=0$, $q-2k=0$이다.
따라서, $k=\dfrac{1}{2}$, $p=\dfrac{1}{4}$, $q=1$이므로
$4p+q=2$

17) 답 : ②
[해설]
ㄱ. $x^{10}-x+1=(x^2+1)Q(x)+ax+b$에서
$x^2=-1$대입하면 $a=-1$, $b=0$이다.
따라서 $R(x^{10}-x+1)=-x$(참)
ㄴ. $x^2=-1$대입하면
$R(x^9+x+1)=R(x^5+x+1)=2x+1$이다.(참)
ㄷ. $n=4k+3$(k는 자연수)이면
$x^n+x+1=(x^2+1)Q(x)+ax+b$에 $x^2=-1$을 대입하면
$R(x^n+x+1)=1$이다.(거짓)

18) 답 : 28
[해설]
[출제 의도]직선의 방정식을 구하여 항등식에서 미정계수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.
직선 l의 x절편, y절편이 각각 4, 2이므로
직선 l의 방정식은 $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{2}=1$
$\therefore\ y=-\dfrac{1}{2}x+2$
이것을 주어진 등식에 대입하면
$x^2+a\left(-\dfrac{1}{2}x+2\right)^2+bx+c=0$
$\left(1+\dfrac{a}{4}\right)x^2-(2a-b)x+(4a+c)=0$
이 식이 x에 대한 항등식이므로
$1+\dfrac{a}{4}=0$, $2a-b=0$, $4a+c=0$
$\therefore\ a=-4$, $b=-8$, $c=16$
따라서 구하는 값은
$|a|+|b|+|c|=28$
[다른 풀이]
직선 위의 어떤 점을 대입하여도 등식이 성립한다.
직선 위의 점 $(0, 2)$, $(2, 1)$, $(4, 0)$를 대입하여 정리하면
$4a+c=0\cdots①$
$a+2b+c=-4\cdots②$
$4b+c=-16\cdots③$
① , ②, ③을 연립하여 풀면
$a=-4$, $b=-8$, $c=16$
따라서 구하는 값은 $|a|+|b|+|c|=28$

19) 답 : 20
[해설]

mim에듀 www.mimedu.co.kr

정답 및 해설

[출제 의도]나머지정리의 의미를 이해하기

다항식 x^3+3x^2-x+2를 $x-2$로 나누었을 때, 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R라 하면,

$x^3+3x^2-x+2=(x-2)Q(x)+R\cdots$①이다.

이때, ①의 식에 $x=2$를 대입하면,

$R=2^3+3\cdot 2^2-2+2=20$이다.

20) 답 : 999

[해설]

[출제 의도]항등식을 이용하여 문제 해결하기

$(x+9)(x+99)(x+999)=x^3+A_1x^2+A_2x+A_3\cdots$①에서

$A_1=9+99+999$,

$A_2=9\times99+99\times999+999\times9$,

$A_3=9\times99\times999$이므로

① 의 식에 $x=1$을 대입하면,

$10\times100\times1000=1+A_1+A_2+A_3$이다.

따라서 $A_1+A_2+A_3=999999$를 1000으로 나눈 나머지는 999이다.

21) 답 : 37

[해설]

[출제 의도]나머지 정리를 이용하여 나머지를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

다항식 $f(x)$를 $(x-2)(x-3)$으로 나눌 때 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$라 하면

$f(x)=(x-2)(x-3)Q(x)+ax+b$

이 식은 x에 대한 항등식이므로

$f(2)=2a+b,\ f(3)=3a+b$

나머지정리에 의하여

$f(2)=1$이므로 $2a+b=1\cdots$①

$f(3)=3$이므로 $3a+b=3\cdots$②

①, ②을 연립하여 풀면

$a=2,\ b=-3$

따라서 $R(x)=2x-3$이므로 $R(20)=37$

22) 답 : 173

[해설]

[출제 의도]나머지 정리를 이용하여 나머지 구하기

$P(x)=x^3+2x^2-3x+13$이라 하면

$P(x)$를 $x-5$로 나눈 나머지는

$P(5)=5^3+2\times5^2-3\times5+13=173$

23) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]항등식의 성질을 이용하여 미정계수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$2x^2-x+9=2(x-1)^2+a(x-1)+b$

$=2(x^2-2x+1)+ax-a+b$

$=2x^2+(-4+a)x+2-a+b$

이 등식이 x에 대한 항등식이므로 각 항의 계수를 비교하면

$-4+a=-1,\ 2-a+b=9$

두 식을 연립하여 풀면

$\therefore\ a=3,\ b=10$

따라서 $b-a=7$이다.

[별해1]

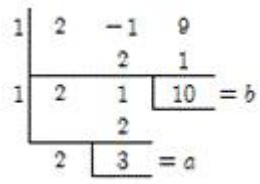
등식 $2x^2-x+9=2(x-1)^2+a(x-1)+b$에

$x=0$을 대입하면, $9=2-a+b$

$\therefore\ b-a=7$

[별해2]

조립제법을 이용하면



$\therefore\ a=3,\ b=10$

따라서 $b-a=7$이다.

24) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]다항식의 나눗셈 이해하기

$P\left(\frac{1}{2}\right)=0$이므로 $k=2$

$P(x)$를 $x+1$로 나누면

$P(x)=(x+1)(6x^2-9x+11)-12$

따라서 몫은 $6x^2-9x+11$이다.

25) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]나머지정리를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

나머지정리에 의하여 $f(a)=R_1,\ f(-a)=R_2$

$f(x)$를 x^2-a^2으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $px+q$라 하면

$f(x)=(x^2-a^2)Q(x)+px+q$

$f(a)=R_1$에서 $pa+q=R_1\cdots$①

$f(-a)=R_2$에서 $-pa+q=R_2\cdots$②

①, ②을 연립하여 풀면

$p=\frac{R_1-R_2}{2a},\ q=\frac{R_1+R_2}{2}$

따라서 구하는 나머지는 $\frac{R_1-R_2}{2a}x+\frac{R_1+R_2}{2}$이다.

26) 답 : 11

[해설]

[출제 의도]유리식이 포함되어 있는 등식에서 항등식의 성질을 이해하여 미정계수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\frac{x-3}{x^2(x+1)}=\frac{ax(x+1)-b(x+1)-cx^2}{x^2(x+1)}$

$=\frac{(a-c)x^2+(a-b)x-b}{x^2(x+1)}$

위 등식이 항등식이므로

$a-c=0,\ a-b=1,\ -b=-3$

세 식을 연립하여 풀면

$a=4,\ b=3,\ c=4$

정답 및 해설

따라서 $a+b+c=11$ 이다.

27) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]인수정리를 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 사차방정식의 근을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

사차식 x^4+ax^2+b가 이차식 $(x-1)(x-\sqrt{2})$로 나누어 떨어지므로

$x=1, x=\sqrt{2}$ 는 사차방정식 $x^4+ax^2+b=0$의 근이다.

$x=1, x=\sqrt{2}$ 를 각각 $x^4+ax^2+b=0$에 대입하면

$a+b=-1,\ 2a+b=-4$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-3, b=2$

$x^4+ax^2+b=x^4-3x^2+2$

$=(x^2-1)(x^2-2)=0$

$x^2-1=0$ 또는 $x^2-2=0$

$\therefore\ x=\pm 1, x=\pm\sqrt{2}$

따라서 구하는 네 근의 곱은 2이다.

28) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]나머지정리 이해하기

$f(x)=(x-1)Q(x)+3\cdots$ ①

$g(x)=(x-1)Q'(x)+4\cdots$ ②

① 에서 $f(1)=3$이고,

② 에서 $g(1)=4$이므로

$\therefore\ 3f(1)+2g(1)=17$

29) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]최대공약수와 최소공배수를 이해하여 조건을 만족시키는 다항식을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

㈎에서 $P(x)$는 $x-1$을 인수로 갖는다.

㈐에서 $P(x)R(x)$는 사차식이고 완전제곱식이 없으므로

두 다항식 $P(x), R(x)$는 서로소이다.

그러므로 $R(x)$는 $x-1$을 인수로 갖지 않는다.

㈏에서 $R(x)$는 $(x-1)(x+2)(x+3)$의 약수이다.

$\therefore\ R(x)=(x+2)(x+3)$

$R(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는 $R(1)=(1+2)(1+3)=12$

따라서 구하는 나머지는 12이다.

30) 답 : ④

[해설]

$f(x)+1=(x+1)Q_1(x)+5$

$\therefore\ f(-1)=4$

$2f(x)-1=(2x-1)Q_2(x)+1$

$\therefore\ f\left(\frac{1}{2}\right)=1$

$f(x)=(x+1)(2x-1)Q(x)+ax+b$에서

$f(-1)=-a+b=4\cdots$①

$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}a+b=1\cdots$②

① 과 ②을 연립하면 $a=-2, b=2$

따라서 나머지는 $-2x+2$

31) 답 : ②

[해설]

$f(x)$를 $(x-a)$로 나눈 나머지는 $f(a)$이므로

$f(1)=2, f(2)=3, f(3)=1$이다.

$(f\circ f)(x)=(x-1)(x-3)Q(x)+R(x)$라 하면

$R(x)=ax+b$이다.

$(f\circ f)(3)=f(1)=3a+b=2$

$\therefore\ a=-\frac{1}{2}, b=\frac{7}{2}$ 이므로

$R(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{7}{2},\ \therefore\ R(10)=-\frac{3}{2}$

32) 답 : 14

[해설]

[출제 의도]다항식의 성질을 이용하여 미정계수 구하기

$f(x)=(x^3-x^2-6x)Q(x)+x^2+ax+4$

$=x(x^2-x-6)Q(x)+x^2+ax+4$

$=x(x^2-x-6)Q(x)+x^2-x-6\ +(a+1)x+10$

$=(x^2-x-6)\{xQ(x)+1\}+(a+1)x+10$

따라서 $5x+b=(a+1)x+10$

$a=4, b=10$

$\therefore\ a+b=14$

33) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]나머지정리 이해하기

$f(x)=x^3+ax^2-bx+4$라 하면,

$f(2)=8+4a-2b+4=0$,

$f(-1)=-1+a+b+4=6$이므로,

$a=-1, b=4$

$\therefore\ ab=-4$

34) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]항등식 계산하기

$x^3-ax+6=(x-1)(x+b)(x+c)$의 양변에 $x=1$을 대입하면

$a=7$

$x^3-7x+6=(x-1)(x-2)(x+3)$

따라서 $b=-2, c=3$ 또는 $b=3, c=-2$

$\therefore\ a+b+c=8$

35) 답 : 17

[해설]

[출제 의도]나머지 정리를 이용하여 나머지를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$P(x)-7$이 $x-1$로 나누어 떨어지므로

$P(1)-7=0,\ \therefore\ P(1)=7\cdots$ ①

$P(x)+3$이 $x+1$로 나누어 떨어지므로

$P(-1)+3=0,\ \therefore\ P(-1)=-3\cdots$ ②

$P(x)$를 x^2-1로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)=ax+b$라 하면

$P(x)=(x^2-1)Q(x)+ax+b\cdots$ ③

mim에듀

정답 및 해설

① , ②, ③에 의하여

$P(1)=a+b=7,\ P(-1)=-a+b=-3$

이를 연립하여 풀면

$a=5,\ b=2$

$\therefore\ R(x)=5x+2$

$\therefore\ R(3)=17$

36) 답 : 31

[해설]

[출제 의도]나머지 정리 이해하기

$f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)Q_1(x)+x^2+x+1$ 이므로

$f(1)=3,\ f(2)=7,\ f(3)=13$

$f(6x)=(2x-1)(3x-1)Q_2(x)+ax+b$

$x=\frac{1}{2}$ 을 대입하면 $f(3)=\frac{1}{2}a+b=13$

$x=\frac{1}{3}$ 을 대입하면 $f(2)=\frac{1}{3}a+b=7$

따라서 $a=36,\ b=-5$

$\therefore\ a+b=31$

37) 답 : 15

[해설]

[출제 의도]항등식의 성질 이해하기

$(a-5)x+2a-b=0$이 x에 대한 항등식이므로,

$a-5=0,\ 2a-b=0$

$a=5,\ b=10$

따라서, $a+b=15$

38) 답 : 13

[해설]

[출제 의도]항등식의 미정계수의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$a(x+y)+b(x-y)+2=3x-5y+c$

$(a+b)x+(a-b)y+2=3x-5y+c$

$\therefore\ a+b=3,\ a-b=-5,\ c=2$

연립하여 풀면 $a=-1,\ b=4,\ c=2$이다.

$\therefore\ a+2b+3c=13$

39) 답 : 16

[해설]

[출제 의도]나머지 정리 활용하기

$x^4-1=(x-1)^2Q(x)+ax+b$라 하면 $R(x)=ax+b$이다.

$x=1$을 대입하면 $a+b=0$이므로

$b=-a$

$x^4-1=(x-1)^2Q(x)+a(x-1)$

$x^3+x^2+x+1=(x-1)Q(x)+a$

$x=1$을 대입하면 $a=4,\ b=-4$

그러므로, $R(x)=4x-4$

따라서, $R(5)=16$

40) 답 : ④

[해설]

|출제 의도|항등식과 나머지 정리 이해하기

$x^3+x^2-8x+7=(x-1)^3+a(x-1)^2+b(x-1)+c$는 x에 대한 항등식이다.

주어진 식의 양변에 $x=0,\ 1,\ 2$를 대입하면

$\begin{cases}7=-1+a-b+c\\1=c\\3=1+a+b+c\end{cases}$

연립하면 $a=4,\ b=-3,\ c=1$

$f(x)=ax^2-bx-c=4x^2+3x-1$

$x-2$로 나눈 나머지는 $f(2)=21$

41) 답 : 21

[해설]

[출제 의도]나머지정리를 이해하고 식의 변형을 이용하여 다항식을 일차다항식으로 나눈 나머지를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f(x)+g(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지가 10에서

$f(2)+g(2)=10$

$\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2$를 $x-2$로 나눈 나머지가 58에서

$\{f(2)\}^2+\{g(2)\}^2=58$

$\{f(2)\}^2+\{g(2)\}^2=\{f(2)+g(2)\}^2-2f(2)g(2)$이므로

$58=10^2-2f(2)g(2)$

$\therefore\ f(2)g(2)=21$

42) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]나머지 정리를 이용하여 나머지 구하기

$f(1)=1,\ f(-1)=-7$

$R(x)=ax+b$라 놓으면

$f(x)=(x+1)(x-1)Q(x)+ax+b$에서

$a+b=1\cdots①$

$-a+b=-7\cdots②$

①, ② 에서 $a=4,\ b=-3$

$R(x)=4x-3$

$\therefore\ R(3)=9$

43) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]다항식의 나눗셈 계산하기

$$\begin{array}{r} 3x\ -3 \\ \hline x^2+x-1\ \big)\ 3x^3\quad +ax\quad +b \\ 3x^3+3x^2-3x \\ \hline -3x^2+(a+3)x+b \\ -3x^2\quad -3x\ +3 \\ \hline (a+6)x+b-3 \end{array}$$

나머지는 $2x+3$이므로 $a=-4,\ b=6$

$\therefore\ a+b=2$

44) 답 : 11

[해설]

[출제 의도]나머지 정리 이해하기

x^3+ax^2+8x+1을 $x+2,\ x-1$로 나눈 나머지가 같으므로

$-8+4a-16+1=1+a+8+1$

$\therefore\ a=11$

45) 답 : 117

mim 에듀 www.mimedu.co.kr

정답 및 해설

[해설]
[출제 의도]나머지정리와 조립제법을 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.
$f(x)=x^3-ax+9$로 놓자.
$f(x)$를 $x-2$로 나누었을 때 나머지가 3이므로 나머지 정리에 의해
$f(2)=2^3-2a+9=3$
$\therefore\ a=7$
조립제법을 이용하여 $f(x)=x^3-7x+9$를 $x-2$로 나눌 때의 몫 $Q(x)$를 구하면

2	1	0	−7	9
		2	4	−6
	1	2	−3	3

$x^3-7x+9=(x-2)(x^2+2x-3)+3$
$\therefore\ Q(x)=x^2+2x-3$
따라서 $Q(10)=10^2+2\cdot10-3=117$이다.

46) 답 : 5
[해설]
[출제 의도]항등식의 성질을 이용하여 미정계수 구하기
[해설]다항식 ax^3+bx^2+1이 x^2-x-1로 나누어떨어지므로
$ax^3+bx^2+1=(x^2-x-1)(ax-1)$
$ax^3+bx^2+1=ax^3-(a+1)x^2-(a-1)x+1$
위 식은 항등식이므로 $b=-a-1,\ -a+1=0$
$\therefore\ a=1, b=-2$
따라서, $a^2+b^2=5$

47) 답 : 34
[해설]
[출제 의도]나머지정리를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.
$f(x)$를 $(x+1)(x-2)$로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$라 하면
$f(x)=(x+1)(x-2)Q(x)+2x-15$
$xf\left(\frac{1}{2}x\right)$를 $x+2$로 나눈 나머지는 나머지 정리에 의해
$xf\left(\frac{1}{2}x\right)$에 $x=-2$를 대입한 값과 같다.
따라서 구하는 나머지는
$-2f(-1)=-2\times(-17)=34$이다.
[다른 풀이]
$f(x)=(x+1)(x-2)Q(x)+2x-15$이므로
$xf\left(\frac{1}{2}x\right)=x\left\{\left(\frac{1}{2}x+1\right)\left(\frac{1}{2}x-2\right)Q\left(\frac{1}{2}x\right)+2\cdot\frac{1}{2}x-15\right\}$
$\frac{1}{4}x(x+2)(x-4)Q\left(\frac{1}{2}x\right)+x^2-15x$
따라서 $x+2$로 나눈 나머지는
$-2f(-1)=(-2)^2-15(-2)=34$

48) 답 : ②
[해설]
[출제 의도]인수정리 이해하기
$f(1)=g(1)=0$이므로
인수정리에 의하여 $f(x)$와 $g(x)$는 $x-1$을 인수로 갖는다.
$f(x)$와 $g(x)$는 최고차항의 계수가 1인 이차다항식이고
$f(x)g(x)=(x-1)^2(x-3)(x+4)$이므로
$\begin{cases}f(x)=(x-1)(x-3)\\g(x)=(x-1)(x+4)\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}f(x)=(x-1)(x+4)\\g(x)=(x-1)(x-3)\end{cases}$
그런데, $f(x)h(x)=(x-1)(x+2)(x-3)^2$이므로
$f(x)=(x-1)(x-3), h(x)=(x+2)(x-3)$이다.
$\therefore\ h(5)=14$

49) 답 : 29
[해설]
[출제 의도]항등식의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문항이다.
$x^2-3x+6=a(x-1)(x-2)+b(x-2)(x-3)+c(x-3)(x-1)$에서
$x=1$을 대입하면 $1^2-3\cdot1+6=2b$에서 $b=2$
$x=2$를 대입하면 $2^2-3\cdot2+6=-c$에서 $c=-4$
$x=3$을 대입하면 $3^2-3\cdot3+6=2a$에서 $a=3$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=9+4+16=29$
[다른 풀이]
우변을 전개하면
$(a+b+c)x^2-(3a+5b+4c)x+2a+6b+3c$에서
$a+b+c=1,\ 3a+5b+4c=3,\ 2a+6b+3c=6$
위의 식을 연립하여 풀면
$a=3,\ b=2,\ c=-4$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=9+4+16=29$

50) 답 : ⑤
[해설]
[출제 의도]나머지정리를 이해하고 계산하기
x^6을 $x+2$로 나눈 몫을 $Q(x)$라고 하면
$x^6=(x+2)Q(x)+a\cdots$①에서 $x=-2$를 대입하면
$a=(-2)^6=64$
한편, ①에 $x=2003$을 대입하면
$2003^6=2005Q(2003)+b$이므로 $b=2^6=64$
$\therefore\ a+b=128$
[정답]⑤

51) 답 : 17
[해설]
[출제 의도]다항식의 나머지정리를 알고 있는가를 묻는 문제이다.
다항식 $f(x)=x^3+x^2+4x-a$를 $x-2$로 나눈 나머지는 $f(2)$이므로
나머지정리에 의해 $f(2)=2^3+2^2+4\times2-a=3$
$\therefore\ a=17$

52) 답 : ②
[해설]
[출제 의도]항등식과 나머지정리 이해하기
$f(x)=(x-1)(x-2)q(x)+x+1$
$f(3)=(3-1)(3-2)q(3)+3+1$
$f(3)=8$
$\therefore\ q(3)=2$

53) 답 : 6
[해설]

정답 및 해설

$R(x)=ax+b$라 두면

$f(x)=(x^2-4x+3)Q(x)+R(x)$
$=(x-1)(x-3)Q(x)+ax+b$

$\begin{cases} f(1)=a+b=2 \\ f(3)=3a+b=10 \end{cases}$ 이므로

$a=4,\ b=-2$

$\therefore\ R(x)=4x-2$

따라서, $R(2)=6$이다.

54) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 다항식을 일차식으로 나눈 나머지 구하기

나머지 정리에 의해 $f(-3)=1$

$f(x+2005)$를 $x+2008$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라 하면

$f(x+2005)=(x+2008)Q(x)+R$이다.

양변에 $x=-2008$을 대입하면

$f(-2008+2005)=(-2008+2008)Q(-2008)+R$이므로

$R=f(-3)=1$

[정답]①

55) 답 : 42

[해설]

[출제 의도]항등식의 미정계수 구하기

$2x^2+x-2=ax^2+(2a+b)x+a-b+c$에서

$\begin{cases} a=2 \\ 2a+b=1 \\ a-b+c=-2 \end{cases}$ 이다.

따라서 $a=2,\ b=-3,\ c=-7$이므로

$abc=42$

56) 답 : 3

[해설]

[출제 의도]항등식을 이해하고, 이를 문제 해결에 활용하기

$3x^2+2x+1=a(x-1)(x+1)+bx(x+1)+cx(x-1)$이 항등식이므로

$x=0$을 대입하면, $1=-a\ \therefore\ a=-1$

$x=1$을 대입하면, $6=2b\ \therefore\ b=3$

$x=-1$을 대입하면, $2=2c\ \therefore\ c=1$

$\therefore\ a+b+c=3$

[정답] 3

57) 답 : ⑤

[해설]

① $(x+3)^2=x^2+6x+9$

② $(x-2)^2=(x+2)^2-8x$

③ $(2x+3)(2x-3)=4x^2-9$

④ $(4x+3)(2x-1)=8x^2+2x-3$

⑤ $-(5x+1)(-2x+3)=10x^2-13x-3$

58) 답 : 6

[해설]

【출제 의도】나머지 정리 이해하고 활용하기

$R(x)=ax+b$라 두면

$f(x)=(x^2-4x+3)Q(x)+R(x)$
$=(x-1)(x-3)Q(x)+ax+b$

$f(1)=a+b=2,\ f(3)=3a+b=10$이므로

$a=4,\ b=-2\ \therefore\ R(x)=4x-2$

따라서, $R(2)=6$이다.

59) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]나머지정리를 이해하고, 이를 문제 해결에 활용하기

$f(x)=(x-2)(x-5)Q(x)+ax+b$라 하면,

$f(2)=2$이므로 $2a+b=2\cdots①$

$f(5)=8$이므로 $5a+b=8\cdots②$

이를 연립하면 $a=2,\ b=-2$이다.

$\therefore\ a-b=4$

[정답]③

60) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]나머지 정리를 이해하고 관계식 유도하기

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$라 하면

$R(0)=b$

$f(1)=a+b\cdots①$

$f(2)=2a+b\cdots②$

①, ②을 연립하면 $b=2f(1)-f(2)$

61) 답 : 99

[해설]

[출제 의도]삼차방정식의 해를 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

이차방정식 $x^2+x-2=0$의 해는

$x=-2$ 또는 $x=1$이므로

$B=\{1,\ -2\}$

따라서 $x^3+ax^2+bx+c=0$의 해가 $x=-2$ 또는 $x=1$이어야 하므로

x^3+ax^2+bx+c는 $(x+2)^2(x-1)$이거나 $(x+2)(x-1)^2$이다.

이때 $c>0$이므로

$x^3+ax^2+bx+c=(x+2)(x-1)^2$

따라서 $Q(x)=x-1$이므로

$Q(100)=100-1=99$

62) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]다항식의 나눗셈을 이해하고, 이를 식으로 나타낼 수 있는가를 묻는 문제이다.

x^2+3x+4를 $x-2$로 직접 나누어 보면 몫은 $x+5$이고, 나머지는 14이다.

$$\begin{array}{r|l} & x+5 \\ \hline x-2 & x^2+3x+4 \\ & x^2-2x \\ \hline & 5x+4 \\ & 5x-10 \\ \hline & 14 \end{array}$$

$\therefore\ Q(x)=x+5$

mim에듀

$\therefore \quad Q(1)=6$

63) 답 : 6

[해설]

[출제 의도]나머지 정리 활용하기

조건에서 $f(1-x)=(x-1)p(x)-4 \cdots ①$

$xf(x)=(x+1)(x-4)q(x) \cdots ②$ 이므로

① , ②에서

$x=1$ 이면 $f(0)=-4$

$x=-1$ 이면 $f(-1)=0$

$x=4$ 이면 $f(4)=0$

$\therefore \quad f(x)=a(x+1)(x-4)$

$f(0)=-4a=-4$ 이므로 $a=1$

따라서 $f(x)=(x+1)(x-4)$ 이므로 $x+2$ 로 나눈 나머지는 6 이다.

정답:6

64) 답 : ③

[해설]

$f(x)+g(x)$ 는 $x-1$ 로 나누어 떨어지므로

$f(1)+g(1)=0 \cdots ①$

$f(x)-g(x)$ 는 $x-1$ 로 나눌 때의 나머지가 2 이므로

$f(1)-g(1)=2 \cdots ②$

① , ② 을 연립하면 $f(1)=1, g(1)=-1$ 이다.

$x+f(x)g(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는 $1+f(1)g(1)=0$ 이다.

[정답]③

65) 답 : 32

[해설]

주어진 식 $(-x+4)^5=a_0(x-1)^5+a_1(x-1)^4+\cdots+a_5$ 은 x 에 대한 항등식이므로

$x=2$ 를 대입하면

$(-2+4)^5=a_0(2-1)^5+a_1(2-1)^4+a_2(2-1)^3+\cdots+a_5$

$\therefore \quad a_0+a_1+a_2+\cdots+a_5=32$

[정답]32

66) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]항등식 이해하기

$\frac{a-3x}{x+b}=p$ 라 놓으면

$px+bp=-3x+a \cdots ①$

① 은 x 에 대한 항등식이므로

$p=-3, bp=a$ 이다.

$\therefore \quad b=-\frac{1}{3}a$ 의 그래프는 ①번이다.

정답:①

mim에듀 www.mimedu.co.kr