

I.다항식

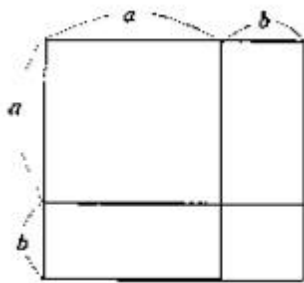
1.다항식의 연산

중단원 기출문제

[난이도 : ★★☆☆] [2003 학년도 대수능]

1 그림과 같이 넓이가 다른 세 종류의 직사각형 종이 네 장을

이용하여 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 임을 보일 수 있다. 이와 유사한 방법으로 부피가 다른 몇 종류의 직육면체 나무토막을 이용하여 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 임을 보이려고 한다. 최소로 필요한 나무토막의 종류의 수와 전체의 개수를 순서대로 적은 것은? [2점]



- ① 3, 4 ② 3, 6 ③ 3, 8
- ④ 4, 6 ⑤ 4, 8

[난이도 : ★★☆☆] [2001 학년도 대수능]

2 [공통]음이 아닌 정수 n 에 대하여 n 을 5로 나눈 나머지를 $f(n)$, 10으로 나눈 나머지를 $g(n)$ 이라 하자. 다음 [보기]중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

[보기]
ㄱ. $f(f(n))=f(n)$
ㄴ. $g(f(n))=g(n)$
ㄷ. $f(g(n))=f(n)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★☆☆] [2012년 11월 학력평가]

3 두 다항식 A, B 에 대하여 $A+B=x^2+3x+4$,
 $A-B=x^2-x+2$ 일 때, 다항식 B 는? [2점]

- ① $x+1$ ② $x+2$ ③ $2x$
- ④ $2x+1$ ⑤ $2x+2$

[난이도 : ★☆☆] [2012년 11월 학력평가]

4 세 실수 a, b, c 에 대하여 $\begin{cases} a+b+c=4 \\ ab+bc+ca=5 \end{cases}$ 일 때, $a^2+b^2+c^2$ 의 값은? [2점]

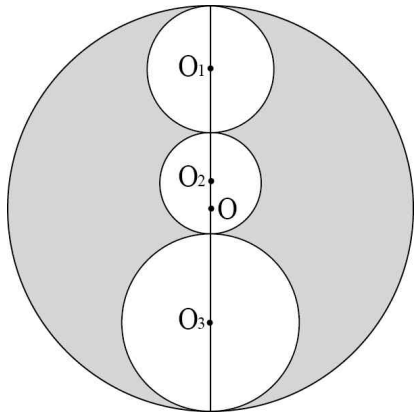
- ① 6 ② 8 ③ 10
- ④ 12 ⑤ 14

[난이도 : ★★☆☆] [2012년 10월 학력평가]

5 $a-b=2, ab=1$ 일 때, a^3-b^3 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★★★] [2012년 9월 학력평가]

6 그림과 같이 반지름의 길이가 8인 원 O 의 내부에 반지름의 길이가 각각 r_1, r_2, r_3 인 세 원 O_1, O_2, O_3 이 있다. 네 원 O, O_1, O_2, O_3 의 중심이 한 직선 위에 있고 원 O_1, O_3 은 각각 원 O 와 내접하며 원 O_2 는 원 O_1, O_3 과 동시에 외접한다. 원 O_1, O_2, O_3 의 넓이의 합이 어두운 부분의 넓이와 같을 때, $r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1$ 의 값을 구하시오.(단, 원 O_1, O_2, O_3 의 중심의 위치는 서로 다르다.)[4점]



[난이도 : ★★☆☆] [2011년 3월 학력평가]

7 두 실수 a, b 에 대하여 $a^2 = 63, b^2 = 27$ 일 때, $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a + \frac{1}{3}b\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a - \frac{1}{3}b\right)$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2011년 10월 학력평가]

8 0이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2, ab = 2$ 일 때, $a^3 + b^3$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2011년 3월 학력평가]

9 0이 아닌 세 실수 a, b, c 가 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$ 을 만족할 때, $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$ 의 값은?[3점]

- ① $\frac{3}{2}$
- ② 2
- ③ $\frac{5}{2}$
- ④ 3
- ⑤ $\frac{7}{2}$

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 3월 학력평가]

10 $x = \sqrt{2}$ 일 때, $2(x+1)^2 + (2-x)^2$ 의 값은?[2점]

- ① 12
- ② 10
- ③ 8
- ④ 6
- ⑤ 4

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 6월 학력평가]

11 복소수 $z = \frac{\sqrt{2}}{1+i}$ 일 때, z^{2010} 의 값은?(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① $2i$
- ② $-2i$
- ③ 1
- ④ i
- ⑤ $-i$

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 6월 학력평가]

12 $x + \frac{1}{x} = 7$ 일 때, $x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x + \frac{3}{x}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2009년 11월 학력평가]

13 다항식 $(x-1)(x+1)(x^2+1)+1$ 을 간단히 한 것은?[2점]

- ① x^4 ② x^4-1 ③ x^4+1
- ④ x^4+x^2-1 ⑤ x^4+x^2+1

[난이도 : ★☆☆] [2008년 3월 학력평가]

14 $A=2x-3y, B=-3x+5y$ 일 때 $3A-(A-B)$ 를 간단히 한 것은?[2점]

- ① $2x-3y$ ② $2x-y$ ③ $x-y$
- ④ $x-3y$ ⑤ $2x+3y$

[난이도 : ★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

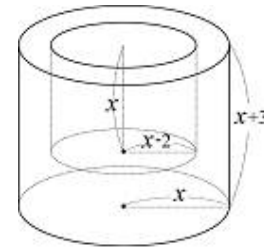
15 다음은 다항식 x^3+ax^2+3x-1 을 $x-1$ 로 나눈 것이다.

이때 상수 a, b, c 에 대하여 $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하시오.[3점]

$$\begin{array}{r}
 \overline{x^2-x+b} \\
 x-1 \overline{) x^3+ax^2+3x-1} \\
 \underline{x^3-x^2} \\
 -x^2+3x \\
 \underline{-x^2+x} \\
 2x-1 \\
 \underline{2x+c} \\
 1
 \end{array}$$

[난이도 : ★☆☆] [2008년 6월 학력평가]

16 반지름의 길이가 x , 높이가 $x+3$ 인 원기둥 모양의 통나무가 있다. 이 통나무에서 그림과 같이 반지름의 길이가 $x-2$, 높이가 x 인 원기둥을 파냈을 때, 남아 있는 통나무의 부피는?[3점]



- ① $\pi x^2(x+3)$ ② $\pi x(7x-4)$ ③ $\pi x(7x+4)$
- ④ $\pi x(2x^2-x+4)$ ⑤ $4\pi(x+3)(x-1)$

[난이도 : ★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

17 세 다항식 A, B, C 에 대하여 $\begin{cases} A+B=3a^2-ab-b^2 \\ B+C=2a^2+3ab+2b^2 \\ C+A=a^2-6ab+3b^2 \end{cases}$ 일 때, 세

다항식의 합 $A+B+C$ 는?

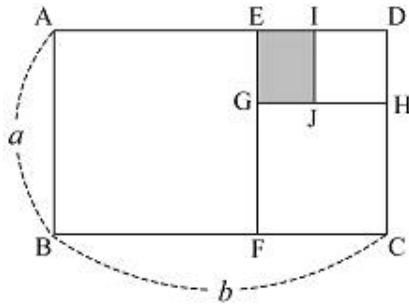
- ① $-3a^2+4ab+b^2$ ② $-a^2-5ab+2b^2$
- ③ $a^2+3ab+4b^2$ ④ $3a^2-2ab+2b^2$
- ⑤ $5a^2+ab+4b^2$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 9월 학력평가]

18 그림과 같이 $\overline{AB}=a$, $\overline{BC}=b$ 인 직사각형 $ABCD$ 가 있다.

세 사각형 $ABFE$, $GFCH$, $IJHD$ 가 모두 정사각형일 때, 사각형 $EGJI$ 의 넓이를 a, b 에 대한 식으로 나타낸 것은?(단,

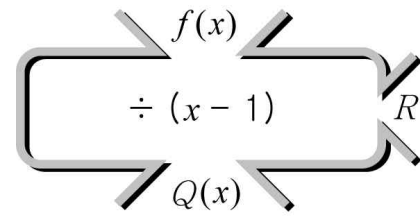
$\frac{3}{2}a < b < 2a$ 이다.)[3점]



- ① $-6a^2 + 7ab - 2b^2$ ② $3a^2 - 8ab + 4b^2$ ③ $-2a^2 + 3ab - b^2$
 ④ $9a^2 - 6ab + b^2$ ⑤ $a^2 - 4ab + 4b^2$

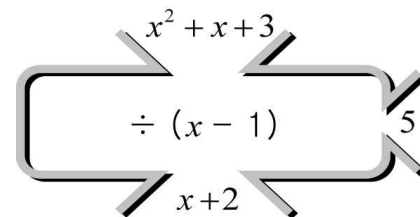
[난이도 : ★★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

19 [그림 1]의 연산장치는 다항식 $f(x)$ 가 입력되면 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 몫 $Q(x)$ 와 나머지 R 이 나오는 연산장치이다.



[그림 1]

예를 들어 다항식 $f(x)=x^2+x+3$ 을 [그림 1]의 연산장치에 입력하면 [그림 2]와 같다.



[그림 2]

다항식 x^3+x^2-3x-2 를 [그림 1]의 연산장치에 입력하여 나온 몫을 다시 [그림 1]의 연산장치에 입력할 때 나오는 나머지는?[3점]

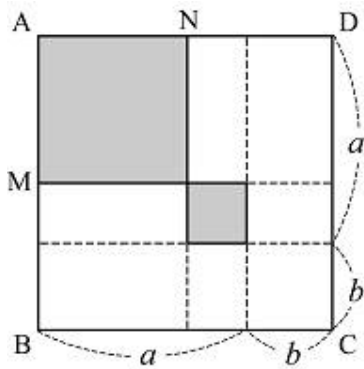
- ① 4 ② 2 ③ 0
 ④ -2 ⑤ -4

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 3월 학력평가]

20 그림과 같이 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형 $ABCD$ 가 있다.

두 변 AB, AD 의 중점이 각각 M, N 일 때, 다음 중 색칠한 두 정사각형의 넓이의 합을 나타낸 것은?

(단, $a > b$ 이고 정사각형 $ABCD$ 의 내부의 선들은 각 변과 평행하거나 수직이다.)[3점]



- ① ab
- ② $\frac{a^2+b^2}{2}$
- ③ $\frac{a^2+b^2}{3}$
- ④ $\frac{a^2-b^2}{2}$
- ⑤ $\frac{a^2-b^2}{3}$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 3월 학력평가]

21 $x = -2, y = -\frac{1}{3}$ 일 때 $8x^2 - \frac{9}{y} + 10$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 6월 학력평가]

22 $(2+6x-x^3)^2 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + a_6$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2008년 9월 학력평가]

23 두 다항식 $A = x^3 + x + 4, B = x + 4$ 에 대하여 $A^3 - B^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수를 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

24 다음은 x 에 대한 항등식 $(x^2 + 2x - 1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$ 에서 $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9, a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}$ 을 구하는 과정이다.

$(x^2 + 2x - 1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$ 에서 $x = 1$ 을 대입하면

$a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = 32 \dots$ ①

$x = -1$ 을 대입하면

$a_0 - a_1 + a_2 - \dots + a_{10} = [(*)] \dots$ ②

따라서 ①과 ②에서 $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = [(*)]$

$a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = [(*)]$ 이다.

이 과정에서 $(*)$ ~ $(**)$ 에 알맞은 것을 바르게 짝지은 것은?[4점]

- ① $-32, 0, 32$
- ② $-32, 32, 0$
- ③ $-32, 32, 32$
- ④ $32, 0, 32$
- ⑤ $32, 32, 0$

[난이도 : ★★★] [2008년 5월 학력평가]

25 세 실수 x, y, z 에 대하여 $\langle x, y, z \rangle = xy + yz + zx$ 라고 정의하자.

$\langle x, x, x \rangle + \langle y, y, y \rangle + \langle z, z, z \rangle = 90$ 이고,
 $\langle x, 1, 1 \rangle + \langle y, 1, 1 \rangle + \langle z, 1, 1 \rangle = 19$ 일 때,
 $\langle x, y, z \rangle$ 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2007년 3월 학력평가]

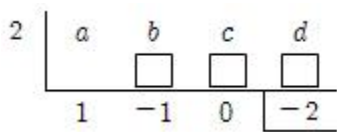
26 $a = \frac{3}{2}$ 일 때, $\frac{2a^2 - 5a}{a}$ 의 값은?[2점]

- ① -2 ② -1 ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

[난이도 : ★☆☆] [2007년 5월 학력평가]

27 [공통]다음은 다항식 $ax^3 + bx^2 + cx + d$ 를 $x - 2$ 로 나눈 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하는 과정이다.

이때, $ax^3 + bx^2 + cx + d$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지는?[3점]



- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

[난이도 : ★☆☆] [2007년 10월 학력평가]

28 이차방정식 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2007년 3월 학력평가]

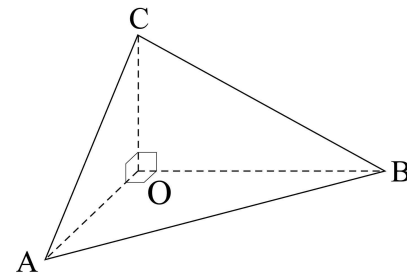
29 9개의 칸으로 이루어진 아래 표에서 가로, 세로, 대각선의 수의 곱이 모두 같아지도록 a, b, c, d 의 값을 정하려고 한다. 이때, $a + c$ 의 값을 구하시오.[4점]

a	b	2
2^2	c	2^6
d	1	2^5

[난이도 : ★★★] [2007년 9월 학력평가]

30 사면체 $OABC$ 가 다음 조건을 만족한다.

- (가) 세 선분 OA, OB, OC 는 점 O 에서 서로 수직이다.
- (나) $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 9$ 이다.
- (다) 세 삼각형 $\triangle OAB, \triangle OBC, \triangle OCA$ 의 넓이의 합은 13 이다.



이때, $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2$ 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★☆☆] [2006년 3월 학력평가]

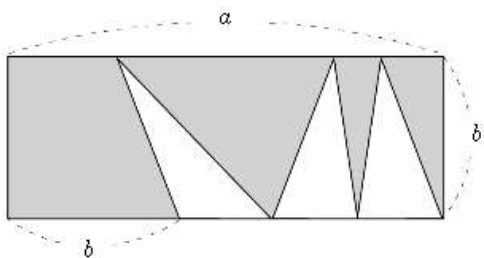
31 $x^2 + y^2 = 20, xy = 3$ 일 때, $(x - y)^2$ 의 값을 구하시오.[2 점]

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 9월 학력평가]

32 $a+b=5, ab=3$ 일 때, a^3+b^3 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 6월 학력평가]

33 [공통]두 변의 길이가 각각 a, b 인 그림과 같은 직사각형에서 어두운 부분의 넓이는?[3점]



- ① $\frac{1}{3}b(a+b)$ ② $\frac{1}{2}b(a+b)$ ③ $\frac{1}{3}b(a-b)$
- ④ $\frac{1}{2}b(a-b)$ ⑤ $\frac{2}{3}b(a-b)$

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 11월 학력평가]

34 x 에 대한 다항식 $(ax-1)^3$ 의 전개식에서 모든 항의 계수의 합이 64 일 때, 실수 a 의 값은?[3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

[난이도 : ★★☆☆] [2006년 10월 학력평가]

35 다음은 $a+b+c=d, ab+bc+ca=d^2$ 일 때, 등식 $a^4+b^4+c^4+d^4 = [가]$ 가 성립함을 증명한 것이다.

곱셈공식에 의해 $a^2+b^2+c^2$
 $= (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) = [나]$
 또한, $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$
 $= (ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)$
 $= d^4 - 2abcd$
 따라서, [다] $= (a^2+b^2+c^2)^2 - 2(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$
 $= d^4 - 2(d^4 - 2abcd)$
 $= -d^4 + 4abcd$
 $\therefore a^4+b^4+c^4+d^4 = [가]$

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[4점]

- ① $4abcd, -d^2, a^4+b^4+c^4$
- ② $4abcd, d^2, a^4+b^4+c^4$
- ③ $4abcd, -d^2, a^4-b^4-c^4$
- ④ $2abcd, d^2, a^4-b^4-c^4$
- ⑤ $2abcd, -d^2, a^4-b^4+c^4$

[난이도 : ★☆☆☆] [2005년 10월 학력평가]

36 $x^3y^2 \times (x^2y^3)^2 \div (x^2y)^3$ 을 간단히 하면?[2점]

- ① x^3y^3 ② x^3y^5 ③ x^2y^3
- ④ xy^4 ⑤ xy^5

[난이도 : ★☆☆☆] [2005년 3월 학력평가]

37 다항식 $(x-1)(x+2)(x+3)(x+4)$ 를 전개했을 때, x^3 의 계수를 구하시오.[2점]

[난이도 : ★☆☆] [2005년 9월 학력평가]

38 두 다항식 $A = x^2 - 2xy + 2y^2$, $B = 2x^2 + xy - y^2$ 에 대하여 $2A - 3B$ 를 계산한 식에서 y^2 의 계수는?[2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

[난이도 : ★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

39 $A = -3x^2 + x + 2$, $B = 2x - 1$, $C = -x^2 + 2x$ 일 때, $A + B - C$ 를 간단히 나타낸 것은?[2점]

- ① $-4x^2 + x + 1$ ② $-4x^2 + 5x + 3$ ③ $-2x^2 + x + 1$
- ④ $-2x^2 + 5x + 1$ ⑤ $-2x^2 + 5x + 3$

[난이도 : ★☆☆] [2005년 9월 학력평가]

40 $a + b = 3$, $a^2 + b^2 = 11$ 일 때, ab 의 값은?[2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

[난이도 : ★☆☆] [2005년 3월 학력평가]

41 자연수 n 일 때, 집합 $A = \{n | 1 \leq n \leq 10\}$ 이다.

다음 등식의 □ 안에 집합 A 의 어떠한 원소를 사용하여도 등식이 성립되지 않는 것은?[3점]

- ① $(x + \square)^2 = x^2 + 6x + \square$
- ② $(x - \square)^2 = (x + 2)^2 - \square x$
- ③ $(2x + \square)(2x - 3) = \square x^2 + 4x - 9$
- ④ $(\square x + 3)(2x - \square) = 8x^2 + \square x - 3$
- ⑤ $(\square x + 1)(2x - \square) = 10x^2 - 13x - \square$

[난이도 : ★☆☆] [2005년 6월 학력평가]

42 $x - \frac{1}{x} = 3$ 을 만족하는 x 에 대하여 $x^3 - \frac{1}{x^3}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2005년 6월 학력평가]

43 1이 아닌 양수 a, b, c 가 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$ 을 만족할 때, $\log_a bc + \log_b ca + \log_c ab$ 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

44 $x - y = 1$, $y - z = 2$ 일 때, $(x - y)^2 + (y - z)^2 + (x - z)^2$ 의 값을 구하면?[4점]

- ① 14 ② 15 ③ 16
- ④ 17 ⑤ 18

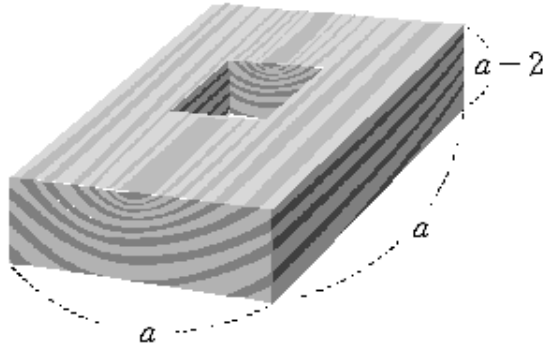
[난이도 : ★★★] [2005년 10월 학력평가]

45 $x + y = -1$, $x^2 + y^2 = -1$ 일 때, $x^{2005} + y^{2005}$ 의 값은?[4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

[난이도 : ★★★] [2004년 11월 학력평가]

46 밑면의 가로, 세로의 길이가 a 이고 높이가 $a-2$ 인 직육면체 모양의 나무 토막에 정육면체 모양의 구멍이 뚫린 블록을 만들었다. 이 블록의 부피는?(단, $a > 2$)[3점]



- ① $4a^2 - 2a$ ② $4a^2 - 12a + 8$ ③ $2a^3 - 4a^2 + 12a$
- ④ $2a^3 + 8a^2 + 3a - 8$ ⑤ $2a^3 + 6a^2 + 12a - 8$

정답 및 해설

1. 다항식의 연산

중단원 기출문제

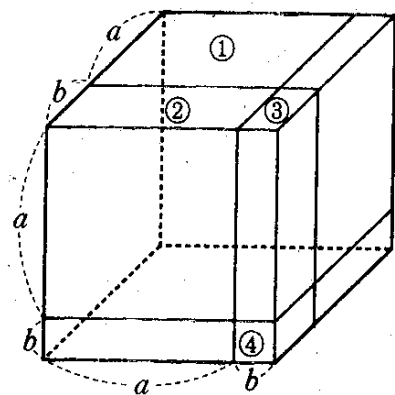
1) 답 : ⑤

[해설]

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 을 보이려면 가로, 세로, 높이가 각각 $a+b$

따라서 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 이 보여진다.

즉 나무토막의 종류의 수는 4가지, 나무토막 전체의 개수는 8개이다.



2) 답 : ④

[해설]

ㄱ. $n = 5k + r$ (단, k 는 음이 아닌 정수, $r = 0, 1, 2, 3, 4$)로 놓으면

$$f(n) = r$$

$$f(f(n)) = f(r) = r$$

$$\therefore f(f(n)) = f(n) \text{ (참)}$$

ㄴ. (반례) $n = 6$ 일 때, $f(n) = 1$ 이므로

$$g(f(n)) = 1 \text{이지만 } g(n) = 6 \text{이다.}$$

$$\therefore g(f(n)) \neq g(n) \text{ (거짓)}$$

ㄷ. $n = 10k + r$ (단, k 는 음이 아닌 정수, $r = 0, 1, 2, \dots, 10$)으로 놓으면

$$f(g(n)) = f(r)$$

$$f(n) = f(10k + r) = f(5 \times 2k + r) = f(r)$$

$$\therefore f(g(n)) = f(n) \text{ (참)}$$

3) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 다항식의 덧셈과 뺄셈 계산하기

$$A + B = x^2 + 3x + 4 \quad \dots \textcircled{㉠}$$

$$A - B = x^2 - x + 2 \quad \dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } 2B = 4x + 2$$

$$\text{따라서 } B = 2x + 1$$

4) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 다항식의 곱셈 이해하기

$$\begin{aligned} \text{[구하는 값]} &= a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \\ &= 16 - 10 = 6 \end{aligned}$$

따라서 $a^2 + b^2 + c^2 = 6$

5) 답 : 14

[해설]

[출제 의도] 곱셈공식을 이용하여 식의 값 계산하기

$$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) \text{이다.}$$

$$\therefore a^3 - b^3 = 14$$

6) 답 : 16

[해설]

[출제 의도] 다항식의 곱셈을 이용하여 수학 내적문제 해결하기

$$r_1 + r_2 + r_3 = 8 \text{이고, 어두운 부분과 원 } O_1, O_2, O_3 \text{의}$$

넓이의 합이 같으므로

원 O_1, O_2, O_3 의 넓이의 합은 원 O 의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이다. 즉,

$$\pi r_1 \text{이다.}$$

$$\therefore r_1$$

$$r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_3 r_1$$

$$= \frac{1}{2} \{ (r_1 + r_2 + r_3)^2 - (r_1^2 + r_2^2 + r_3^2) \}$$

$$= \frac{1}{2} (64 - 32) = 16$$

7) 답 : 31

[해설]

[출제 의도] 곱셈공식을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$\text{(준식)} = \frac{1}{2} a^2 - \frac{1}{9} b^2 = 34 - 3 = 31$$

8) 답 : 40

[해설]

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{a+b}{2} = 2 \text{ 즉, } a+b=4$$

$$\therefore a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 40$$

9) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 식의 변형과 실수의 성질을 이용하여 유리식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

$$= \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} = 0$$

a, b, c 가 실수이므로 $a=b=c$

$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} = 3$$

10) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 다항식의 곱셈을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\text{[구하는 값]} = 2(x+1)^2 + (2-x)^2$$

$$= 2(x^2 + 2x + 1) + (4 - 4x + x^2)$$

$$= 2x^2 + 4x + 2 + 4 - 4x + x^2$$

$$= 3x^2 + 6$$

정답 및 해설

$$= 3 \times (\sqrt{2})^2 + 6$$

$$= 12$$

[다른 풀이]

$$2(x+1)^2 + (2-x)^2$$

$$= 2(\sqrt{2}+1)^2 + (2-\sqrt{2})^2$$

$$= 2(2+2\sqrt{2}+1) + (4-4\sqrt{2}+2)$$

$$= 4+4\sqrt{2}+2+4-4\sqrt{2}+2$$

$$= 12$$

11) 답 : ⑤

[해설]

$$z^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^2 = \frac{2}{2i} = \frac{1}{i} = -i \text{ 에서 } z^4 = -1$$

$$\therefore z^{2010} = (z^4)^{502} \times z^2 = z^2 = -i$$

12) 답 : 343

[해설]

$$x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 343$$

13) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 다항식을 덧셈, 곱셈하기

$$[구하는 값] = (x-1)(x+1)(x^2+1)+1 = (x^2-1)(x^2+1)+1$$

$$= (x^4-1)+1 \text{ 이며 정리하면}$$

$$= x^4$$

14) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$3A - (A - B)$$

$$= 2A + B$$

$$= 2(2x - 3y) + (-3x + 5y)$$

$$= 4x - 6y - 3x + 5y$$

$$= x - y$$

15) 답 : 12

[해설]

[출제 의도] 다항식의 나눗셈 이해하여 유추하기

$$\begin{array}{r} x^2 - x + b \\ x-1 \overline{) x^3 + ax^2 + 3x - 1} \\ \underline{x^3 - x^2 } \phantom{\textcircled{1}} \\ -x^2 + 3x \\ \underline{-x^2 + x} \\ 2x - 1 \\ \underline{2x + c} \phantom{\dots \textcircled{2}} \\ 1 \end{array}$$

① 에서 $ax^2 - (-x)^2 = -x^2$ 이므로 $a = -2$

② 에서 $(x-1) \times b = 2x + c$ 이므로 $b = 2, c = -2$

16) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 다항식의 연산을 이용하여 수학 내적문제 해결하기

$$(\text{통나무의 부피}) = \pi x^2(x+3)$$

$$(\text{파낸 원기둥의 부피}) = \pi(x-2)^2x$$

$$(\text{남은 부피}) = \pi\{x^2(x+3) - (x-2)^2x\}$$

$$= \pi x(x^2 + 3x - x^2 + 4x - 4)$$

$$= \pi x(7x - 4)$$

17) 답 : ④

[해설]

다항식의 덧셈과 뺄셈

$$\text{세 식을 모두 더하면 } 2(A+B+C) = 6a^2 - 4ab + 4b^2$$

$$\therefore A+B+C = 3a^2 - 2ab + 2b^2$$

18) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 도형의 성질을 이해하고 주어진 부분의 넓이를 다항식으로 표현할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\text{사각형 } ABFE \text{의 넓이: } a^2$$

$$\text{사각형 } GFCH \text{의 넓이: } (b-a)^2$$

$$\text{사각형 } IJHD \text{의 넓이: } \{a - (b-a)\}^2 = (2a-b)^2 \text{ 이므로}$$

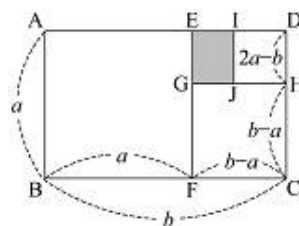
$$\text{사각형 } EGGI \text{의 넓이는}$$

$$ab - \{a^2 + (b-a)^2 + (2a-b)^2\}$$

$$= ab - \{a^2 + b^2 - 2ab + a^2 + 4a^2 - 4ab + b^2\}$$

$$= ab - (6a^2 + 2b^2 - 6ab)$$

$$= -6a^2 + 7ab - 2b^2$$



[별해]

그림에서

$$\overline{FC} = \overline{CH} = b - a$$

$$\overline{IJ} = \overline{JH} = \overline{DH} = a - (b - a) = 2a - b$$

$$\overline{GJ} = (b - a) - (2a - b) = -3a + 2b$$

$$\text{구하는 사각형 } EGGI \text{의 넓이는}$$

$$\overline{GJ} \times \overline{IJ} = (2a - b)(-3a + 2b)$$

$$= -6a^2 + 7ab - 2b^2$$

19) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 조립제법을 이용한 몫과 나머지 구하기
연산장치는 조립제법과 같은 원리이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 1 & -3 & -2 \\ & & 1 & 2 & -1 \\ \hline 1 & 1 & 2 & -1 & -3 \\ & & 1 & 3 & \\ \hline & 1 & 3 & 2 & \end{array}$$

\therefore 나머지는 2

정답 및 해설

20) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]다항식의 곱셈을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

색칠한 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{a+b}{2}$

색칠한 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $a - \frac{a+b}{2} = \frac{a-b}{2}$

따라서 두 정사각형의 넓이의 합은

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \frac{a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2}{4} = \frac{a^2+b^2}{2}$$

21) 답 : 69

[해설]

[출제 의도]식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$x = -2, \frac{1}{y} = -3 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} 8x^2 - \frac{9}{y} + 10 &= 8 \times (-2)^2 - 9 \times (-3) + 10 \\ &= 32 + 27 + 10 \\ &= 69 \end{aligned}$$

22) 답 : 29

[해설]

[출제 의도]항등식의 성질 이해하기

$x = 1$ 일 때,

$$49 = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 \cdots \textcircled{1}$$

$x = -1$ 일 때,

$$9 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6 \cdots \textcircled{2}$$

① + ②이면

$$58 = 2(a_0 + a_2 + a_4 + a_6) \text{ 이므로}$$

$$\therefore a_0 + a_2 + a_4 + a_6 = 29$$

(별해)

$$(2+6x-x^3)^2 = 4+24x+36x^2-4x^3-12x^4+x^6$$

$$\therefore a_0 + a_2 + a_4 + a_6 = 4+36-12+1 = 29$$

23) 답 : 48

[해설]

[출제 의도]주어진 다항식을 전개하여 각 항의 계수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

주어진 조건에서 $A = x^3 + B$ 이므로,

$$\begin{aligned} A^3 - B^3 &= (x^3 + B)^3 - B^3 \\ &= x^9 + 3x^6B + 3x^3B^2 + B^3 - B^3 \\ &= x^9 + 3x^6B + 3x^3B^2 \end{aligned}$$

여기서, x^3 의 항은 $3x^3B^2$ 에만 존재한다.

$$3x^3B^2 = 3x^3(x+4)^2 = 3x^3(x^2+8x+16) \text{ 이므로}$$

$$3x^3B^2 \text{의 } x^3 \text{의 계수는 } 3 \times 16 = 48 \text{ 이다.}$$

따라서 구하는 x^3 의 계수는 48이다.

24) 답 : ②

[해설]

$$(x^2+2x-1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{10}x^{10} \text{ 에서}$$

$x = 1$ 을 대입하면

$$(1^2+2 \cdot 1-1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 32 \cdots \textcircled{1}$$

$x = -1$ 을 대입하면

$$\{(-1)^2+2 \cdot (-1)-1\}^5 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots + a_{10}$$

$$a_0 - a_1 + a_2 - \cdots + a_{10} = [-32] \cdots \textcircled{2}$$

① - ② 하여 정리하면

$$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = [32]$$

① + ② 하여 정리하면

$$a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = [0]$$

25) 답 : 17

[해설]

[출제 의도]곱셈공식의 변형을 이용하여 식의 값 구하기

$$\ll x, x, x \gg + \ll y, y, y \gg + \ll z, z, z \gg = 90 \text{ 에서}$$

$$3x^2 + 3y^2 + 3z^2 = 90 \text{ 이므로 } x^2 + y^2 + z^2 = 30$$

$$\ll x, 1, 1 \gg + \ll y, 1, 1 \gg + \ll z, 1, 1 \gg = 19 \text{ 에서}$$

$$(2x+1) + (2y+1) + (2z+1) = 19 \text{ 이므로 } x+y+z = 8$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy+yz+zx) \text{ 이므로}$$

$$xy + yz + zx = 17$$

$$\therefore \ll x, y, z \gg = xy + yz + zx = 17$$

26) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]식의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\text{구하는 값} = \frac{2a^2 - 5a}{a}$$

$$= 2a - 5$$

$$= 2 \times \frac{3}{2} - 5$$

$$= 3 - 5$$

$$= -2$$

27) 답 : ①

[해설]

조립제법을 이용하는 과정에서 네모 안의 수를 채워보면 다음과 같다.

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & a & b & c & d \\ & & \boxed{2} & \boxed{-2} & \boxed{0} \\ \hline & 1 & -1 & 0 & \boxed{-2} \end{array}$$

위에서 $a = 1, b + 2 = -1, c + (-2) = 0, d + 0 = -2$ 이므로

$b = -3, c = 2, d = -2$ 이다.

따라서 주어진 다항식

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = x^3 - 3x^2 + 2x - 2 \text{ 이다.}$$

또한 나머지 정리에 의해 다항식을 $x-1$ 로 나눈 나머지는

다항식에 $x = 1$ 을 대입한 값이다.

$$1^3 - 3 \times 1^2 + 2 \times 1 - 2 = -2$$

28) 답 : 72

[해설]

[출제 의도]이차방정식의 근과 계수와의 관계 이해하기

정답 및 해설

근과 계수의 관계에서 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -5$

$$\begin{aligned} \alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 27 + 45 \\ &= 72 \end{aligned}$$

29) 답 : 24

[해설]

[출제 의도]지수법칙을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$2 \times 2^6 \times 2^5 = 2^{12} \text{ 이므로 세 수의 곱은 } 2^{12} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 2^2 \times c \times 2^6 = 2^{12} \text{ 에서 } c = 2^4 = 16$$

$$a \times c \times 2^5 = a \times 2^4 \times 2^5 = 2^{12} \text{ 에서 } a = 2^3 = 8$$

$$\therefore a + c = 8 + 16 = 24$$

[참고]

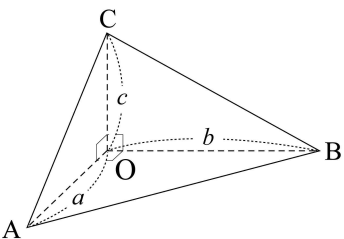
표를 완성하면 아래와 같다.

2^3	2^8	2
2^2	2^4	2^6
2^7	1	2^5

30) 답 : 29

[해설]

[출제 의도]도형으로 주어진 조건을 만족시키는 식을 변형하여 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



세 선분 OA, OB, OC 의 길이를 각각 a, b, c 라 하면

$$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 9 \text{ 에서 } a + b + c = 9$$

세 삼각형 $\triangle OAB, \triangle OBC, \triangle OCA$ 의 넓이의 합은 13에서

$$\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}bc + \frac{1}{2}ca = 13$$

$$\therefore ab + bc + ca = 26$$

$$\therefore \overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$= (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$$

$$= 81 - 52$$

$$= 29$$

31) 답 : 14

[해설]

[출제 의도]곱셈공식을 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$x^2 + y^2 = 20, xy = 3$$

$$\text{구하는 값} = (x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$= (x^2 + y^2) - 2xy$$

$$= 20 - 2 \times 3 = 14$$

32) 답 : 80

[해설]

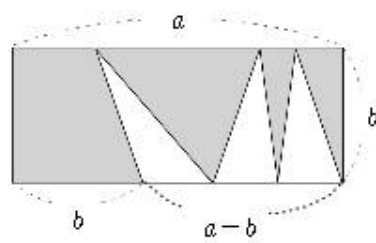
[출제 의도]곱셈공식을 이용하여 주어진 식의 값을 계산할 수 있는가를 묻는 문항이다.

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 5^3 - 3 \times 3 \times 5 = 80$$

33) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]다항식의 연산을 이용하여 넓이 구하기



어두운 부분의 넓이는 직사각형의 넓이에서 세 삼각형의 넓이를 뺀 것이다.

$$ab - \frac{1}{2}b(a - b) = \frac{1}{2}b(a + b)$$

34) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]다항식의 계수의 합 구하기

$$\text{[해설]} (ax - 1)^3 = a^3x^3 - 3a^2x^2 + 3ax - 1 \text{ 이므로}$$

$$\text{모든 항의 계수의 합은 } a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = 64$$

$$\Leftrightarrow a^3 - 3a^2 + 3a - 65 = 0$$

$$\Leftrightarrow (a - 5)(a^2 + 2a + 13) = 0$$

따라서, 만족하는 실수 $a = 5$

[별해] 다항식 $f(x)$ 의 모든 항의 계수의 합은 $f(1)$ 과 같으므로

$$(ax - 1)^3 \text{의 모든 항의 계수의 합은 } (a - 1)^3 \text{ 이다.}$$

$$(a - 1)^3 = 64$$

따라서, 만족하는 실수 $a = 5$

35) 답 : ①

[해설]

[출제 의도]곱셈 공식을 활용하여 추론하기

곱셈공식에 의해

$$a^2 + b^2 + c^2$$

$$= (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$$

$$= -d^2$$

또한, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$

$$= (ab + bc + ca)^2 - 2abc(a + b + c)$$

$$= d^4 - 2abcd$$

따라서, $a^4 + b^4 + c^4$

$$= (a^2 + b^2 + c^2)^2 - 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2)$$

$$= d^4 - 2(d^4 - 2abcd)$$

$$= -d^4 + 4abcd$$

$$\therefore a^4 + b^4 + c^4 + d^4 = 4abcd$$

36) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도]단항식 계산하기

$$\text{(준식)} = x^3y^2 \times x^4y^6 \div x^6y^3 = xy^5$$

정답 및 해설

37) 답 : 8

[해설]

【출제 의도】다항식의 곱셈하기

$$(x-1)(x+2)(x+3)(x+4) \\ = x^4 + (-1+2+3+4)x^3 + \dots$$

그러므로 x^3 의 계수는 8이다.

38) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]다항식의 계산 및 용어의 정의를 알고 있는가를 묻는 문제이다.

$$2A-3B=2(x^2-2xy+2y^2)-3(2x^2+xy-y^2) \\ = -4x^2-7xy+7y^2$$

따라서 y^2 의 계수는 7이다.

39) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]다항식의 덧셈과 뺄셈하기

문제의 조건:

$$A=-3x^2+x+2, B=2x-1, C=-x^2+2x$$

구하는 식 $= A+B-C$

$$= (-3x^2+x+2)+(2x-1)-(-x^2+2x) \\ = -3x^2+x+2+2x-1+x^2-2x \\ = -2x^2+x+1$$

[정답]③

40) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]다항식의 곱셈공식을 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \text{에서}$$

$$ab = \frac{1}{2} \{ (a+b)^2 - (a^2 + b^2) \} \\ = \frac{1}{2} (9-11) = -1$$

41) 답 : ③

[해설]

【출제 의도】곱셈공식 이해하기

- ① $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$
- ② $(x-2)^2 = (x+2)^2 - 8x$
- ③ $(2x+3)(2x-3) = 4x^2 - 9$
- ④ $(4x+3)(2x-1) = 8x^2 + 2x - 3$
- ⑤ $(5x+1)(2x-3) = 10x^2 - 13x - 3$

42) 답 : 36

[해설]

[출제 의도]곱셈공식의 변형을 통하여 문제 해결하기

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3x \cdot \frac{1}{x} \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right) = 36$$

43) 답 : 6

[해설]

[출제 의도]실수의 성질을 이용하여 로그 계산하기

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0 \quad \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

$$\log_a bc + \log_b ca + \log_c ab$$

$$= 2 + 2 + 2$$

$$= 6$$

44) 답 : ①

[해설]

문제에서 주어진 조건:

$$x - y = 1 \dots \text{①}$$

$$y - z = 2 \dots \text{②}$$

① + ②하여 변형하면

$$x - z = 3$$

$$\therefore (x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-z)^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$$

45) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]연립방정식과 삼차방정식 이해하기

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy \text{이므로 } xy = 1$$

$x+y = -1$ 이고 $xy = 1$ 이므로

x, y 를 두 근으로 하는 이차방정식은 $t^2 + t + 1 = 0$ 이다.

양변에 $t-1$ 을 곱하면 $t^3 = 1$

x, y 가 두 근이므로 $x^3 = 1, y^3 = 1$

$$\therefore x^{2005} + y^{2005} = (x^3)^{668}x + (y^3)^{668}y \\ = x + y = -1$$

46) 답 : ②

[해설]

[출제 의도]다항식의 덧셈과 뺄셈 계산하기

처음 나무토막의 부피는 $a^2(a-2)$ 이고,

잘라낸 정육면체의 부피는 $(a-2)^3$ 이므로

남은 입체의 부피는

$$a^2(a-2) - (a-2)^3 = a^3 - 2a^2 - (a^3 - 6a^2 + 12a - 8)$$

$$= 4a^2 - 12a + 8$$

정답:②