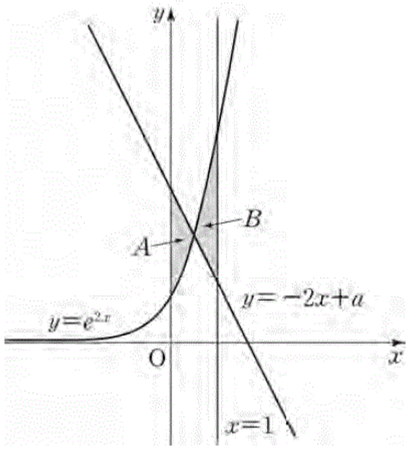
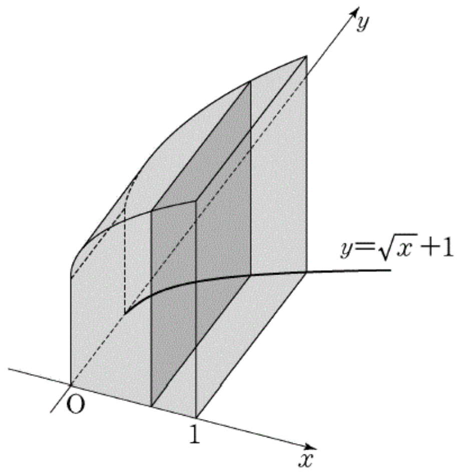
IV.적분법
3.정적분의 활용
중단원 기출문제

[난이도 : ★★☆] [2018 학년도 대수능]
1 곡선 $y=e^{2x}$과 y축 및 직선 $y=-2x+a$로 둘러싸인 영역을 A, 곡선 $y=e^{2x}$과 두 직선 $y=2x+a$, $x=1$로 둘러싸인 영역을 B라 하자. A의 넓이와 B의 넓이가 같을 때, 상수 a의 값은? (단, $1<a<e^2$) [3점]



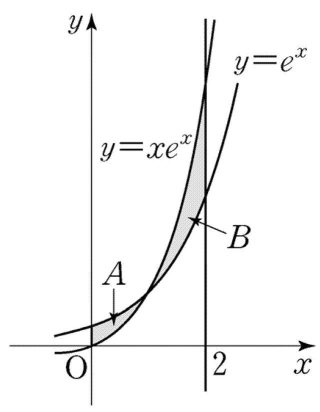
① $\frac{e^2+1}{2}$ ② $\frac{2e^2+1}{4}$ ③ $\frac{e^2}{2}$
④ $\frac{2e^2-1}{4}$ ⑤ $\frac{e^2-1}{2}$

[난이도 : ★★☆] [2017 학년도 대수능]
2 그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{x}+1$과 x축, y축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체 도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{8}{3}$
④ $\frac{17}{6}$ ⑤ 3

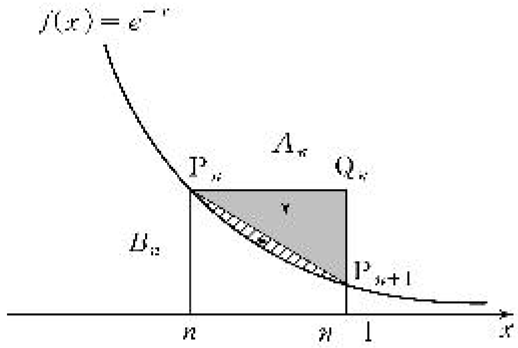
[난이도 : ★★★] [2012 학년도 대수능]
3 그림에서 두 곡선 $y=e^x$, $y=xe^x$과 y축으로 둘러싸인 부분 A의 넓이를 a, 두 곡선 $y=e^x$, $y=xe^x$과 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분 B의 넓이를 b라 할 때, $b-a$의 값은?[4점]



① $\frac{3}{2}$ ② $e-1$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ e

[난이도 : ★★★] [2007 학년도 대수능]

4 [이과]함수 $f(x)=e^{-x}$과 자연수 n에 대하여 점 P_n, Q_n을 각각 $P_n(n,\ f(n))$, $Q_n(n+1,\ f(n))$이라 하자. 삼각형 $P_nP_{n+1}Q_n$의 넓이를 A_n, 선분 P_nP_{n+1}과 함수 $y=f(x)$의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 B_n이라 할 때, 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[4점]



ㄱ. $\displaystyle\int_n^{n+1} f(x)dx = f(n) - (A_n + B_n)$
ㄴ. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} A_n = \frac{1}{2e}$
ㄷ. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} B_n = \frac{3-e}{2e(e-1)}$

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

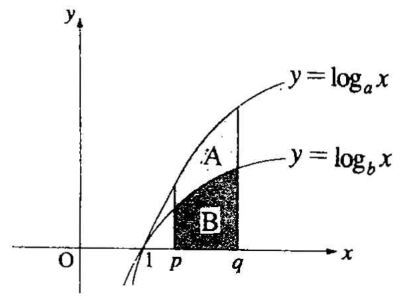
[난이도 : ★★☆] [2006 학년도 대수능]

5 곡선 $y=3\sqrt{x-9}$와 이 곡선 위의 점 $(18,\ 9)$에서의 접선 및 x축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [1999 학년도 대수능]

6 그림과 같이 두 직선 $x=p,\ x=qx$ 와 x축 및 곡선 $y=\log_a x$로 둘러싸인 부분을 곡선 $y=\log_b x$가 두 부분 A와 B로 나눈다.

A와 B의 넓이를 각각 $\alpha,\ \beta$라 할 때, $\dfrac{\alpha}{\beta}$의 값은?(단, $1<a<b,\ 1<p<q$)[3점]



① $\left(\dfrac{b}{a}-1\right)(q-p)$　② $\dfrac{a}{b}-1$　③ $\log_a b-1$
④ $\log_b a-1$　⑤ $(q-p)\log_b a$

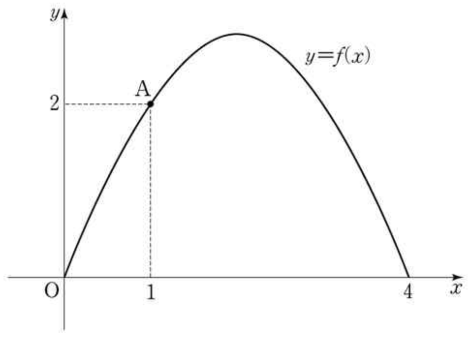
[난이도 : ★★☆] [2018년 6월 모의평가]

7 곡선 $y=|\sin 2x|+1$과 x축 및 두 직선 $x=\dfrac{\pi}{4}$, $x=\dfrac{5\pi}{4}$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\pi+1$　② $\pi+\dfrac{3}{2}$　③ $\pi+2$
④ $\pi+\dfrac{5}{2}$　⑤ $\pi+3$

[난이도 : ★★☆] [2015년 6월 모의평가]

8 닫힌 구간 $[0, 4]$ 에서 정의된 함수 $f(x)=2\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4}x$의 그래프가 그림과 같고 직선 $y=g(x)$가 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점 $A(1, 2)$ 를 지난다.

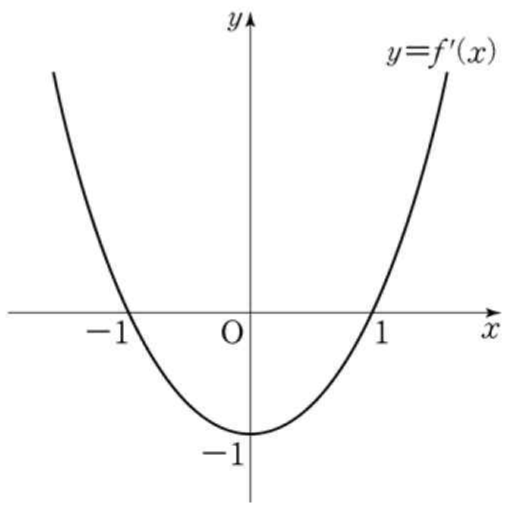


직선 $y=g(x)$ 가 x축에 평행할 때, 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=g(x)$에 둘러싸인 부분의 넓이는?[3점]

① $\frac{16}{\pi}-4$ ② $\frac{17}{\pi}-4$ ③ $\frac{18}{\pi}-4$
④ $\frac{16}{\pi}-2$ ⑤ $\frac{17}{\pi}-2$

[난이도 : ★★★] [2015년 9월 모의평가]

9 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 $f'(x)=x^2-1$일 때,



$f(0)=0$일 때, 곡선 $y=f(x)$과 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{11}{8}$
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{13}{8}$

[난이도 : ★★☆] [2014년 6월 모의평가]

10 함수 $y=e^x$의 그래프와 x축, y축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 영역의 넓이가 직선 $y=ax$ $(0<a<e)$에 의하여 이등분될 때, 상수 a의 값은? [3점]

① $e-\frac{1}{3}$ ② $e-\frac{1}{2}$ ③ $e-1$
④ $e-\frac{4}{3}$ ⑤ $e-\frac{3}{2}$

[난이도 : ★★★] [2012년 6월 모의평가]

11 좌표평면에서 곡선 $y=x^2+x$위의 두 점 A, B의 x좌표를 각각 s, t $(0<s<t)$라 하자.

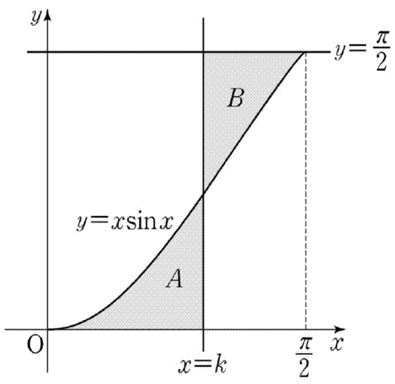
양수 k에 대하여 두 직선 OA, OB와 곡선 $y=x^2+x$로 둘러싸인 부분의 넓이가 k가 되도록 하는 점 (s, t)가 나타내는 곡선을 C라 하자.

곡선 C위의 점 중에서 점 $(1, 0)$과의 거리가 최소인 점의 x좌표가 $\frac{2}{3}$일 때, $k=\frac{q}{p}$이다.

$p+q$의 값을 구하시오.(단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)[4점]

[난이도 : ★★★] [2011년 9월 모의평가]

12 그림과 같이 곡선 $y=x\sin x$, $\left(0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$에 대하여 이 곡선과 x축, 직선 $x=k$로 둘러싸인 영역을 A, 이 곡선과 직선 $x=k$, 직선 $y=\frac{\pi}{2}$로 둘러싸인 영역을 B라 하자. A의 넓이와 B의 넓이가 같을때, 상수 k의 값은?(단, $0 \le k \le 90^\circ$)[4점]

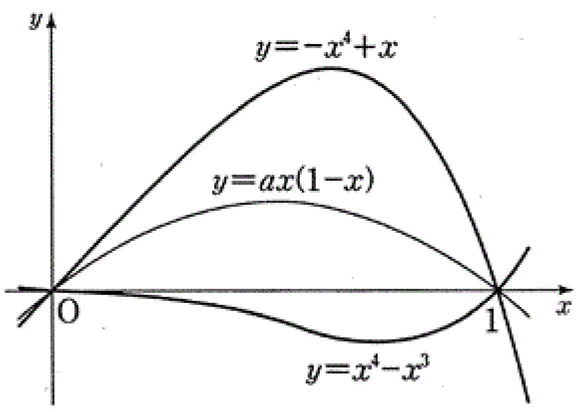


① $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{2}-\frac{2}{\pi}$

④ $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{\pi}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}-\frac{1}{\pi}$

[난이도 : ★★☆] [2009년 9월 모의평가]

13 두 곡선 $y=x^4-x^3$, $y=-x^4+x$로 둘러싸인 도형의 넓이가 곡선 $y=ax(1-x)$에 의하여 이등분할 때, 상수 a의 값은?(단, $0<a<1$)[3점]



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{5}{8}$

④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

[난이도 : ★★★] [2008년 9월 모의평가]

14 좌표평면에서 곡선 $y=\frac{xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}$과 직선 $y=\frac{2}{3}x$로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합은?[3점]

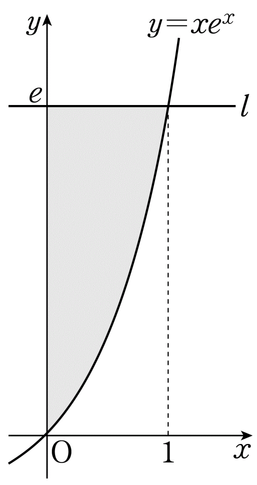
① $\frac{5}{3}\ln2-\ln3$ ② $2\ln3-\frac{5}{3}\ln2$

③ $\frac{5}{3}\ln2+\ln3$ ④ $2\ln3+\frac{5}{3}\ln2$

⑤ $\frac{7}{3}\ln2-\ln3$

[난이도 : ★★☆] [2018년 3월 학력평가]

15 그림과 같이 곡선 $y=xe^x$ 위의 점 $(1, e)$를 지나고 x축에 평행한 직선을 l이라 하자. 곡선 $y=xe^x$과 y축 및 직선 l로 둘러싸인 도형의 넓이는? [3점]



① $2e-3$ ② $2e-\frac{5}{2}$ ③ $e-2$

④ $e-\frac{3}{2}$ ⑤ $e-1$

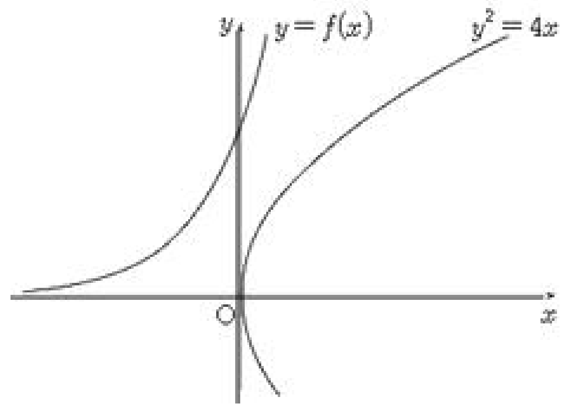
[난이도 : ★★★] [2018년 4월 학력평가]

16 곡선 $y=\frac{1}{x}$ 과 두 직선 $x=1$, $x=2$ 및 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 하자. 곡선 $y=\frac{1}{x}$ 과 두 직선 $x=1$, $x=a$ 및 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $2S$가 되도록 하는 모든 양수 a의 값의 합은? [4점]

① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{17}{4}$ ③ $\frac{19}{4}$ ④ $\frac{21}{4}$ ⑤ $\frac{23}{4}$

[난이도 : ★★☆] [2016년 4월 학력평가]

17 그림과 같이 실수 k에 대하여 함수 $f(x)=e^{x+k}$의 그래프와 포물선 $y^2=4x$가 있다.



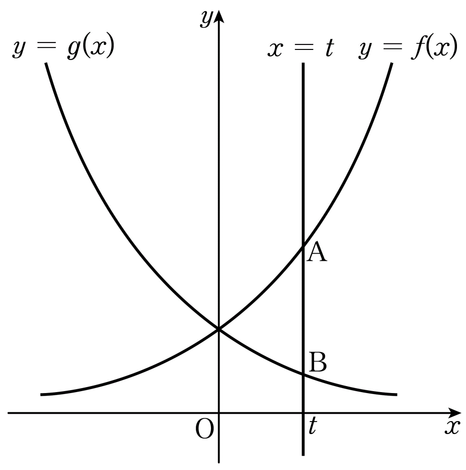
$k=1$일 때, 함수 $y=f(x)$의 그래프와 포물선 $y^2=4x$의 준선, x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $e-2$ ② $e-1$ ③ $e-\frac{1}{2}$ ④ $e-\frac{1}{e}$ ⑤ $e-\frac{1}{2e}$

[난이도 : ★★☆] [2016년 3월 학력평가]

18 좌표평면에 두 함수 $f(x)=2^x$의 그래프와 $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프가 있다.

두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$가 직선 $x=t$ $(t>0)$과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.

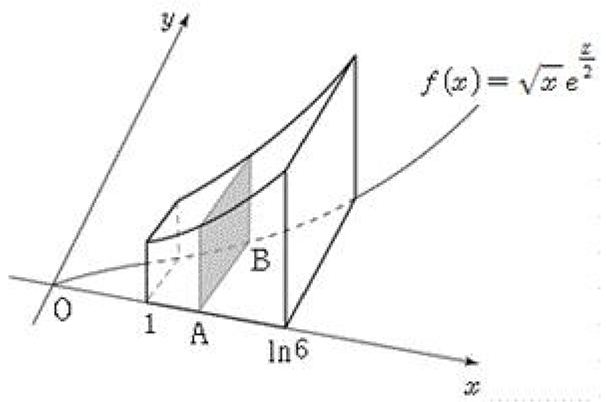


$t=1$일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{5}{4\ln 2}$ ② $\frac{1}{\ln 2}$ ③ $\frac{3}{4\ln 2}$ ④ $\frac{1}{2\ln 2}$ ⑤ $\frac{1}{4\ln 2}$

[난이도 : ★★★] [2016년 7월 학력평가]

19 그림과 같이 함수 $f(x)=\sqrt{x}\,e^{\frac{x}{2}}$에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $A(x,0)$, $B(x,f(x))$를 이은 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 x축에 수직인 평면 위에 그린다. 점 A의 x좌표가 $x=1$에서 $x=\ln 6$까지 변할 때, 이 정사각형이 만드는 입체도형의 부피는 $-a+b\ln 6$이다. $a+b$의 값을 구하시오.(단, a와 b는 자연수이다.)[4점]



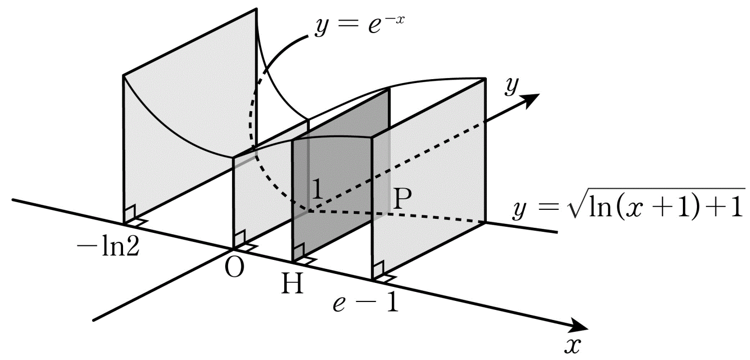
[난이도 : ★★★] [2016년 3월 학력평가]

20 그림과 같이 함수

$$f(x)=\begin{cases} e^{-x}, & (x<0) \\ \sqrt{\ln(x+1)+1}, & (x\ge 0)\end{cases}$$

의 그래프 위의 점 $P(x,f(x))$에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하고, 선분 PH를 한 변으로 하는 정사각형을 x축에 수직인 평면 위에 그린다.

점 P의 x좌표가 $x=-\ln 2$에서 $x=e-1$까지 변할 때, 이 정사각형이 만드는 입체도형의 부피는? [4점]

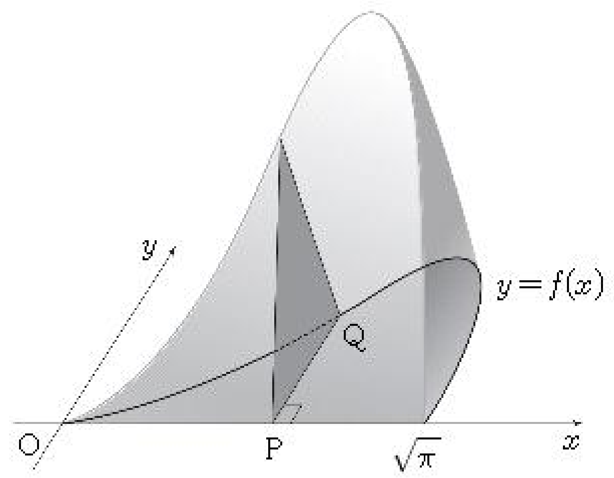


① $e-\frac{3}{2}$ ② $e+\frac{2}{3}$ ③ $2e-\frac{3}{2}$
④ $e+\frac{3}{2}$ ⑤ $2e-\frac{2}{3}$

[난이도 : ★★★] [2016년 4월 학력평가]

21 그림과 같이 함수 $f(x)=\sqrt{x(x^2+1)\sin(x^2)}$ $(0 \le x \le \sqrt{\pi})$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분을 밑면으로하는 입체도형이 있다.

두 점 $P(x,\ 0)$, $Q(x,\ f(x))$를 지나고x축에 수직인 평면으로 입체도형을 자른 단면이 선분 PQ를한 변으로 하는 정삼각형이다. 이 입체도형의 부피는? [4점]



① $\frac{\sqrt{3}(\pi+2)}{8}$　② $\frac{\sqrt{3}(\pi+3)}{8}$　③ $\frac{\sqrt{3}(\pi+4)}{8}$
④ $\frac{\sqrt{3}(\pi+2)}{4}$　⑤ $\frac{\sqrt{3}(\pi+3)}{4}$

[난이도 : ★★☆] [2015년 10월 학력평가]

22 곡선 $y=x^3-2x^2+k$와 직선 $y=k$로 둘러싸인 부분의 넓이는?(단, k는 상수이다.)[3점]

① $\frac{1}{3}$　② $\frac{2}{3}$　③ 1
④ $\frac{4}{3}$　⑤ $\frac{5}{3}$

[난이도 : ★★★] [2015년 7월 학력평가]

23 양의 실수 k에 대하여 곡선 $y=k\ln x$와 직선 $y=x$가 접할 때, 곡선 $y=k\ln x$, 직선 $y=x$ 및 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 ae^2-be이다. $100ab$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 유리수이다.) [4점]

[난이도 : ★★★] [2012년 4월 학력평가]

24 함수 $f(x)=e^x-1$에 대하여 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

[보기]
ㄱ. $\int_0^1 f(x)dx=e-2$
ㄴ. $x>0$에서 $f(x)>x$이다.
ㄷ. $\frac{5(e^5-1)}{2}<\int_0^{e^5-1} f^{-1}(x)dx<\frac{(e^5-1)^2}{2}$

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆] [2011년 7월 학력평가]

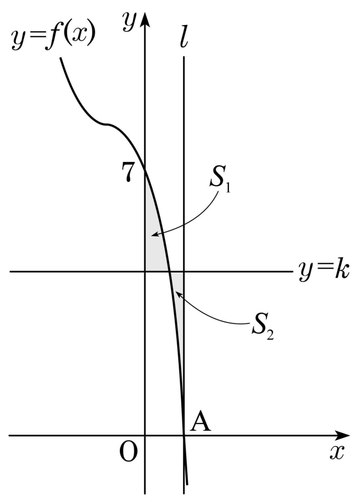
25 곡선 $y=e^x-1$위의 점 $P(1,\ e-1)$에서의 접선을 l이라 하자.

이때, 곡선 $y=e^x-1$과 y축, 접선 l로 둘러싸인 부분의 넓이는?[3점]

① $\frac{e}{2}-1$　② $e-\frac{3}{2}$　③ $\frac{e}{2}$
④ $e-1$　⑤ $\frac{e}{2}+1$

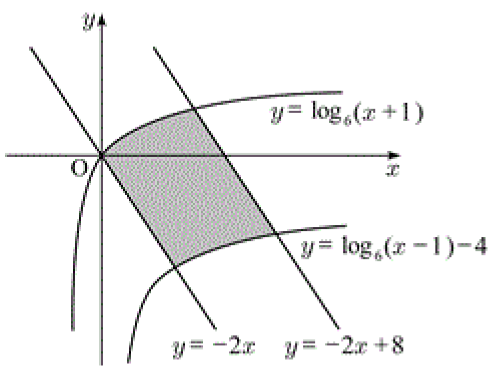
[난이도 : ★★★] [2011년 10월 학력평가]

26 그림과 같이 삼차 함수 $f(x)=-(x+1)^3+8$의 그래프가 x축과 만나는 점을 A라 하고, 점 A를 지나고 x축에 수직인 직선을 l이라 하자. 또, 곡선 $y=f(x)$와 y축 및 직선 $y=k\,(0<k<7)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1이라 하고, 곡선 $y=f(x)$와 직선 l및 직선 $y=k$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. 이때, $S_1=S_2$가 되도록 하는 상수 k에 대하여 $4k$의 값을 구하시오.[4점]



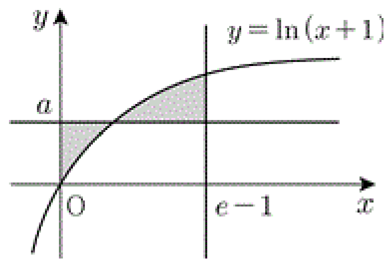
[난이도 : ★★★] [2010년 3월 학력평가]

27 그림과 같이 두 곡선 $y=\log_6(x+1)$, $y=\log_6(x-1)-4$와 두 직선 $y=-2x$, $y=-2x+8$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.[3점]



[난이도 : ★★☆] [2009년 10월 학력평가]

28 곡선 $y=\ln(x+1)$과 두 직선 $x=0$, $y=a$로 둘러싸인 부분의 넓이와 곡선 $y=\ln(x+1)$과 두 직선 $x=e-1$, $y=a$로 둘러싸인 부분의 넓이가 서로 같을 때, 실수 a의 값은?[3점]

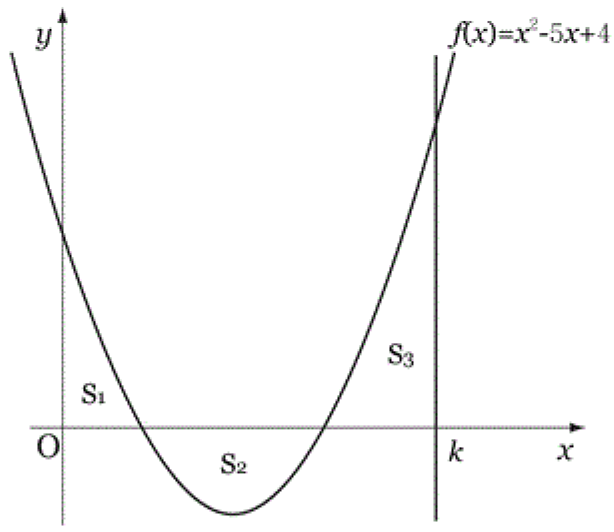


① $\dfrac{1}{e-1}$ ② $\dfrac{2}{e-1}$ ③ $\dfrac{2}{e}$

④ $\dfrac{1}{e+1}$ ⑤ $\dfrac{2}{e+1}$

[난이도 : ★★☆] [2009년 7월 학력평가]

29 그림과 같이 곡선 $f(x)=x^2-5x+4$와 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 $x=k\,(k>4)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_3이라 하자. S_1, S_2, S_3이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $\int_0^k f(x)dx$의 값은?[3점]



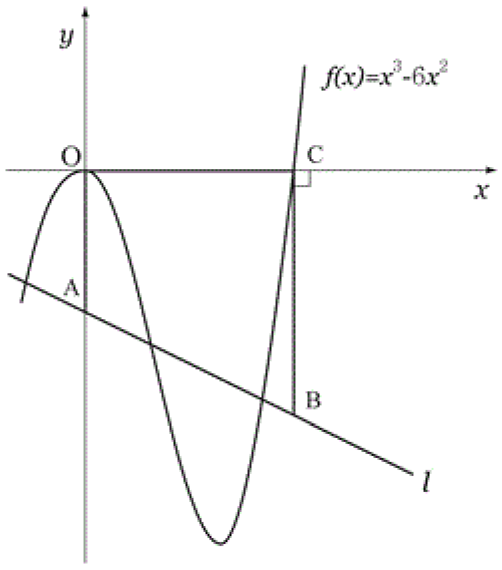
① 3 ② $\dfrac{7}{2}$ ③ 4

④ $\dfrac{9}{2}$ ⑤ 5

[난이도 : ★★★] [2009년 7월 학력평가]

30 그림과 같이 임의로 그은 직선 l이 y축과 만나는 점을 A, 점 $C(6, 0)$을 지나고 y축과 평행하게 그은 직선과의 교점을 B라 하자. 사다리꼴 $OABC$의 넓이가 곡선 $f(x)=x^3-6x^2$과 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 같을 때, 임의의 직선 l은 항상 일정한 점 D를 지난다. 이때, $\triangle ODC$의 넓이를 구하시오.

(단, $\overline{AB}$는 $\overline{OC}$아래에 있다.)[4점]



정답 및 해설

3.정적분의 활용

중단원 기출문제

1) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 정적분을 활용하여 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구할 수 있는가?

A의 넓이와 B의 넓이가 같으므로

두 직선 $y=-2x+a$와 $x=1$ 및 x축, y축으로 둘러싸인 영역의 넓이와

곡선 $y=e^{2x}$와 직선 $x=1$ 및 x축, y축으로 둘러싸인 영역의 넓이가 같다.

두 직선 $y=-2x+a$와 $x=1$ 및 x축, y축으로 둘러싸인 영역의 넓이는

$$\int_0^1(-2x+a)dx=\left[-x^2+ax\right]_0^1=-1+a\ldots㉠$$

곡선 $y=e^{2x}$와 직선 $x=1$ 및 x축, y축으로 둘러싸인 영역의 넓이는

$$\int_0^1 e^{2x}dx=\left[\frac{1}{2}e^{2x}\right]_0^1=\frac{e^2-1}{2}\ldots㉡$$

㉠, ㉡에서 $-1+a=\dfrac{e^2-1}{2}$

따라서 $a=\dfrac{e^2+1}{2}$

2) 답 : ④

[해설]

직선 $x=t$ $(0\le t\le 1)$을 포함하고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이를 $S(t)$라 하면

$$S(t)=\left(\sqrt{t}+1\right)^2$$
$$=t+2\sqrt{t}+1$$

구하는 부피를 V라 하면

[구하는 값]: $V=\displaystyle\int_0^1 S(t)dt$

$$=\int_0^1\left(t+2\sqrt{t}+1\right)dt$$
$$=\left[\frac{1}{2}t^2+\frac{4}{3}t\sqrt{t}+t\right]_0^1$$
$$=\frac{1}{2}+\frac{4}{3}+1=\frac{17}{6}$$

3) 답 : ③

[해설]

$$b-a=\int_0^2\left(xe^x-e^x\right)dx=\int_0^2\{(x-1)e^x\}dx$$
$$=\left[(x-1)e^x\right]_0^2-\int_0^2 e^x dx=\left[(x-1)e^x\right]_0^2-\left[e^x\right]_0^2$$
$$=\left(e^2+1\right)-\left(e^2-1\right)=2$$

4) 답 : ⑤

[해설]

ㄱ. $f(x)>0$이므로 $\displaystyle\int_n^{n+1}f(x)dx$는 곡선 $y=f(x)$와 두 직선 $x=n$, $x=n+1$및 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이와 같다.

두 점 P_n, Q_n에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 P'_n, Q'_n이라 하면

직사각형 $P_nP'_nQ'_nQ_n$의 넓이는 $(n+1-n)\times f(n)=f(n)$이다.

$$\therefore \int_n^{n+1}f(x)dx=f(n)-\left(A_n+B_n\right)\text{(참)}$$

ㄴ. $A_n=\dfrac{1}{2}\cdot 1\cdot\{f(n)-f(n+1)\}$

$$=\frac{1}{2}\left(e^{-n}-e^{-n-1}\right)$$
$$=\frac{e^{-n-1}}{2}(e-1)$$
$$=\frac{e-1}{2}\cdot\frac{1}{e^{n+1}}$$

따라서 수열 $\{A_n\}$은 첫째항이 $\dfrac{e-1}{2e^2}$, 공비가 $\dfrac{1}{e}$인 등비수열이다.

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty}A_n=\frac{\frac{e-1}{2e^2}}{1-\frac{1}{e}}=\frac{1}{2e}\text{(참)}$$

ㄷ. $\displaystyle\int_n^{n+1}f(x)dx=\int_n^{n+1}e^{-x}dx$

$$=\left[-e^{-x}\right]_n^{n+1}$$
$$=-e^{-n-1}+e^{-n}=2A_n$$

이므로 ㄱ에서

$B_n=f(n)-3A_n$

그런데,

$$\sum_{n=1}^{\infty}f(n)=\sum_{n=1}^{\infty}e^{-n}$$
$$=\frac{\frac{1}{e}}{1-\frac{1}{e}}=\frac{1}{e-1}$$

이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty}B_n=\sum_{n=1}^{\infty}f(n)-3\sum_{n=1}^{\infty}A_n$$
$$=\frac{1}{e-1}-\frac{3}{2e}$$
$$=\frac{2e-3(e-1)}{2e(e-1)}=\frac{3-e}{2e(e-1)}\text{(참)}$$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

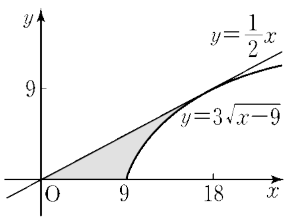
5) 답 : 27

[해설]

$y=3\sqrt{x-9}$에서 $y'=\dfrac{3}{2\sqrt{x-9}}$

$x=18$일 때 $y'=\dfrac{3}{2\sqrt{18-9}}=\dfrac{1}{2}$이므로

점 $(18, 9)$에서의 접선의 방정식은 $y=\dfrac{1}{2}(x-18)+9=\dfrac{1}{2}x$



따라서 구하는 영역의 넓이를 S라 하면

$$S=\frac{1}{2}\times 18\times 9-\int_9^{183}\sqrt{x-9}\,dx$$

$$=81-3\left[\frac{2}{3}(x-9)\sqrt{x-9}\right]_9^{18}$$

$$=81-54=27$$

6) 답 : ③

[해설]

$$\beta=\int_p^q \log_b x dx=\frac{1}{\ln b}\int_p^q \ln x dx=\frac{1}{\ln b}[x\ln x-x]_p^q$$

$$=\frac{1}{\ln b}(q\ln q-q-p\ln p+p)$$

$$\alpha=\int_p^q \log_a x dx-\beta=\frac{1}{\ln b}\int_p^q \ln x dx-\beta$$

$$=\frac{1}{\ln b}[x\ln x-x]_p^q-\beta$$

$$=\frac{1}{\ln a}(q\ln q-q-p\ln p+p)-\frac{1}{\ln b}(q\ln q-q-p\ln p+p)$$

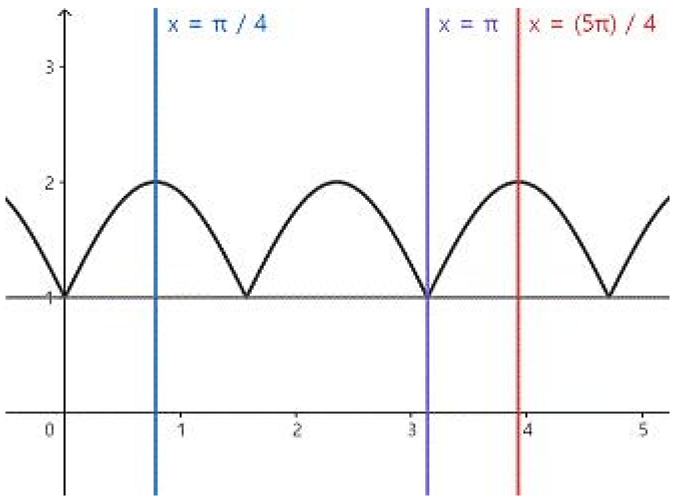
$$=\left(\frac{1}{\ln a}-\frac{1}{\ln b}\right)(q\ln q-q-p\ln p+p)$$

$$\therefore\ \frac{\alpha}{\beta}=\frac{\left(\frac{1}{\ln a}-\frac{1}{\ln b}\right)}{\frac{1}{\ln b}}=\frac{\ln b}{\ln a}-1=\log_a b-1$$

7) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 정적분을 이용하여 그래프로 둘러싸인 넓이를 구할 수 있다.



$y=|\sin 2x|+1$과 x축 및 $x=\pi,\ x=\frac{5\pi}{4}$로 둘러싸인 부분의 넓이는

평행이동에 의해 $y=|\sin 2x|+1$과 x축 및 $x=0,\ x=\frac{\pi}{4}$로 둘러싸인

넓이와 같다.

따라서 구하는 넓이는 $y=|\sin 2x|+1$과 x축 및 $x=0,\ x=\pi$로 둘러싸인 넓이와 같다.

이를 적절히 분해하면 밑변의 길이가 π, 높이가 1인

직사각형 하나(i)와 $y=|\sin 2x|+1,\ y=1,\ x=0,\ x=\pi$로 둘러싸인 도형

하나(ii)를 얻을 수 있다.

i) $\pi\times 1=\pi$

ii) x축 방향으로 -1만큼 평행이동하면 구하는 넓이는

$$\int_0^{\pi}|\sin 2x|dx=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x dx=2\left[-\frac{\cos 2x}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=2$$

$\rightarrow \pi+2$

[다른 풀이]

$y=|\sin 2x|$ 은 $x=\frac{\pi}{2},\ \pi$에서 근을 갖는다.

따라서

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin 2x+1)dx+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}(-\sin 2x+1)dx+\int_{\pi}^{\frac{5\pi}{4}}(\sin 2x+1)dx$$

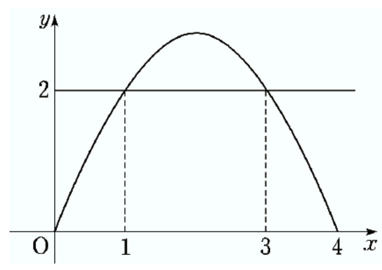
$$=4\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\sin 2x+1)dx$$

$$=4\left[l-\frac{1}{2}\cos 2x+x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}=4\left(-\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}-\left(-\frac{1}{2}\right)\right)=\pi+2$$

따라서 $y=|\sin 2x|+1$과 x축 및 두 직선 $x=\frac{\pi}{4}$, $x=\frac{5\pi}{4}$로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\pi+2$이다.

8) 답 : ①

[해설]



$f(x)=f(2-x)$이므로 $f(x)$와 $g(x)$의 교점의 x좌표는 1, 3이다.

$$\int_1^3\left(2\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4}x\right)dx-4$$

$$=\left[-\frac{8\sqrt{2}}{\pi}\cdot\cos\frac{\pi}{4}x\right]_1^3-4$$

$$=\frac{8\sqrt{2}}{\pi}\cdot\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}-4$$

$$=\frac{16}{\pi}-4$$

9) 답 : ④

[해설]

$f'(x)=x^2-1$로부터 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x+C$

그런데 $f(0)=0$이므로 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x$

$\frac{1}{3}x^3-x=0\rightarrow x=-\sqrt{3}$, 0, $\sqrt{3}$

$f(x)$가 기함수이므로 구하고자 하는 넓이는

$$2\times\int_0^{\sqrt{3}}\left\{-\left(\frac{1}{3}x^3-x\right)\right\}dx=2\times\left[-\frac{1}{12}x^4+\frac{1}{2}x^2\right]_0^{\sqrt{3}}$$
$$=2\times\left\{\left(-\frac{3}{4}+\frac{3}{2}\right)-(0-0)\right\}$$
$$=\frac{3}{2}$$

10) 답 : ③

[해설]

[정적분과 넓이]

$\frac{1}{2}\int_0^1 e^x dx\ =\frac{1}{2}a$

$\therefore\ e-1=a$

11) 답 : 109

[해설]

구하려고 하는 부분의 넓이는

(선분OB와 포물선으로 둘러싸인 도형)

$-$(선분OA와 포물선으로 둘러싸인 도형)이므로

$\frac{1}{6}t^3-\frac{1}{6}s^3$이다.

($BECAUSE$포물선과 이차곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이

$\frac{1}{6}|a$되게하는$\beta-\alpha|$)

이 값이 k이므로 $(s,\ t)$가 그리는 도형 C의 방정식은

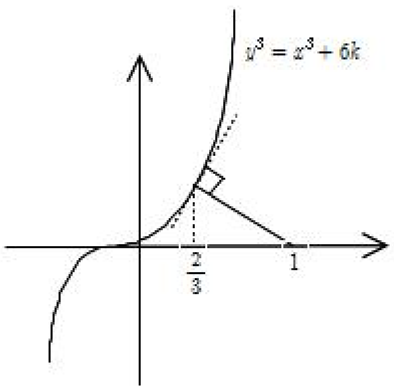
$x^3-y^3=-6k$

$y^3=x^3+6k\ \cdots$ ①

곡선 C위의 점 중에서 점 $(1,\ 0)$과의 거리가 최소인 점의 x좌표가 $\frac{2}{3}$이려면

그림에서와 같이 $x=\frac{2}{3}$인 그래프 위의 점에서

접선과 수직인 직선이 $(1,\ 0)$을 지나야 한다.



① 의 식을 미분하면 $3y^2y'=3x^2,\ y'=\frac{x^2}{y^2}$

$x=\frac{2}{3}$에서 $y=a$ 라 두면 접선의 기울기는 $\frac{4}{9a^2}$

따라서 접선에 수직인 접선의 기울기는 $-\frac{9a^2}{4}$

직선의 식은 $y-a=-\frac{9}{4}a^2\left(x-\frac{2}{3}\right)$ 이 $(1,\ 0)$을 지나므로

$-a=-\frac{9}{4}a^2\times\frac{1}{3}$

$a\neq0$ 이므로 $a=\frac{4}{3}$

$\left(\frac{4}{3}\right)^3=\left(\frac{2}{3}\right)^3+6k$이며 정리하면

$\therefore\ 6k=\frac{56}{27}$, $k=\frac{28}{81}$

$\therefore\ p+q=109$

(다른 풀이1)

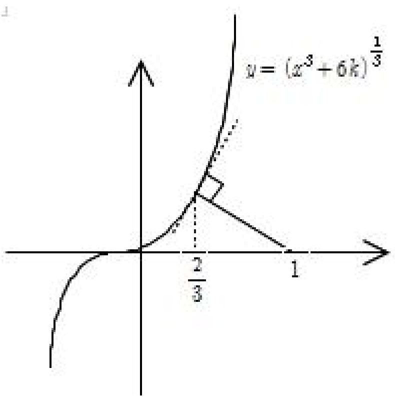
$y^3=x^3+6k\ \cdots$ ①

$y=\left(x^3+6k\right)^{\frac{1}{3}}$

곡선 C위의 점 중에서 점 $(1,\ 0)$과의 거리가 최소인 점의 x좌표가 $\frac{2}{3}$이려면

그림에서와 같이 $x=\frac{2}{3}$인 그래프 위의 점에서

접선과 수직인 직선이 $(1,\ 0)$을 지나야 한다.



$f(x)=\left(x^3+6k\right)^{\frac{1}{3}}$ 라 두면

$f\left(\frac{2}{3}\right)=\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^3+6k\right\}^{\frac{1}{3}}$

$f'(x)=\frac{1}{3}\left(x^3+6k\right)^{-\frac{2}{3}}\times\left(3x^2\right)=x^2\left(x^3+6k\right)^{-\frac{2}{3}}$

$f'\left(\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{2}{3}\right)^2\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^3+6k\right\}^{-\frac{2}{3}}$

$\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^3+6k\right\}^{\frac{1}{3}}=a$라 두면

$f\left(\frac{2}{3}\right)=a$,

$f'\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{9}a^{-2}=\frac{4}{9a^2}$

따라서 주어진 직선의 기울기를 m 이라 두면

$f'\left(\frac{2}{3}\right)\times m=-1$

$\therefore\ m=-\frac{9a^2}{4}$

따라서 직선의 식은 $y-a=-\frac{9}{4}a^2\left(x-\frac{2}{3}\right)$ $(1,\ 0)$을 지나므로

$-a=-\frac{9}{4}a^2\times\frac{1}{3}$

$a\neq0$ 이므로 $a=\frac{4}{3}$

$\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^3+6k\right\}^{\frac{1}{3}}=\frac{4}{3}$이며 양변을 세제곱하면

$\left(\frac{2}{3}\right)^3+6k=\frac{64}{27}$

$\therefore\ 6k=\dfrac{56}{27}$, $k=\dfrac{28}{81}$

$\therefore\ p+q=109$

(다른 풀이2)

곡선 C 위의 점 (x, y)에서 $(1, 0)$까지 거리를 l이라고 하면

$l^2=(x-1)^2+y^2$이다.

$y=(x^3+6k)^{\frac{1}{3}}$을 대입하면 ($because$①)

$l^2=(x-1)^2+(x^3+6k)^{\frac{2}{3}}$이다.

$f(x)=(x-1)^2+(x^3+6k)^{\frac{2}{3}}$라고 하면 l^2이 최소일 때 $f(x)$도 최소이므로 주어진 조건에 의해서 $f'\left(\dfrac{2}{3}\right)=0$이다.

$$f'(x)=2(x-1)+\frac{2}{3}(x^3+6k)^{-\frac{1}{3}}\cdot(3x^2)$$

$f'\left(\dfrac{2}{3}\right)=2\left(-\dfrac{1}{3}\right)+\dfrac{2}{3}\left(6k+\dfrac{8}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}\cdot 3\cdot\dfrac{4}{9}=0$에서 $k=\dfrac{28}{81}$이다.

12) 답 : ③

[해설]

[출제 의도]정적분의 성질과 부분적분법을 이용하여 두 영역의 넓이가 같을 조건을 구할 수 있는가?

$$\int_0^k x\sin x dx=\int_k^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\pi}{2}-x\sin x dx\right)dx$$

$$\int_0^k x\sin x dx=\int_k^{\frac{\pi}{2}}\frac{\pi}{2}dx-\int_k^{\frac{\pi}{2}}x\sin x dx$$

$$\int_0^k x\sin x dx+\int_k^{\frac{\pi}{2}}x\sin x dx=\int_k^{\frac{\pi}{2}}\frac{\pi}{2}dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\sin x dx=\int_k^{\frac{\pi}{2}}\frac{\pi}{2}dx$$

이때, $f(x)=x$, $g'(x)=\sin x$라고 하면

$f'(x)=1$, $g(x)=-\cos x$이므로

(좌변) $=[-x\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}}-\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}(-\cos x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx$

$=[\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}}=1$

(우변) $=\left[\dfrac{\pi}{2}x\right]_k^{\frac{\pi}{2}}=\dfrac{\pi^2}{4}-\dfrac{\pi}{2}k$

따라서 $1=\dfrac{\pi^2}{4}-\dfrac{\pi}{2}k$이므로

$\dfrac{\pi}{2}k=\dfrac{\pi^2}{4}-1$

$\therefore\ k=\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{2}{\pi}$

13) 답 : ④

[해설]

$\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^1\{(-x^4+x)-(x^4-x^3)\}dx$

$=\displaystyle\int_0^1\{(-x^4+x)-(ax-ax^2)\}dx$이므로

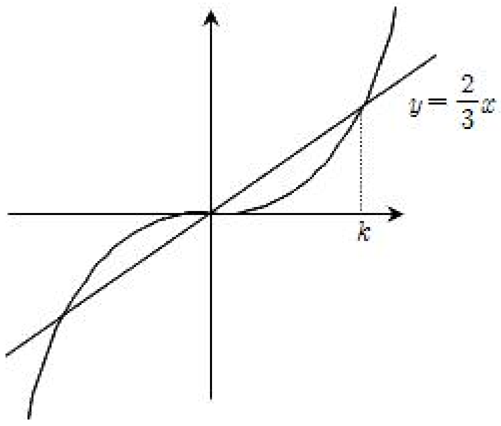
$=\displaystyle\int_0^1(x^3-x)dx=-2\int_0^1(ax-ax^2)dx$

$\therefore\ -\dfrac{1}{4}=-2\times\dfrac{a}{6}$

$\therefore\ a=\dfrac{3}{4}$

14) 답 : ①

[해설]



$y=\dfrac{xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}$, $y=\dfrac{2}{3}x$는 모두 기함수이므로

$x\geq 0$에서 두 곡선으로 둘러싸인 넓이의 두 배가 구하고자 하는 넓이가 된다.

두 곡선의 교점을 구해보면 $\dfrac{xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}=\dfrac{2}{3}x$이며 정리하면

$3xe^{x^2}=2xe^{x^2}+2x$이며 정리하면

$xe^{x^2}=2x$

$\therefore\ x=0,\ e^{x^2}=2$

$e^{x^2}=2\to x^2=\ln 2$인 x의 값을 k라고 하면

$k^2=\ln 2\ ...$①

넓이 S를 구하면

$$S=2\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}k^2-\int_0^k\frac{xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}dx\right)$$

위 식에서 $\displaystyle\int_0^k\frac{xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}dx$을 치환적분을 이용하여

$x^2=t$로 치환하면 $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=0\\ x=k\Rightarrow t=\ln 2\end{cases}$이고,

$2xdx=dt$이므로

$$\int_0^k\frac{xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}dx$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^{\ln 2}\frac{e^t}{e^t+1}dt=\frac{1}{2}\left[\ln(e^t+1)\right]_0^{\ln 2}=\frac{1}{2}(\ln 3-\ln 2)$$

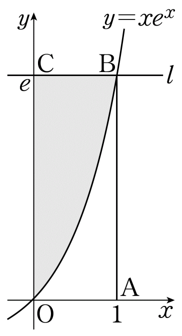
임을 알 수 있다.

따라서 $S=\dfrac{5}{3}\ln 2-\ln 3$

15) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 정적분을 이용하여 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구한다.



4개의 점 $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(1,e)$, $C(0,e)$를 꼭짓점으로 하는

직사각형의 넓이는 $1\times e=e$

이고, 곡선 $y=xe^x$과 x축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 도형의 넓이는

$\int_0^1 xe^x dx=[xe^x]_0^1-\int_0^1 e^x dx=e-(e-1)=1$이므로

구하는 도형의 넓이는 $e-1$이다.

16) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 정적분을 활용하여 문제 해결하기

곡선 $y=\frac{1}{x}$과 두 직선 $x=1$, $x=2$ 및 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $S=\int_1^2 \frac{1}{x}dx=\ln 2$

곡선 $y=\frac{1}{x}$과 두 직선 $x=1$, $x=a$ 및 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $2S=2\ln 2$이므로

(ⅰ) $a>1$일 때, $\int_1^a \frac{1}{x}dx=\ln a=2\ln 2$ $\therefore$ $a=4$

(ⅱ) $0<a<1$일 때, $\int_a^1 \frac{1}{x}dx=-\ln a=2\ln 2$ $\therefore$ $a=\frac{1}{4}$

따라서 모든 a의 값의 합은 $4+\frac{1}{4}=\frac{17}{4}$

17) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 정적분의 활용 이해하기

포물선 $y^2=4x$의 준선의 방정식은 $x=-1$이다.

$y=e^{x+1}$의 그래프와 직선 $x=-1$, x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\int_{-1}^0 e^{x+1}dx=[e^{x+1}]_{-1}^0=e-1$

18) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 정적분을 이용하여 두 곡선과 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구한다.

두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이는

$$\int_0^1\left\{2^x-\left(\frac{1}{2}\right)^x\right\}dx=\left[\frac{2^x}{\ln 2}-\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}\right]_0^1$$

$$=\left\{\frac{2}{\ln 2}-\frac{\frac{1}{2}}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}\right\}-\left\{\frac{1}{\ln 2}-\frac{1}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}\right\}$$

$$=\frac{5}{2\ln 2}-\frac{2}{\ln 2}=\frac{1}{2\ln 2}$$

19) 답 : 12

[해설]

[출제 의도] 입체도형의 부피 이해하기

선분 AB를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이를 $S(x)$라 하면

$S(x)=xe^x$

구하는 입체도형의 부피는

$$\int_1^{\ln 6} xe^x dx=[xe^x]_1^{\ln 6}-\int_1^{\ln 6} e^x dx$$

$$=[xe^x-e^x]_1^{\ln 6}=-6+6\ln 6$$

$a=6$, $b=6$

따라서 $a+b=12$

20) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 적분법을 이용하여 입체도형의 부피를 구한다.

$x<0$일 때, $\overline{PH}=e^{-x}$

$x\ge 0$일 때, $\overline{PH}=\sqrt{\ln(x+1)+1}$이므로

x축에 수직인 단면의 넓이는

$x<0$일 때, e^{-2x}이고

$x\ge 0$일 때, $\{\ln(x+1)+1\}$이다.

따라서 구하는 입체도형의 부피는

$V=\int_{-\ln 2}^0 e^{-2x}dx+\int_0^{e-1}\{\ln(x+1)+1\}dx$이고

$V_1=\int_{-\ln 2}^0 e^{-2x}dx$,

$V_2=\int_0^{e-1}\{\ln(x+1)+1\}dx$라 하면

$$V_1=\int_{-\ln 2}^0 e^{-2x}dx$$

$$=-\frac{1}{2}[e^{-2x}]_{-\ln 2}^0$$

$$=-\frac{1}{2}(1-e^{2\ln 2})$$

$$=-\frac{1}{2}(1-4)=\frac{3}{2}$$

$V_2=\int_0^{e-1}\{\ln(x+1)+1\}dx$에서

$x+1=t$로 놓으면 $x=t-1$에서 $\frac{dx}{dt}=1$

$x=0$일 때 $t=1$, $x=e-1$일 때 $t=e$이므로

$V_2=\int_1^e(\ln t+1)dt$이고

$u(t)=\ln t+1$, $v'(t)=1$로 놓으면

$u'(t)=\frac{1}{t}$, $v(t)=t$이므로

$$V_2=\int_1^e(\ln t+1)dt$$

$$=[t(\ln t+1)]_1^e-\int_1^e\left(t\times\frac{1}{t}\right)dt$$

$$=2e-1-[t]_1^e$$

$=2e-1-(e-1)=e$

따라서 $V=V_1+V_2=e+\frac{3}{2}$

21) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 정적분을 활용하여 문제 해결하기

선분 PQ를 한 변으로 하는 정삼각형의 넓이 $S(x)$는

$S(x)=\frac{\sqrt{3}}{4}\left\{\sqrt{x(x^2+1)\sin(x^2)}\right\}^2$

입체도형의 부피 V는

$V=\int_0^{\sqrt{\pi}}\frac{\sqrt{3}}{4}x(x^2+1)\sin(x^2)dx$

$x^2=t$라 하면 $2x\frac{dx}{dt}=1$

$x=0$일 때 $t=0$, $x=\sqrt{\pi}$일 때 $t=\pi$이므로

$V=\frac{\sqrt{3}}{8}\int_0^{\pi}(t+1)\sin t\,dt$

$u(t)=t+1$, $v'(t)=\sin t$

$u'(t)=1$, $v(t)=-\cos t$

$V=\frac{\sqrt{3}}{8}\times\Big[-(t+1)\cos t\Big]_0^{\pi}-\frac{\sqrt{3}}{8}\int_0^{\pi}(-\cos t)dt=\frac{\sqrt{3}(\pi+2)}{8}$

22) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 적분의 성질을 이해하고 넓이를 구한다.

$x^3-2x^2+k=k$에서 $x^3-2x^2=0$, $x=0$ 또는 2

따라서 $\int_0^2\left|x^3-2x^2+k-k\right|dx$

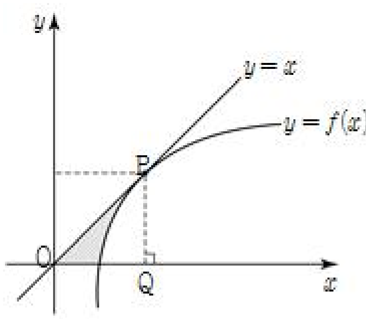
$=\left[-\frac{1}{4}x^4+\frac{2}{3}x^3\right]_0^2=\frac{4}{3}$

23) 답 : 50

[해설]

[출제 의도] 정적분과 접선의 기울기를 활용하여 문제 해결하기

$f(x)=k\ln x$라 하자.



접점의 좌표를 $P(p,\ p)$라 하면

$f(p)=k\ln p=p$ ㉠

$f'(x)=\frac{k}{x}$이므로 $f'(p)=\frac{k}{p}=1$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $p=e$, $k=e$

$f(x)=e\ln x$

구하고자 하는 넓이 S는

[구하는 값] $S=$ (삼각형 OPQ의 넓이)$-\int_1^e f(x)dx$

$=\frac{1}{2}e^2-\int_1^e e\ln x dx$

$=\frac{1}{2}e^2-e[x\ln x-x]_1^e$

$=\frac{1}{2}e^2-e(e\ln e-e+1)$

$=\frac{1}{2}e^2-e$

따라서 $a=\frac{1}{2}$, $b=1$이므로

$100ab=50$

24) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 정적분의 뜻을 알고 추론하기

ㄱ. $\int_0^1 f(x)dx=[e^x-x]_0^1=e-2$ (참)

ㄴ. $g(x)=f(x)-x$라 하자.

$x>0$에서 $g'(x)=e^x-1>0$이므로

`g (x)`는 구간 $(0,\infty)$에서 증가한다.

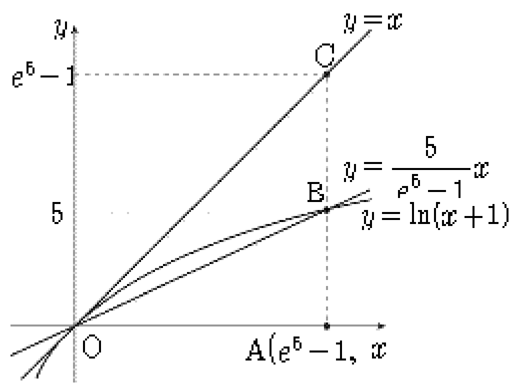
따라서 $g(0)=0$이므로

$x>0$에서 $f(x)>x$이다. (참)

ㄷ. $f^{-1}(x)=\ln(x+1)$이므로

$\triangle OAB=\frac{5(e^5-1)}{2}<\int_0^{e^5-1}f^{-1}(x)dx$,

$\int_0^{e^5-1}f^{-1}(x)dx<\frac{(e^5-1)^2}{2}=\triangle OAC$(참)



따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

25) 답 : ①

[해설]

곡선 $y=e^x-1$에서 접선 l의 방정식은

$y-(e-1)=e(x-1)$ ∴ $y=ex-1$

따라서 $\int_0^1(e^x-ex)dx=\frac{e}{2}-1$

26) 답 : 17

[해설]

$A(1,\ 0)$이고 $S_1=S_2$이므로

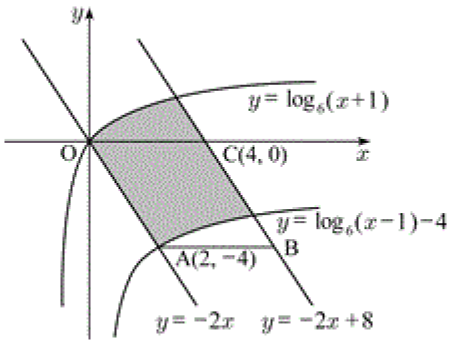
$\int_0^1\{-(x+1)^3+8-k\}dx=0$

∴ $4k=4\times\frac{17}{4}=17$

27) 답 : 16

[해설]

[출제 의도]로그함수의 그래프를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.
주어진 두 곡선과 두 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이는 그림과 같이 평행사변형 $OABC$의 넓이와 같다.



$y=\log_6(x-1)-4$의 그래프는 $y=\log_6(x+1)$의 그래프를 x축, y축의 방향으로 각각 $2, -4$만큼 평행이동시킨 것이다.
원점을 x축, y축의 방향으로 각각 $2, -4$만큼 평행이동시키면 $(2, -4)$이고, 점 $(2, -4)$는 직선 $y=-2x$위의 점이다.
따라서 $y=\log_6(x-1)-4$의 그래프와 직선 $y=-2x$의 교점 A의 좌표는 $A(2, -4)$이다. 이때, 점 C의 좌표는 $(4, 0)$이므로 $\overline{OC}=4$이고, 평행사변형 $OABC$의 넓이는 $4\times4=16$이다.

28) 답 : ①

[해설]

$$\int_0^{e-1}\{\ln(x+1)-a\}dx=0 \therefore \ a=\frac{1}{e-1}$$

29) 답 : ④

[해설]

[출제 의도]등차중항과 정적분의 개념 이해하기

S_1, S_2, S_3이 등차수열을 이루므로

$$2S_2=S_1+S_3$$

$$\int_0^k f(x)dx=S_1-S_2+S_3=S_2=-\int_1^4 f(x)dx=\frac{9}{2}$$

30) 답 : 54

[해설]

[출제 의도]정적분을 이용한 수학 내적 문제 해결하기

직선을 $y=mx+n$이라 두면

$$\int_0^6(x^3-6x^2-mx-n)dx=0$$이므로 $n=-3m-18$

직선 $y=mx-3m-18$

$m(x-3)-(y+18)=0$이고 m에 관한 항등식이므로

점 D의 좌표는 $(x, y)=(3, -18)$

따라서 넓이는 54