

II.삼각함수

1.삼각함수의 뜻과 그래프

중단원 기출문제

[난이도 : ★★☆☆] [2018 학년도 대수능]

1 $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식 $\cos^2 x = \sin^2 x - \sin x$ 의 모든 해의 합은? [3점]

- ① 2π ② $\frac{5}{2}\pi$ ③ 3π
- ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ 4π

[난이도 : ★★☆☆] [2017 학년도 대수능]

2 $0 < x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $\cos^2 x - \sin x = 1$ 의 모든 실근의 합은 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로 소인 자연수이다.) [3점]

[난이도 : ★☆☆] [2015 학년도 대수능]

3 함수 $f(x) = \sin x + \sqrt{7}\cos x - \sqrt{2}$ 의 최댓값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2
- ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

[난이도 : ★☆☆] [2005 학년도 대수능]

4 [공통] $\cos \theta = -\frac{1}{3}$ 일 때, $\sin \theta \cdot \tan \theta$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ $-\frac{5}{3}$
- ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

[난이도 : ★☆☆] [2005 학년도 대수능]

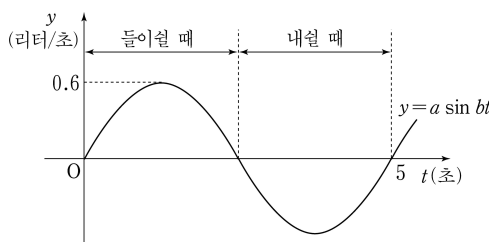
5 임의의 각 θ 에 대하여 [보기]에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

[보기]
ㄱ. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos(\pi + \theta)$
ㄴ. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \sin(\pi + \theta)$
ㄷ. $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cot(\pi + \theta)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2005 학년도 대수능]

6 아래 그래프는 어떤 사람이 정상적인 상태에 있을 때 시각에 따라 호흡기에 유입되는 공기의 흡입률(리터/초)을 나타낸 것이다. 숨을 들이쉬기 시작하여 t 초일 때 호흡기에 유입되는 공기의 흡입률을 y 라 하면, 함수 $y = a \sin bt$ (a, b 는 양수)로 나타낼 수 있다. 이때, y 의 값은 숨을 들이쉴 때는 양수, 내쉴 때는 음수가 된다. 이 함수의 주기가 5 초이고, 최대 흡입률이 0.6(리터/초)일 때, 숨을 들이쉬기 시작한 시각으로부터 처음으로 흡입률이 -0.3 (리터/초)이 되는 데 걸리는 시간은? [3점]



- ① $\frac{35}{12}$ 초 ② $\frac{37}{12}$ 초 ③ $\frac{30}{11}$ 초
- ④ $\frac{31}{11}$ 초 ⑤ $\frac{35}{31}$ 초

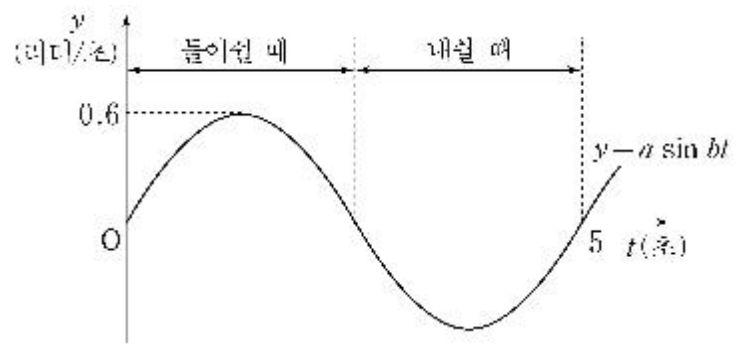
[난이도 : ★★☆☆] [2005 학년도 대수능]

7 [문과] $\triangle ABC$ 에서 $A = 40^\circ$, $B = 80^\circ$, $\overline{AB} = 6$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는? [3점]

- ① $2\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{2}$
- ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{2}$

[난이도 : ★★☆☆] [2005 학년도 대수능]

8 [문과] 다음 그래프는 어떤 사람이 정상적인 상태에 있을 때 시각에 따라 호흡기에 유입되는 공기의 흡입률(리터/초)을 나타낸 것이다. 숨을 들이쉬기 시작하여 t 초일 때 호흡기에 유입되는 공기의 흡입률을 y 라 하면, 함수 $y = a \sin bt$ (a, b 는 양수)로 나타낼 수 있다. 이때, y 의 값은 숨을 들이쉴 때는 양수, 내쉴 때는 음수가 된다.



이 함수의 주기가 5 초이고, 최대 흡입률이 0.6(리터/초) 일 때, 숨을 들이쉬기 시작한 시각으로부터 처음으로 흡입률이 -0.3 (리터/초)이 되는 데 걸리는 시간은? [3점]

- ① $\frac{35}{12}$ ② $\frac{37}{12}$ ③ $\frac{30}{11}$
- ④ $\frac{31}{11}$ ⑤ $\frac{35}{31}$ 초

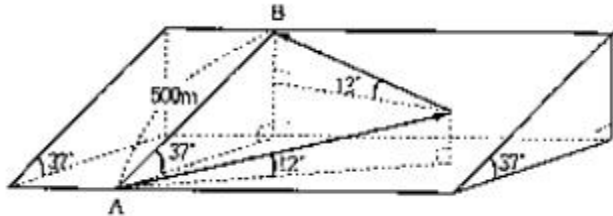
[난이도 : ★☆☆☆] [2003 학년도 대수능]

9 $\sin \frac{\pi}{6} + \tan \frac{9\pi}{4}$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
- ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

[난이도 : ★★★] [2003 학년도 대수능]

10 [공통] 직선거리가 500m인 A 지점과 B 지점을 연결하는 도로를 건설하려고 했지만, 경사도가 37° 여서 우회도로가 필요하였다. 그래서 그림과 같이 12°의 경사도를 유지하는 도로를 건설하기로 결정하였다. A 지점에서 B 지점까지 이 우회도로의 거리는 약 몇 m 인가?(단, $\sin 12^\circ = 0.2$, $\sin 37^\circ = 0.6$ 으로 계산한다.)[3점]



- ① 800m ② 1000m ③ 1200m
- ④ 1500m ⑤ 1800m

[난이도 : ★☆☆] [2002 학년도 대수능]

11 [공통] $(2 + 2\sin \frac{\pi}{3})(2 - \tan \frac{\pi}{3})$ 의 값은 ?[3점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

[난이도 : ★☆☆] [2002 학년도 대수능]

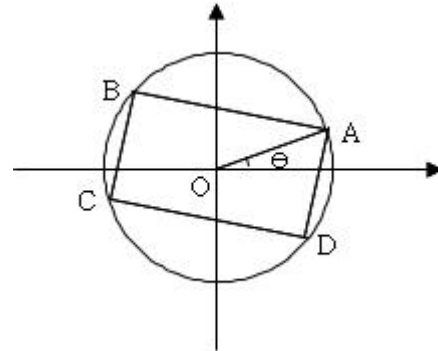
12 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 일 때, $\log(\sin \theta) - \log(\cos \theta) = \frac{1}{2} \log 3$ 을

만족시키는 θ 의 값은?(단, log는 상용로그)[3점]

- ① $\frac{1}{6}\pi$ ② $\frac{1}{4}\pi$ ③ $\frac{2}{7}\pi$
- ④ $\frac{1}{3}\pi$ ⑤ $\frac{2}{5}\pi$

[난이도 : ★☆☆] [2002 학년도 대수능]

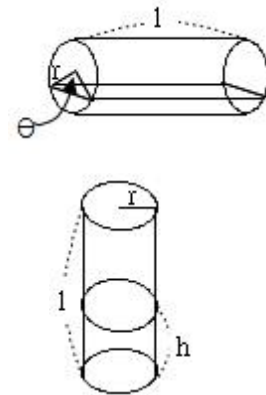
13 그림과 같이 직사각형 ABCD가 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원에 내접해 있다. x 축과 선분 OA가 이루는 각을 θ 라 할 때, $\cos(\pi - \theta)$ 와 같은 것은 ?(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)[3점]



- ① A의 x좌표 ② B의 y좌표 ③ C의 x좌표
- ④ C의 y좌표 ⑤ D의 x좌표

[난이도 : ★☆☆] [2002 학년도 대수능]

14 반지름의 길이가 r이고 높이가 1인 원기둥에 물이 들어 있다. 원기둥을 수평으로 눕혔을 때 수면과 옆면이 만나서 이루는 현에 대한 중심각을 θ 라 하자. 원기둥을 세웠을 때 수면의 높이 h를 θ 로 표시하면?(단, $0 < \theta < \pi$, $0 < h < \frac{1}{2}$)[2점]



- ① $h = \frac{1}{2\pi}\theta$ ② $h = \frac{1}{2\pi}\sin \theta$
- ③ $h = \theta - \sin \theta$ ④ $h = \frac{1}{2\pi}(\theta + \sin \theta)$
- ⑤ $h = \frac{1}{2\pi}(\theta - \sin \theta)$

[난이도 : ★☆☆] [2001 학년도 대수능]

15 [공통] $4\cos^2x + 4\sin x = 5$ 일 때, $\sin x$ 의 값은?[2점]

- ① $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
- ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

[난이도 : ★☆☆] [2000 학년도 대수능]

16 [공통] 반지름이 30인 구 위의 한 점 N 에 길이가 5π 인 실의 한 끝을 고정한다. 실을 팽팽하게 유지하면서 구의 표면을 따라 실의 나머지 한 끝을 한 바퀴 돌렸을 때, 구의 표면에 생기는 실 끝의 자취의 길이를 l 이라 하자. $\frac{l}{\pi}$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2000 학년도 대수능]

17 [공통] $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ 일 때, $\sin x \cos x$ 의 값은?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $-\sqrt{2}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

[난이도 : ★☆☆] [1998 학년도 대수능]

18 이차방정식 $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$ 의 두 근을 $\alpha, \beta (\alpha > \beta)$ 라고 할 때, $\tan \theta = \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta}$ 를 만족하는 θ 는?(단 $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$)

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$
- ④ $-\frac{\pi}{4}$ ⑤ $-\frac{\pi}{3}$

[난이도 : ★☆☆] [1998 학년도 대수능]

19 a, b 는 양수이고 $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ 이다. $a^2 + b^2 = 3ab \cos \gamma$ 일 때, $9\sin^2(\pi + \alpha + \beta) + 9\cos \gamma$ 의 최댓값을 구하여라.

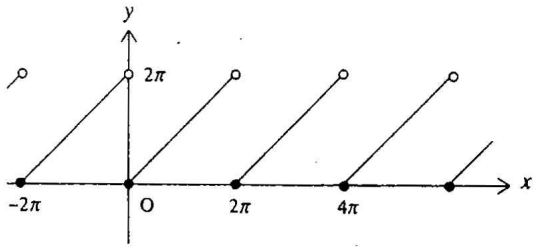
[난이도 : ★☆☆] [1997 학년도 대수능]

20 방정식 $\cos^2 x - \sin^2 2x = 0$ 을 만족하는 $0 \leq x \leq 2\pi$ 인 서로 다른 실근의 개수는?[1점]

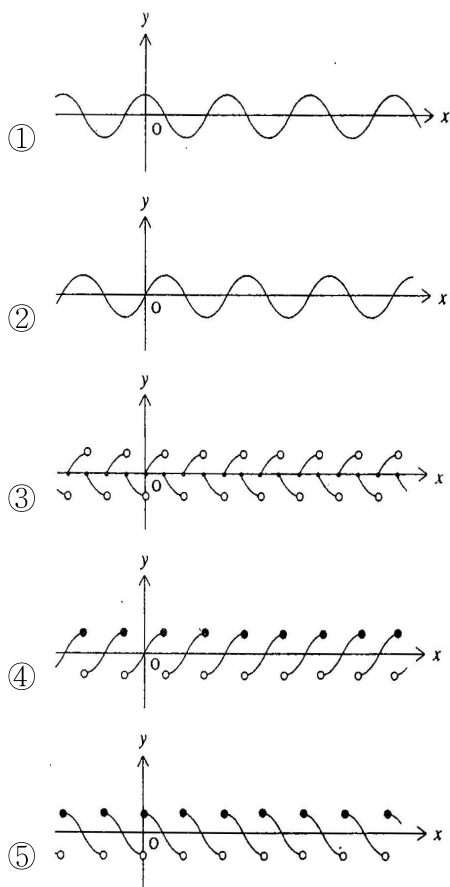
- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

[난이도 : ★★☆☆] [1997 학년도 대수능]

21 [공통] 실수 전체에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



$g(x)=\sin x$ 일 때, 합성함수 $y=(g \circ f)(x)$ 의 그래프의 개형은?



[난이도 : ★★☆☆] [2018년 6월 모의평가]

22 $\cos \theta = \frac{1}{7}$ 일 때, $\sec^2 \theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★☆☆☆] [2016년 6월 모의평가]

23 $\cos \frac{3\pi}{2}$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

[난이도 : ★★☆☆] [2014년 9월 모의평가]

24 $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, 삼각방정식 $\sin x = \sin 2x$ 의 모든 해의 합은? [3점]

- ① π ② $\frac{7}{6}\pi$ ③ $\frac{5}{4}\pi$
- ④ $\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 9월 모의평가]

25 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = 3 + (-1)^n$ 일 때, 좌표평면 위의 점 P_n 을

$P_n \left(a_n \cos \frac{2n\pi}{3}, a_n \sin \frac{2n\pi}{3} \right)$ 라 하자. 점 P_{2009} 와 같은

점은? [3점]

- ① P_1 ② P_2 ③ P_3
- ④ P_4 ⑤ P_5

[난이도 : ★★★] [2005년 06월 모의평가]

26 두 도시 A, B 는 $60km$ 떨어져 있고, 도시 O 는 두 도시의 중간 지점에 있다. 신도시의 위치를 도시 O 에서 $30km$ 떨어진 지점에 정한 후, 신도시와 도시 A 사이에는 2차로 직선 도로를, 신도시와 도시 B 사이에는 4차로 직선 도로를 건설하려고 한다. 2차로 도로는 km 당 6억 원, 4차로 도로는 km 당 8억 원의 공사비가 소요된다. 공사비가 최대가 되는 신도시의 위치를 P 라 하고 $\angle PAB = \theta$ 라 할 때, $\tan \theta$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2
- ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

[난이도 : ★☆☆] [2018년 4월 학력평가]

27 반지름의 길이가 4, 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 인 부채꼴의 호의 길이는? [2점]

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{3}{4}\pi$
- ④ π ⑤ $\frac{5}{4}\pi$

[난이도 : ★☆☆] [2018년 3월 학력평가]

28 $\tan \theta = -3$ 일 때, $\sec^2 \theta$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9
- ④ 10 ⑤ 11

[난이도 : ★☆☆] [2018년 4월 학력평가]

29 $0 \leq x < 2\pi$ 에서 부등식 $2\sin x + 1 < 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\cos(\beta - \alpha)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2018년 4월 학력평가]

30 좌표평면에서 곡선 $y = 4\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ ($0 \leq x \leq 2$) 위의 점 중 y 좌표가 정수인 점의 개수를 구하시오. [3점]

[난이도 : ★☆☆] [2016년 3월 학력평가]

31 $\theta = \frac{3}{4}\pi$ 일 때, $\sin \theta + \cos \theta$ 의 값은? [2점]

- ① $-\sqrt{2}$ ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ $\sqrt{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2016년 7월 학력평가]

32 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $\tan \theta + \cot \theta$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

[난이도 : ★★☆☆] [2015년 3월 학력평가]

33 함수 $y = 2\sin x + \cos x - 1$ 은 $x = \alpha$ 에서 최댓값을 가질 때, $30\sin 2\alpha$ 의 값을 구하시오. [3점]

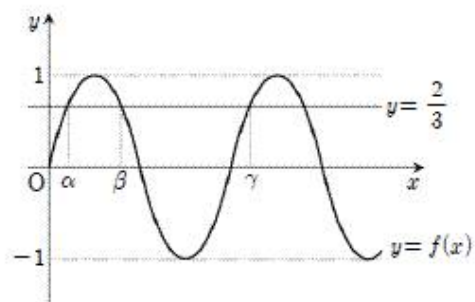
[난이도 : ★★☆☆] [2015년 3월 학력평가]

34 $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 삼각방정식 $\sin 2x = \cos x$ 의 모든 해의 합은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}\pi$ ② 2π ③ $\frac{5}{2}\pi$
- ④ 3π ⑤ $\frac{7}{2}\pi$

[난이도 : ★★☆☆] [2011년 3월 학력평가]

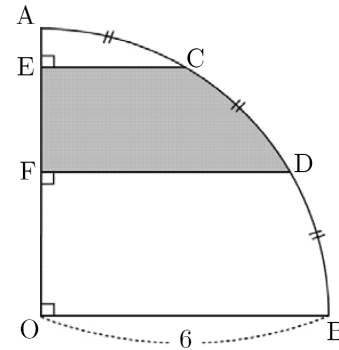
35 함수 $f(x) = \sin \pi x (x \geq 0)$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{2}{3}$ 가 만나는 점의 x 좌표를 작은 것부터 차례대로 α, β, γ 라 할 때, $f(\alpha + \beta + \gamma + 1) + f(\alpha + \beta + \frac{1}{2})$ 의 값은? [4점]



- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

[난이도 : ★★☆☆] [2011년 3월 학력평가]

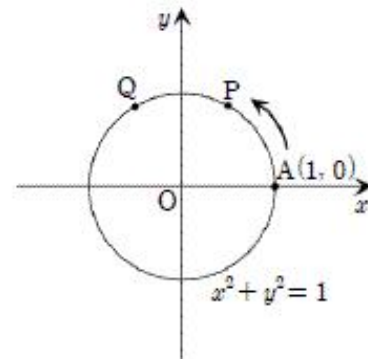
36 그림과 같이 반지름의 길이가 6이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 OAB 가 있다. 호 AB 를 3등분한 점을 C, D 라 하고, 점 C, D 에서 선분 OA 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 하자. 어두운 부분의 넓이가 $a\pi$ 일 때, $50a$ 의 값을 구하시오. [4점]



[난이도 : ★★☆☆] [2011년 3월 학력평가]

37 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 두 점 P, Q 가 점 $A(1, 0)$ 에서 동시에 출발하여 시계바늘이 도는 방향과 반대방향으로 매초 $\frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$ 의 속력으로 각각 움직인다.

출발 후 100초가 될 때까지 두 점 P, Q 의 y 좌표가 같아지는 횟수는? [4점]



[난이도 : ★★★] [2011년 3월 학력평가]

38 방정식 $\sin^2 x - \sin x = 1 - k$ 가 실근을 갖도록 하는 상수 k 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $20M+m$ 의 값을 구하시오.
(단, $0 \leq x < 2\pi$ 이다.)[4점]

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 6월 학력평가]

39 두 함수 $y = 4\sin 3x, y = 3\cos 2x$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 $A(a, 0), B(b, 0)$ (단, $0 < a < \frac{\pi}{2} < b < \pi$)라 하자.

$y = 4\sin 3x$ 의 그래프 위의 임의의 점 P 에 대하여 $\triangle ABP$ 의 넓이의 최댓값은?[3점]

- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{2\pi}{3}$
- ④ $\frac{5\pi}{6}$ ⑤ π

[난이도 : ★★☆☆] [2010년 3월 학력평가]

40 포물선 $y = x^2 - 2x \cos \theta - \sin^2 \theta$ 의 꼭짓점이 직선 $y = 2x$ 위에 있기 위한 모든 θ 값들의 합은?(단, $0 \leq \theta < 2\pi$)[3점]

- ① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π
- ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

[난이도 : ★★★] [2010년 06월 학력평가]

41 두 함수 $y = 4\sin 3x, y = 3\cos 2x$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 $A(a, 0), B(b, 0)$ (단, $0 < a < \frac{\pi}{2} < b < \pi$)라 하자.

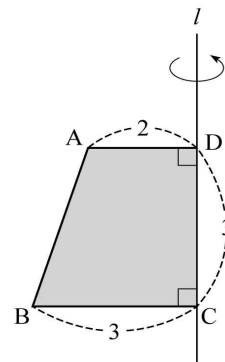
$y = 4\sin 3x$ 의 그래프 위의 임의의 점 P 에 대하여 $\triangle ABP$ 의 넓이의 최댓값은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{2\pi}{3}$
- ④ $\frac{5\pi}{6}$ ⑤ π

[난이도 : ★★★] [2010년 3월 학력평가]

42 그림과 같이

$\overline{BC}=3, \overline{CD}=3, \overline{AD}=2, \angle ADC = \angle BCD = 90^\circ$ 인 사다리꼴 $ABCD$ 가 있다. 사다리꼴 $ABCD$ 를 직선 CD 를 축으로 하여 1회전시켜 생긴 입체도형의 부피를 V 라 할 때, $\frac{V}{\pi}$ 의 값을 구하시오.[4점]

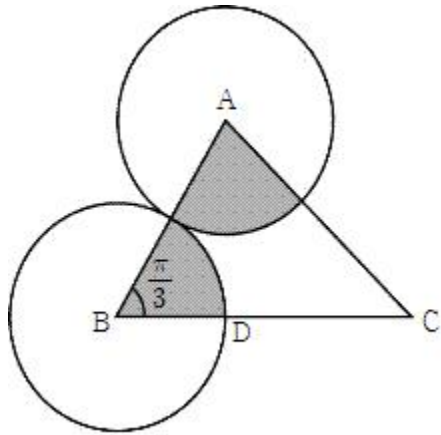


[난이도 : ★★★] [2010년 6월 학력평가]

43 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 두 꼭짓점 A, B 를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 두 원이 외접한다.

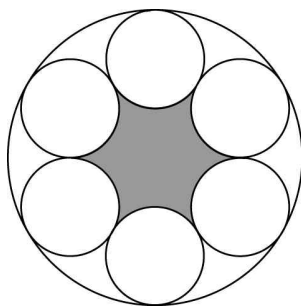
$\angle B = \frac{\pi}{3}, \overline{AC} = 2\sqrt{6}, \overline{CD} = 2\sqrt{3}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 내부의 두 부채꼴(어두운 부분)넓이의 합은 $k\pi$ 이다.

이때, $100k$ 의 값을 구하시오.[4점]



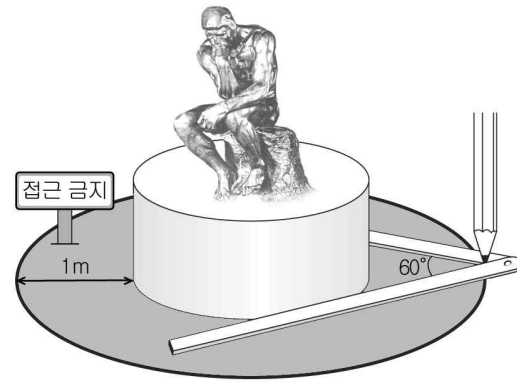
[난이도 : ★★★] [2010년 6월 학력평가]

44 그림과 같이 반지름의 길이가 6인 원에 내접하는 크기가 같은 6개의 원이 서로 외접하고 있다. 어두운 부분의 넓이가 $S = p\sqrt{3} + q\pi$ (단, p, q 는 정수)일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★★] [2010년 6월 학력평가]

45 원기둥 전시대 위에 조각품이 있다. 그림과 같이 직선의 자 두 개로 V자형 도구를 만들고, 전시대의 바닥 경계선으로부터 1m 거리에 원형의 선을 그어 색칠한 부분을 접근 금지 구역으로 설정하려고 한다. 전시대와 두 자의 교점에 세운 연필 사이의 거리가 1m가 되도록 이 도구를 전시대와 접하게 바닥에 놓았더니 사잇각의 크기가 60° 가 되었다. 이 상태로 도구를 한 바퀴 돌려 설정된 접근 금지 구역의 넓이는 $a\pi m^2$ 였다. 이때, $100a$ 의 값을 구하시오.(단, 자의 폭과 두께는 고려하지 않는다.)[4점]

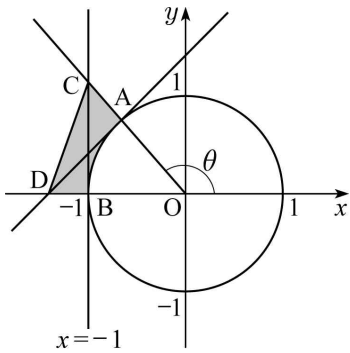


[난이도 : ★★★] [2010년 3월 학력평가]

46 그림과 같이 원점 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 A 가 제 2사분면에 있을 때 동경 OA 가 나타내는 각의 크기를 θ 라 하자.

점 $B(-1, 0)$ 을 지나는 직선 $x=-1$ 과 동경 OA 가 만나는 점을 C , 점 A 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 D 라 하자.

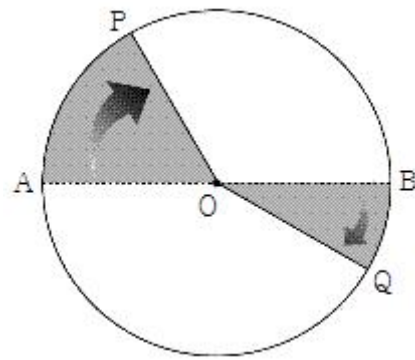
다음 중 삼각형 OCD 의 넓이에서 부채꼴 OAB 의 넓이를 뺀 어두운 부분의 넓이와 항상 같은 것은?(단, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$)[4점]



- ① $\frac{1}{2} \left(-\frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} - \pi + \theta \right)$
- ② $\frac{1}{2} \left(-\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} - \pi + \theta \right)$
- ③ $\frac{1}{2} \left(\frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} - \theta \right)$
- ④ $\frac{1}{2} \left(\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} - \pi + \theta \right)$
- ⑤ $\frac{1}{2} \left(\frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} - \theta \right)$

[난이도 : ★★★] [2010년 6월 학력평가]

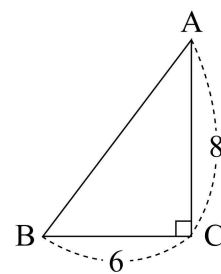
47 두 점 A, B 를 지름의 양 끝으로 하고 반지름의 길이가 10인 원 O 위를 움직이는 두 점 P, Q 가 있다. 두 선분 OP, OQ 는 각각 선분 OA, OB 에서 동시에 출발하여 점 O 를 중심으로 시계 방향으로 회전한다. 각각 일정한 속도로 한 바퀴 도는데 선분 OP 는 30초, OQ 는 60초 걸린다. 원의 내부가 처음에는 흰색이나, 두 선분 OP, OQ 가 회전하면서 지나간 부분은 흰색은 검은색으로, 검은색은 흰색으로 바뀐다.



두 선분 OP, OQ 가 출발한 지 800초 후의 검은색 부분의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$ (p 와 q 는 서로소인 자연수)일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.[4점]

[난이도 : ★★★] [2009년 3월 학력평가]

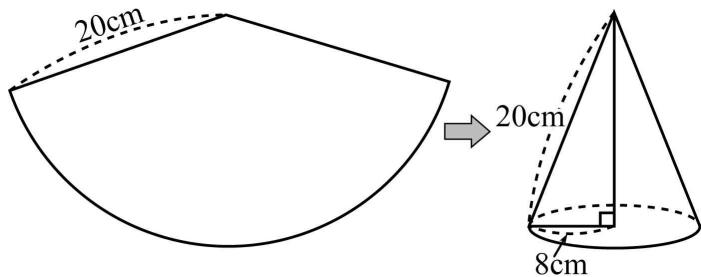
48 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}=8, \overline{BC}=6$ 이고 $\angle C=90^\circ$ 일 때, $\sin A + \sin B$ 의 값은?[3점]



- ① 1 ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{7}{5}$
- ④ $\frac{8}{5}$ ⑤ $\frac{9}{5}$

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 3월 학력평가]

49 그림과 같이 부채꼴 모양의 종이를 고깔모자를 만들었더니, 밑면의 반지름의 길이가 8cm 이고, 모선의 길이가 20cm 인 원뿔 모양이 되었다. 이 종이의 넓이는?(단, 종이는 겹치지 않도록 한다.)[3점]

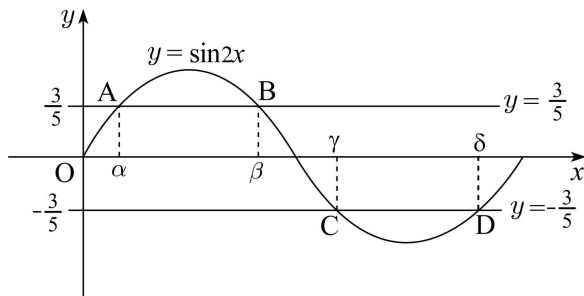


- ① $160\pi \text{ cm}^2$ ② $170\pi \text{ cm}^2$ ③ $180\pi \text{ cm}^2$
- ④ $190\pi \text{ cm}^2$ ⑤ $200\pi \text{ cm}^2$

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 3월 학력평가]

50 그림과 같이 함수 $y = \sin 2x$ ($0 \leq x \leq \pi$)의 그래프가 직선 $y = \frac{3}{5}$ 과 두 점 A, B에서 만나고, 직선 $y = -\frac{3}{5}$ 과 두 점 C, D에서 만난다.

네 점 A, B, C, D의 x좌표를 각각 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 라 할 때, $\alpha + 2\beta + 2\gamma + \delta$ 의 값은?[4점]



- ① $\frac{9}{4}\pi$ ② $\frac{5}{2}\pi$ ③ 3π
- ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ 4π

[난이도 : ★★☆☆] [2009년 3월 학력평가]

51 하루 중 해수면의 높이가 가장 높아졌을 때를 만조, 가장 낮아졌을 때를 간조라 하고, 만조와 간조 때의 해수면 높이의 차를 조차라 한다.

어느 날 A 지점에서 시각 x (시)와 해수면의 높이 y (m)사이에는 다음과 같은 식이 성립한다고 한다.

$$y = a \cos b\pi(x - c) + 4.5, \quad (0 \leq x < 24)$$

이 날 A 지점의 조차가 8m 이고, 만조와 간조 시각이 표와 같다.

이때, $a + 100b + 10c$ 의 값은?(단, $a > 0, b > 0, 0 < c < 6$ 이다.)[4점]

	시각
만조	04시 30분 17시 00분
간조	10시 45분 23시 15분

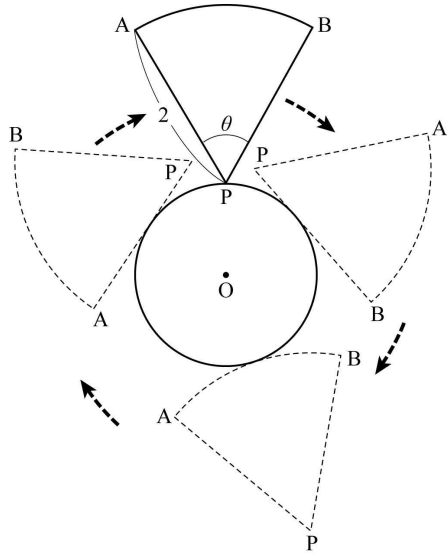
- ① 35 ② 45 ③ 55
- ④ 65 ⑤ 75

[난이도 : ★★★] [2009년 6월 학력평가]

52 중심각이 θ 이고 반지름의 길이가 2인 부채꼴 PAB 의 중심 P 가 반지름의 길이가 1인 원 O 위에 있다.

그림과 같이 부채꼴 PAB 가 원 O 에 접하며 한 바퀴 돌아서 중심 P 가 제자리에 왔다.

이때, 중심각 θ 의 값은?[4점]



- ① $\pi - \frac{5}{2}$ ② $\pi - 2$ ③ $\pi - \frac{3}{2}$
- ④ $\pi - 1$ ⑤ $\pi - \frac{1}{2}$

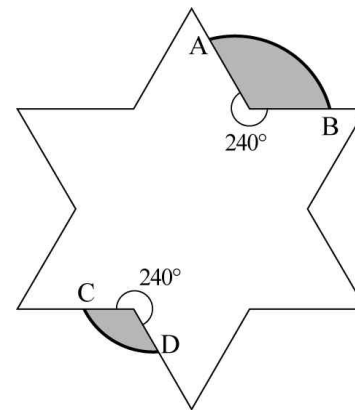
[난이도 : ★★★] [2009년 3월 학력평가]

53 $\sin\theta + \cos\theta = \frac{4}{3}$ 일 때, $36\sin\theta\cos\theta$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★★★] [2009년 6월 학력평가]

54 모든 변의 길이가 같은 별 모양의 공원이 있다. 이 공원의 외곽에 그림과 같이 부채꼴 모양의 동물원과 식물원을 만들려고 한다. 길이 $8\pi(m)$ 인 철망을 겹치지 않게 모두 사용하여 호 AB 와 호 CD 에만 울타리를 치려고 할 때, 동물원과 식물원의 넓이의 합의 최솟값은 $a\pi(m^2)$ 이다.

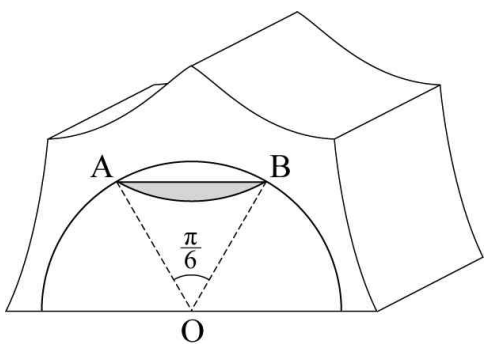
이때, a 의 값을 구하시오.(단, 철망의 높이는 생각하지 않는다.)[4점]



[난이도 : ★★★] [2009년 5월 학력평가]

55 [공통] 그림과 같이 텐트의 출입문은 점 O 를 중심으로 하는 반원이다.

이 텐트의 출입문에는 양 방향으로 문을 열 수 있는 지퍼가 있다. 지퍼의 두 손잡이의 위치가 각각 반원 위의 두 점 A, B 에 오도록 문을 열었을 때, 중심각 $\angle AOB$ 의 크기는 $\frac{\pi}{6}$ 이고 바깥으로 젖혀진 활꼴의 넓이가 $\frac{1}{12}(27-10\sqrt{2})(\pi-3)$ 이다. 이 문의 반지름의 길이는? [3점]



- ① $3-\sqrt{2}$ ② $4-\sqrt{2}$ ③ $5-\sqrt{2}$
- ④ $6-\sqrt{2}$ ⑤ $7-\sqrt{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

56 $\tan A = \sqrt{3}$ 일 때, $\sin A$ 의 값은? (단, $0^\circ < A < 90^\circ$) [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

[난이도 : ★☆☆] [2008년 0월 학력평가]

57 $\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{2}$ 일 때, $\sec\theta \csc\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{8}{5}$ ② 2 ③ $\frac{8}{3}$
- ④ 4 ⑤ 8

[난이도 : ★☆☆] [2008년 6월 학력평가]

58 [공통] $\theta = 15^\circ$ 일 때, $\log_3 \tan \theta + \log_3 \tan 3\theta + \log_3 \tan 5\theta$ 를 간단히 하면? [3점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

[난이도 : ★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

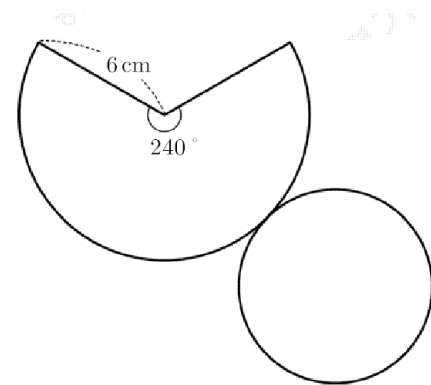
59 실수 x 가 $\sqrt{\sin x} \times \sqrt{\cos x} = -\sqrt{\sin x \times \cos x}$ 을 만족한다.

$\sin x = -\frac{\sqrt{15}}{5}$ 일 때, $\sec x$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{15}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{10}}{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{15}}{3}$
- ④ $\frac{\sqrt{15}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

60 원뿔의 전개도가 그림과 같을 때, 이 원뿔의 부피는? [3점]



- ① $\frac{16\sqrt{5}}{3}\pi \text{cm}^3$ ② $\frac{22\sqrt{5}}{3}\pi \text{cm}^3$ ③ $8\sqrt{5}\pi \text{cm}^3$
- ④ $10\sqrt{5}\pi \text{cm}^3$ ⑤ $\frac{32\sqrt{5}}{3}\pi \text{cm}^3$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 6월 학력평가]

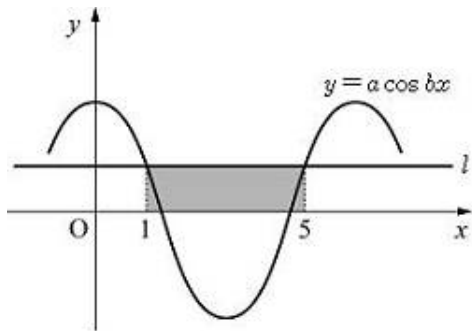
61 [공통] x 에 대한 이차방정식 $x^2 - px + q = 0$ 의 서로 다른 두 실근이 $\cos\alpha, \cos\beta$ 이고, $x^2 - rx + s = 0$ 의 두 근이 $\sec\alpha, \sec\beta$ 이다.

rs 를 p, q 의 식으로 나타내면?(단, $pq \neq 0$)[3점]

- ① pq ② $\frac{1}{pq}$ ③ $\frac{p}{q}$
- ④ $\frac{q}{p^2}$ ⑤ $\frac{p}{q^2}$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 6월 학력평가]

62 [공통] 그림과 같이 $y = a \cos bx$ 의 그래프의 일부분과 x 축에 평행한 직선 l 이 만나는 점의 x 좌표가 1, 5이다. 직선 $l, x=1, x=5$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 20일 때, a 의 값을 구하시오.[4점]



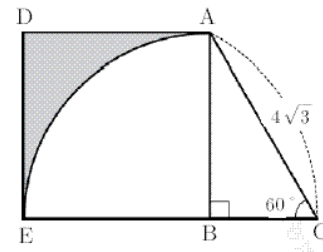
[난이도 : ★★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

63 함수 $y = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동하면 $y = 2 \cos x$ 의 그래프와 일치한다. 이때, a 의 값은?(단, $|a| \leq \pi$)[3점]

- ① $-\frac{2}{3}\pi$ ② $-\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{6}$
- ④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}\pi$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 5월 학력평가]

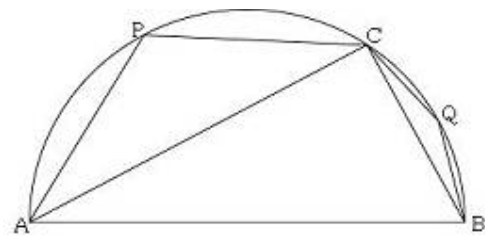
64 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AC} = 4\sqrt{3}, \angle B = 90^\circ, \angle C = 60^\circ$ 이고, 변 AB 는 정사각형 $ADEB$ 의 한 변이며 부채꼴 BAE 의 반지름이다. 이때 어두운 부분의 둘레의 길이는?[4점]



- ① $4 + \pi$ ② $3 + \frac{1}{4}\pi$ ③ $9 + \frac{3}{4}\pi$
- ④ $12 + 3\pi$ ⑤ $15 + 6\pi$

[난이도 : ★★☆☆] [2008년 6월 학력평가]

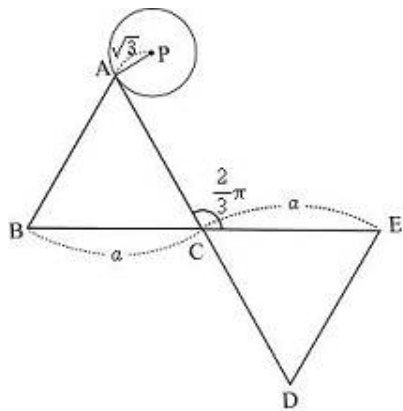
65 [공통] 길이가 10인 \overline{AB} 를 지름으로 하는 반원 위에 $\triangle ABC$ 의 넓이가 11이 되도록 점 C 를 잡는다. $\triangle ACP$ 와 $\triangle BCQ$ 의 넓이가 최대가 되도록 호 AC , 호 BC 위에 점 P, Q 를 정할 때, $\triangle ACP$ 와 $\triangle BCQ$ 의 넓이의 합을 구하시오.[4점]



[난이도 : ★★★] [2008년 6월 학력평가]

66 [공통] 그림과 같이 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 한 변의 길이가 a 인 정삼각형이고, $\angle ACE = \frac{2}{3}\pi$ 이다.

반지름의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 원 P 가 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 의 둘레를 외접하면서 시계 방향으로 한 바퀴 돌아 처음 출발한 자리로 왔을 때, 원 P 의 중심이 움직인 거리가 $23 + \frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$ 이다. a 의 값은? [4점]



- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5
- ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

[난이도 : ★★★] [2007년 3월 학력평가]

67 $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 두 함수 $y = \sin x$ 와 $y = -\sin x + a$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 $N(a)$ 라 할 때, 옳은 것을 다음 [보기]에서 모두 고른 것은?
(단, a 는 실수이다.) [4점]

[보기]
ㄱ. $N(0) = 3$
ㄴ. $ a > 2$ 이면 $N(a) = 0$
ㄷ. $N(a) = 2$ 이면 $N(-a) = 2$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★★] [2007년 3월 학력평가]

68 함수 $y = -4\cos^2 x + 4\sin x + 3$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★★] [2007년 4월 학력평가]

69 $\triangle ABC$ 에서 $\sin A = \frac{3}{5}$, $\cos B = \frac{4}{5}$ 일 때, $\sin A : \sin B : \sin C$ 는? [3점]

- ① 3:3:5 ② 4:4:5 ③ 5:5:8
- ④ 6:6:7 ⑤ 7:7:8

[난이도 : ★★★] [2007년 3월 학력평가]

70 $\sin 18^\circ = a$ 일 때, 다음 중 $\tan 198^\circ$ 를 나타낸 것은? [3점]

- ① $\frac{1}{a}$ ② $-\frac{1}{a}$ ③ $\sqrt{1-a^2}$
- ④ $\frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$ ⑤ $-\frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 6월 학력평가]

71 [공통] $\pi < \alpha < 2\pi, \pi < \beta < 2\pi$ 인 서로 다른 두 각 α, β 에 대하여, $\sin \alpha = \cos \beta$ 를 만족할 때, 다음 [보기]에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

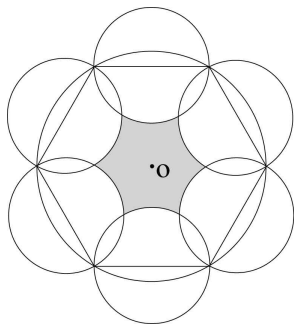
[보기]
ㄱ. $\sin(\alpha + \beta) = 1$
ㄴ. $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = 1$
ㄷ. $\tan \alpha + \tan \beta = 1$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 6월 학력평가]

72 반지름의 길이가 2인 원 O 에 내접하는 정육각형이 있다.

그림과 같이 정육각형의 각 변을 지름으로 하는 원 6개를 그릴 때, 어두운 부분의 넓이는? [4점]



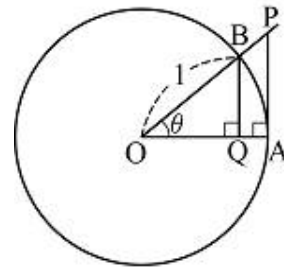
- ① $3\sqrt{3} - \pi$ ② $3\sqrt{3} + \pi$ ③ $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$
 ④ $2\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{3}$

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 3월 학력평가]

73 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원 O 위에 두 점 A, B 가 있다.

점 A 에서의 접선이 \overline{OB} 의 연장선과 만나는 점을 P , 점 B 에서 \overline{OA} 에 내린 수선의 발을 Q 라 하고 $\angle AOB = \theta$ 라 한다.

$\overline{OQ} = 2\overline{AP} \cdot \overline{BQ}$ 가 성립할 때 $\csc \theta \cdot \sec \theta \cdot \cot \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [3점]



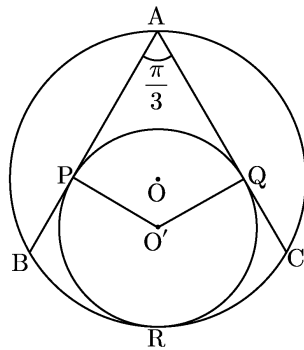
- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

[난이도 : ★★★] [2007년 5월 학력평가]

74 [공통]반지름의 길이가 4인 원 O 위에 $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 를 만족시키는 세 점 A, B, C 가 있다.

\overline{AB} 와 \overline{AC} 에 모두 접하고 원 O 에 내접하는 원 O' 에 대하여 \overline{AB} 와의 접점을 P , \overline{AC} 와의 접점을 Q , 원 O 와의 접점을 R 이라 하자.

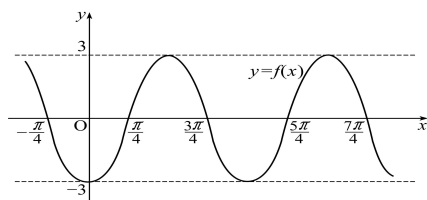
세 점 A, O, O' 이 한 직선 위에 있을 때, 호 PQR 의 길이는?[4점]



- ① $\frac{5}{3}\pi$
- ② $\frac{7}{3}\pi$
- ③ $\frac{25}{9}\pi$
- ④ $\frac{10}{3}\pi$
- ⑤ $\frac{32}{9}\pi$

[난이도 : ★★★] [2006년 3월 학력평가]

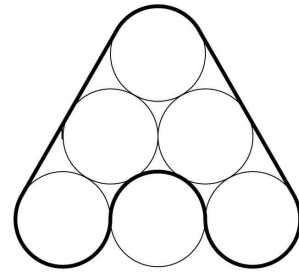
75 그림은 함수 $f(x) = a \sin b \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$ 의 그래프이다.



$a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.(단, a, b 는 상수이다.)[3 점]

[난이도 : ★★★] [2006년 6월 학력평가]

76 [공통]반지름의 길이가 1인 원 6개가 그림과 같이 서로 접할 때, 굵은 선의 길이는?[3점]



- ① $8 + \frac{10}{3}\pi$
- ② $6 + \frac{10}{3}\pi$
- ③ $8 + 4\pi$
- ④ $6 + \frac{14}{3}\pi$
- ⑤ $8 + \frac{14}{3}\pi$

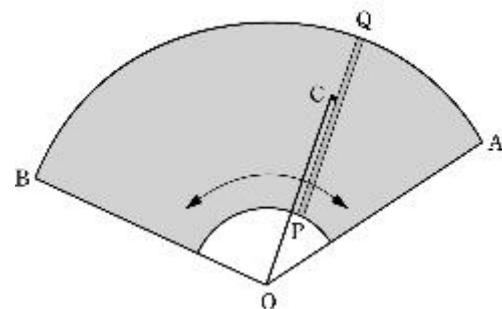
[난이도 : ★★★] [2006년 6월 학력평가]

77 [공통]그림은 승용차의 와이퍼 (wiper)가 부채꼴 모양으로 움직이며 유리창을 닦는 모습이다.

와이퍼의 암(arm) OC 의 한쪽 끝 C 가 와이퍼의 블레이드 (blade) PQ 를 3:2로 내분하는 점과 연결되어 있다.

선분 OA 의 길이는 70이고 와이퍼가 움직이는 각은 120° 이다.

와이퍼의 블레이드가 닦은 부분의 넓이가 1500π 일 때, 와이퍼의 암 OC 의 길이를 구하시오.[3점]



[난이도 : ★★★] [2006년 4월 학력평가]

78 등비급수 $\cos^2\theta + \cos^2\theta\sin\theta + \cos^2\theta\sin^2\theta + \dots$ 의 합이 $\frac{18}{13}$ 일 때, $\frac{10}{\tan\theta}$ 의 값을 구하시오. $(0 < \theta < \frac{\pi}{2})$ [4점]

[난이도 : ★☆☆] [2005년 5월 학력평가]

79 $\log_2\sin 1560^\circ + \log_2\tan 30^\circ + \log_2\cot 45^\circ$ 의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0
 ④ $\log_2\sqrt{3}$ ⑤ $\log_2 3$

[난이도 : ★☆☆] [2005년 6월 학력평가]

80 [공통] $0 < A < \pi, 0 < B < \pi$ 인 서로 다른 두 각 A, B 에 대하여 $\sin A = \sin B$ 를 만족할 때, 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

[보기]
ㄱ. $\sin \frac{A+B}{2} = 1$
ㄴ. $\sin \frac{A}{2} - \cos \frac{B}{2} = 0$
ㄷ. $\tan A + \tan B = 0$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

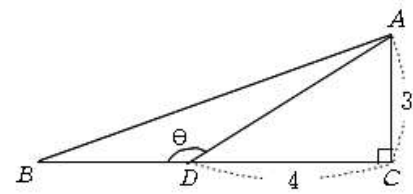
[난이도 : ★☆☆] [2005년 4월 학력평가]

81 함수 $f(x) = 4\sin x + 3\cos x$ 가 $x = \theta$ 에서 최댓값을 가질 때, $3\tan\theta$ 의 값은? (단, $0 \leq x < 2\pi$) [3점]

① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

[난이도 : ★☆☆] [2005년 3월 학력평가]

82 아래 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\angle BDA = \theta$ 이고, $\overline{AC} = 3, \overline{DC} = 4$ 일 때, $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값을 구하면? [3점]



- ① $-\frac{3}{5}$ ② $-\frac{2}{5}$ ③ $-\frac{1}{5}$
 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

[난이도 : ★☆☆] [2005년 4월 학력평가]

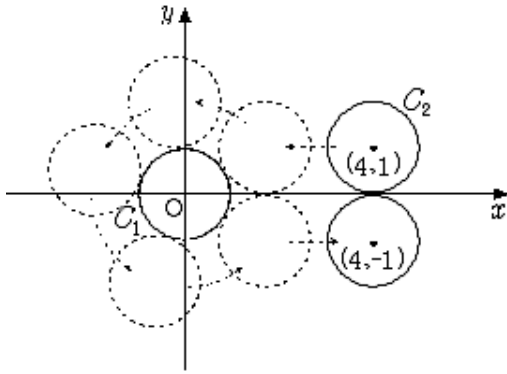
83 $\sin^2\theta + \sin^2\left(\frac{\pi}{3} + \theta\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)$ 의 값은? [3점]

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

[난이도 : ★★★] [2005년 6월 학력평가]

84 [공통]반지름의 길이가 1인 두 원 C_1, C_2 의 중심이 각각 $(0, 0), (4, 1)$ 이다.

그림과 같이 원 C_2 가 x 축을 접하며 움직이기 시작하여 원 C_1 에 외접하며 돌아 처음으로 x 축의 양의 방향에 접하며 움직여 중심이 $(4, -1)$ 이 되었을 때, 중심이 이동한 거리는? [4점]



- ① $\frac{5}{3}\pi + 4 - \sqrt{3}$
- ② $\frac{5}{3}\pi + 8 - 2\sqrt{3}$
- ③ $\frac{7}{3}\pi + 4 - \sqrt{3}$
- ④ $\frac{7}{3}\pi + 8 - 2\sqrt{3}$
- ⑤ $\frac{10}{3}\pi + 8 - 2\sqrt{3}$

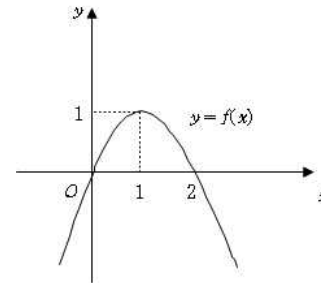
[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

85 함수 $f(x) = a \sin bx + c$ 에 대하여 다음 조건을 만족할 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하시오. (단, $a > 0, b > 0$) [4점]

- ㄱ. $f(x)$ 의 최댓값은 5, 최솟값은 1이다.
- ㄴ. 모든 x 에 대하여 $f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = f(x)$ 이 성립한다.

[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

86 이차 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, t 에 대한 방정식 $f(\cos t) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는? (단, $0 \leq t \leq 2\pi$) [4점]

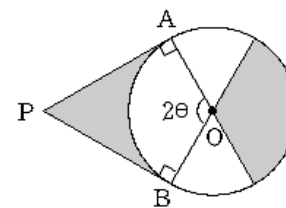


- ① 1개
- ② 2개
- ③ 3개
- ④ 4개
- ⑤ 5개

[난이도 : ★★★] [2005년 5월 학력평가]

87 [공통]그림과 같이 선분 PA 와 선분 PB 는 원 O 의 접선이고 어두운 두 부분의 넓이가 같도록 하는 2θ 에 대하여 $\frac{2 \tan \theta}{\theta}$ 의 값을 구하시오.

(단, $\angle AOB = 2\theta, 0 < 2\theta < \pi$) [4점]

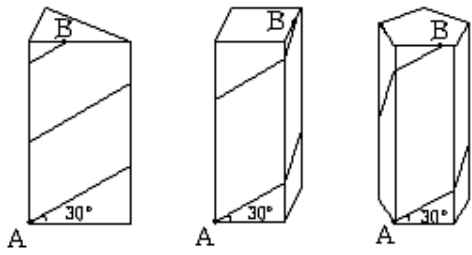


[난이도 : ★★★] [2005년 5월 학력평가]

88 그림과 같이 높이가 모두 50인 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥이 있다.

이 세 직각기둥의 밑면의 한 점 A에서 밑면의 모서리와 30°의 각을 유지하면서 윗면의 한 점 B까지 걸면을 따라 선을 그었다.

삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥의 걸면에 그려진 선분의 길이를 각각 a, b, c라 할 때, a, b, c의 대소관계를 바르게 나타낸 것은?[3점]



- ① $c > a = b$ ② $a = b = c$ ③ $c > b > a$
- ④ $b > c > a$ ⑤ $b = c > a$

[난이도 : ★★★] [2005년 3월 학력평가]

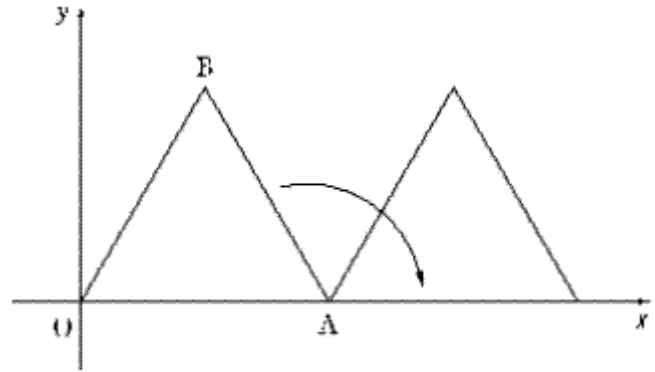
89 함수 $f(x) = a \sin bx + c$ 에 대하여 다음을 만족할 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하시오.(단, $a > 0, b > 0$)[4점]

- ㄱ. $f(x)$ 의 최댓값은 5, 최솟값은 1이다.
- ㄴ. 모든 x 에 대하여 $f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = f(x)$ 이 성립한다.

[난이도 : ★★★] [2005년 10월 학력평가]

90 그림과 같이 x축 위에 한 변의 길이가 2인 정삼각형 OAB가 있다.

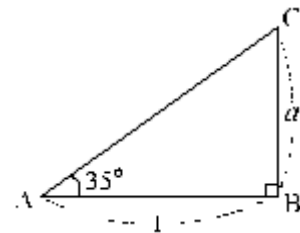
점 A를 중심으로 정삼각형을 시계방향으로 회전하여 점 B가 처음으로 x축 위에 올 때, 이 정삼각형의 무게중심이 움직인 거리는?[3점]



- ① $\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{9}\pi$
- ④ $\frac{5\sqrt{3}}{9}\pi$ ⑤ $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$

[난이도 : ★★☆☆] [2004년 9월 학력평가]

91 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\angle A = 35^\circ, \overline{AB} = 1, \overline{BC} = a$ 이다.



이때, $\tan 70^\circ$ 의 값을 a에 대한 식으로 나타내면?[4점]

- ① $\frac{2a}{1-a^2}$ ② $\frac{2a}{1+a^2}$ ③ $\frac{1+a^2}{1-a^2}$
- ④ $\frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$ ⑤ $\frac{2a}{\sqrt{1+a^2}}$

정답 및 해설

1. 삼각함수의 뜻과 그래프 중단원 기출문제

1) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 삼각방정식의 해를 구할 수 있는가?

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ 이므로

방정식 $\cos^2 x = \sin^2 x - \sin x$ 에서

$$1 - \sin^2 x = \sin^2 x - \sin x$$

$$2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$$

$$(2\sin x + 1)(\sin x - 1) = 0$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } \sin x = 1$$

이때, $0 \leq x < 2\pi$ 이므로

$$(i) \sin x = -\frac{1}{2} \text{ 에서 } x = \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{11}{6}\pi$$

$$(ii) \sin x = 1 \text{ 에서 } x = \frac{\pi}{2}$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 모든 해의 합은

$$\frac{7}{6}\pi + \frac{11}{6}\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{7}{2}\pi$$

2) 답 : 7

[해설]

$\cos^2 x - \sin x = 1$ 이므로

$$1 - \sin^2 x - \sin x = 1 \text{ 이며 정리하면}$$

$$\sin^2 x + \sin x = 0 \text{ 이고 인수분해하면}$$

$$\sin x(\sin x + 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \text{ 또는 } \sin x = -1$$

$$x = \pi \text{ 또는 } x = \frac{3}{2}\pi$$

따라서 모든 실근의 합은 $\frac{5}{2}\pi$

$$p + q = 2 + 5 = 7$$

3) 답 : ①

[해설]

$$f(x) = \sin x + \sqrt{7}\cos x - \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2} \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\sin x + \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}\cos x \right) - \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2}\sin(x+\alpha) - \sqrt{2} \text{ (단, } \sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}, \cos\alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{)}$$

따라서 함수 $f(x)$ 의 $\sin(x+\alpha) = 1$ 일 때, 최댓값을 가지므로

$f(x)$ 의 최댓값은 $2\sqrt{2} \cdot 1 - \sqrt{2} = \sqrt{2}$ 이다.

4) 답 : ②

[해설]

$$\sin\theta \cdot \tan\theta = \sin\theta \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}$$

그런데 $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$ 이므로

$$\sin\theta \cdot \tan\theta = \frac{\frac{8}{9}}{-\frac{1}{3}} = -\frac{8}{3}$$

[별해] 사인과 탄젠트의 값을 직접 구한다.

$\cos\theta < 0$ 이므로 θ 는 제 2, 3사분면의 각이다.

(i) θ 가 제 2사분면의 각일 때,

$$\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{-\frac{1}{3}} = -2\sqrt{2}$$

$$\therefore \sin\theta \cdot \tan\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot (-2\sqrt{2}) = -\frac{8}{3}$$

(ii) θ 가 제 3사분면의 각일 때,

$$\sin\theta = -\sqrt{1 - \cos^2\theta} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{-\frac{2\sqrt{2}}{3}}{-\frac{1}{3}} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \sin\theta \cdot \tan\theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot 2\sqrt{2} = -\frac{8}{3}$$

(i), (ii)에서 $\sin\theta \cdot \tan\theta = -\frac{8}{3}$

5) 답 : ②

[해설]

$$\neg. \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos\theta, \cos(\pi + \theta) = -\cos\theta \text{ 이므로}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \neq \cos(\pi + \theta) \text{ (거짓)}$$

$$\neg. \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin\theta, \sin(\pi + \theta) = -\sin\theta \text{ 이므로}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \sin(\pi + \theta) \text{ (참)}$$

$$\equiv. \tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\cot\theta, \cot(\pi + \theta) = \cot\theta \text{ 이므로}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \neq \cot(\pi + \theta) \text{ (거짓)}$$

이상에서 옳은 것은 \neg 뿐이다.

[*answ] ②

6) 답 : ①

[해설]

사인함수의 최댓값이 0.6이므로 $a = 0.6$ 이다.

주기가 5이므로

$$\frac{2\pi}{b} = 5 \text{ 에서 } b = \frac{2}{5}\pi$$

그러므로 주어진 함수는 $y = 0.6\sin\frac{2}{5}\pi t$ 이다.

정답 및 해설

처음으로 흡입률이 -0.3리터/초가 되는 데 걸리는 시간은

$$-0.3 = 0.6 \sin \frac{2}{5} \pi t \text{ 에서 } \sin \frac{2}{5} \pi t = -\frac{1}{2}$$

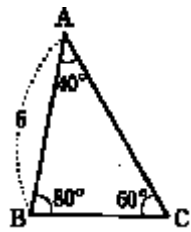
$$\therefore \frac{2}{5} \pi t = \frac{7}{6} \pi \text{ 에서 } t = \frac{35}{12} \text{ (초)}$$

7) 답 : ②

[해설]

$C = 180^\circ - (40^\circ + 80^\circ) = 60^\circ$ 이고, 외접원의 반지름의 길이를 R 이라하면

$$\text{사인법칙에 의하여 } 2R = \frac{\overline{AB}}{\sin C} \Rightarrow R = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$



$$\therefore R = 2\sqrt{3}$$

[*answ] ②

8) 답 : ①

[해설]

사인함수의 최대값이 0.6 이므로 $a = 0.6$ 이다.

$$\text{주기가 5이므로 } \frac{2\pi}{b} = 5 \text{ 에서 } b = \frac{2}{5}\pi$$

그러므로 주어진 함수는 $y = 0.6 \sin \frac{2}{5} \pi t$ 이다.

처음으로 흡입률이 -0.3리터/초가 되는 데 걸리는 시간은

$$-0.3 = 0.6 \sin \frac{2}{5} \pi t \text{ 에서 } \sin \frac{2}{5} \pi t = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{2}{5} \pi t = \frac{7}{6} \pi \text{ 에서 } t = \frac{35}{12} \text{ (초)}$$

[*answ] ①

9) 답 : ⑤

[해설]

$$\begin{aligned} \sin \frac{\pi}{6} + \tan \frac{9}{4} \pi &= \sin \frac{\pi}{6} + \tan \left(2\pi + \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{\pi}{6} + \tan \frac{\pi}{4} \\ &= \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

10) 답 : ④

[해설]

$$\triangle ABH \text{ 에서 } \overline{BH} = 500 \times \sin 37^\circ = 500 \times 0.6 = 300 \text{ (m)}$$

$$\triangle BCG \text{ 에서 } \overline{BC} = a \text{ 라 하면}$$

$$\overline{BG} = a \sin 12^\circ = 0.2a$$

$$\triangle ACD \text{ 에서 } \overline{AC} = b \text{ 라 하면}$$

$$\overline{CD} = b \sin 12^\circ = 0.2b$$

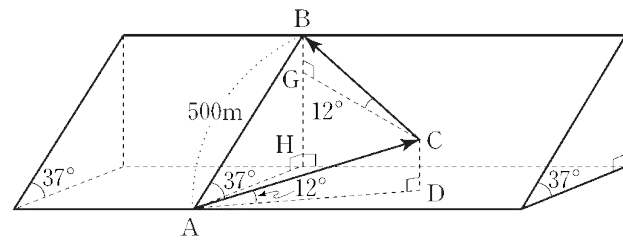
$$\text{이때, } \overline{GH} = \overline{CD} \text{ 이므로}$$

$$\overline{BH} = \overline{BG} + \overline{GH} = \overline{BG} + \overline{CD}$$

$$\therefore 300 = 0.2a + 0.2b$$

$$\text{즉, } a + b = 1500$$

따라서, 구하는 우회도로의 길이, 즉 $\overline{BC} + \overline{CA} = 1500 \text{ (m)}$



11) 답 : ①

[해설]

$$\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} \text{ 에서}$$

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= \left(2 + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) (2 - \sqrt{3}) \\ &= (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) \\ &= 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1 \end{aligned}$$

답 ①

12) 답 : ④

[해설]

로그의 성질에서

$$\begin{aligned} \log(\sin \theta) - \log(\cos \theta) &= \frac{\log\{\sin \theta\}}{\cos \theta} \\ &= \log \tan \theta \end{aligned}$$

$$\text{즉, } \log \tan \theta = \frac{1}{2} \log 3 = \log \sqrt{3} \text{ 을 풀면}$$

$$\tan \theta = \sqrt{3}$$

$$\text{이때, } \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} \text{ 이므로 } \theta = \frac{\pi}{3}$$

13) 답 : ③

[해설]

$\overline{OA} = 1$ 이므로 점 A 의 좌표를 $A(a, b)$ 로 놓으면

$$\cos \theta = a, \sin \theta = b$$

이때, $\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$ 이므로

$$\cos(\pi - \theta) = -a$$

그런데, 점 A 와 점 C 는 원점에 대해 대칭이므로

$$\text{점 } C \text{의 좌표는 } C(-a, -b)$$

따라서, $\cos(\pi - \theta)$ 는 점 C 의 x 좌표와 같다.

14) 답 : ⑤

[해설]

아래 그림에서 원기둥을 수평으로 누었을 때

수면과 옆면이 만나서 이루는 활꼴 부분의 넓이 S 는

$$S = \frac{1}{2} r^2 \theta - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$$

한편 원기둥에 들어 있는 물의 부피 V 를 두 경우에 대해 구해 보면

$$V = S \times 1 = \pi r^2 h$$

$$\frac{1}{2} r^2 \theta - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta = \pi r^2 h$$

정답 및 해설

$$\therefore h = \frac{1}{2\pi}(\theta - \sin \theta)$$

15) 답 : ②

[해설]

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

따라서, 준식은

$$4(1 - \sin^2 x) + 4\sin x = 5$$

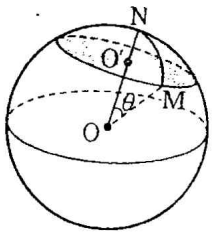
$$4\sin^2 x - 4\sin x + 1 = 0$$

$$\therefore (2\sin x - 1)^2 = 0$$

$$\therefore \sin x = \frac{1}{2}$$

16) 답 : 30

[해설]



$$30 \times \theta = 5\pi \therefore \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$r = 30 \times \sin \frac{\pi}{6} = 15$$

$$l = 2\pi \times 15 = 30\pi$$

$$\therefore \frac{l}{\pi} = \frac{30\pi}{\pi} = 30$$

17) 답 : ④

[해설]

$\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ 의 양변을 제곱하면

$$\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x = 2$$

$$1 + 2\sin x \cos x = 2$$

$$\therefore \sin x \cos x = \frac{1}{2}$$

18) 답 : ①

[해설]

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 2\sqrt{3}$, $\alpha\beta = 2$

$$\therefore (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 12 - 8 = 4$$

$\alpha > \beta$ 이므로 $\alpha - \beta = 2$

$$\therefore \tan \theta = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \text{에서 } \therefore \theta = \frac{\pi}{6}$$

19) 답 : 11

[해설]

$a^2 + b^2 = 3ab \cos \gamma$ 의 양변을 ab 로 나누면

$$3\cos \gamma = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \quad a, b \text{는 양수이므로 } \frac{a}{b}, \frac{b}{a} \text{도 양수이다.}$$

따라서, 산술-기하평균에 의하여

$$3\cos \gamma = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2\sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}} = 2$$

$$\therefore \cos \gamma \geq \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{2}{3} \leq \cos \gamma \leq 1$$

또, $\alpha + \beta = \pi - \gamma$ 이므로 $\sin(\pi + \alpha + \beta) = \sin(2\pi - \gamma) = -\sin \gamma$

$$\text{준식} = 9\sin^2 \gamma + 9\cos \gamma$$

$$= 9(1 - \cos^2 \gamma) + 9\cos \gamma$$

$$= -9(\cos^2 \gamma - \cos \gamma) + 9$$

$$= -9\left(\cos \gamma - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{45}{4}$$

그런데 $\frac{2}{3} \leq \cos \gamma \leq 1$ 이므로 $\cos \gamma = \frac{2}{3}$ 일 때 최댓값 11을 갖는다.

다.

20) 답 : ④

[해설]

$$\cos^2 x - \sin^2 2x = 0 \quad (0 \leq x \leq 2\pi) \text{에서}$$

$$\Rightarrow \cos^2 x - 4\sin^2 x \cos^2 x = 0$$

$$\Rightarrow \cos^2 x(1 - 4\sin^2 x) = 0$$

$$\cos x = 0 \text{ 또는 } \sin^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi \text{ 또는 } x = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi, \frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi$$

\therefore 모두 6개

21) 답 : ②

[해설]

$$0 \leq x < 2\pi \text{에서 } f(x) = x$$

$f(x)$ 는 2π 를 주기로 하는 주기함수이므로

$$f(x) = x - 2n\pi \quad (2n\pi \leq x < 2(n+1)\pi, n \text{은 정수})$$

$$g(x) = \sin x \text{에서 } y = (g \circ f)(x) = \sin(x - 2n\pi) = \sin x$$

22) 답 : 49

[해설]

$$\sec^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} = 49$$

23) 답 : ③

[해설]

$$\cos \frac{3\pi}{2} = 0$$

24) 답 : ④

[해설]

[방법1] 배각공식을 이용

$\sin x = 2\sin x \cos x$ 을 이항하고 인수분해하면

$$\sin x(2\cos x - 1) = 0 \text{이므로}$$

$$\sin x = 0 \text{ 또는 } \cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = 0, \pi, \frac{\pi}{3}, (\because 0 \leq x \leq \pi)$$

정답 및 해설

∴ 모든 해의 합은 $\frac{4}{3}\pi$

[방법2] 합차를 곱으로 변형공식을 이용

$\sin x = \sin 2x$ 을 정리하면

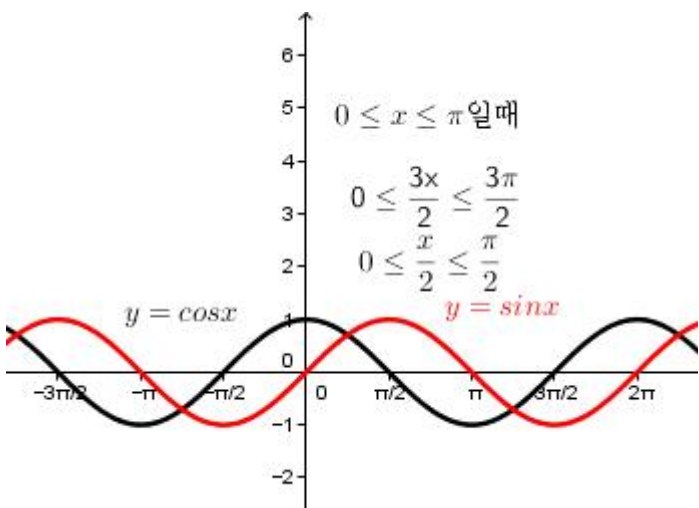
$\sin 2x - \sin x = 0$ 이며 곱으로 변형하면

$$2\cos \frac{3x}{2} \sin \frac{x}{2} = 0 \text{ 이며}$$

$$\begin{cases} \cos \frac{3x}{2} = 0 \\ \sin \frac{x}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ \frac{x}{2} = 0, \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3}, \pi \\ x = 0 \end{cases}$$

∴ 모든 해의 합은 $\frac{4}{3}\pi$



[방법3] 일반해 공식을 이용

$\sin x = \sin 2x$ 에서 일반해 공식을 사용하면

$$2x = n\pi + (-1)^n x \text{ (단, } n \text{ 은 정수)}$$

$(-1)^n$ 을 계산하기 위해

$$n = \begin{cases} 2m, & (m \text{ 은 정수}) \\ 2m+1, & (m \text{ 은 정수}) \end{cases} \text{ 로 나누어 푼다.}$$

[1] $n = 2m$ 일 때: $2x = 2m\pi + (-1)^{2m}x$ 이므로 정리하면

$$x = 2m\pi = 0 \text{ (} \because 0 \leq x \leq \pi \text{ 이므로 } m=0 \text{ 만 가능)}$$

[2] $n = 2m+1$ 일 때: $2x = (2m+1)\pi + (-1)^{2m+1}x$ 이므로 정리하면

$$3x = (2m+1)\pi \Rightarrow x = \frac{(2m+1)\pi}{3} = \frac{\pi}{3}, \pi$$

($\because 0 \leq x \leq \pi$ 이므로 $m=0, 1$ 만 가능)

25) 답 : ⑤

[해설]

$$a_n = 3 + (-1)^n, b_n = \cos \frac{2n\pi}{3}, c_n = \sin \frac{2n\pi}{3} \text{ 라 하면}$$

$$a_{n+2} = a_n, b_{n+3} = b_n, c_{n+3} = c_n \text{ 이고}$$

점 P_n 의 x 좌표 $a_n b_n$ 은 $a_n b_n = a_{n+6} b_{n+6}$.

점 P_n 의 y 좌표 $a_n c_n$ 은 $a_n c_n = a_{n+6} c_{n+6}$ 이므로

$$P_{n+6} = P_n$$

$$\text{따라서 } P_{2009} = P_{6 \times 334 + 5} = P_5$$

26) 답 : ①

[해설]

총 공사비를 $f(\theta)$ 라 두면

$$\overline{AP} = 60 \cos \theta, \overline{BP} = 60 \sin \theta \text{ 이므로}$$

$$f(\theta) = 60 \sin \theta \times 8 + 60 \cos \theta \times 6 \text{ (억원)}$$

$$= 120(4 \sin \theta + 3 \cos \theta)$$

$$= 600 \left(\sin \theta \cdot \frac{4}{5} + \cos \theta \cdot \frac{3}{5} \right)$$

$$= 600 \sin(\theta + \alpha) \text{ (단, } \cos \alpha = \frac{4}{5}, \sin \alpha = \frac{3}{5} \text{)}$$

$f(\theta)$ 는 $\theta + \alpha = \frac{\pi}{2}$ 일 때, 최대값 600 억원이다.

$$\tan \theta = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{4}{3}$$

27) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 호도법 이해하기

$$\text{부채꼴의 호의 길이는 } 4 \times \frac{\pi}{4} = \pi$$

28) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 삼각함수의 함숫값을 계산한다.

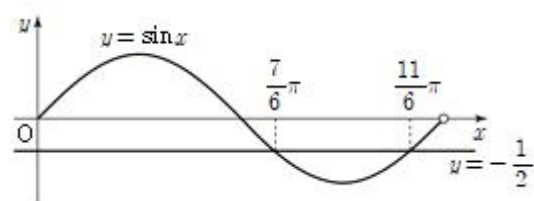
$$\tan^2 \theta = (-3)^2 = 9 \text{ 이고 } 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta \text{ 이므로}$$

$$\sec^2 \theta = 1 + 9 = 10$$

29) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 삼각함수 이해하기



$$2 \sin x + 1 < 0 \text{ 의 해는 } \frac{7}{6}\pi < x < \frac{11}{6}\pi$$

$$\therefore \alpha = \frac{7}{6}\pi, \beta = \frac{11}{6}\pi$$

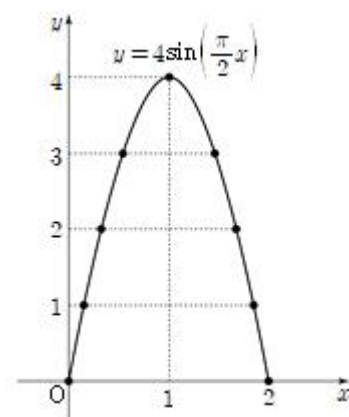
$$\text{따라서 } \cos(\beta - \alpha) = \cos \frac{2}{3}\pi = -\frac{1}{2}$$

30) 답 : 9

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 그래프 이해하기

곡선 $y = 4 \sin \left(\frac{\pi}{2} x \right)$ ($0 \leq x \leq 2$) 는 그림과 같다.



정답 및 해설

따라서 y 좌표가 정수인 점의 개수는 9

31) **답** : ③

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 값을 계산한다.

$\theta = \frac{3}{4}\pi$ 는 제 2사분면의 각이므로

$$\sin \frac{3}{4}\pi = \sin \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \frac{3}{4}\pi = \cos \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 이므로}$$

$$\sin \frac{3}{4}\pi + \cos \frac{3}{4}\pi = \frac{\sqrt{2}}{2} + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0$$

32) **답** : ③

[해설]

[출제 의도] 삼각함수 사이의 관계 이해하기

$$(\sin \theta - \cos \theta)^2 = \sin^2 \theta - 2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$$

$$= 1 - 2\sin \theta \cos \theta = \frac{3}{4}$$

$$\text{이므로 } \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{8}$$

$$\text{따라서 } \tan \theta + \cot \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} = 8$$

33) **답** : 24

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 합성을 이해하여 최댓값을 구한다.

$$y = 2\sin x + \cos x - 1$$

$$= \sqrt{5} \sin(x + \theta) - 1$$

$$\left(\text{단, } \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}} \right)$$

주어진 함수가 $x = \alpha$ 에서 최댓값을 가지므로

$$\alpha + \theta = 2n\pi + \frac{\pi}{2} \quad (n \text{은 정수})$$

$$\alpha = 2n\pi + \frac{\pi}{2} - \theta \text{ 이므로}$$

$$30\sin 2\alpha = 30\sin 2\left(2n\pi + \frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$= 30\sin(4n\pi + \pi - 2\theta)$$

$$= 30\sin 2\theta$$

$$= 60\sin \theta \cos \theta$$

$$= 60 \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = 24$$

34) **답** : ④

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 덧셈정리를 이해하고 삼각방정식의 모든 해의 합을 구한다.

$$\sin 2x = \cos x$$

$$2\sin x \cos x = \cos x$$

$$(2\sin x - 1)\cos x = 0$$

이므로 $\sin x = \frac{1}{2}$ 또는 $\cos x = 0$

i) $\sin x = \frac{1}{2}$ 일 때

$$0 \leq x < 2\pi \text{ 이므로 } x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi$$

ii) $\cos x = 0$ 일 때

$$0 \leq x < 2\pi \text{ 이므로 } x = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } x = \frac{3}{2}\pi$$

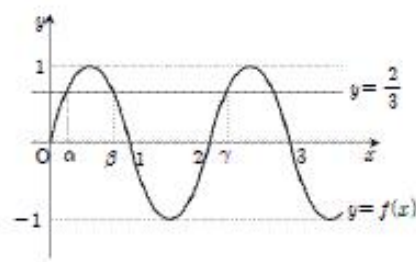
i), ii)에 의하여 모든 해의 합은 $\frac{\pi}{6} + \frac{5}{6}\pi + \frac{\pi}{2} + \frac{3}{2}\pi = 3\pi$

35) **답** : ②

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 그래프 성질을 이용하여

함숫값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



함수 $f(x) = \sin \pi x (x \geq 0)$ 의 주기가 $\frac{2\pi}{\pi} = 2$ 이므로

$$\text{그림에서 } \beta = 1 - \alpha, \gamma = 2 + \alpha$$

$$f(\alpha + \beta + \gamma + 1) = f(4 + \alpha) = f(\alpha) = \frac{2}{3}$$

$$f\left(\alpha + \beta + \frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{3}{2}\right) = -1$$

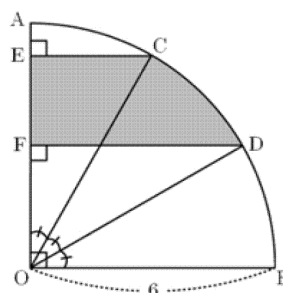
$$\therefore f(\alpha + \beta + \gamma + 1) + f\left(\alpha + \beta + \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{3}$$

36) **답** : 150

[해설]

[출제 의도]

삼각형의 합동을 활용하여 부채꼴의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



삼각형 OCE 와 삼각형 DOF 가 합동이므로 어두운 부분의 넓이는 부채꼴 OCD 의 넓이와 같다.

$$\text{따라서 } \pi \times 6^2 \times \frac{30^\circ}{360^\circ} = 3\pi \text{ 이다.}$$

$$a = 3 \text{ 이므로 } 50a = 150 \text{ 이다.}$$

37) **답** : 2

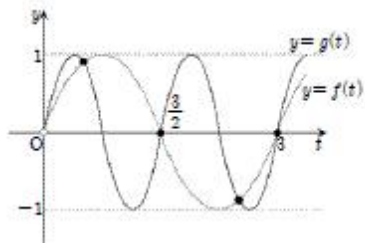
[해설]

[출제 의도] 사인함수의 정의를 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

두 점 P, Q 의 $t (t > 0)$ 초 후의 y 좌표를 각각 $f(t), g(t)$ 라 하면

정답 및 해설

$f(t) = \sin \frac{2}{3}\pi t, g(t) = \sin \frac{4}{3}\pi t$ 이고, 그래프는 다음과 같다.



출발 후 3초가 될 때 까지 $f(t), g(t)$ 의 값이 4회 같아지므로
 99초가 될 때 까지 132회 같아진다.
 \therefore 출발 후 100초가 될 때까지는 133회

38) 답 : 24

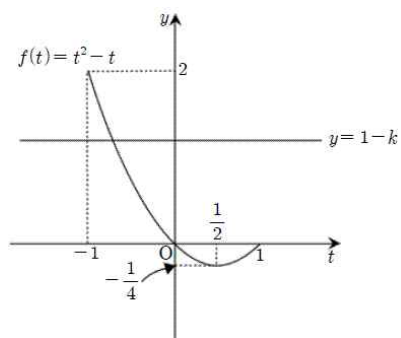
[해설]

[출제 의도] 이차 함수를 활용하여 삼각방정식이 실근을 갖도록 하는 조건을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\sin x = t (-1 \leq t \leq 1)$ 라 하면

이차방정식 $t^2 - t = 1 - k$ 가 $-1 \leq t \leq 1$ 에서 실근을 가져야 한다.

$f(t) = t^2 - t (-1 \leq t \leq 1)$ 라 하면 그림에서



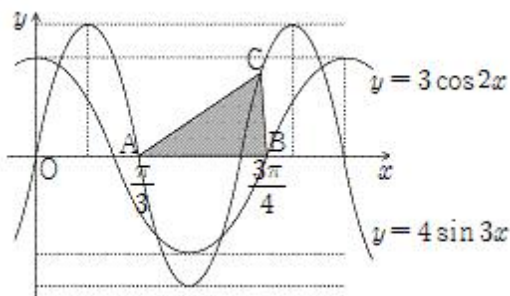
$$-\frac{1}{4} \leq 1 - k \leq 2$$

$$-1 \leq k \leq \frac{5}{4} \text{ 이므로 } M = \frac{5}{4}, m = -1$$

$$\therefore 20M + m = 24$$

39) 답 : ④

[해설]



$A\left(\frac{\pi}{3}, 0\right), B\left(\frac{3\pi}{4}, 0\right)$ 이므로 $\overline{AB} = \frac{5\pi}{12}$ 이다.

점 P 의 y 좌표의 최댓값은 4이므로

$\triangle ABP$ 의 넓이의 최댓값은 $\frac{5\pi}{6}$ 이다.

40) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 삼각방정식을 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$y = x^2 - 2x \cos \theta - \sin^2 \theta$$

$$= (x - \cos \theta)^2 - \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$= (x - \cos \theta)^2 - 1$$

꼭짓점의 좌표는 $(\cos \theta, -1)$

이 점이 직선 $y = 2x$ 위에 있으므로

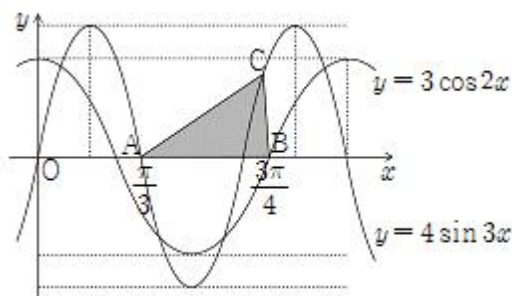
$$2 \cos \theta = -1, \cos \theta = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \theta = \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$$

따라서 θ 값들의 합은 2π 이다.

41) 답 : ④

[해설]



$A\left(\frac{\pi}{3}, 0\right), B\left(\frac{3\pi}{4}, 0\right)$ 이므로 $\overline{AB} = \frac{5\pi}{12}$ 이다.

점 P 의 y 좌표의 최댓값은 4이므로

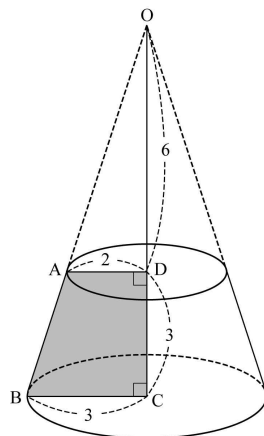
$\triangle ABP$ 의 넓이의 최댓값은 $\frac{5\pi}{6}$ 이다.

42) 답 : 19

[해설]

[출제 의도] 회전체의 부피를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

주어진 도형을 직선 CD 를 축으로 하여 1회전시켜 만든 도형은 다음과 같다.



$\triangle OAD \sim \triangle OBC$ 이므로

$$\overline{OD} : \overline{AD} = \overline{OC} : \overline{BC}$$

$$\overline{OD} : 2 = (\overline{OD} + 3) : 3$$

$$\therefore \overline{OD} = 6, \overline{OC} = 9$$

$$V = \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 9 - \frac{1}{3} \times (\pi \times 2^2) \times 6$$

$$= 27\pi - 8\pi$$

$$= 19\pi$$

따라서 $\frac{V}{\pi} = 19$

43) 답 : 150

[해설]

원의 반지름을 r 라 하자. 점 A 에서 변 BC 에 수선을 그으면

정답 및 해설

수선의 발이 점 D 이다.
 이때, $\triangle ABD$ 는 직각삼각형이고 $\triangle ACD$ 는 직각이등변삼각형이다.
 따라서, $r=2$ 이고, $\angle C = \frac{\pi}{4}$, $\angle A = \frac{5\pi}{12}$ 이다.

구하고자 하는 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{5\pi}{12} = \frac{3\pi}{2}$ 이다.

그러므로 $100k = 100 \times \frac{3}{2} = 150$ 이다.

[별해]

원의 반지름의 길이를 r 라 하면 $\triangle ABC$ 에서 코사인법칙에 의하여

$$(2\sqrt{6})^2 = (2r)^2 + (r+2\sqrt{3})^2 - 2 \times 2r \times (r+2\sqrt{3}) \times \frac{1}{2}$$

이 식을 풀면 $r = \pm 2$

$$\therefore r = 2$$

$\triangle ABC$ 에서 사인법칙에 의하여

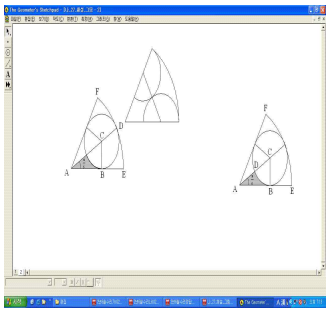
$$\angle C = \frac{\pi}{4} \text{ 이므로 } \angle A = \frac{5\pi}{12}$$

따라서 구하는 넓이는

$$\frac{2\pi}{3} + \frac{5\pi}{6} = \frac{3\pi}{2} \therefore k = \frac{3}{2} \text{ 이므로 } 100k = 150$$

44) 답 : 16

[해설]



부채꼴 AEF 의 내접원의 반지름을 r 라 하면
 직각 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = 2r$, $\overline{AB} = \sqrt{3}r$ 이고
 $2r + r = 3r = 6$ 에서 $r = 2$

(어두운 부분의 넓이)

$$= (\triangle ABC \text{의 넓이}) - (\text{부채꼴 } BCD \text{의 넓이})$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 - \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$$

따라서 구하는 어두운 부분의 넓이는

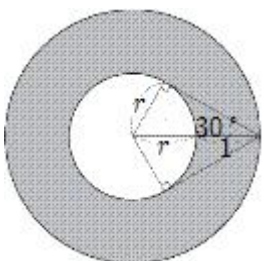
$$12 \left(2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3} \right) = 24\sqrt{3} - 8\pi$$

$$\therefore 24\sqrt{3} - 8\pi = p\sqrt{3} + q\pi \text{ 에서 } p + q = 24 - 8 = 16$$

45) 답 : 300

[해설]

전시대의 반지름의 길이를 r 라 하면 바닥에 나타난 도형은 그림과 같다.



$$\sin 30^\circ = \frac{r}{r+1} = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } r = 1$$

큰 원의 반지름의 길이가 2, 작은 원의 반지름의 길이가 1이므로

$$\text{접근 금지 구역의 넓이는 } 4\pi - \pi = 3\pi (m^2)$$

$$\therefore 100a = 300$$

46) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 성질을 이용하여 도형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

삼각형 OBC 에서 $\overline{BC} = \tan(\pi - \theta) = -\tan \theta$

삼각형 OAD 에서 $\angle OAD = 90^\circ$ 이므로

$$\cos(\pi - \theta) = \frac{1}{\overline{OD}}$$

$$\therefore \overline{OD} = \frac{1}{\cos(\pi - \theta)} = -\frac{1}{\cos \theta}$$

(삼각형 OCD 의 넓이) - (부채꼴 OAB 의 넓이)

$$\frac{1}{2} (-\tan \theta) \times \left(-\frac{1}{\cos \theta} \right)$$

$$- \frac{1}{2} \times 1^2 \times (\pi - \theta) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} - \pi + \theta \right)$$

[다른 풀이]

$$\overline{BC} = \tan(\pi - \theta) = -\tan \theta$$

원 위의 점 $A(\cos \theta, \sin \theta)$ 에서 그은 접선의 방정식은

$$x \cos \theta + y \sin \theta = 1 \text{ 이므로}$$

점 D 의 좌표는 $\left(\frac{1}{\cos \theta}, 0 \right)$ 이다.

$$\therefore \overline{OD} = -\frac{1}{\cos \theta}$$

(삼각형 OCD 의 넓이) - (부채꼴 OAB 의 넓이)

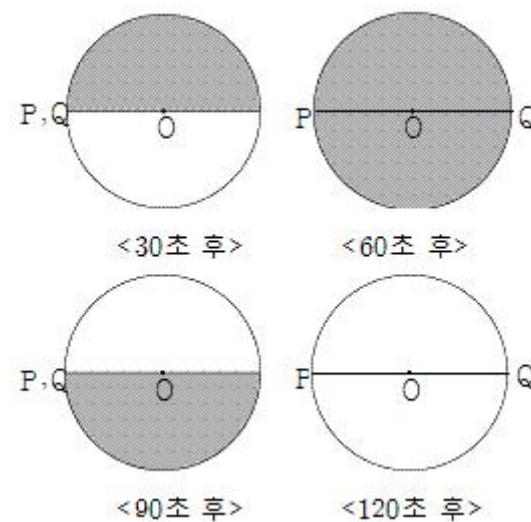
$$\frac{1}{2} (-\tan \theta) \times \left(-\frac{1}{\cos \theta} \right) - \frac{1}{2} \times 1^2 \times (\pi - \theta)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} - \pi + \theta \right)$$

47) 답 : 103

[해설]

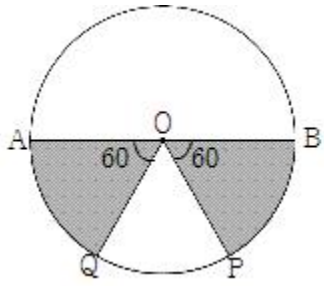
선분 OP, OQ 가 출발한 지 30초, 60초, 90초, 120초 후의 원의 내부는 각각 다음과 같다.



120초 후에는 다시 모두 흰색으로 바뀌므로 처음과 같다.

그러므로 800초 후 원의 내부는 80초 후와 같다.

정답 및 해설



따라서, 검은색 부분의 넓이는

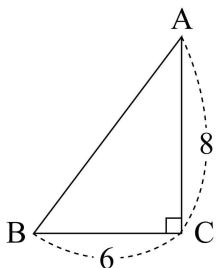
$$100\pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{100}{3}\pi \text{ 이므로 } p=3, q=100$$

$$\therefore p+q=103$$

48) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 주어진 삼각형에서 정의된 삼각비의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



직각삼각형이므로 피타고라스의 정리에 의해서

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

$$\therefore \overline{AB} = 10$$

삼각비의 정의에 의해서

$$\sin A = \frac{3}{5}, \sin B = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \sin A + \sin B = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

49) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 주어진 조건을 이해하고, 부채꼴의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

반지름의 길이가 20 cm 인 원주는 40π cm 이고, 넓이는 400π cm² 이다.

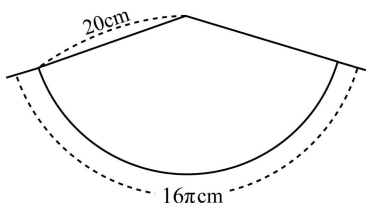
부채꼴의 넓이를 S 라 하면 다음 비례식이 성립한다.

$$40\pi : 16\pi = 400\pi : S$$

$$\therefore S = 160\pi \text{ cm}^2$$

[다른 풀이]

종이의 모양은 반지름의 길이 r 가 20 cm 이고, 호의 길이 l 이 16π cm 인 부채꼴이다.



부채꼴의 넓이를 S 라 하면

$$S = \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \times 16\pi \times 20 = 160\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

50) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 그래프의 대칭성을 이용하여 교점의 x좌표의 합을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

두 점 A, B는 직선 $x = \frac{\pi}{4}$ 에 대하여 대칭이므로

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{\pi}{4} \text{ 이며 정리하면}$$

$$\therefore \alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \dots \text{①}$$

두 점 C, D는 직선 $x = \frac{3}{4}\pi$ 에 대하여 대칭이므로

$$\frac{\gamma + \delta}{2} = \frac{3}{4}\pi \text{ 이며 정리하면}$$

$$\therefore \gamma + \delta = \frac{3}{2}\pi \dots \text{②}$$

두 점 B, C는 점 $(\frac{\pi}{2}, 0)$ 에 대하여 대칭이므로

$$\frac{\beta + \gamma}{2} = \frac{\pi}{2} \text{ 이며 정리하면}$$

$$\therefore \beta + \gamma = \pi \dots \text{③}$$

①, ②, ③에서

$$\alpha + 2\beta + 2\gamma + \delta = (\alpha + \beta) + (\beta + \gamma) + (\gamma + \delta) = \frac{\pi}{2} + \pi + \frac{3}{2}\pi = 3\pi$$

[다른 풀이]

두 점 A, D는 점 $(\frac{\pi}{2}, 0)$ 에 대하여 대칭이므로

$$\frac{\alpha + \delta}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \alpha + \delta = \pi \dots \text{④}$$

두 점 B, C는 점 $(\frac{\pi}{2}, 0)$ 에 대하여 대칭이므로

$$\frac{\beta + \gamma}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \beta + \gamma = \pi \dots \text{⑤}$$

④, ⑤에서

$$\alpha + 2\beta + 2\gamma + \delta = (\alpha + \delta) + 2(\beta + \gamma) = \pi + 2\pi = 3\pi$$

51) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 그래프의 성질을 이용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f(x) = a \cos b\pi(x-c) + 4.5$ 라고 하자.

만조 때의 해수면의 높이는 함수 $f(x)$ 의 최댓값 $a + 4.5$ 이고,

간조 때의 해수면의 높이는 함수 $f(x)$ 의 최솟값 $-a + 4.5$ 이다.

조차는 만조 때와 간조 때의 해수면의 높이의 차이므로

$$(a + 4.5) - (-a + 4.5) = 8$$

$$\therefore a = 4$$

만조와 만조, 또는 간조와 간조 사이의 시간이 함수 $f(x)$ 의 주기이다.

만조시각인 4시 30분은 4.5시이고, 17시 00분은 17시이므로

만조와 만조 사이의 시간은

$$17 - 4.5 = 12.5$$

$f(x) = a \cos b\pi(x-c) + 4.5$ 에서 주기는 $\frac{2\pi}{b\pi}$ 이므로

정답 및 해설

$$12.5 = \frac{2\pi}{b\pi} \text{에서 } b = \frac{4}{25}$$

함수 $f(x) = 4\cos\left(\frac{4}{25}\pi(x-c)\right) + 4.5$ 는

$x = 4.5$ 일 때 최댓값 $a + 4.5 = 8.5$ 를 가지므로

$$4\cos\left(\frac{4}{25}\pi(4.5-c)\right) + 4.5 = 8.5 \text{ 방정식을 풀면}$$

$$c = 4.5 (\because 0 < c < 6)$$

따라서 $a + 100b + 10c = 65$

52) 답 : ②

[해설]

부채꼴 PAB 의 둘레의 길이와 원 O 의 둘레의 길이가 같으므로

$$2 + 2 + 2\theta = 2\pi$$

$$\therefore \theta = \pi - 2$$

53) 답 : 14

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\sin\theta + \cos\theta = \frac{4}{3}$ 의 양변을 제곱하면

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta = \left(\frac{4}{3}\right)^2$$

$$1 + 2\sin\theta\cos\theta = \frac{16}{9}$$

$$\therefore \sin\theta\cos\theta = \frac{7}{18}$$

따라서 구하는 식의 값은

$$36\sin\theta\cos\theta = 36 \times \frac{7}{18} = 14$$

54) 답 : 24

[해설]

[출제 의도] 이차 함수를 이용한 수학 외적 문제 해결하기

두 부채꼴의 반지름의 길이를 각각 x, y 라 하자.

$$\frac{2}{3}\pi x + \frac{2}{3}\pi y = 8\pi \text{ 즉, } x + y = 12$$

두 부채꼴의 넓이의 합을 S 라 하면

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{3} x^2 + \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{3} y^2$$

$y = 12 - x$ 이므로

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{3} x^2 + \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{3} (12-x)^2$$

$$= \frac{2\pi}{3} (x-6)^2 + 24\pi$$

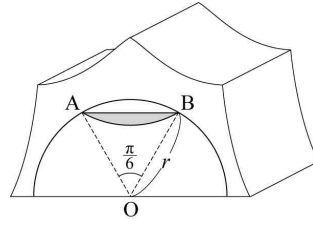
따라서 $x = y = 6$ 일 때, S 의 최솟값은 24π

$$\therefore a = 24$$

55) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 이중근호와 도형의 넓이를 이용한 수학 외적 문제 해결하기



(활꼴의 넓이) = (부채꼴 AOB 의 넓이) - (삼각형 AOB 의 넓이)

$$= \frac{1}{2}r^2 \times \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2}r^2 \sin \frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{1}{12}r^2(\pi - 3)$$

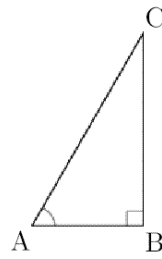
따라서 $\frac{1}{12}(27 - 10\sqrt{2})(\pi - 3) = \frac{1}{12}r^2(\pi - 3)$

$$r^2 = 27 - 10\sqrt{2}$$

$$\therefore r = \sqrt{27 - 10\sqrt{2}} = 5 - \sqrt{2}$$

56) 답 : ④

[해설]



그림에서 $\tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \sqrt{3}$

$\overline{AC} = 2\overline{AB}$ (피타고라스의 정리에 의해)

$$\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

57) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{2}$ 의 양변을 제곱하면

$$(\sin\theta - \cos\theta)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{에서}$$

$\sin^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \frac{1}{4}$ 이며 정리하면

$$1 - 2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \sin\theta\cos\theta = \frac{3}{8}$$

$$\therefore \sec\theta\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{8}{3}$$

58) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 로그의 성질을 이해하고 계산하기

$$\log_3 \tan \theta + \log_3 \tan 3\theta + \log_3 \tan 5\theta$$

$$= \log_3 \tan 15^\circ + \log_3 \tan 45^\circ + \log_3 \tan 75^\circ$$

$$= \log_3 (\tan 15^\circ \times \tan 45^\circ \times \tan 75^\circ)$$

정답 및 해설

$$\begin{aligned}
 &= \log_3(\tan 15^\circ \times \tan 45^\circ \times \cot 15^\circ) \\
 &= \log_3 1 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

59) 답 : ②

[해설]

$\sqrt{\sin x} \times \sqrt{\cos x} = -\sqrt{\sin x \times \cos x}$ 을 만족하는 실수 x 는 제 3사분면의 각이다.

$$\sin x = -\frac{\sqrt{15}}{5} \text{ 일 때,}$$

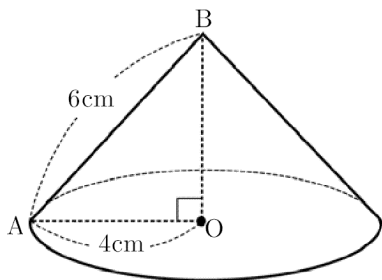
$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \text{ 이다.}$$

x 는 제 3사분면의 각이므로 $\cos x < 0$ 이다.

$$\therefore \sec x = \frac{1}{\cos x} = -\frac{\sqrt{10}}{2}$$

60) 답 : ⑤

[해설]



부채꼴의 호의 길이는 $2\pi \times 6 \times \frac{240^\circ}{360^\circ} = 8\pi$ 이므로

밑면의 반지름 \overline{OA} 의 길이는

$$2\pi \times \overline{OA} = 8\pi \text{ 에서 } \overline{OA} = 4$$

$$\overline{OB} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5} \text{ 이다.}$$

원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 2\sqrt{5} = \frac{32\sqrt{5}}{3}\pi$ 이다.

61) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 이차방정식의 근과 계수의 관계 이해하기

$$\cos \alpha + \cos \beta = p, \cos \alpha \cdot \cos \beta = q$$

$$\sec \alpha + \sec \beta = r, \sec \alpha \cdot \sec \beta = s$$

$$rs = (\sec \alpha + \sec \beta)(\sec \alpha \cdot \sec \beta)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\cos \alpha + \cos \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} \times \frac{1}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} \\
 &= \frac{p}{q^2}
 \end{aligned}$$

62) 답 : 10

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 그래프 이해하기

주기가 6 이므로 $\frac{2\pi}{b} = 6$ 에서 $b = \frac{\pi}{3}$

$$f(x) = a \cos \frac{\pi}{3} x \text{ 에서 } f(1) = \frac{a}{2}$$

$$(\text{사각형의 넓이}) = \frac{a}{2} \cdot 4 = 20$$

$$\therefore a = 10$$

63) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 합성 및 평행이동 적용하기

$$y = \sqrt{3} \sin x - \cos x$$

$$= 2 \left\{ \cos x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \sin x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$$

$2 \cos \left(x - \frac{2}{3}\pi\right)$ 를 x 축 방향으로 $-\frac{2}{3}\pi$ 만큼 평행이동 하면

$y = 2 \cos x$ 와 일치한다.

64) 답 : ④

[해설]

$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AB}}{4\sqrt{3}} \text{ 이므로 } \overline{AB} = 4\sqrt{3} \sin 60^\circ = 6$$

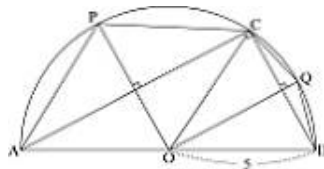
어두운 부분의 둘레의 길이는

$$\overline{AD} + \overline{DE} + \text{호 } \overline{AE} = 6 + 6 + \frac{12\pi}{4} = 12 + 3\pi$$

65) 답 : 19

[해설]

[출제 의도] 원의 성질을 이해하고 도형의 넓이 구하기



원의 중심을 O 라 하자.

$\triangle ABC$ 의 넓이가 11 이므로,

$$\frac{1}{2} \overline{AC} \cdot \overline{BC} = 11, \overline{AC} \cdot \overline{BC} = 22 \dots \textcircled{1}$$

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로,

$$\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 \dots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $\overline{AC} + \overline{BC} = 12 \dots \textcircled{3}$

한편 $\overline{AC} \perp \overline{OP}$, $\overline{BC} \perp \overline{OQ}$ 일 때, $\triangle ACP$ 와 $\triangle BCQ$ 의 넓이가 각각 최대이다.

$\triangle ACP$ 와 $\triangle BCQ$ 의 넓이의 합의 최댓값은

$$\square AOC P + \square BQCO - \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{AC} + \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{BC} - 11$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times (\overline{AC} + \overline{BC}) - 11$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 12 - 11 (\because \textcircled{3} \text{ 에 의하여})$$

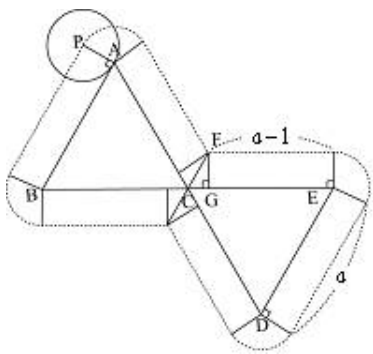
$$= 19$$

66) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 삼각비를 활용하여 도형의 길이 구하기

정답 및 해설



$\angle FCG = \frac{\pi}{3}$ 이므로, $\overline{CG} = 1$ 이다.

그림과 같이 원 P 의 중심이 움직인 거리는

$$2a + 4(a-1) + 4\left(\sqrt{3} \times \frac{2}{3}\pi\right) = 23 + \frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$$

$$\therefore a = \frac{9}{2}$$

67) 답 : ⑤

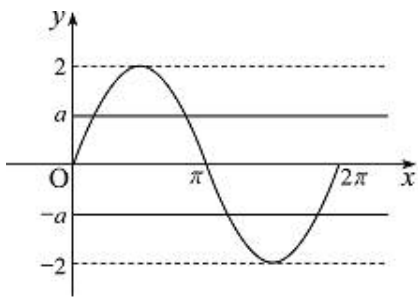
[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 그래프를 이해하고 삼각방정식의 실근의 개수를

파악할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\sin x = -\sin x + a \Leftrightarrow 2\sin x = a$$

따라서 $N(a)$ 는 $0 \leq x < 2\pi$ 에서 $y = 2\sin x$ 와 $y = a$ 의 그래프가 만나는 점의 개수와 같다.



ㄱ. $a = 0$ 이면 $2\sin x = 0$ 이므로

$$x = 0, \pi, 2\pi$$

$$\therefore N(0) = 3 \therefore \text{참}$$

ㄴ. $-2 \leq 2\sin x \leq 2$ 이므로

$|a| > 2$ 이면 $y = 2\sin x$ 와 $y = a$ 의 그래프는 만나지 않는다.

$$\therefore N(a) = 0 \therefore \text{참}$$

ㄷ. 위 그림에서와 같이

$N(a) = 2$ 이면 $-2 < a < 0$ 또는 $0 < a < 2$

$$\therefore N(-a) = 2 \therefore \text{참}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ 이다.

68) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 성질을 이용하여 최대·최소를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$y = -4\cos^2 x + 4\sin x + 3$$

$$= -4(1 - \sin^2 x) + 4\sin x + 3$$

$$= 4\sin^2 x + 4\sin x - 1$$

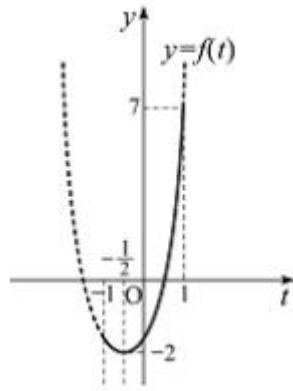
$$\sin x = t \quad (-1 \leq t \leq 1) \text{라 하면}$$

$$f(t) = 4t^2 + 4t - 1 = 4\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 - 2$$

$-1 \leq t \leq 1$ 인 범위에서

$$M = f(1) = 7, m = f\left(-\frac{1}{2}\right) = -2 \text{이므로}$$

$$M + m = 7 + (-2) = 5$$



69) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 덧셈정리를 활용한 삼각형의 세 변의 길이의 비 구하기

$$\triangle ABC \text{에서 } \sin A = \frac{3}{5} \text{이므로 } \cos A = \pm \frac{4}{5} \dots \text{①}$$

$$\cos B = \frac{4}{5} \text{이므로 } \sin B = \frac{3}{5} \dots \text{②}$$

$$\sin C = \sin\{\pi - (A+B)\} = \sin(A+B)$$

$$= \sin A \cos B + \cos A \sin B = \frac{12}{25} + \frac{12}{25} = \frac{24}{25}$$

$$\text{따라서 } \sin A : \sin B : \sin C = \frac{3}{5} : \frac{3}{5} : \frac{24}{25} = 5 : 5 : 8$$

70) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$\tan 198^\circ = \tan(180^\circ + 18^\circ) = \tan 18^\circ$$

$$= \frac{\sin 18^\circ}{\cos 18^\circ}$$

$$\cos 18^\circ = \sqrt{1 - \sin^2 18^\circ} = \sqrt{1 - a^2} \quad (\because \cos 18^\circ > 0)$$

$$\therefore \tan 198^\circ = \frac{a}{\sqrt{1 - a^2}}$$

71) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 삼각함수 사이의 관계 이해하기

$$\text{ㄱ. (반례) } \alpha = 2\pi - \frac{\pi}{3}, \beta = \frac{3}{2}\pi - \frac{\pi}{3} \text{이면,}$$

$$\sin \alpha = \cos \beta \text{이지만 } \sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{2} \text{ (거짓)}$$

ㄴ. $\sin \alpha = \cos \beta$ 이므로

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \text{ (참)}$$

$$\text{ㄷ. (반례) } \alpha = 2\pi - \frac{\pi}{3}, \beta = \frac{3}{2}\pi - \frac{\pi}{3} \text{이면,}$$

$$\sin \alpha = \cos \beta \text{이지만 } \tan \alpha + \tan \beta = -\frac{2}{3}\sqrt{3} \text{ (거짓)}$$

참고: $\pi < \alpha < 2\pi, \pi < \beta < 2\pi$ 에 대하여

$\sin \alpha = \cos \beta$ 인 경우는

$$\alpha = \pi + \theta, \beta = \frac{3}{2}\pi - \theta \text{ (단, } 0 < \theta \leq \frac{\pi}{2} \text{)이고}$$

정답 및 해설

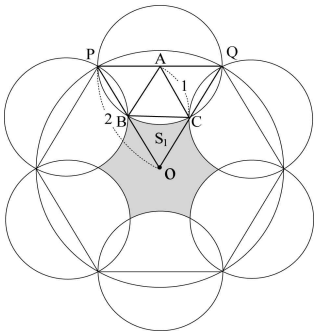
$$\alpha = 2\pi - \theta, \beta = \frac{3}{2}\pi - \theta \text{ (단, } 0 < \theta \leq \frac{\pi}{2} \text{)}$$

일 때, 성립한다.

72) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 부채꼴의 넓이를 이용하여 도형의 넓이 구하기



$\triangle OPQ$ 는 한 변의 길이가 2인 정삼각형이고,
 $\triangle ABC$ 는 한 변의 길이가 1인 정삼각형이므로

$$S_1 = \triangle OPQ - (\triangle APB + \text{부채꼴 } ABC + \triangle ACQ)$$

$$= \sqrt{3} - \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$$

구하고자 하는 부분의 넓이 S 는 $6S_1$ 이므로

$$S = 6 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6} \right) = 3\sqrt{3} - \pi$$

73) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 관계식을 이해하고 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

세 선분 OQ, AP, BQ 의 길이를 θ 로 나타내면

$$\overline{OQ} = \cos \theta, \overline{AP} = \tan \theta, \overline{BQ} = \sin \theta$$

$$\overline{OQ} = 2\overline{AP} \cdot \overline{BQ} \text{ 에서}$$

$$\cos \theta = 2 \tan \theta \cdot \sin \theta \Leftrightarrow \cos^2 \theta = 2 \sin^2 \theta \Leftrightarrow \cot^2 \theta = 2 \text{ 가 성립한다.}$$

$$\therefore \csc \theta \cdot \sec \theta \cdot \cot \theta = \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$= \csc^2 \theta$$

$$= 1 + \cot^2 \theta$$

$$= 1 + 2 = 3$$

74) 답 : ⑤

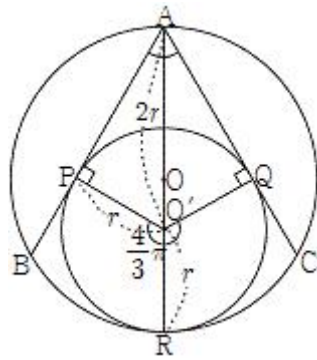
[해설]

$\overline{OP} = r$ 이라 하면

$$\angle APO = \frac{\pi}{2}, \angle OAP = \frac{\pi}{6} \text{ 이므로 } \overline{AO} = 2r$$

원 O 의 지름이 8이므로 $\overline{AR} = \overline{AO} + \overline{OR}$

$$3r = 8 \therefore r = \frac{8}{3}$$



호 PRQ 의 중심각은 $\frac{4}{3}\pi$ 이므로

$$\text{호 } PRQ \text{의 길이는 } \frac{8}{3} \times \frac{4}{3}\pi = \frac{32}{9}\pi$$

75) 답 : 13

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 그래프를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

최댓값과 최솟값의 차가 6이므로 $|a| = \frac{6}{2} = 3$

주기는 π 이므로 $\frac{2\pi}{|b|} = \pi \therefore |b| = 2$

$$\therefore a^2 + b^2 = 13$$

[참고]

i) $a = 3, b = -2$ 일 때의 주어진 함수의 그래프는 곡선 $y = 3\sin 2x$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 후,

x 축의 방향으로 $-\frac{\pi}{4}$ 만큼 평행이동한 것이다.

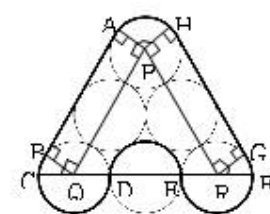
ii) $a = -3, b = 2$ 일 때의 주어진 함수의 그래프는 곡선 $y = 3\sin 2x$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 후,

x 축의 방향으로 $-\frac{\pi}{4}$ 만큼 평행이동한 것이다.

76) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 원의 접선의 길이와 호의 길이 구하기



$$\overline{AB} = \overline{GH} = 4$$

$$\text{호 } CD = \text{호 } DE = \text{호 } EF = \pi$$

$\triangle PQR$ 은 정삼각형이므로

$$\angle BQC = \angle GRF = \frac{\pi}{6}$$

$$\angle APH = \frac{2}{3}\pi$$

그러므로 굵은 선의 길이는 $8 + 4\pi$

77) 답 : 50

[해설]

[출제 의도] 실생활에서 도형의 길이 구하기

$\overline{OP} = a$ 라 하면 어두운 부분의 넓이 S 는

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\pi \times (70^2 - a^2) = 1500\pi$$

정답 및 해설

$a = 20$ 이므로
 $\therefore \overline{PQ} = 50$
 $\overline{PC} : \overline{CQ} = 3 : 2$ 이므로
 $\overline{PC} = 30$
 따라서 $\overline{OC} = 50$

78) 답 : 24

[해설]

[출제 의도] 등비급수의 합을 이용하여 식의 값 구하기
 등비급수의 공비가 $\sin \theta$ 이고 $0 < \sin \theta < 1$ 이므로 등비급수는 수렴한다.

$$\frac{\cos^2 \theta}{1 - \sin \theta} = \frac{18}{13}, \frac{1 - \sin^2 \theta}{1 - \sin \theta} = \frac{18}{13}$$

$$1 + \sin \theta = \frac{18}{13}, \sin \theta = \frac{5}{13}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{5}{12}$$

그러므로 $\frac{10}{\tan \theta} = 10 \times \frac{12}{5} = 24$

79) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 로그값 계산하기

$\sin 1560^\circ = \sin(90^\circ \times 17 + 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로

$$\log_2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times 1 \right) = \log_2 \frac{1}{2} = -1$$

[정답] ②

80) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수 계산하기

$0 < A < \pi, 0 < B < \pi$ 일 때,

$\sin A = \sin B$ 이므로 $A + B = \pi$ 이다.

$\therefore \sin \frac{A+B}{2} = \sin \frac{\pi}{2} = 1$

$\therefore \sin \frac{A}{2} - \cos \frac{B}{2}$

$$= \sin \frac{A}{2} - \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \right)$$

$$= \sin \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2}$$

$$= 0$$

$\therefore \tan A + \tan B$

$$= \tan A + \tan(\pi - A)$$

$$= \tan A - \tan A$$

$$= 0$$

81) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 합성을 이해하기

$f(x) = 5 \sin(x + \alpha)$ (단, $\cos \alpha = \frac{4}{5}, \sin \alpha = \frac{3}{5}$) 이므로

$0 \leq x < 2\pi$ 인 범위에서 $x + \alpha = \frac{\pi}{2}$ 일 때 최대이다.

한편, $\tan \theta = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \cot \alpha$ 이고 $\cot \alpha = \frac{4}{3}$ 이므로

$$3 \tan \theta = 3 \cdot \frac{4}{3} = 4$$

[정답] ②

82) 답 : ③

[해설]

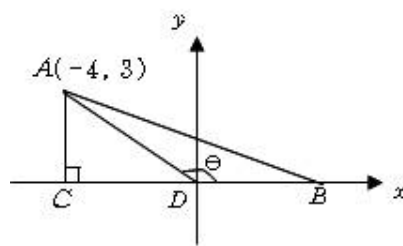
삼각형 ABC 를 아래 그림과 같이 점 D 를 원점에 오도록 좌표평면 위에 나타내면

점 A 의 좌표가 $(-4, 3)$ 이므로

$$\overline{AD} = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5$$

따라서, $\sin \theta = \frac{3}{5}, \cos \theta = -\frac{4}{5}$ 이므로

$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{3}{5} + \left(-\frac{4}{5} \right) = -\frac{1}{5}$$



(별해) $\angle ADC = \pi - \theta, \overline{AD} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

이므로 $\sin(\pi - \theta) = \frac{3}{5} \therefore \sin \theta = \frac{3}{5}$

$\cos(\pi - \theta) = \frac{4}{5} \therefore \cos \theta = -\frac{4}{5}$

$$\therefore \sin \theta + \cos \theta = -\frac{1}{5}$$

83) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 삼각함수의 덧셈정리를 이해하기

$$\sin \left(\frac{\pi}{3} \pm \theta \right) = \sin \frac{\pi}{3} \cos \theta \pm \cos \frac{\pi}{3} \sin \theta$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \pm \frac{1}{2} \sin \theta \text{ (복부호동순) 이므로}$$

준 식 $= \sin^2 \theta + 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \cos^2 \theta + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 \sin^2 \theta$

$$= \frac{3}{2} \sin^2 \theta + \frac{3}{2} \cos^2 \theta = \frac{3}{2}$$

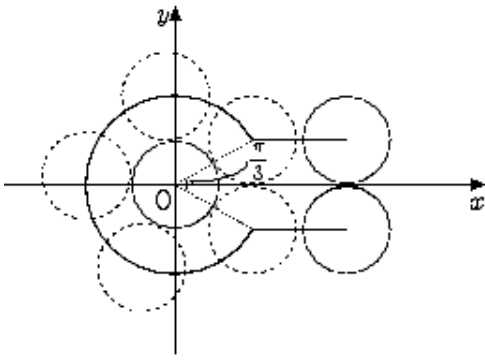
[정답] ④

84) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 원의 중심이동 거리 구하기

정답 및 해설



직선으로 움직인 거리

$$(4 - \sqrt{3}) \times 2 = 2(4 - \sqrt{3})$$

곡선으로 움직인 거리

$$l = r\theta = 2 \times \frac{5}{3}\pi = \frac{10}{3}\pi$$

그러므로 $\frac{10}{3}\pi + 2(4 - \sqrt{3})$ 이다.

85) 답 : 29

[해설]

【출제 의도】 삼각함수 그래프 이해하기
최댓값은 5이고, 최솟값은 1이므로

$$\begin{cases} a+c=5 \\ -a+c=1 \end{cases} \text{이며 연립하여 풀면 } \therefore a=2, c=3$$

그리고 주기가 $\frac{\pi}{2}$ 이므로 $\frac{2\pi}{b} = \frac{\pi}{2}$

$$\therefore b=4$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 2^2 + 4^2 + 3^2 = 29$$

86) 답 : ③

[해설]

방정식 $f(x)=0$ 의 해는 $x=0$ 또는 $x=2$ 이다.

$f(\cos t)=0$ 에서 $\cos t=X$ 라 두면 $f(X)=0$

$$\therefore X=0 \text{ 또는 } X=2$$

여기서 $-1 \leq X \leq 1$ 이므로 $X=0$ 즉, $\cos t=0$

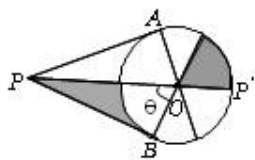
따라서 $0 \leq t < 2\pi$ 에서 $t = \frac{\pi}{2}$ 또는 $t = \frac{3}{2}\pi$ 이므로,

방정식 $f(\cos t)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2개이다.

87) 답 : 4

[해설]

【출제 의도】원의 접선과 부채꼴의 넓이를 이해하여 문제 해결하기
주어진 그림에 보조선 PP' 를 그으면 다음 그림과 같다.



위의 그림에서 원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\triangle PBO \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times r \times r \tan \theta, \text{ 부채꼴의 넓이} = \frac{1}{2} r^2 \theta$$

이때, 두 빗금 친 부분의 넓이는 같으므로

$$2 \times \frac{1}{2} r^2 \theta = \frac{1}{2} r^2 \tan \theta \text{ 즉, } 2\theta = \tan \theta$$

$$\therefore \frac{\tan \theta}{\theta} = 2 \text{ 이므로 } \frac{2 \tan \theta}{\theta} = 4$$

[정답] 4

88) 답 : ②

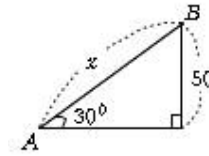
[해설]

【출제 의도】삼각함수의 성질을 이해하여 활용하기

각 다각기둥의 전개도에서 점 A에서 표면을 따라 점 B까지

그은 선분의 길이를 x 라 하면,

세 각기둥 모두 다음 그림과 같이 나타난다.



따라서 $\sin 30^\circ = \frac{50}{x}$ 에서 $x=100$ 으로 모두 선분의 길이가 같다.

$$\therefore a=b=c$$

[정답] ②

89) 답 : 29

[해설]

$f(x)=a \sin bx+c$ 의 최댓값은 5이고, 최솟값은 1이므로

$$\begin{cases} a+c=5 \\ -a+c=1 \end{cases}$$

$$\therefore a=2, c=3$$

그리고 주기가 $\frac{\pi}{2}$ 이므로 $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2}$

$$\therefore b=\pm 4$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 2^2 + (\pm 4)^2 + 3^2 = 29$$

90) 답 : ③

[해설]

【출제 의도】도형의 이동을 통한 무게중심의 이동거리 구하기

정삼각형 OAB 의 무게중심을 G , 이동된 정삼각형 OAB 의 무게중심을 G' 라 하면

\overline{AG} 와 $\overline{AG'}$ 은 $\angle OAB$ 를 각각 이등분하므로

$\angle GAG' = 120^\circ$ 이고, \overline{AG} 와 $\overline{AG'}$ 의 길이는 점 A에서

\overline{OB} 에 그은 중선의 길이의 $\frac{2}{3}$ 이다.

중선의 길이는 $\sqrt{3}$ 이므로

무게중심의 이동거리는 반지름 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 이고, 중심각이 120° 인

호의 길이이다.

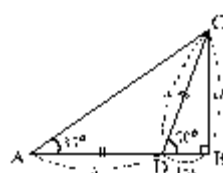
$$(\text{호 } GG' \text{의 길이}) = \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \frac{2\pi}{3} = \frac{4\sqrt{3}\pi}{9}$$

91) 답 : ①

[해설]

【출제 의도】삼각함수의 값을 구할 수 있다.

변 AB 위에 $\overline{AD}=\overline{CD}=x$ 가 되도록 점 D 를 잡으면



$\overline{DB}=1-x$, $\angle CDB=70^\circ$ 이므로

정답 및 해설

$$\triangle BCD \text{에서 } a^2 + (1-x)^2 = x^2$$

$$\therefore x = \frac{1+a^2}{2}, 1-x = \frac{1-a^2}{2}$$

$$\text{따라서, } \tan 70^\circ = \frac{a}{1-x} = \frac{2a}{1-a^2}$$