

- I.지수함수와 로그함수
- 2.지수함수와 로그함수의 극한과 도함수

중단원 기출문제

[난이도 : ★☆☆] [2018 학년도 대수능]

1 함수  $f(x)=\ln(x^2+1)$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★☆☆] [2018 학년도 대수능]

2  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{e^{2x}-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2
- ④  $\frac{5}{2}$                       ⑤ 3

[난이도 : ★☆☆] [2017 학년도 대수능]

3  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x}-1}{\ln(1+3x)}$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3
- ④ 4                      ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2016 학년도 대수능]

4  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{\sin 3x}$ 의 값은? [2점][2016(B) /수능 2]

- ① 1                      ②  $\frac{4}{3}$                       ③  $\frac{5}{3}$
- ④ 2                      ⑤  $\frac{7}{3}$

[난이도 : ★☆☆] [2015 학년도 대수능]

5  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{3x}$ 의 값은?[2점]

- ① 1                      ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{1}{3}$
- ④  $\frac{1}{4}$                       ⑤  $\frac{1}{5}$

[난이도 : ★☆☆] [2015 학년도 대수능]

6 함수  $f(x)=\cos x+4e^{2x}$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값을 구하시오.[3점]

[난이도 : ★☆☆] [2014 학년도 대수능]

7 함수  $f(x)=5e^{3x-3}$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★☆☆] [2000 학년도 대수능]

8  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{2x}$ 의 값은?[2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3
- ④  $\frac{1}{2}$                       ⑤  $\frac{1}{3}$

[난이도 : ★☆☆] [2018년 6월 모의평가]

9 함수  $f(x)=e^{3x-2}$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ①  $e$                       ②  $2e$                       ③  $3e$
- ④  $4e$                       ⑤  $5e$

[난이도 : ★☆☆] [2018년 6월 모의평가]

10  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+12x)}{3x}$  의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3
- ④ 4                      ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2016년 6월 모의평가]

11 함수  $f(x) = (2x+7)e^x$  에 대하여  $f'(0)$  의 값은? [3점]

- ① 6                      ② 7                      ③ 8
- ④ 9                      ⑤ 10

[난이도 : ★☆☆] [2016년 6월 모의평가]

12  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{3x}$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{4}{3}$                       ②  $\frac{5}{3}$                       ③ 2
- ④  $\frac{7}{3}$                       ⑤  $\frac{8}{3}$

[난이도 : ★☆☆] [2015년 6월 모의평가]

13  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sqrt{3}x)}{x}$  의 값은? [2점]

- ① 1                      ②  $\sqrt{2}$                       ③  $\sqrt{3}$
- ④ 2                      ⑤  $\sqrt{5}$

[난이도 : ★☆☆] [2015년 9월 모의평가]

14 함수  $f(x) = (2e^x + 1)^3$  에 대하여  $f'(0)$  의 값은? [3점]

- ① 48                      ② 51                      ③ 54
- ④ 57                      ⑤ 60

[난이도 : ★☆☆] [2014년 9월 모의평가]

15  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{5}{x}}$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{e^5}$                       ②  $\frac{1}{e^3}$                       ③ 1
- ④  $e^3$                       ⑤  $e^5$

[난이도 : ★☆☆] [2014년 6월 모의평가]

16 함수  $f(x) = e^{3x} + 10x$  에 대하여  $f'(0)$  의 값은? [3점]

- ① 17                      ② 16                      ③ 15
- ④ 14                      ⑤ 13

[난이도 : ★☆☆] [2014년 6월 모의평가]

17  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+7x)}{x}$  의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★☆☆] [2014년 6월 모의평가]

18  $\int_e^{e^3} \frac{\ln x}{x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3
- ④ 4                      ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2012년 3월 모의평가]

19  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{x}$ 의 값은? [2점]

- ①  $-e$                       ②  $-1$                       ③ 0
- ④ 1                      ⑤  $e$

[난이도 : ★☆☆] [2012년 6월 모의평가]

20  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + 10x - 1}{x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

- ①  $\frac{1}{e^2}$                       ②  $\frac{1}{e}$                       ③  $\sqrt{e}$
- ④  $e$                       ⑤  $e^2$

[난이도 : ★☆☆] [2011년 6월 모의평가]

21  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{6x}}$ 의 값은? [2점][2011년 6월 평가원]

- ①  $\frac{1}{e^2}$                       ②  $\frac{1}{e}$                       ③  $\sqrt{e}$
- ④  $e$                       ⑤  $e^2$

[난이도 : ★☆☆] [2011년 9월 모의평가]

22 함수  $f(x) = \ln(2x - 1)$ 에 대하여  $f'(10) = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p + q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점][2011년 9월 평가원]

[난이도 : ★☆☆] [2009년 6월 모의평가]

23 함수  $f(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 다음 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

[보기]
ㄱ. $f(x) = x^2$ 이면 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{f(x)} - 1}{x} = 0$ 이다.
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{f(x)} = 1$ 이면 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{f(x)} = \ln 3$ 이다.
ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{f(x)} - 1}{x}$ 이 존재한다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★☆☆] [2008년 6월 모의평가]

24 함수  $f(x) = \left(\frac{x}{x-1}\right)^x (x > 1)$ 에 대하여 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

[보기]
ㄱ. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = e$
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)f(x+1) = e^2$
ㄷ. $k \geq 2$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(kx) = e^k$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2005년 6월 모의평가]

25 다음 [보기]의 함수 중에서 극한값  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{f(x)}$  이 존재하는 것을 모두 고른 것은? [3점]

[보기]
ㄱ. $f(x) = 2x$
ㄴ. $f(x) = e^{2x} - 1$
ㄷ. $f(x) = 1 - \cos x$

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2004년 6월 모의평가]

26 다음 [보기] 함수 중에서 극한값  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{f(x)}$  이 존재하는 것을 모두 고른 것은? [3점]

ㄱ. $f(x) = 2x$
ㄴ. $f(x) = e^{2x} - 1$
ㄷ. $f(x) = 1 - \cos x$

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★☆☆☆] [2018년 3월 학력평가]

27  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}}$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{e^2}$                     ②  $\frac{1}{2e}$                     ③  $\frac{1}{e}$   
 ④  $2e$                     ⑤  $e^2$

[난이도 : ★☆☆☆] [2018년 4월 학력평가]

28  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{2x}$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{3}{4}$                       ③ 1  
 ④  $\frac{5}{4}$                       ⑤  $\frac{3}{2}$

[난이도 : ★★☆☆] [2018년 4월 학력평가]

29  $a > e$  인 실수  $a$  에 대하여 두 곡선  $y = e^{x-1}$  과  $y = a^x$  이

만나는 점의  $x$  좌표를  $f(a)$  라 할 때,  $\lim_{a \rightarrow e^+} \frac{1}{(e-a)f(a)}$  의 값은?

[4점]

- ①  $\frac{1}{e^2}$                       ②  $\frac{1}{e}$                       ③ 1  
 ④  $e$                       ⑤  $e^2$

[난이도 : ★☆☆☆] [2016년 4월 학력평가]

30  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{4x}$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{5}$                       ②  $\frac{1}{4}$                       ③  $\frac{1}{3}$   
 ④  $\frac{1}{2}$                       ⑤ 1

[난이도 : ★☆☆] [2016년 7월 학력평가]

31  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{e^x - 1}$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{2}{3}$                       ③ 1
- ④  $\frac{3}{2}$                       ⑤ 2

[난이도 : ★☆☆] [2016년 3월 학력평가]

32  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{4x}$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{3}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{2}{3}$
- ④  $\frac{5}{6}$                       ⑤ 1

[난이도 : ★☆☆] [2016년 3월 학력평가]

33 함수  $f(x) = \frac{e^x}{x}$  에 대하여  $f'(2)$  의 값은? [2점]

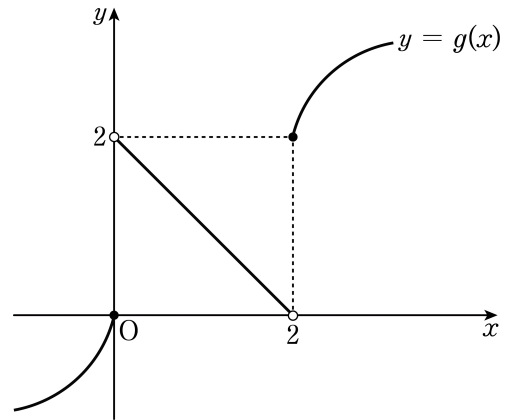
- ①  $\frac{e^2}{4}$                       ②  $\frac{e^2}{2}$                       ③  $e^2$
- ④  $2e^2$                       ⑤  $4e^2$

[난이도 : ★★☆☆] [2016년 3월 학력평가]

34 함수  $f(x)$  가

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & (x \leq 0, x \geq 2) \\ \ln(x+1), & (0 < x < 2) \end{cases}$$

이고, 함수  $y = g(x)$  의 그래프가 그림과 같다.



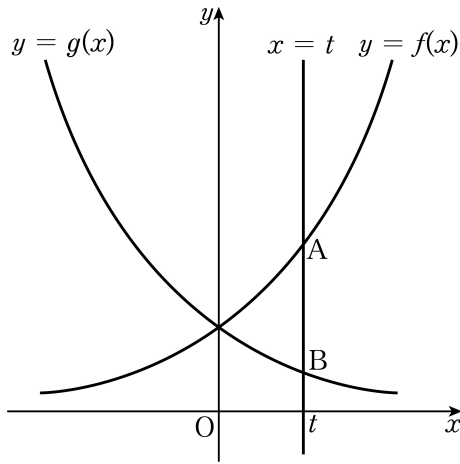
$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(g(x)) + \lim_{x \rightarrow 0^+} g(f(x))$  의 값은? [3점]

- ①  $e$                       ②  $e+1$                       ③  $e+2$
- ④  $e^2+1$                       ⑤  $e^2+2$

[난이도 : ★★★] [2016년 3월 학력평가]

35 좌표평면에 두 함수  $f(x)=2^x$ 의 그래프와  $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프가 있다.

두 곡선  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 가 직선  $x=t$  ( $t>0$ )과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



점 A에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{AB}}{\overline{AH}}$ 의 값은? [4점]

- ①  $2\ln 2$                       ②  $\frac{7}{4}\ln 2$                       ③  $\frac{3}{2}\ln 2$
- ④  $\frac{5}{4}\ln 2$                       ⑤  $\ln 2$

[난이도 : ★☆☆] [2015년 10월 학력평가]

36  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2x}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{3}$                               ②  $\frac{1}{2}$                               ③  $\frac{2}{3}$
- ④  $\frac{5}{6}$                               ⑤ 1

[난이도 : ★☆☆] [2015년 3월 학력평가]

37  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1                                      ② 2                                      ③ 3
- ④ 4                                      ⑤ 5

[난이도 : ★☆☆] [2015년 10월 학력평가]

38 함수  $f(x)=7e^{x^2-1}$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★☆☆] [2015년 3월 학력평가]

39 함수  $f(x)=20x^2 \ln x$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

[난이도 : ★☆☆] [2015년 4월 학력평가]

40  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{2x}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{5}{2}$                                       ② 2                                      ③  $\frac{3}{2}$
- ④ 1                                      ⑤  $\frac{1}{2}$

[난이도 : ★☆☆] [2014년 4월 학력평가]

41  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{e^{3x} - 1}$  의 값은? [2점]

- ① 1                      ②  $\frac{2}{3}$                       ③  $\frac{1}{2}$
- ④  $\frac{1}{3}$                       ⑤  $\frac{1}{6}$

[난이도 : ★☆☆] [2012년 10월 학력평가]

42  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 3x}$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{3}$                       ②  $\frac{2}{3}$                       ③ 1
- ④  $\frac{3}{2}$                       ⑤ 2

[난이도 : ★☆☆] [2012년 3월 학력평가]

43 열린 구간  $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서 정의된 미분가능한 함수  $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f'(x) = 1 + \{f(x)\}^2$   
 (나)  $f(\frac{\pi}{4}) = 1$

함수  $g(x) = \ln f'(x)$ 에 대하여  $g'(\frac{\pi}{4})$ 의 값은?[3점]

- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2
- ④  $\frac{5}{2}$                       ⑤ 3

[난이도 : ★☆☆] [2011년 4월 학력평가]

44  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-2x}$  의 값은?[2점]

- ①  $\frac{1}{e^2}$                       ②  $\frac{1}{e}$                       ③ 1
- ④  $e$                       ⑤  $e^2$

[난이도 : ★☆☆] [2008년 10월 학력평가]

45  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)(1+3x)(1+5x)(1+7x)}{e^{4x} - 1}$  의 값은?[3점]

- ① 2                      ② 3                      ③ 4
- ④  $\frac{1}{4} \ln(e+1)$                       ⑤  $2 \ln(e+16)$

[난이도 : ★☆☆] [2007년 10월 학력평가]

46 함수  $f(x) = x^{\ln x} (x > 0)$ 에 대하여  $f'(e)$ 의 값은?[3점]

- ① 0                      ②  $\frac{e}{2}$                       ③ 2
- ④  $e$                       ⑤ 4

[난이도 : ★★☆☆] [2007년 6월 학력평가]

47 함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\ln(1+x)} = 1$ 을 만족시킬 때, 다음

[보기]에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?[3점]

[보기]
ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{f(x)} = 0$
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+x}{\ln(1+x)} = 2$
ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\{f(x)\}^2}{\ln(1+x)} = 0$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[난이도 : ★★☆☆] [2004년 10월 학력평가]

48 다음은 함수의 증가, 감소를 이용하여 두 수  $2004^{2005}$ 와  $2005^{2004}$ 의 대소관계를 알아보는 과정이다.

(단,  $e$ 는 자연로그의 밑이다.)

함수  $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$  ( $x > 0$ )에 대하여  $x > e$ 일 때  $f(x)$  [가] 0이므로  
 $f(2004)$  [나]  $f(2005)$   
따라서  $2004^{2005}$  [다]  $(2005^{2004})$

위의(가), (나), (다)에 알맞은 부등호를 순서대로 적은 것은?[3점]

- ① >, >, >            ② >, <, <            ③ >, <, >
- ④ <, >, >            ⑤ <, >, <

# 정답 및 해설

## 2.지수함수와 로그함수의 극한과 도함수

### 중단원 기출문제

1) 답 : 1

[해설]

[출제 의도] 합성함수의 미분계수를 구할 수 있는가?

$f(x) = \ln(x^2 + 1)$  이므로

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 1)'}{x^2 + 1} = \frac{2x}{x^2 + 1} \text{ 이다.}$$

따라서  $f'(1) = \frac{2}{1+1} = 1$  이다.

2) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수함수와 로그함수의 극한값을 구할 수 있는가?

$$[\text{구하는 값}] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{e^{2x} - 1}$$

$$= \frac{5}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{5x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{e^{2x} - 1}$$

$$= \frac{5}{2} \times 1 \times 1 = \frac{5}{2}$$

3) 답 : ②

[해설]

$$[\text{구하는 값}] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - 1}{\ln(1+3x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - 1}{6x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{\ln(1+3x)}$$

$$= 1 \times 2 = 2$$

4) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 함수의 극한값을 구할 수 있는가?

$$[\text{구하는 값}] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{\sin 3x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{\ln(1+5x)}{5x} \times \frac{3x}{\sin 3x} \times \frac{5}{3} \right\}$$

$$= \frac{5}{3} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{5x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sin 3x} = \frac{5}{3} \times 1 \times 1 = \frac{5}{3}$$

5) 답 : ③

[해설]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{3x} = \frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \ln(1+x)^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{3} \ln e = \frac{1}{3}$$

6) 답 : 8

[해설]

[해설]  $f(x) = \cos x + 4e^{2x}$ ,  $f'(x) = -\sin x + 8e^{2x}$  이므로

$$\therefore f'(0) = -\sin 0 + 8e^0 = 0 + 8 = 8$$

7) 답 : 15

[해설]

[출제 의도] 지수함수의 도함수를 이용하여 미분계수를 구할 수 있는가?

$$f(x) = 5e^{3x-3}, \quad f'(x) = 5e^{3x-3} \times 3 = 15e^{3x-3}$$

$$\therefore f'(1) = 15e^0 = 15$$

8) 답 : ④

[해설]

$$[\text{구하는 값}] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \ln(1+x)^{\frac{1}{x}}$$

$$= \frac{1}{2} \ln e = \frac{1}{2}$$

9) 답 : ③

[해설]

$f(x) = e^{3x-2}$  를 미분하면

$$f'(x) = 3e^{3x-2} \text{ 이다.}$$

$x$  에 1 을 대입하면

$$f'(1) = 3 \times e = 3e$$

10) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 로그함수의 극한을 알 수 있는지 묻는 문제이다.

$$[\text{구하는 값}] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+12x)}{3x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{3x} \times 12x \times \frac{1}{12x} \times \ln(1+12x) \right\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ 4 \times \ln(1+12x)^{\frac{1}{12x}} \right\} = 4$$

[다른 풀이]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+12x)}{3x} = 4 \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+12x)}{12x} = 4$$

11) 답 : ④

[해설]

$f(x) = (2x+7)e^x$  를 미분하면

$$f'(x) = 2e^x + (2x+7)e^x \text{ 이다.}$$

$x$  에 0 을 대입하면

$$f'(0) = 2 + 7 = 9$$

12) 답 : ②

[해설]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{3x}$$

$$= \frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{x} \times \frac{5x}{5x}$$

$$= \frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{5x} \times \frac{5x}{x}$$

# 정답 및 해설

$$= \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3}$$

13) 답 : ③

[해설]

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sqrt{3}x)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sqrt{3}x)}{\sqrt{3}x} \cdot \frac{\sqrt{3}x}{x} \\ &= 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

14) 답 : ③

[해설]

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3(2e^x + 1)^2 \times 2e^x \text{ 이므로} \\ f'(0) &= 3(2e^0 + 1)^2 \times 2e^0 = 3 \cdot 3^2 \times 2 = 54 \end{aligned}$$

15) 답 : ⑤

[해설]

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{5}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ (1+x)^{\frac{1}{x}} \right\}^5 = e^5$$

16) 답 : ⑤

[해설]

[여러 가지 함수의 미분]

$$f'(x) = 3 \cdot e^{3x} + 10 \text{ 에서 } f'(0) = 13$$

17) 답 : 7

[해설]

[초월함수의 극한]

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+7x)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\ln(1+7x)}{7x} \cdot 7 \right) = 7 \end{aligned}$$

18) 답 : ④

[해설]

[치환적분]

$$\ln x = t \text{ 로 치환하면 } \frac{dt}{dx} = \frac{1}{x} \text{ 이고}$$

$x = e$  일 때  $t = 1$ ,  $x = e^3$  일 때  $t = 3$  이므로

$$\int_e^{e^3} \frac{\ln x}{x} dx = \int_1^3 t dt = \left[ \frac{1}{2} t^2 \right]_1^3 = 4$$

[MIM EDU 빠른 풀이]

직접 상수 차수를 올리는 가장 쉬운 적분 형태이다.

$$\int_e^{e^3} \frac{\ln x}{x} dx = \left[ \frac{1}{2} (\ln x)^2 \right]_e^{e^3} = \frac{1}{2} \{ (\ln e^3)^2 - (\ln e)^2 \} = 4$$

[참고] 발판있는 적분법

$$\int_a^b f'(x) \{f(x)\}^n dx = \left\{ \left[ \ln |f(x)| \right]_a^b, (n = -1) \right.$$

19) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 치환을 이용하여 지수함수의 극한값을 계산한다.

$-x = t$  라 하면  $x \rightarrow 0$  일 때  $t \rightarrow 0$  이고,  $x = -t$  이므로

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{x} &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - e^t}{-t} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^t - 1}{t} \\ &= 1 \end{aligned}$$

[다른 풀이]

$f(x) = 1 - e^{-x}$  라 하면  $f(0) = 0$  이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'(0)$$

$f'(x) = e^{-x}$  이므로  $f'(0) = 1$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{x} = 1$$

20) 답 : 12

[해설]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + 10x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^{2x} - 1}{2x} \cdot 2 + 10 \right) = 2 + 10 = 12$$

21) 답 : ③

[해설]

해설

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{6x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( (1 + 3x)^{\frac{1}{3x}} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= e^{\frac{1}{2}} \\ &= \sqrt{e} \end{aligned}$$

22) 답 : 21

[해설]

[출제 의도] 로그함수의 미분법을 이용하여 미분계수를 구할 수 있는가?

$$f(x) = \ln(2x - 1) \text{ 에서 } f'(x) = \frac{2}{2x - 1} \text{ 이므로}$$

$$f'(10) = \frac{2}{19}$$

$$\therefore p + q = 19 + 2 = 21$$

23) 답 : ③

[해설]

$$(\neg) f(x^2) = x^2 \text{ 이면 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x^2} = 1 \text{ (참)}$$

# 정답 및 해설

(ㄴ)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \times \frac{x}{f(x)} = 1$  이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x)} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{x} \times \frac{x}{f(x)} = \ln 3 \text{ (참)}$$

(ㄷ) 반례)  $f(x) = |x|$  라 하면

$$\lim_{x \rightarrow +0} \frac{e^{|x|} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{e^{|x|} - 1}{|x|} \times \frac{|x|}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -0} \frac{e^{|x|} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow -0} \frac{e^{|x|} - 1}{|x|} \times \frac{|x|}{x} = -1$$

$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{|x|} - 1}{x}$  은 존재하지 않는다. (거짓)

24) 답 : ③

[해설]

$$\begin{aligned} \neg. \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x-1} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{x-1} \right)^x \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \left( 1 + \frac{1}{x-1} \right)^{x-1} \right\}^{\frac{x}{x-1}} \end{aligned}$$

그런데,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{x-1} \right)^{x-1} = e$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x-1} = 1$  이므로

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \left( 1 + \frac{1}{x-1} \right)^{x-1} \right\}^{\frac{x}{x-1}} = e^1 = e \therefore \text{참}$$

ㄴ.  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = e$  이므로

$$x+1 = t \text{ 라 하면 } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x+1) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = e$$

수렴하는 함수의 곱은 수렴하므로

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \cdot f(x+1) = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \times \lim_{x \rightarrow \infty} f(x+1)$$

$$e \times e = e^2 \therefore \text{참}$$

$$\begin{aligned} \text{ㄷ. } \lim_{x \rightarrow \infty} f(kx) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{kx}{kx-1} \right)^{kx} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{kx-1} \right)^{kx} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \left( 1 + \frac{1}{kx-1} \right)^{kx-1} \right\}^{\frac{kx}{kx-1}} \end{aligned}$$

그런데,  $x \rightarrow \infty$  이면  $kx \rightarrow \infty$  이므로

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{kx-1} \right)^{kx-1} = e$$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{kx}{kx-1} = 1$  이므로

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \left( 1 + \frac{1}{kx-1} \right)^{kx-1} \right\}^{\frac{kx}{kx-1}} = e^1 = e$$

$\therefore$  거짓

따라서, 옳은 것은  $\neg$ ,  $\neg$ 이다.

25) 답 : ③

[해설]

$\neg$ .  $f(x) = 2x$  일 때,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2x}$$

$$= \frac{1}{2} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \frac{1}{2}$$

ㄴ.  $f(x) = e^{2x} - 1$  일 때,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{e^{2x} - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\frac{e^x - 1}{x} \times 2} = \frac{1}{2}$$

ㄷ.  $f(x) = 1 - \cos x$  일 때,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{1 - \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\frac{x}{1 - \cos x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{e^x - 1}{x}}{\frac{\sin x}{1 + \cos x}}$$

$\therefore$  존재하지 않음.

26) 답 : ③

[해설]

$\neg$ .  $f(x) = 2x$  일 때,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{f(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2x}$$

$$= \frac{1}{2} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \frac{1}{2}$$

ㄴ.  $f(x) = e^{2x} - 1$  일 때,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{f(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{e^{2x} - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\frac{e^x - 1}{x} \times 2} = \frac{1}{2}$$

ㄷ.  $f(x) = 1 - \cos x$  일 때,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{1 - \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\frac{x}{1 - \cos x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{e^x - 1}{x}}{\frac{\sin x}{1 + \cos x}}$$

$\therefore$  존재하지 않음.

27) 답 : ⑤

# 정답 및 해설

[해설]

[출제 의도] 무리수  $e$ 의 정의를 이용하여 극한값을 계산한다.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ (1+2x)^{\frac{1}{2x}} \right\}^2 = e^2$$

28) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 지수함수의 극한 계산하기

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{2x} = \frac{3}{2} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{3x} = \frac{3}{2}$$

29) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수함수와 로그함수의 극한 추론하기  
두 곡선  $y = e^{x-1}$ 과  $y = a^x$ 이 만나는 점의  $x$ 좌표는 방정식  $e^{x-1} = a^x$ 의 해이다.

양변에  $\frac{e}{a^x}$ 를 곱하면  $\left(\frac{e}{a}\right)^x = e$

$$x = \frac{1}{\ln e} \text{ 이므로 } f(a) = \frac{1}{\ln e}$$

$a - e = t$ 라 하면  $a = t + e$ 이고,

$a \rightarrow e +$  일 때  $t \rightarrow 0 +$  이므로

$$\begin{aligned} \lim_{a \rightarrow e+} \frac{1}{(e-a)f(a)} &= \lim_{a \rightarrow e+} \frac{\ln e}{(e-a)} = \lim_{t \rightarrow 0+} \frac{\ln e}{-t} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0+} \ln \left(1 + \frac{t}{e}\right)^{\frac{1}{t}} = \lim_{t \rightarrow 0+} \ln \left\{ \left(1 + \frac{t}{e}\right)^{\frac{e}{t}} \right\}^{\frac{1}{e}} = \frac{1}{e} \end{aligned}$$

30) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수함수의 극한 계산하기

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

31) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 지수함수와 로그함수의 극한값 계산하기

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{e^x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{\ln(1+x)}{x} \times \frac{x}{e^x - 1} \right\} = 1$$

32) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수함수의 극한값을 계산한다.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{4x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^{2x} - 1}{2x} \times \frac{2x}{4x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{2x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{4x} \\ &= 1 \times \frac{2}{4} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

33) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 몫의 미분법을 이용하여 미분계수의 값을 계산한다.

$$f'(x) = \frac{e^x \cdot x - e^x \cdot 1}{x^2} = \frac{(x-1)e^x}{x^2} \text{ 이므로}$$

$$f'(2) = \frac{(2-1)e^2}{2^2} = \frac{e^2}{4}$$

34) 답 : ⑤

[해설]

[출제 의도] 지수함수와 로그함수의 극한값을 구한다.

함수  $f(x) = \begin{cases} e^x, & (x \leq 0, x \geq 2) \\ \ln(x+1), & (0 < x < 2) \end{cases}$  와 함수  $g(x)$ 에 대하여

i)  $g(x) = t$ 로 놓으면

$x \rightarrow 2 +$  일 때  $g(x) \rightarrow 2 +$  이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2+} f(g(x)) = \lim_{t \rightarrow 2+} f(t) = e^2$$

ii)  $f(x) = s$ 로 놓으면

$x \rightarrow 0 +$  일 때  $f(x) \rightarrow 0 +$  이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0+} g(f(x)) = \lim_{s \rightarrow 0+} g(s) = 2$$

따라서

$$\lim_{x \rightarrow 2+} f(g(x)) + \lim_{x \rightarrow 0+} g(f(x)) = e^2 + 2$$

35) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 선분의 길이를 이용하여 지수함수의 극한값을 구한다.

$A(t, 2^t)$ ,  $B\left(t, \left(\frac{1}{2}\right)^t\right)$ ,  $H(0, 2^t)$ 에서

$\overline{AH} = t$ 이고,  $\overline{AB} = 2^t - \left(\frac{1}{2}\right)^t$  이므로

$$\lim_{t \rightarrow 0+} \frac{\overline{AB}}{\overline{AH}} = \lim_{t \rightarrow 0+} \frac{2^t - \left(\frac{1}{2}\right)^t}{t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0+} \left\{ \frac{2^t - 1}{t} - \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^t - 1}{t} \right\}$$

$$= \ln 2 - \ln \frac{1}{2} = 2 \ln 2$$

[참고]

$a > 0$ 일 때,  $a^t - 1 = s$ 로 놓으면

$$a^t = s + 1 \text{ 이므로 } t = \frac{\ln(s+1)}{\ln a} \quad (a \neq 1)$$

$t \rightarrow 0$ 일 때,  $s \rightarrow 0$ 이므로

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{a^t - 1}{t} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \ln a}{\ln(s+1)}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\ln a}{\frac{\ln(s+1)}{s}} = \ln a$$

36) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 지수함수의 극한값을 계산한다.

# 정답 및 해설

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2x} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

37) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 지수함수의 극한값을 계산한다.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{4x} \times 4 \\ &= 1 \times 4 = 4 \end{aligned}$$

38) 답 : 14

[해설]

[출제 의도] 미분계수의 값을 계산한다.

$$f'(x) = 14xe^{x^2-1} \text{ 이므로 } f'(1) = 14$$

39) 답 : 20

[해설]

[출제 의도] 초월함수의 미분계수를 계산한다.

$f(x) = 20x^2 \ln x$  에서

$$f'(x) = 40x \ln x + 20x^2 \times \frac{1}{x}$$

$$= 40x \ln x + 20x$$

이므로  $f'(1) = 20$

40) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 함수의 극한 이해하기

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{3x} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

41) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 함수의 극한 이해하기

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{e^{3x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \times \frac{3x}{e^{3x} - 1} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

42) 답 : ②

[해설]

[출제 의도] 여러 가지 함수의 극한값을 계산한다.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\frac{e^{2x} - 1}{2x}}{\sin 3 \frac{x}{3x}} \cdot \frac{2x}{3x} \right) = \frac{2}{3}$$

43) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 로그함수의 미분법을 이해하여 미분계수를 구한다.

$g(x) = \ln f'(x) = \ln(1 + \{f(x)\}^2)$  에서

$$\begin{aligned} g'(x) &= \frac{2f(x)f'(x)}{1 + \{f(x)\}^2} = \frac{2f(x)[1 + \{f(x)\}^2]}{1 + \{f(x)\}^2} \\ &= 2f(x) \end{aligned}$$

$$\therefore g'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 \cdot 1 = 2$$

[다른 풀이]

$g(x) = \ln f'(x)$  이므로

$$g'(x) = \frac{f''(x)}{f'(x)} = \frac{2f(x)f'(x)}{f'(x)} = 2f(x)$$

$$\therefore g'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 \cdot 1 = 2$$

[참고]

함수  $y = \tan x$  는 주어진 조건을 만족시킨다.

44) 답 : ①

[해설]

[출제 의도] 함수의 극한의 뜻을 이해하기

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \right\}^{-2} = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$$

45) 답 : ③

[해설]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)(1+3x)(1+5x)(1+7x)}{e^{4x} - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) + \ln(1+3x) + \ln(1+5x) + \ln(1+7x)}{4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{e^{4x} - 1} = \frac{1+3+5+7}{4} = 4$$

46) 답 : ③

[해설]

[출제 의도] 로그함수의 미분법을 이용하여 미분계수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f(x) = x^{\ln x}$  에서  $\ln f(x) = (\ln x)^2$

양변을 미분하면  $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{2}{x} \ln x$  이다.

따라서  $f'(x) = f(x) \left( \frac{2}{x} \ln x \right) = x^{\ln x} \left( \frac{2}{x} \ln x \right)$

$$\therefore f'(e) = 2 \text{ 이다.}$$

47) 답 : ④

[해설]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\ln(1+x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{f(x)}{x}}{\frac{\ln(1+x)}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} \text{ 이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{x}}{\frac{f(x)}{x}} = \frac{1}{1} = 1 \text{ (거짓)}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+x}{\ln(1+x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{f(x)}{x} + 1}{\frac{\ln(1+x)}{x}} = \frac{1+1}{1} = 2 \text{ (참)}$$

## 정답 및 해설

∴  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\ln(1+x)} = 1$  에서  $x \rightarrow 0$  일 때,

(분모)  $\rightarrow 0$  이므로 (분자)  $\rightarrow 0$  이어야 한다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\{f(x)\}^2}{\ln(1+x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\ln(1+x)} \cdot f(x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\ln(1+x)} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

$$= 1 \cdot 0 = 0 \text{ (참)}$$

따라서, 보기 중 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

48) 답 : ④

[해설]

[출제 의도] 로그미분법을 이용하여

함수의 증가·감소를 알아낼 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f(x) = x^{\frac{1}{x}}$  ( $x > 0$ )의 양변에 로그를 취하면

$$\ln f(x) = \ln x^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{x} \ln x$$

양변을 미분하면  $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$

$$\therefore f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2} x^{\frac{1}{x}}$$

따라서  $x > e$  일 때  $f'(x) < 0$  이므로  $f(x)$  는 감소한다. ...㉠

$$\therefore f(2004) > f(2005) \dots \text{㉡}$$

$$\therefore 2004^{2005} > 2005^{2004} \dots \text{㉢}$$