제 2 교시

수리 영역(나형)

홀수형

5지선다형

1. $\log_{\sqrt{3}} 2 + \log_3 \frac{\sqrt{3}}{4}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 다항식 $(1+2x)^6(1-x)$의 전개식에서 x^4의 계수는? [2점]

① 40 ② 50 ③ 60
④ 70 ⑤ 80

3. 두 사건 A, B가 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A) = \frac{1}{2},\ \mathrm{P}(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(B|A)$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

4. 함수 $f(x) = x^2$에 대하여 $\lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{6}{n} f\left(1 + \frac{k}{n}\right)$의 값은? [3점]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

5. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n \to \infty} \frac{a_n}{n+1} = 3$일 때,

$\lim_{n \to \infty} \frac{(2n+1)a_n}{3n^2}$의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

6. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$의 서로 다른 두 부분집합 X, Y에 대하여 $(X \cup Y) - (X \cap Y)$의 가장 작은 원소가 X에 속할 때, $X \Rightarrow Y$라 하자. U의 부분집합 $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 5\}$, $C = \{2, 4, 5\}$에 대하여 옳은 것은? [3점]

① $A \Rightarrow B \Rightarrow C$　② $A \Rightarrow C \Rightarrow B$
③ $B \Rightarrow A \Rightarrow C$　④ $B \Rightarrow C \Rightarrow A$
⑤ $C \Rightarrow A \Rightarrow B$

7. 미분가능한 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x+1 & (x < 0) \\ a(x-1)^2 + b & (x \geq 0) \end{cases}$$

에 대하여 $f(1)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ 1
④ $\frac{3}{2}$　⑤ 2

8. 함수 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{71}{5}-\dfrac{19}{15}x & (x<12)\\ 1-2\log_3(x-9) & (x\geq 12)\end{cases}$ 의 역함수를 $g(x)$라고 할 때, $(g\circ g\circ g\circ g\circ g)(x)=-3$ 을 만족하는 x 의 값은? (단, $(g\circ g)(x)=g\{g(x)\}$이다.) [3점]

① 4 ② 8 ③ 12
④ 14 ⑤ 18

9. 곡선 $f(x)=\dfrac{2}{3}x^3+ax$ 위의 두 점 $(0, f(0))$, $(1, f(1))$ 에서의 접선이 서로 수직일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

10. 어느 도시의 인구가 P_0 명에서 P명이 될 때까지 걸리는 시간 T(년)은 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$T=C\log\frac{P(K-P_0)}{P_0(K-P)}$$

(단, C는 상수, K는 최대 인구 수용 능력이다.)

이 도시의 최대 인구 수용 능력이 30만 명이고, 인구가 6만 명에서 10만 명이 될 때까지 10년이 걸렸다고 한다. 인구가 처음으로 15만 명 이상이 되는 것은 인구가 6만 명일 때부터 몇 년 후인가? [3점]

① 18년 후 ② 20년 후 ③ 22년 후
④ 24년 후 ⑤ 26년 후

11. A 역에서 출발하여 다른 역을 거치지 않고 B 역만을 거쳐 C 역으로 가는 기차가 있다. A 역에서 비어 있는 기차에 남자 90명, 여자 60명의 승객이 승차하였다. B 역에서는 남자 18명, 여자 12명의 승객이 하차하고 남자 60명, 여자 60명의 승객이 승차하여 C 역으로 이동하였다. B 역에서 C 역으로 가는 도중에 임의로 선택된 한 승객이 여자였을 때, 이 승객이 A 역에서 승차한 승객일 확률은? (단, 하차한 승객이 하차한 역에서 다시 승차하는 경우는 없다.) [3점]

① $\frac{1}{9}$　② $\frac{2}{9}$　③ $\frac{1}{3}$　④ $\frac{4}{9}$　⑤ $\frac{5}{9}$

12. 다항식

$$(1+x^2+x^4+x^6+x^8+x^{10})(1+x^3+x^6+x^9)(1+x^4+x^8)$$

의 전개식에서 x^{10}의 계수와 같은 것은? [3점]

① 2, 3, 4 의 합으로 나타내어지는 10 의 분할의 수
② 2, 3, 4, 6, 7, 8의 합으로 나타내어지는 10 의 분할의 수
③ 1, 3, 5, 7, 9의 합으로 나타내어지는 10 의 분할의 수
④ 2, 4, 6, 8, 10의 합으로 나타내어지는 10 의 분할의 수
⑤ 10 보다 작은 모든 자연수의 합으로 나타내어지는 10 의 분할의 수

[13～14] 어느 지역의 5개 야구팀 A, B, C, D, E는 매년 각 팀이 서로 다른 팀들과 각각 9번씩 경기를 하여 승리한 경기 수가 많은 순서로 순위를 결정하는 대회를 한다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오. (단, 모든 경기에서 무승부는 없다고 한다.)

13. 2012년 대회의 최종결과에서는 1위부터 5위 팀까지의 승리한 경기 수가 등차수열을 이루었다. 5위 팀이 승리한 경기 수가 10일 때, 1위 팀이 승리한 경기 수는? [3점]

① 24 ② 26 ③ 28
④ 30 ⑤ 32

14. 어느 야구전문가는 각 팀의 전력을 분석하여 내년 대회의 최종결과 중 우선 A, B 두 팀이 승리할 것으로 예상되는 경기 수를 발표하였다. 그 발표를 바탕으로 나머지 세 팀의 결과를 예상하여 최종결과를 다음과 같이 표로 완성할 때, 만들 수 있는 서로 다른 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는? (단, x, y, z는 모두 5 이상의 자연수이다.) [4점]

팀 명	A	B	C	D	E
승리할 것으로 예상되는 경기 수	27	33	x	y	z

① 124 ② 130 ③ 136
④ 142 ⑤ 148

15. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$a_1 = 1,\ a_{n+1} = 2a_n + n + 1$

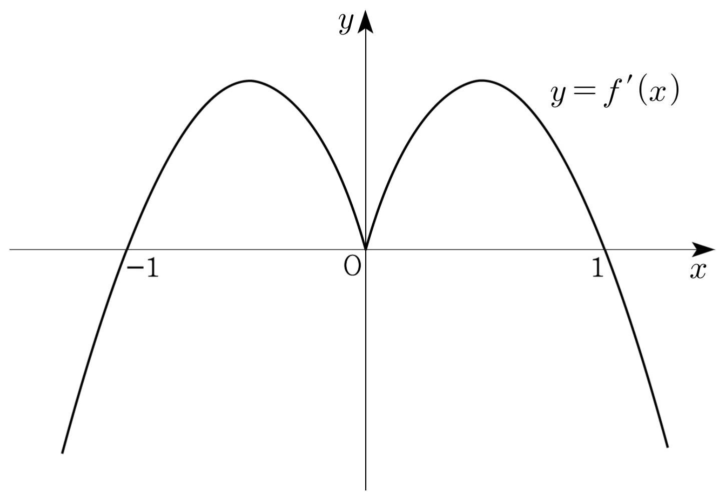
을 만족시킬 때, 다음은 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하는 과정이다.

> $n \geq 1$일 때,
>
> $a_{n+1} = 2a_n + n + 1$ …… ㉠
>
> $a_{n+2} = 2a_{n+1} + \boxed{\text{(가)}}$ …… ㉡
>
> 이고, ㉡에서 ㉠을 뺀 식으로부터
>
> $a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) + 1$
>
> 을 얻는다. $b_n = a_{n+1} - a_n$이라 하면
>
> $b_{n+1} = 2b_n + 1$이므로
>
> $b_n = 2^{n+1} - 1$
>
> $a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2^{k+1} - 1)\ (n \geq 2)$
>
> $= 2^{n+1} + \boxed{\text{(나)}}$이다.

위의 (가), (나)에 들어갈 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(5) - g(5)$의 값은? [4점]

① 14　② 16　③ 18　④ 20　⑤ 22

16. 그림과 같이 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$의 그래프가 y축에 대하여 대칭이고 $x > 0$일 때 위로 볼록하다.



함수 $f(x)$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $f'(-1) = f'(0) = f'(1) = 0$) [4점]

<보 기>

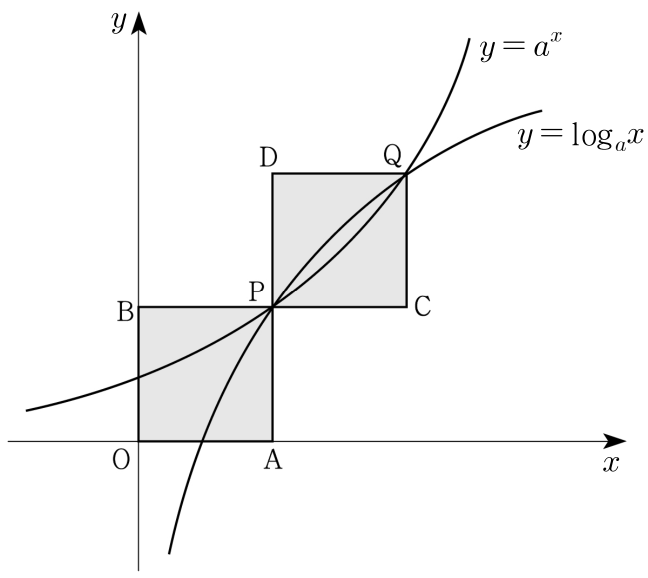
ㄱ. 함수 $f(x)$는 $x = 0$에서 극값을 갖는다.

ㄴ. $f(0) = 0$이면 함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 합은 0이다.

ㄷ. $f(1) < 0$이면 방정식 $f(x) = 0$은 오직 하나의 실근을 갖는다.

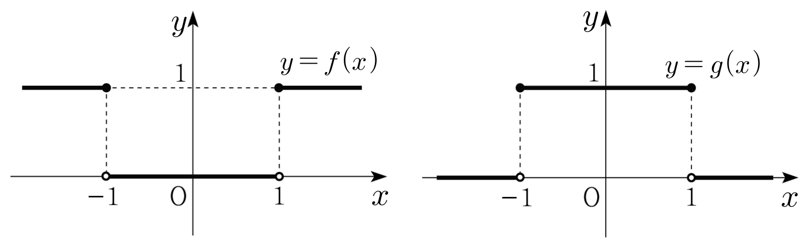
① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ　④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄴ, ㄷ

17. 그림과 같이 지수함수 $y=a^x$과 로그함수 $y=\log_a x$가 두 점 P, Q에서 만날 때, 점 P에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 하자. 점 Q를 지나고 x축과 평행한 직선이 직선 AP와 만나는 점을 D, 점 Q를 지나고 y축과 평행한 직선이 직선 BP와 만나는 점을 C라 할 때, 두 사각형 OAPB와 PCQD는 합동이다. a의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



① $\sqrt{2}$　　② $\sqrt{3}$　　③ $\frac{\sqrt{5}}{2}$
④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　⑤ 2

18. 두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

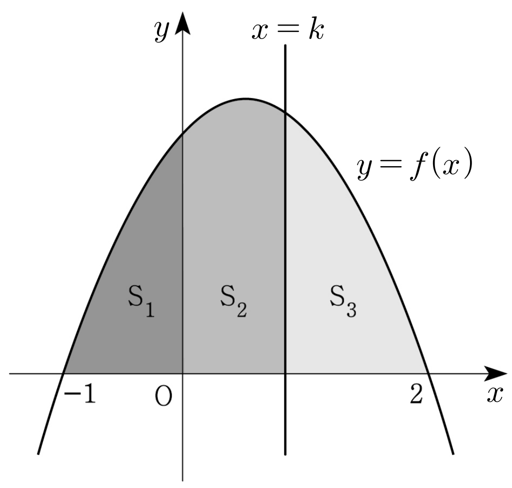
ㄱ. $\lim_{x\to -1-0} f(x)=f(-1)$

ㄴ. $\lim_{x\to 1+0} f(x)g(x)=\lim_{x\to 1-0} f(x)g(x)$

ㄷ. $\lim_{x\to 1} f(x)g(x)=f(1)g(1)$

① ㄱ　　② ㄴ　　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　　⑤ ㄴ, ㄷ

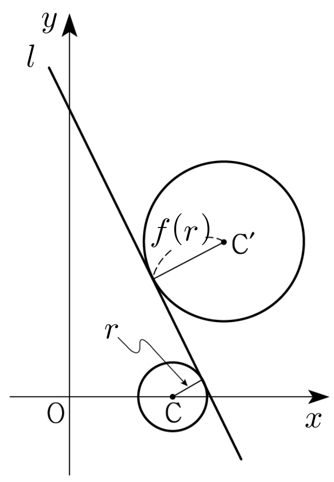
19. 함수 $f(x)=-x^2+x+2$에 대하여 그림과 같이 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분을 y축과 직선 $x=k$ $(0<k<2)$로 나눈 세 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 하자. S_1, S_2, S_3이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, S_2의 값은? [4점]



① 1　② $\frac{5}{4}$　③ $\frac{4}{3}$
④ $\frac{3}{2}$　⑤ 2

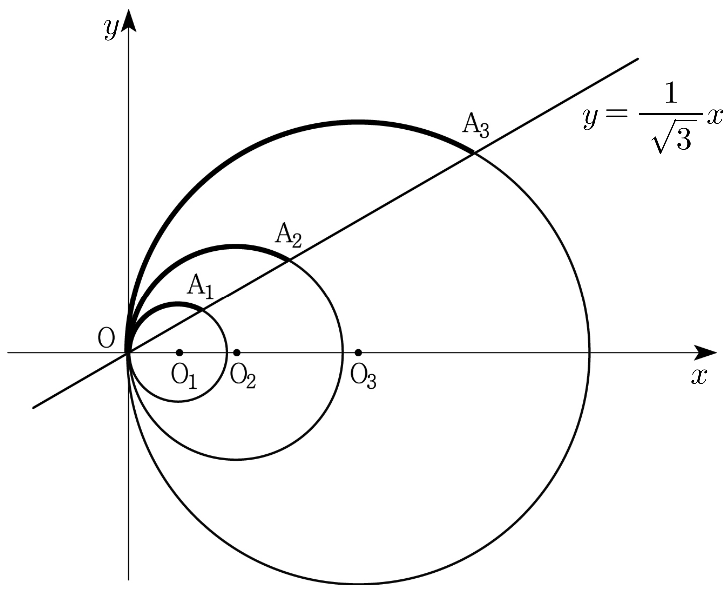
20. 그림과 같이 중심이 $\mathrm{C}(2,0)$이고 반지름의 길이가 r $(r<\sqrt{5})$인 원 C가 있다. 기울기가 -2이고 원 C에 접하는 직선을 l이라 하자. 직선 l에 접하고 중심이 $\mathrm{C}'(3,3)$인 원 C'의 반지름을 $f(r)$라 할 때, $\lim_{r\to+0} f(r)$의 값은?

[4점]



① 1　② $\sqrt{2}$　③ $\sqrt{3}$
④ 2　⑤ $\sqrt{5}$

21. 그림과 같이 중심이 $(1, 0)$이고 반지름의 길이가 1인 원 O_1이 있다. 원 O_1이 직선 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x$와 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 A_1이라 하고 직선 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x$의 윗 쪽에 있는 호 OA_1의 길이를 l_1이라 하자. 중심이 $(l_1, 0)$이고 반지름의 길이가 l_1인 원 O_2를 그린다. 원 O_2가 직선 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x$와 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 A_2라 하고 직선 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x$의 윗 쪽에 있는 호 OA_2의 길이를 l_2라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 호의 길이를 l_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{l_n}$의 값은? [4점]



① $\frac{1}{\pi-3}$　② $\frac{2}{\pi-3}$　③ $\frac{1}{2\pi-3}$
④ $\frac{2}{2\pi-3}$　⑤ $\frac{3}{2\pi-3}$

단답형

22. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1=1$이고 공차가 3인 등차수열일 때, $a_1+a_3+a_5$의 값을 구하시오. [3점]

23. 확률변수 X의 확률분포표가 다음과 같을 때, 확률변수 $10X$의 평균 $\mathrm{E}(10X)$의 값을 구하시오. [3점]

X	1	2	3	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	1

24. $\sum_{n=2}^{6}[\log_n 64]$의 값을 구하시오. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

25. $\lim_{x\to 2}\frac{1}{x^2-4}\int_2^x (t^2+3t-2)\,dt$ 의 값을 구하시오.

[3점]

26. 어느 고등학교의 학생 중에서 자전거를 타고 등교하는 학생의 비율은 25%라고 한다. 이 고등학교의 학생 중에서 300명을 임의로 추출할 때, 그 중 자전거를 타고 등교하는 학생의 비율이 α% 이상일 확률은 0.0228이다. 이때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 α의 값을 구하시오.

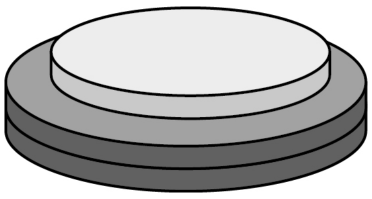
z	$P(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

[4점]

27. 반지름의 길이가 서로 다른 여섯 종류의 원판이 각각 3개씩 18개가 있다. 원판을 다음과 같은 규칙으로 쌓으려고 한다.

(가) 원판 3개를 택하여 원판의 중심이 일치하도록 쌓는다. (나) 반지름의 길이가 작은 원판은 반지름의 길이가 큰 원판 위에 쌓는다. (다) 반지름의 길이가 같은 원판은 구별하지 않으면서 쌓는다.

그림은 반지름의 길이가 같은 두 개의 원판과 반지름의 길이가 작은 한 개의 원판을 규칙에 따라 쌓은 예이다.

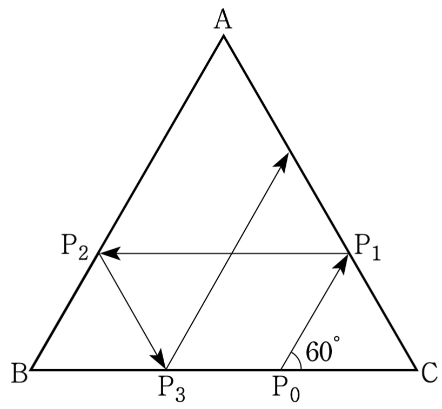


이와 같이 쌓는 방법의 수를 구하시오. [4점]

28. 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC가 있다. 변 BC 위에 양 끝점이 아닌 한 점 P_0을 잡는다. 그림과 같이 P_0을 지나고 변 AB와 평행한 직선을 그어 변 AC와 만나는 점을 P_1, 점 P_1을 지나고 변 BC와 평행한 직선을 그어 변 AB와 만나는 점을 P_2, 점 P_2를 지나고 변 AC와 평행한 직선을 그어 변 BC와 만나는 점을 P_3이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 점을 P_n이라 하고, 점 P_0을 출발하여 점 P_n까지 이동한 거리 l_n을

$$l_n = \overline{P_0P_1} + \overline{P_1P_2} + \overline{P_2P_3} + \cdots + \overline{P_{n-1}P_n}$$
$$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

이라 하자. $\lim_{n\to\infty} \frac{l_{2n}}{2n+1} = \frac{b}{a}$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(x)$의 극댓값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)=f'(-x)$이다. (나) 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극솟값 0을 갖는다.

30. 동전의 앞면과 뒷면은 다음과 같다.

앞 뒤

동전 $4n$개 (n은 자연수)가 앞면이 보이도록 일렬로 나열되어 있다. 이웃한 동전 한 쌍을 뒤집는 시행을 반복하여 <그림>과 같이 앞면과 뒷면이 앞면부터 교대로 나열되도록 만들려고 한다.

<그림>

수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n = \left(\begin{array}{l} \text{앞면이 보이도록 나열된 } 4n \text{개의 동전을 <그림>} \\ \text{처럼 만드는데 필요한 최소의 시행 횟수} \end{array} \right)$$

이다. 예를 들어, 앞면이 보이도록 나열된 4개의 동전을

와 같이 두 번의 시행으로 <그림>처럼 만들 수 있으므로 $a_1=2$이다. $\sum_{n=1}^{20} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.