

수리 영역(나형)

제 2 교시

홀수형

5지선다형

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n - 3}{3n^2 - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$
- ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

2. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^7$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [2점]

- ① 7 ② 14 ③ 21
- ④ 28 ⑤ 35

3. 서로 배반인 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A^c \cap B^c) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

4. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 1}{x - 2} = 2$$

일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 4

5. 같은 종류의 선물 4 개를 4 명의 학생에게 남김없이 나누어 줄 때, 2 명의 학생만 선물을 받는 경우의 수는? (단, 선물끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

- ① 18 ② 21 ③ 24
- ④ 30 ⑤ 36

6. 함수 $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + k$ 의 극댓값이 20 일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 13 ② 14 ③ 15
- ④ 16 ⑤ 17

7. 분수함수 $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ 의 그래프가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 원점을 지난다.
- (나) 점근선의 방정식은 $x = 1$ 과 $y = -2$ 이다.

이때, 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $f^{-1}(x)$ 라 할 때, $f^{-1}(-1)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

8. 다음 두 조건을 만족시키는 집합 A, B 의 순서쌍 (A, B) 의 개수는? [3점]

(가) A 와 B 는 집합 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 의 부분집합이다.
(나) $A - B = \{1, 3, 5\}$

- ① 17 ② 21 ③ 24
④ 27 ⑤ 31

9. 어떤 무선 수신기에서 수신 가능한 신호의 최소 크기 P 와 수신기의 잡음 지수 $F(\text{dB})$ 그리고 수신기의 주파수 대역 $B(\text{Hz})$ 사이에는 다음과 같은 관계가 있다고 한다.

$$P = a + F + 10 \log B \quad (\text{단, } a \text{는 상수이다.})$$

잡음 지수가 5 이고 주파수 대역이 B_1 일 때의 수신 가능한 신호의 최소 크기와 잡음 지수가 15 이고 주파수 대역이 B_2

일 때의 수신 가능한 신호의 최소 크기가 같을 때, $\frac{B_2}{B_1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{5}$
④ 10 ⑤ 20

10. 다음 다항식에서 x^{22} 의 계수는?

$$(x+1)^{24} + x(x+1)^{23} + x^2(x+1)^{22} + \dots + x^{22}(x+1)^2$$

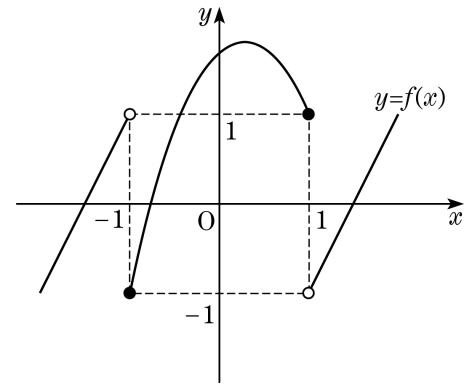
[3점]

- ① 1520 ② 1760 ③ 2020
④ 2240 ⑤ 2300

11. 주머니 A에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 6, 7, 8, 9, 10의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있다. 두 주머니 A, B에서 각각 카드를 임의로 한 장씩 꺼냈다. 꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 합이 홀수일 때, 주머니 A에서 꺼낸 카드에 적혀 있는 수가 짝수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{4}{13}$ ③ $\frac{3}{13}$
- ④ $\frac{2}{13}$ ⑤ $\frac{1}{13}$

12. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

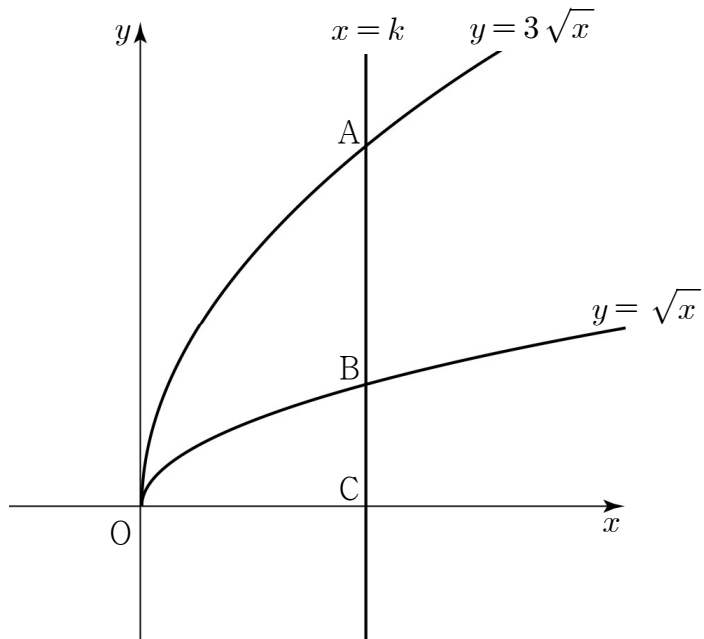
ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = 0$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(-x)$ 는 존재한다.

ㄷ. 함수 $f(x) f(-x)$ 는 $x = 1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[13~14] 그림과 같이 두 함수 $y=3\sqrt{x}$, $y=\sqrt{x}$ 의 그래프와 직선 $x=k$ 가 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $x=k$ 가 x 축과 만나는 점을 C라 하자. 12번과 13번의 두 물음에 답하시오. (단, $k > 0$ 이고, O는 원점이다.)



13. \overline{BC} , \overline{OC} , \overline{AC} 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3
④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

14. $\lim_{k \rightarrow 0^+} \frac{\overline{OA} - \overline{AC}}{\overline{OB} - \overline{BC}}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

15. 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(2) = 1$ (나) $\int_0^2 f(x)dx = \frac{1}{4}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ f\left(\frac{2k}{n}\right) - f\left(\frac{2k-2}{n}\right) \right\} \frac{k}{n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{5}{6}$
 ④ $\frac{6}{7}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고

$$a_{n+1} = \frac{na_n + 6}{n+2} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여 $(n+2)a_{n+1} = na_n + 6$ 이다. $b_n = n(n+1)a_n$ 이라 하면 $b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{가}}$ 이고, $b_1 = 2$ 이므로 $b_n = \boxed{\text{나}}$ ($n \geq 1$)이다. 따라서 $a_n = \frac{\boxed{\text{나}}}{n(n+1)}$ ($n \geq 1$)이다.

위의 (가), (나)에 들어갈 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(4) + g(10)$ 의 값은? [4점]

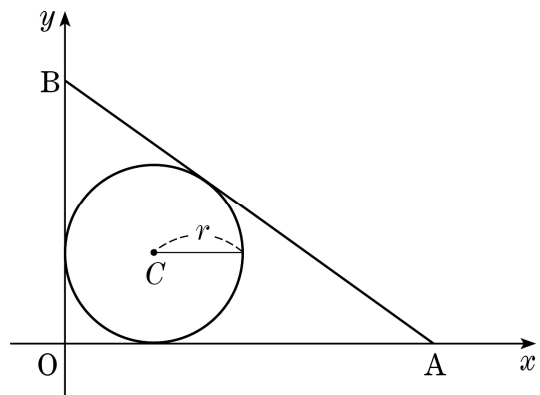
- ① 356 ② 357 ③ 358
 ④ 359 ⑤ 360

17. 어느 밭에서 수확한 딸기의 무게는 정규분포를 따른다고 한다. 이 딸기 중에서 임의추출한 n 개의 무게를 조사하였더니 평균이 20g, 표준편차가 5g이었다. 이 결과를 이용하여 이 밭에서 수확한 딸기 무게의 평균을 신뢰도 95%로 추정 한 신뢰구간이 $[19.02, a]$ 이다. $n+a$ 의 값은?

(단, 표준정규분포를 따르는 확률변수 Z 에 대하여 $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$ 이다.) [4점]

- ① 84.98 ② 85.96 ③ 101.02
④ 120.98 ⑤ 121.96

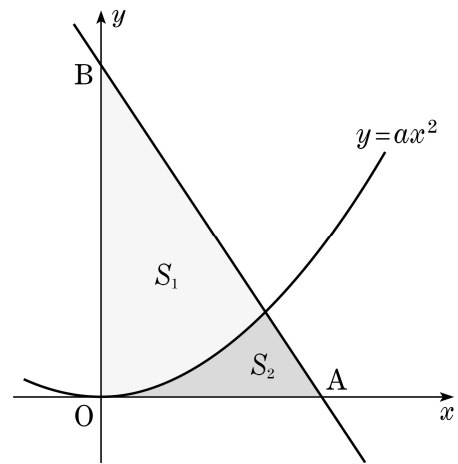
18. 그림과 같이 두 점 $A(a, 0)$, $B(0, 3)$ 에 대하여 삼각형 OAB 에 내접하는 원 C 가 있다. 원 C 의 반지름의 길이를 r 라 할 때, $\lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{r}{a}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

19. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax$ 가 있다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $A(-1, -1-a)$ 에서의 접선이 이 곡선과 만나는 다른 한 점을 B 라 하자. 또, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 B 에서의 접선이 이 곡선과 만나는 다른 한 점을 C 라 하자. 두 점 B, C 의 x 좌표를 각각 b, c 라 할 때, $f(b) + f(c) = -80$ 을 만족시킨다. 상수 a 의 값은? [4점]
- ① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

20. 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 $A(2, 0), B(0, 3)$ 을 지나는 직선과 곡선 $y = ax^2 (a > 0)$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분 중에서 제1사분면에 있는 부분의 넓이를 S_1 이라 하자. 또, 직선 AB 와 곡선 $y = ax^2$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. $S_1 : S_2 = 13 : 3$ 일 때, 상수 a 의 값은? [4점]



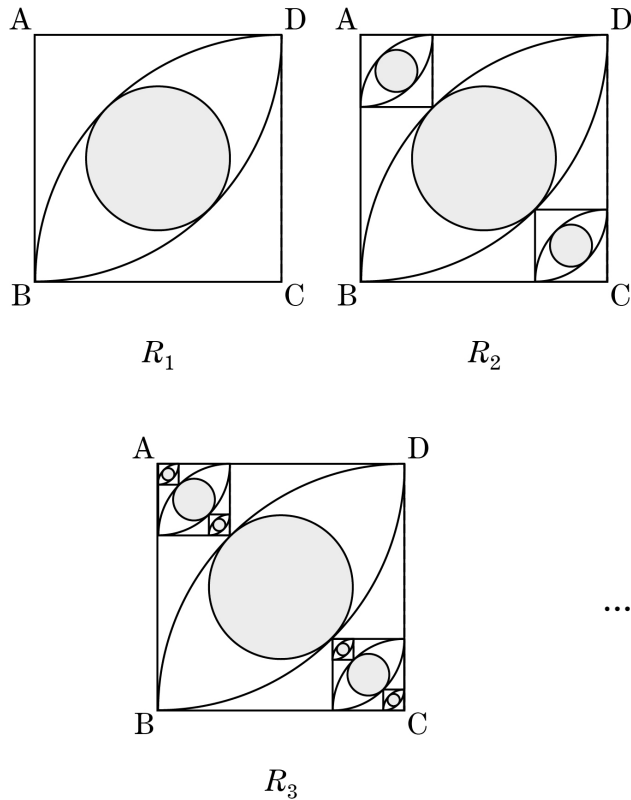
- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$
④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

21. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD 안에 꼭짓점 A, C를 중심으로 하고 선분 AB, CD를 반지름으로 하는 사분원을 각각 그린다. 두 사분원의 호로 둘러싸인 부분에 내접 하는 가장 큰 원을 그리고, 그 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 두 꼭짓점 A, C로부터 두 사분원의 호와 원이 접하는 두 점 중 가까운 점까지의 선분을 대각선으로 하는 정사각형을 각각 그린다. 이 2개의 정사각형 안에 그림 R_1 에서 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 2개의 원의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 있는 작은 두 정사각형에서 두 꼭짓점으로부터 사분원과 원의 접점 중 가까운 점까지의 선분을 대각선으로 하는 정사각형을 각각 그린다. 이 4개의 정사각형 안에 그림 R_1 에서 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 4개의 원의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에서 색칠된 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $(3-2\sqrt{2})\pi$ ② $(2-\sqrt{3})\pi$ ③ $(\sqrt{2}-1)\pi$
- ④ $(4-2\sqrt{3})\pi$ ⑤ $(2-\sqrt{2})\pi$

단답형

22. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3-a_n}{2} = 1$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4na_n + 5}{n-3}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 임의의 실수 x 에 대하여 다음 부등식 $(x+a+4)(x+2a+1) \geq 0$ 이 성립하게 하는 실수 a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 10 이하의 음이 아닌 정수 r 에 대하여 함수 f 를

$$f(r) = {}_{10}C_r \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

이라 할 때, $2 \sum_{r=0}^{10} r^2 f(r)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 주머니 속에 ‘대’, ‘한’, ‘민’, ‘국’의 글자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드가 있다. 이 중에서 임의로 2장의 카드를 꺼낼 때, 카드에 적힌 글자가 ‘한’과 ‘국’일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $10p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 a 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(a)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $f(a) = f(2) = f(6)$
- (나) $f'(2) = -4$

27. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 하자.
 $\frac{1}{100} \leq x \leq 100$ 일 때, 방정식 $f(x) = \log 3$ 의 서로 다른 실근의 개수를 구하시오. [4점]

28. 원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간 t ($0 \leq t \leq 8$)에서의 속도가 각각 $2t^2 - 8t$, $t^3 - 10t^2 + 24t$ 이다. 두 점 P, Q 사이의 거리의 최댓값을 구하시오. [4점]

29. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

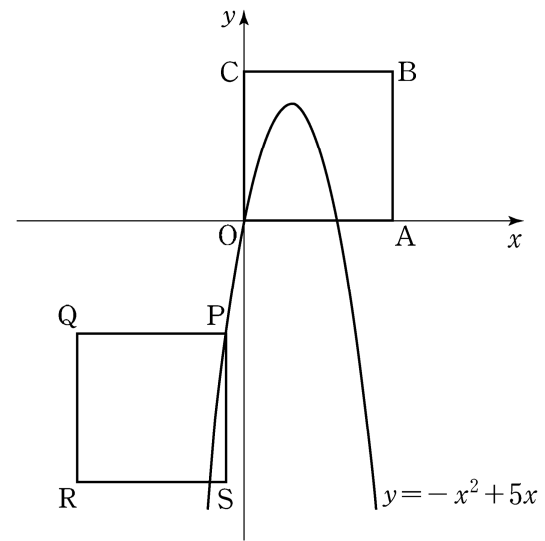
- (가) $a_1 = b_1 = 6$
 (나) 수열 $\{a_n\}$ 은 공차가 p 인 등차수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 은 공비가 p 인 등비수열이다.

수열 $\{b_n\}$ 의 모든 항이 수열 $\{a_n\}$ 의 항이 되도록 하는 1보다 큰 모든 자연수 p 의 합을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 좌표평면 위에 네 점

$O(0, 0)$, $A(8, 0)$, $B(8, 8)$, $C(0, 8)$

을 꼭짓점으로 하는 정사각형 $OABC$ 와 한 변의 길이가 8이고 네 변이 좌표축과 평행한 정사각형 $PQRS$ 가 있다. 점 P 가 점 $(-1, -6)$ 에서 출발하여 포물선 $y = -x^2 + 5x$ 를 따라 움직이도록 정사각형 $PQRS$ 를 평행이동시킨다. 평행이동시킨 정사각형과 정사각형 $OABC$ 가 겹치는 부분의 넓이의 최댓값을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



- ※ 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.