

5지선다형

1.  $f(x) = 2x - 1$ 이다. 함수  $g(x)$ 는 모든 함수  $h(x)$ 에 대하여  $(h \circ g \circ f)(x) = h(x)$ 를 만족시킨다.  $g(3)$ 의 값은?  
(단,  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$ 는 실수 전체의 집합  $R$ 에서  $R$ 로의 함수이다.) [2점]

- ① -2                      ② -1                      ③ 0  
④ 1                         ⑤ 2

2. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $A \subset B$ 일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?  
(단,  $U \neq \emptyset$ ) [2점]

- ①  $A \cup B = B$             ②  $A \cap B = A$     ③  $(A \cap B)^c = B^c$   
④  $B^c \subset A^c$               ⑤  $A - B = \phi$

3. 양수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 지표를  $f(x)$ 라 할 때,

$$\lim_{x \rightarrow 100^-} \{f(x) + f(x^2)\}$$

의 값은? [2점]

- ① 1                              ② 2                              ③ 3  
④ 4                              ⑤ 5

4.  $a > 0$ ,  $b > 0$ 일 때,  $(a-b)\left(\frac{1}{a} - \frac{4}{b}\right)$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 1                              ② 2                              ③ 3  
④ 4                              ⑤ 5

5. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f\left(a + \frac{b}{n}\right) - f\left(a - \frac{b}{n}\right) \right\}$

의 값은? (단,  $b \neq 0$ ) [3점]

- ①  $\frac{1}{b}f'(a)$       ② 0      ③  $f'(a)$
- ④  $bf'(a)$       ⑤  $2bf'(a)$

6. 빨간 공 5개, 노란 공 4개, 파란 공 2개, 흰 공 9개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 공을 하나 꺼내어 색깔을 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 3번 반복할 때, 꺼내는 순서에 관계없이 빨간 공, 노란 공, 파란 공을 각각 하나씩 꺼낼 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{200}$       ②  $\frac{3}{100}$       ③  $\frac{7}{100}$
- ④  $\frac{11}{100}$       ⑤  $\frac{11}{20}$

7. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 2a & (x \geq 1) \\ 3x + a & (x < 1) \end{cases}$$

$$g(x) = x^2 + ax + 3$$

에 대하여 합성함수  $(g \circ f)(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수  $a$ 의 값의 합은? [3점]

- ①  $\frac{7}{4}$       ②  $\frac{15}{8}$       ③ 2
- ④  $\frac{17}{8}$       ⑤  $\frac{9}{4}$

8. 어떤 책을 임의로 펼쳤을 때, 그림이 나올 확률이  $\frac{1}{3}$ 이라고 한다. 이 책을 임의로 180번 펼쳐 그림이 나오는 횟수를  $X$ 라고 할 때,  $X$ 의 분산은? [3점]
- ① 32                      ② 36                      ③ 40  
④ 44                      ⑤ 48

9. 1부터  $2n$ 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌  $2n$ 장의 카드가 있다. 이 중 세 장의 카드를 동시에 뽑을 때, 세 장의 카드에 적힌 수의 합이 짝수가 되도록 뽑는 경우의 수를  $a_n$ 이라 하자.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^3}$ 의 값은? (단,  $n \geq 2$ 인 자연수이다.) [3점]
- ①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{2}{3}$                       ③  $\frac{5}{6}$   
④ 1                        ⑤  $\frac{7}{6}$

10. 어느 학교 전체 학생의 60%는 버스로, 나머지 40%는 걸어서 등교하였다. 버스로 등교한 학생의  $\frac{1}{20}$ 이 지각하였고, 걸어서 등교한 학생의  $\frac{1}{15}$ 이 지각하였다. 이 학교 전체 학생 중 임의로 선택한 1명의 학생이 지각하였을 때, 이 학생이 버스로 등교하였을 확률은? [3점]
- ①  $\frac{3}{7}$                       ②  $\frac{9}{20}$                       ③  $\frac{9}{19}$   
④  $\frac{1}{2}$                       ⑤  $\frac{9}{17}$

11. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$1+2+2^2+\dots+2^{n-1} < a_n < 2^n$$

$$\frac{3n-1}{n+1} < \sum_{k=1}^n b_k < \frac{3n+1}{n}$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8^n - 1}{4^{n-1}a_n + 8^{n+1}b_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 4
- ④ 8                      ⑤ 16

12. 원점  $O$ 를 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점  $P, Q$ 의  $t$ 분 후의 좌표를 각각  $x_1, x_2$ 라 하면

$$x_1 = 2t^3 - 9t^2, \quad x_2 = t^2 + 8t$$

이다. 선분  $PQ$ 의 중점을  $M$ 이라 할 때, 두 점  $P, Q$ 가 원점을 출발한 후 4분 동안 세 점  $P, Q, M$ 이 움직이는 방향을 바꾼 횟수를 각각  $a, b, c$ 라고 하자. 이때,  $a+b+c$ 의 값은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3
- ④ 4                      ⑤ 5

[13 ~ 14] 양의 실수  $x$ 에 대하여  $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \log x$$

13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. 세 실수  $f(3)$ ,  $f(3^t+3)$ ,  $f(12)$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 실수  $t$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{3}{4}$   
④ 1                              ⑤  $\frac{5}{4}$

14.  $f(n)$ 의 지표가 1, 가수가  $\alpha$ 일 때,  $2\alpha$ 의 정수 부분이 1인 모든 자연수  $n$ 의 개수는? (단,  $3.1 < \sqrt{10} < 3.2$ )

[4점]

- ① 64                              ② 66                              ③ 68  
④ 70                              ⑤ 72

15. 대학수학능력시험에 응시하려는 수험생 중 수리 영역의 '가'형을 선택하는 수험생의 비율  $p$ 를 신뢰도 95%로 구간추정하려고 한다. 이 시험에 응시하려는 수험생 중 1,000명을 임의추출하여 조사하였더니 400명이 '가'형을 선택한다고 응답하였다. 신뢰구간의 길이를  $N$ , 최대 허용 표본오차를  $M$ 이라 할 때,  $\frac{N}{2M}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{\sqrt{3}}{5}$                       ②  $\frac{\sqrt{6}}{5}$                       ③  $\frac{2\sqrt{3}}{5}$
- ④  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$                       ⑤  $\frac{3\sqrt{3}}{5}$

16. 정보이론에서는 사건  $E$ 가 발생했을 때, 사건  $E$ 의 정보량  $I(E)$ 가 다음과 같이 정의된다고 한다.

$$I(E) = -\log_2 P(E)$$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 사건  $E$ 가 일어날 확률  $P(E)$ 는 양수이고, 정보량의 단위는 비트이다.) [4점]

— <보 기> —

ㄱ. 한 개의 주사위를 던져 홀수의 눈이 나오는 사건을  $E$ 라 하면  $I(E) = 1$ 이다.

ㄴ. 두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이고  $P(A \cap B) > 0$ 이면  $I(A \cap B) = I(A) + I(B)$ 이다.

ㄷ.  $P(A) > 0, P(B) > 0$ 인 두 사건  $A, B$ 에 대하여  $2I(A \cup B) \leq I(A) + I(B)$ 이다.

- ① ㄱ                                      ② ㄱ, ㄴ                                      ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 자연수  $n$ 을 두 자연수  $n_1, n_2$ 의 합

$$n = n_1 + n_2 (n_1 \geq n_2)$$

으로 나타내는 방법의 수를  $P(n)$ 이라 하자. 예를 들어,  $P(3) = 1$ 이다. 보기 중에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $P(n) = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$   
 (단,  $\lfloor x \rfloor$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)  
 ㄴ.  $P(m+n) = P(m) + P(n)$  (단,  $m, n$ 은 자연수이다.)  
 ㄷ.  $P(n^2) = \{P(n)\}^2$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 2$ 이고

$$\frac{a_n}{n} - \frac{a_{n+1}}{n+1} = \frac{a_n a_{n+1}}{n+1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항  $a_n$ 을 구하는 과정이다.

수열  $\{a_n\}$ 의 모든 항이 0이 아니므로

$$\frac{a_n}{n} - \frac{a_{n+1}}{n+1} = \frac{a_n a_{n+1}}{n+1}$$

을 변형하면

$$\frac{n+1}{a_{n+1}} - \frac{n}{a_n} = \boxed{\text{(가)}}$$

이다.  $b_n = \frac{n}{a_n}$ 이라 하면  $b_1 = \frac{1}{2}$ 이고

$$b_{n+1} - b_n = \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1) \text{이므로}$$

$$a_n = \boxed{\text{(나)}} \text{이다.}$$

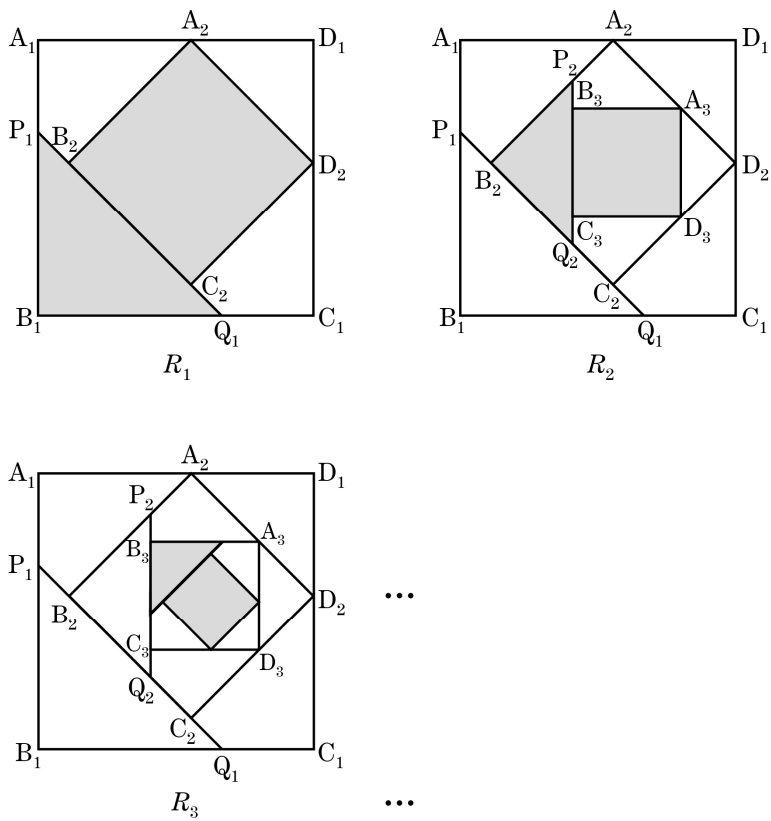
위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ 이라 할 때,  $f(13)g(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 8                      ② 9                      ③ 10  
 ④ 11                    ⑤ 12

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 에서 선분  $A_1B_1$ 을 1:2로 내분하는 점을  $P_1$ , 선분  $B_1C_1$ 을 2:1로 내분하는 점을  $Q_1$ 이라 하자. 선분  $A_1D_1$  위의 점  $A_2$ , 선분  $P_1Q_1$  위의 두 점  $B_2, C_2$ , 선분  $C_1D_1$  위의 점  $D_2$ 를 네 꼭짓점으로 하는 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 의 내부와 삼각형  $P_1B_1Q_1$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에서 선분  $A_2B_2$ 를 1:2로 내분하는 점을  $P_2$ , 선분  $B_2C_2$ 를 2:1로 내분하는 점을  $Q_2$ 라 하자. 선분  $A_2D_2$  위의 점  $A_3$ , 선분  $P_2Q_2$  위의 두 점  $B_3, C_3$ , 선분  $C_2D_2$  위의 점  $D_3$ 을 네 꼭짓점으로 하는 정사각형  $A_3B_3C_3D_3$ 을 그리고 정사각형  $A_3B_3C_3D_3$ 의 내부와 삼각형  $P_2B_2Q_2$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$  번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{375}{49}$                       ②  $\frac{400}{49}$                       ③  $\frac{425}{49}$
- ④  $\frac{450}{49}$                       ⑤  $\frac{475}{49}$

20.  $-1$ 과  $1$ 을 제외한 모든 실수  $x$ 에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x) = -f(x)$ 이다.
- (나)  $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = f(1) = -1$ 이고  $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = 1$ 이다.
- (다)  $x \neq 1$ 인 모든 양수  $x$ 에 대하여  $f'(x) < 0$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기> —
- ㄱ. 함수  $f(x)$ 의 그래프는 직선  $y=x$ 와 한 점에서 만난다.
  - ㄴ. 함수  $f(x)$ 의 그래프는  $x$ 축과 세 점에서 만난다.
  - ㄷ.  $f'(\alpha) = -1$ 인 실수  $\alpha$ 가 적어도 두 개 존재한다.

- ① ㄱ                                      ② ㄴ                                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                                  ⑤ ㄴ, ㄷ

21. 자연수  $n$ 에 대하여 다음과 같이 모든 자연수를 작은 것 부터  $n$  행에  $n$  개씩 차례로 나열하였다. 이때  $n$  행에 있는  $n$  의 배수를  $a_n$ 이라 하자. 예를 들어  $a_2 = 2, a_5 = 15$ 이다.

1 행	1					
2 행	2	3				
3 행	4	5	6			
4 행	7	8	9	10		
5 행	11	12	13	14	15	
6 행	16	17	18	19	20	21
⋮		⋮				⋮

수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 4800                      ② 4820                      ③ 4840  
 ④ 4860                      ⑤ 4880

**단답형**

22. 다항식  $(1+x)^n$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수가 45일 때, 자연수  $n$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 집합  $A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ 에 대하여 1을 반드시 포함하고 원소의 개수가 4개 이하인 집합  $A$ 의 부분집합의 개수를 구하시오. [3점]

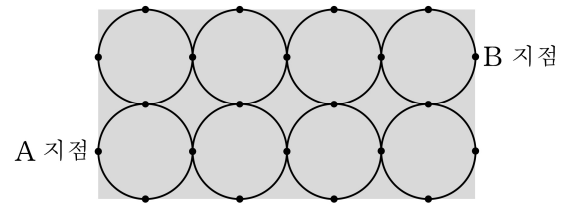
24. 함수  $f(x) = x^3$ 의 그래프를  $x$ 축 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축 방향으로  $b$ 만큼 평행이동시켰더니 함수  $y = g(x)$ 의 그래프가 되었다.

$$g(0) = 0 \text{이고 } \int_a^{3a} g(x) dx - \int_0^{2a} f(x) dx = 32$$

일 때,  $a^4$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 한 변의 길이가  $12\sqrt{3}$ 인 정삼각형과 그 정삼각형에 내접하는 원으로 이루어진 도형이 있다. 이 도형에서 정삼각형의 각 변의 길이가 매초  $3\sqrt{3}$ 씩 늘어남에 따라 원도 정삼각형에 내접하면서 반지름의 길이가 늘어난다. 정삼각형의 한 변의 길이가  $24\sqrt{3}$ 이 되는 순간, 정삼각형에 내접하는 원의 넓이의 시간(초)에 대한 변화율이  $a\pi$ 이다. 이때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 직사각형 모양의 잔디밭에 산책로가 만들어져 있다. 이 산책로는 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 원 8개가 서로 외접하고 있는 형태이다.



A 지점에서 출발하여 산책로를 따라 최단 거리로 B 지점에 도착하는 경우의 수를 구하시오. (단, 원 위에 표시된 점은 원과 직사각형 또는 원과 원의 접점을 나타낸다.) [4점]

27. 충전된 전하량이  $Q_0$  인 축전기에 전구를 연결한 지  $t$  초 후에 남아 있는 전하량을  $Q_t$  라 하면

$$\log Q_t - \log Q_0 = kt \quad (\text{단, } k \text{ 는 상수})$$

가 성립한다. 충전된 전하량이  $Q_0$  인 축전기에 전구를 연결

한 지  $a$  초 후에 남아 있는 전하량은  $\frac{1}{4}Q_0$  이고, 충전된 전

하량이  $Q_0$  인 축전기에 전구를 연결한 지  $b$  초 후에 남아 있

는 전하량은  $\frac{1}{10}Q_0$  이다. 충전된 전하량이  $Q_0$  인 축전기에

전구를 연결한 지  $2a+b$  초 후에 남아 있는 전하량은  $\frac{Q_0}{p}$

이다. 상수  $p$  의 값을 구하시오. (단, 전하량의 단위는 쿨롱 (C)이다.) [4점]

28. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$  가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수  $x$  에 대하여  $1 \leq f'(x) \leq 3$  이다.
- (나) 모든 정수  $n$  에 대하여 함수  $y=f(x)$  의 그래프는 점  $(4n, 8n)$ , 점  $(4n+1, 8n+2)$ , 점  $(4n+2, 8n+5)$ , 점  $(4n+3, 8n+7)$  을 모두 지난다.
- (다) 모든 정수  $k$  에 대하여 닫힌구간  $[2k, 2k+1]$  에서 함수  $f(x)$  의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

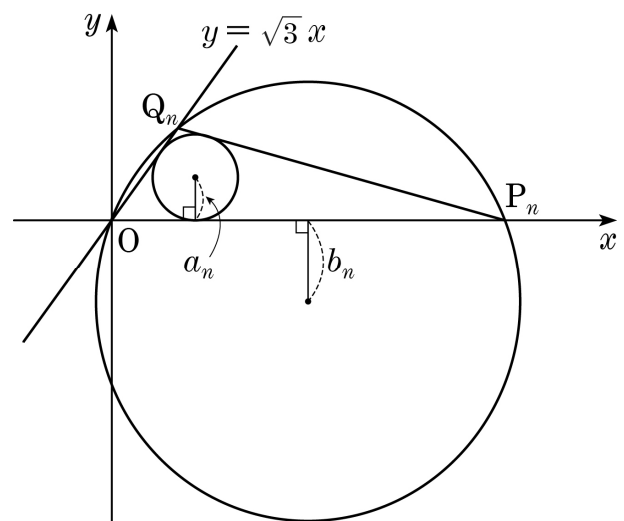
$$\int_3^6 f(x)dx = a \text{ 라 할 때, } 6a \text{ 의 값을 구하시오. [4점]}$$

29. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n k \log a_k = n^2 - n \quad (n \geq 1)$$

이 성립한다.  $\log a_m$ 의 가수가 0.9일 때,  $m$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면 위에 직선  $y = \sqrt{3}x$ 가 있다. 자연수  $n$ 에 대하여  $x$ 축 위의 점 중에서  $x$ 좌표가  $n$ 인 점을  $P_n$ , 직선  $y = \sqrt{3}x$  위의 점 중에서  $x$ 좌표가  $\frac{1}{n}$ 인 점을  $Q_n$ 이라 하자. 삼각형  $OP_nQ_n$ 의 내접원의 중심에서  $x$ 축까지의 거리를  $a_n$ , 삼각형  $OP_nQ_n$ 의 외접원의 중심에서  $x$ 축까지의 거리를  $b_n$ 이라 할 때  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = L$ 이다.  $100L$ 의 값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]



※ 확인 사항  
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.