

5지선다형

1. 함수 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 에 대하여 $(f \circ f)(10)$ 의 값은?

[2점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{9}{10}$ ③ $\frac{10}{9}$
 ④ 9 ⑤ 10

2. 한 개의 주사위를 3번 던져서 나온 눈의 수를 차례로 x, y, z 라 하자. 방정식 $x+y+z=6$ 을 만족시키는 해의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? [2점]

- ① 7 ② 10 ③ 13
 ④ 16 ⑤ 19

3. 두 실수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - a}{x - 2} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값

은? [2점]

- ① 14 ② 16 ③ 18
 ④ 20 ⑤ 22

4. 확률변수 X 가 이항분포 $B(9, p)$ 를 따르고

$\{E(X)\}^2 = V(X)$ 일 때, p 의 값은? (단, $0 < p < 1$) [3점]

- ① $\frac{1}{13}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{11}$
 ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

5. 9의 분할 중에서 홀수의 합으로만 만들어지는 서로 다른 분할의 형태의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10
- ④ 12 ⑤ 14

6. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ 의 부분집합 A 에 대하여 $f(A)$ 를 A 에 속하는 모든 원소의 합이라고 하자. U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여, <보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $f(\phi) = 0$) [3점]

— <보 기> —

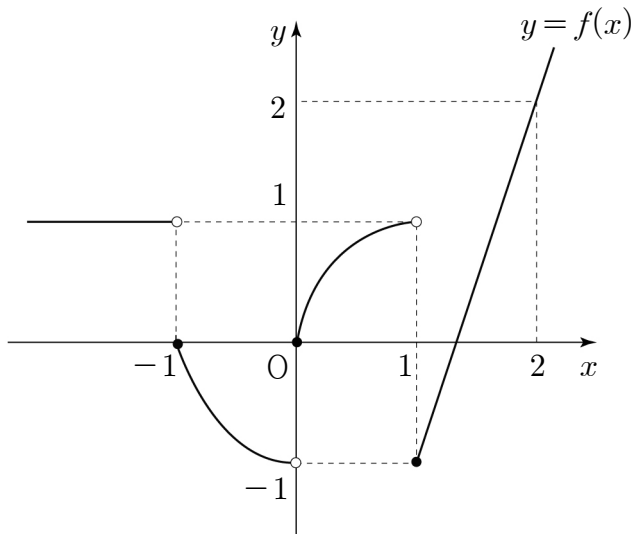
ㄱ. $f(A^c) = f(U) - f(A)$
 ㄴ. $A \subset B$ 이면, $f(A) \leq f(B)$ 이다.
 ㄷ. $f(A \cup B) = f(A) + f(B)$

- ① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + a$ 의 최솟값이 -4 일 때, 최댓값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20
- ④ 22 ⑤ 24

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

9. 어느 시험의 점수 분포가 평균 m , 분산 σ^2 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 시험에서 m 과 $m+\sigma$ 사이의 점수는 성적 '우'를 부여할 때, '우'의 성적이 나올 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

- ① 0.11 ② 0.16 ③ 0.34
④ 0.43 ⑤ 0.48

10. 곡선 $y=2x^3+ax+b$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선과 수직인 직선의 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 이다. 상수 a, b 에 대하여 a^2+b^2 의 값은? [3점]

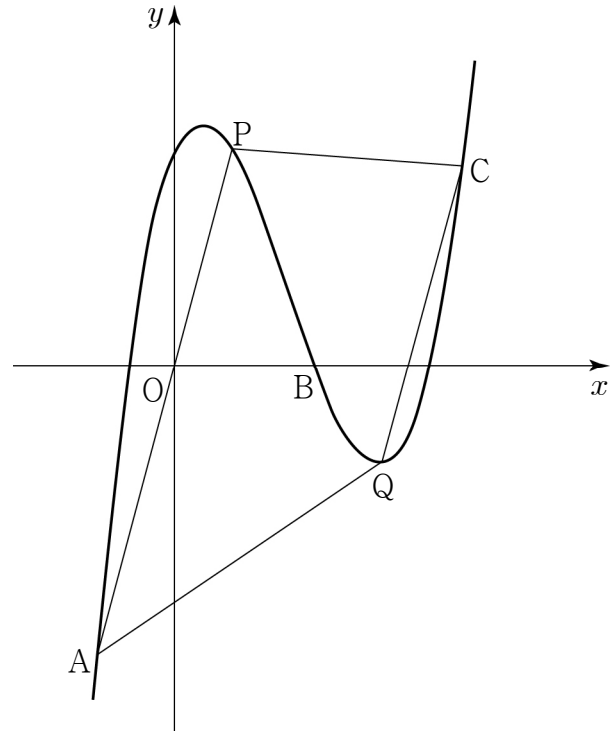
- ① 25 ② 27 ③ 29
④ 31 ⑤ 33

11. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 $a^{\log_5 16}$ 이 2^n ($n = 1, 2, 3, \dots$) 이 되도록 하는 a 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, k

번째 수를 a_k 라 하자. $\sum_{k=1}^{40} \log_5 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 185 ② 190 ③ 195
- ④ 200 ⑤ 205

12. 곡선 $y = x^3 - 5x^2 + 4x + 4$ 위에 세 점 $A(-1, -6)$, $B(2, 0)$, $C(4, 4)$ 가 있다. 곡선 위에서 두 점 A, B 사이를 움직이는 점 P 와 곡선 위에서 두 점 B, C 사이를 움직이는 점 Q 에 대하여 사각형 $AQCP$ 의 넓이가 최대가 되도록 하는 두 점 P, Q 의 x 좌표의 곱은? [3점]



- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

[13~14] 좌표평면의 원점에 점 P가 있다. 한 개의 동전을 1번 던질 때마다 다음 규칙에 따라 점 P를 이동시키는 시행을 한다.

- (가) 앞면이 나오면 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨다.
- (나) 뒷면이 나오면 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨다.

13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. 시행을 5번 한 후 점 P가 직선 $x-y=3$ 위에 있을 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$
- ② $\frac{5}{32}$
- ③ $\frac{3}{16}$
- ④ $\frac{7}{32}$
- ⑤ $\frac{1}{4}$

14. 시행을 1번 한 후 점 P가 위치할 수 있는 점들을 x 좌표가 작은 것부터 차례로 P_1, P_2 라 하고, 시행을 2번 한 후 점 P가 위치할 수 있는 점들을 x 좌표가 작은 것부터 차례로 P_3, P_4, P_5 라 하자. 예를 들어, 점 P_5 의 좌표는 $(2, 0)$ 이고 점 P_6 의 좌표는 $(0, 3)$ 이다. 이와 같은 방법으로 정해진 점 P_{100} 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a-b$ 의 값은? [4점]

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

15. 이차함수 $f(x) = x^2 + 1$ 에 대하여

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{k}{n}\right) \frac{k^2 + 2nk}{n^3}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{26}{5}$ ② $\frac{31}{5}$ ③ $\frac{36}{5}$
- ④ $\frac{41}{5}$ ⑤ $\frac{46}{5}$

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 12$ 이고,

$$\frac{a_{n+1}}{n} = \frac{2a_n}{n+1} + \frac{2^{n+1}}{n+1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여
 $(n+1)a_{n+1} = 2na_n + n \cdot 2^{n+1}$
 이다. $b_n = \frac{n}{2^n} a_n$ 이라 하면
 $b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$ 이고
 $b_1 = \boxed{\text{(나)}}$ 이므로
 $b_n = \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 1)$ 이다.
 그러므로
 $a_n = \frac{2^n}{n} \times \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 1)$ 이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고, (나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(p) + g(p)$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21
- ④ 24 ⑤ 27

17. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 1, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = k$$

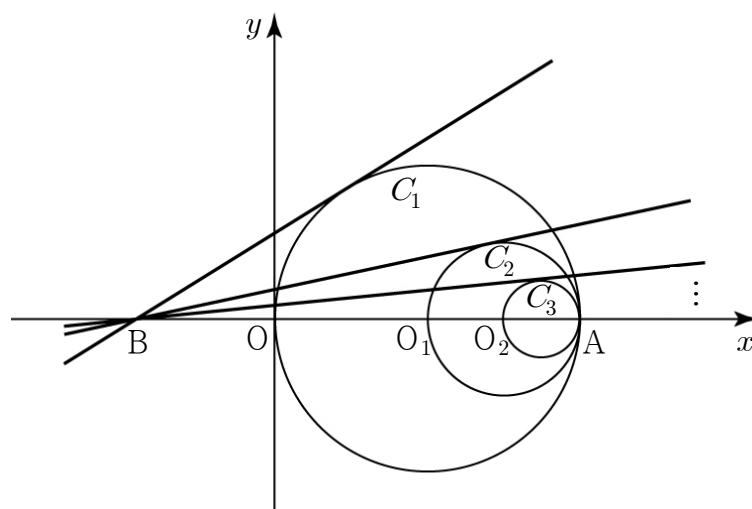
를 만족시키고, 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 2) \\ 2-x & (x > 2) \end{cases}$$

이다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 가 $x=2$ 에서 연속이 되도록 하는 상수 k 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

18. 그림과 같이 좌표평면에 원 $C_1 : (x-1)^2 + y^2 = 1$ 과 점 $A(2, 0)$ 이 있다. 원 C_1 의 중심을 O_1 이라 하고, 선분 O_1A 를 지름으로 하는 원을 C_2 라 하자. 원 C_2 의 중심을 O_2 라 하고, 선분 O_2A 를 지름으로 하는 원을 C_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 원을 C_n 이라 하자. 점 $B(-1, 0)$ 에서 원 C_n 에 그은 접선의 기울기를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n a_n$ 의 값은? (단, $a_n > 0$ 이다.) [4점]



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

19. 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = \int_0^x (t-a)(t-b)dt$ 가

다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- (가) 함수 $f(x)$ 는 $x = \frac{1}{2}$ 에서 극값을 갖는다.
- (나) $f(a) - f(b) = \frac{1}{6}$

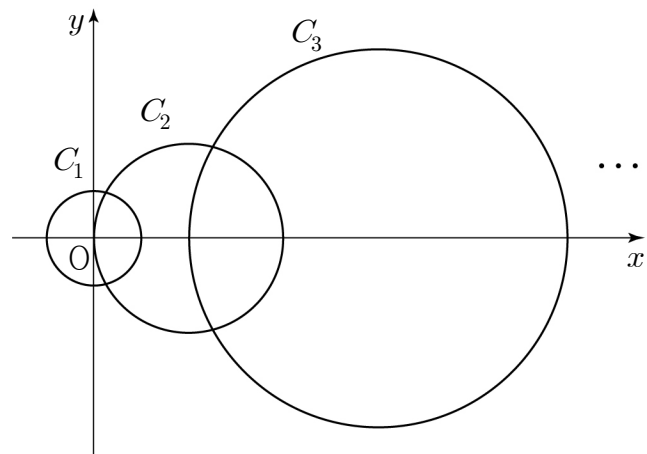
- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

20. 자연수 n 에 대하여 중심이 x 축 위에 있고 반지름의 길이가 r_n 인 원 C_n 을 다음과 같은 규칙으로 그린다.

- (가) 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 C_1 을 그린다.
- (나) 원 C_{n-1} 의 중심을 x 축의 방향으로 $2r_{n-1}$ 만큼 평행이동시킨 점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $2r_{n-1}$ 인 원 C_n 을 그린다. ($n = 2, 3, 4, \dots$)

원 C_n 의 중심을 $(a_n, 0)$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{r_n}$ 의 값은?

[4점]



- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{5}{2}$

21. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(0) < f(2)$ 인 사차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(2+x) = f(2-x)$ 를 만족시킨다. 방정식 $f(|x|) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [4점]
- ① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

단답형

22. 수열 $\{a_n\}$ 과 공차가 3 인 등차수열 $\{b_n\}$ 에 대하여
- $$b_n - a_n = 2n$$
- 이 성립한다. $a_{10} = 11$ 일 때, b_5 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 가 점(2, 1) 에 대하여 대칭이고 점 (3, 3) 을 지난다. 폐구간 $[-1, 1]$ 에서 이 함수의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하면 $3M - m$ 의 값은? [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

24. $10 < x < 100$ 인 x 에 대하여 $\log \sqrt{x}$ 의 가수가 $\log \frac{1}{x}$ 의 가수의 5 배이다. $\log x = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

25. 어떤 모집단에서 임의로 100명을 추출하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\left[\frac{1}{10} - c, \frac{1}{10} + c \right]$ 이었다. 같은 모집단에서 n 명을 임의로 추출하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\left[\frac{1}{9} - s(n), \frac{1}{9} + s(n) \right]$ 이고 $s(n) = \frac{50}{81}c$ 이다. n 의 값을 구하시오. [3점]

26. 화학 퍼텐셜 이론에 의하면 절대온도 $T(K)$ 에서 이상 기체의 압력을 P_1 (기압)에서 P_2 (기압)으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 $E(kJ/mol)$ 이라 하면 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$E = RT \log_a \frac{P_2}{P_1} \quad (\text{단, } a, R \text{는 } 1 \text{이 아닌 양의 상수이다.})$$

절대온도 300K에서 이상 기체의 압력을 1기압에서 16기압으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 E_1 , 절대온도 240K에서 이상 기체의 압력을 1기압에서 x 기압으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 E_2 라 하자. $E_1 = E_2$ 를 만족시키는 x 의 값을 구하시오.

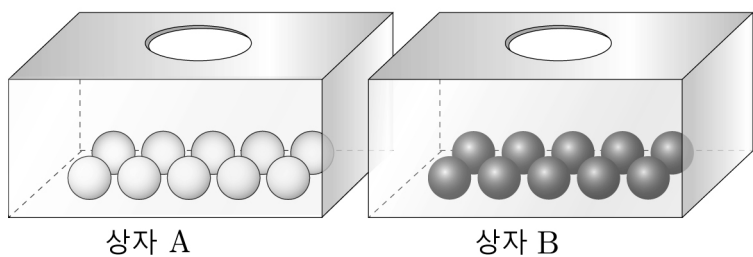
[4점]

27. 상자 A에는 흰 공 10개, 상자 B에는 검은 공 10개가 들어 있다. 다음과 같이 [실행 1]부터 [실행 3]까지 할 때, 상자 B의 흰 공의 개수가 홀수일 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

[실행 1] 상자 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 B에 넣는다.

[실행 2] 상자 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 A에 넣는다.

[실행 3] 상자 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 B에 넣는다.



28. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

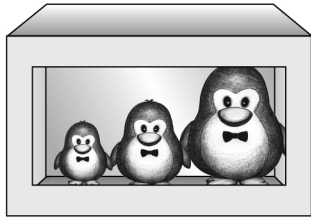
(가) $f(-x) = f(x)$

(나) $f(x+2) = f(x)$

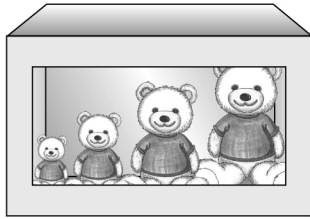
(다) $\int_{-1}^1 (2x+3)f(x) dx = 15$

$\int_{-6}^{10} f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 크기가 서로 다른 3개의 펭귄 인형과 4개의 곰 인형이 두 상자 A, B에 왼쪽부터 크기가 작은 것에서 큰 것 순으로 담겨져 있다.



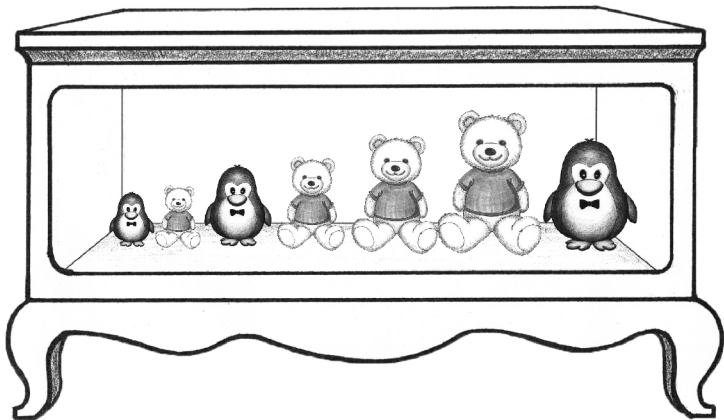
상자 A



상자 B

다음 조건을 만족시키도록 상자 A, B의 모든 인형을 일렬로 진열하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 같은 상자에 담겨있는 인형은 왼쪽부터 크기가 작은 것에서 큰 것 순으로 진열한다.
- (나) 상자 A의 왼쪽에서 두 번째 펭귄 인형은 상자 B의 왼쪽에서 두 번째 곰 인형보다 왼쪽에 진열한다.

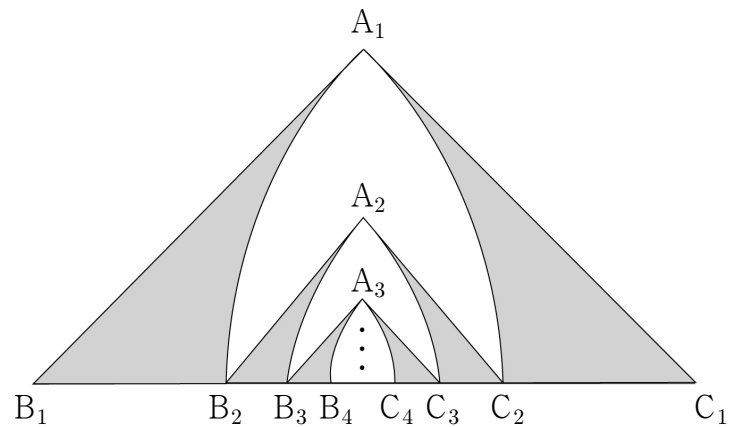


30. 그림과 같이 길이가 4인 선분 B_1C_1 을 빗변으로 하고 $\angle B_1A_1C_1 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_1B_1C_1$ 을 그린다. $\overline{B_1A_1} = \overline{B_1C_2}$ 이고 $\overline{C_1A_1} = \overline{C_1B_2}$ 인 선분 B_1C_1 위의 두 점 C_2 와 B_2 에 대하여 부채꼴 $B_1A_1C_2$ 와 부채꼴 $C_1A_1B_2$ 를 그린 후 생긴 \triangle 모양에 색칠하고 그 넓이를 S_1 이라 하자. 선분 B_2C_2 를 빗변으로 하고 삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 내부의 점 A_2 에 대하여 $\angle B_2A_2C_2 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그린다. $\overline{B_2A_2} = \overline{B_2C_3}$ 이고 $\overline{C_2A_2} = \overline{C_2B_3}$ 인 선분 B_2C_2 위의 두 점 C_3 과 B_3 에 대하여 부채꼴 $B_2A_2C_3$ 과 부채꼴 $C_2A_2B_3$ 을 그린 후 생긴 \triangle 모양에 색칠하고 그 넓이를 S_2 라 하자. 선분 B_3C_3 을 빗변으로 하고 삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 내부의 점 A_3 에 대하여 $\angle B_3A_3C_3 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_3B_3C_3$ 을 그린다. $\overline{B_3A_3} = \overline{B_3C_4}$ 이고 $\overline{C_3A_3} = \overline{C_3B_4}$ 인 선분 B_3C_3 위의 두 점 C_4 와 B_4 에 대하여 부채꼴 $B_3A_3C_4$ 와 부채꼴 $C_3A_3B_4$ 를 그린 후 생긴 \triangle 모양에 색칠하고 그 넓이를 S_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 얻은 S_n 에 대하여

$$\frac{1}{4-\pi} \sum_{n=1}^{\infty} S_n = a + \sqrt{b} \quad (a, b \text{는 정수})$$

일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



- ※ 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.