# 수리 영역(나형)

제 2 교시

홀수형

**5지선다형**

*1.* $\log_2 24 - \log_2 3$ 의 값은? [2점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

*2.* $\lim_{x \to 0} \frac{x^2 + 11x}{x}$ 의 값은? [2점]

① 10　② 11　③ 12　④ 13　⑤ 14

*3.* 두 사건 $A$, $B$에 대하여

$$\mathrm{P}(A) = \frac{1}{4},\ \mathrm{P}(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $\mathrm{P}(B|A)$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{6}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{1}{2}$　④ $\frac{2}{3}$　⑤ $\frac{5}{6}$

*4.* 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$에 대하여 $\lim_{n \to \infty} a_n = 5$, $\lim_{n \to \infty}(b_n - 4) = 0$ 이 성립할 때, $\lim_{n \to \infty} a_n b_n$의 값은? [3점]

① 16　② 17　③ 18　④ 19　⑤ 20

**5.** 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제$n$항까지의 합 $S_n$이

$$S_n = n + 2^n$$

일 때, $a_6$의 값은? [3점]

① 31 ② 33 ③ 35
④ 37 ⑤ 39

**6.** 세 정수 $a$, $b$, $c$에 대하여

$$1 \le |a| \le |b| \le |c| \le 5$$

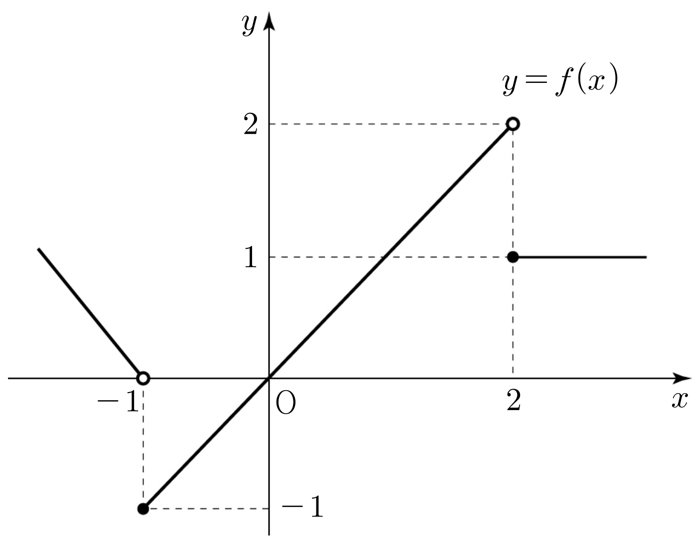
를 만족시키는 모든 순서쌍 $(a, b, c)$의 개수는? [3점]

① 360 ② 320 ③ 280
④ 240 ⑤ 200

**7.** 원소의 개수가 6인 집합을 공집합이 아닌 두 개의 부분집합으로 분할하는 경우의 수는? [3점]

① 31 ② 32 ③ 33
④ 34 ⑤ 35

**8.** 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.




$\lim_{x \to -1-0} f(x) + \lim_{x \to 2+0} f(x)$의 값은? [3점]

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$
④ $1$ ⑤ $2$

**9.** 다항식 $(1+3x)^5$의 전개식에서 $x^3$의 계수는? [3점]

① 180 ② 210 ③ 240
④ 270 ⑤ 300

**10.** 함수 $f(x)=x^3-9x$의 그래프와 $x$축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{77}{2}$ ② 39 ③ $\frac{79}{2}$
④ 40 ⑤ $\frac{81}{2}$

*11.* 닫힌구간 $[0,\ 1]$의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 $X$의 확률밀도함수가

$$f(x)=kx(1-x^3) \quad (0\le x\le 1)$$

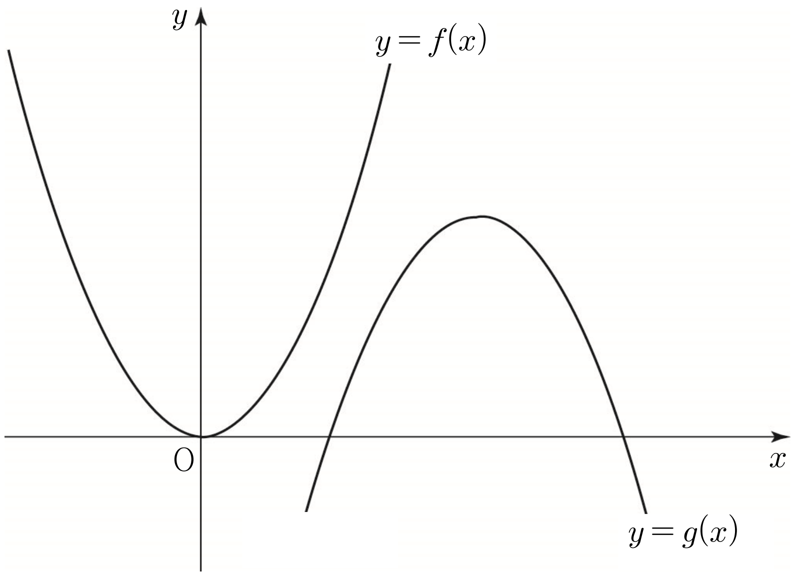
일 때, $24k$의 값은? (단, $k$는 상수이다.) [3점]

① 10 ② 20 ③ 40
④ 60 ⑤ 80

*12.* 삼차방정식 $x^3+3x^2-9x+4-k=0$이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 모든 정수 $k$의 개수는? [3점]

① 28 ② 31 ③ 34
④ 37 ⑤ 40

**[13~14]** 두 함수 $f(x)=x^2$과 $g(x)=-(x-3)^2+k$ $(k>0)$에 대하여 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.




**13.** 직선 $y=k$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 두 점을 A, B라 하고, 함수 $y=g(x)$의 꼭짓점을 C라 하자. 세 점 A, B, C의 $x$좌표가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 상수 $k$의 값은? (단, A는 제2사분면 위의 점이다.) [3점]

① 1　② $\frac{5}{4}$　③ $\frac{3}{2}$　④ $\frac{7}{4}$　⑤ 2

**14.** 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 P$(1, 1)$에서의 접선을 $l$이라 하자. 직선 $l$에 곡선 $y=g(x)$가 접할 때의 접점을 Q, 곡선 $y=g(x)$와 $x$축이 만나는 두 점을 각각 R, S라 할 때, 삼각형 QRS의 넓이는? [4점]

① 4　② $\frac{9}{2}$　③ 5　④ $\frac{11}{2}$　⑤ 6

**15.** 두 실수 $x$, $y$에 대하여 $xy>0, x+y=3$일 때, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ 의 최솟값은? [4점]

① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$

④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

**16.** 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 $x$에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = xf(x) - 3x^4 + 2x^2$$

을 만족시킬 때, $f(0)$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3

④ 4 ⑤ 5

**17.** 총 공기흡인량이 $V(\text{m}^3)$이고 공기 포집 전후 여과지의 질량 차가 $W(\text{mg})$일 때의 공기 중 먼지 농도 $C(\mu\text{g}/\text{m}^3)$는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$\log C = 3 - \log V + \log W \ (W > 0)$$

A 지역에서 총 공기흡인량이 $V_0$이고 공기 포집 전후 여과지의 질량 차가 $W_0$일 때의 공기 중 먼지 농도를 $C_A$, B 지역에서 총 공기흡인량이 $\frac{1}{9}V_0$이고 공기 포집 전후 여과지의 질량 차가 $\frac{1}{27}W_0$일 때의 공기 중 먼지 농도를 $C_B$라 하자. $C_A = kC_B$를 만족시키는 상수 $k$의 값은? (단, $W_0 > 0$) [4점]

① $\sqrt{3}$ ② $3$ ③ $3\sqrt{3}$
④ $9$ ⑤ $9\sqrt{3}$

**18.** 그림과 같이 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 한 면에만 각각 적혀 있는 6장의 카드가 일렬로 놓여 있다. 주사위 한 개를 던져서 나온 눈의 수가 2이하이면 가장 작은 숫자가 적혀 있는 카드 1장을 뒤집고, 3이상이면 가장 작은 숫자가 적혀 있는 카드부터 차례로 2장의 카드를 뒤집는 시행을 한다. 3번째 시행에서 4가 적혀 있는 카드가 뒤집어질 확률은? (단, 모든 카드는 한 번만 뒤집는다.) [4점]

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{13}{27}$ ③ $\frac{14}{27}$
④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{16}{27}$

**19.** A 조사 기관에서는 어느 교양 프로그램에 대한 시청률을 전국의 학생을 대상으로 조사하기로 하였다. 전국의 학생 중에서 400명을 임의추출하여 그 교양 프로그램을 시청한 학생 수를 조사하였더니 80명이었다. 이 교양 프로그램에 대한 시청률을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간의 길이는? (단, $Z$가 표준정규분포를 따를 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 2) = 0.95$이다.) [4점]

① 0.02 ② 0.04 ③ 0.06 ④ 0.08 ⑤ 0.1

**20.** 다음은 수열 $\{a_n\}$의 일반항 $a_n$이 $a_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$일 때, $n \ge 2$인 모든 자연수 $n$에 대하여 등식

$$n + a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} = n a_n \quad \cdots\cdots (\bigstar)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n = 2$일 때,
(좌변)$= 2 + a_1 = 3$, (우변)$= 2a_2 = 2(1 + \boxed{(가)}) = 3$
이므로 ($\bigstar$)이 성립한다.
(ii) $n = m\,(m \ge 2)$일 때 ($\bigstar$)이 성립한다고 가정하면
$m + a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{m-1} = m a_m$이므로
$(m+1) + a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{m-1} + a_m$
$= m a_m + \boxed{(나)}$
$= (m+1)(a_{m+1} - \boxed{(다)}) + 1$
$= (m+1) a_{m+1}$
이다. 따라서 $n = m+1$일 때도 ($\bigstar$)이 성립한다.
그러므로 (i), (ii)에 의하여 $n \ge 2$인 모든 자연수 $n$에 대하여 $n + a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} = n a_n$이 성립한다.

위의 증명에서 (가)에 알맞은 수를 $p$, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $\frac{p \times f(3)}{g(11)}$의 값은? [4점]

① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

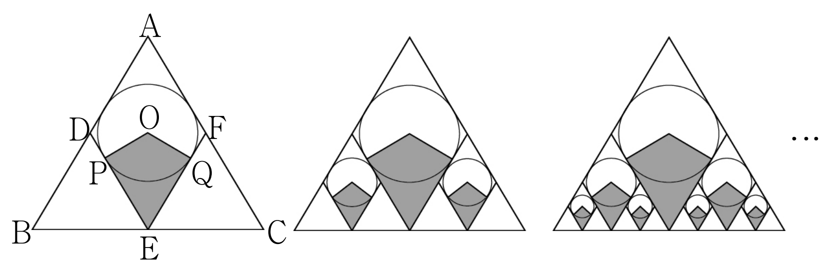
**21.** 그림과 같이 한 변의 길이가 8인 정삼각형 ABC가 있다. 세 선분 AB, BC, CA의 중점을 각각 D, E, F라 하고 두 정삼각형 BED, ECF를 그린 후 마름모 ADEF에 중심이 O인 원을 내접하도록 그린다. 원과 두 선분 DE, EF의 접점을 각각 P, Q라 할 때, 사각형 OPEQ를 그리고 색칠하여 얻은 그림을 $R_1$이라 하자.

그림 $R_1$에서 새로 그려진 두 개의 정삼각형의 내부에 그림 $R_1$을 얻은 것과 같은 방법으로 두 개의 사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 $R_2$라 하자.

그림 $R_2$에서 새로 그려진 네 개의 정삼각형의 내부에 그림 $R_1$을 얻은 것과 같은 방법으로 네 개의 사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 $R_3$이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 $n$번째 얻은 그림 $R_n$에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 $S_n$이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

[4점]




$R_1$ $R_2$ $R_3$ …

① $6\sqrt{3}$ ② $\frac{13}{2}\sqrt{3}$ ③ $7\sqrt{3}$

④ $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

**단답형**

**22.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{84}{(2n+1)(2n+3)}$의 값을 구하시오. [3점]

**23.** 한 개의 주사위를 4번 던질 때 6의 약수의 눈이 2번 나올 확률을 $p_1$이라 하고, 한 개의 동전을 3번 던질 때 동전의 앞면이 2번 나올 확률을 $p_2$라 하자. $\frac{1}{p_1 p_2}$의 값을 구하시오.

[3점]

**24.** 자연수 $k$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\log k$의 지표는 5이다.
>
> (나) $\log \frac{\sqrt{k}}{7}$ 의 가수는 0이다.

$\frac{k}{1000}$ 의 값을 구하시오. [3점]

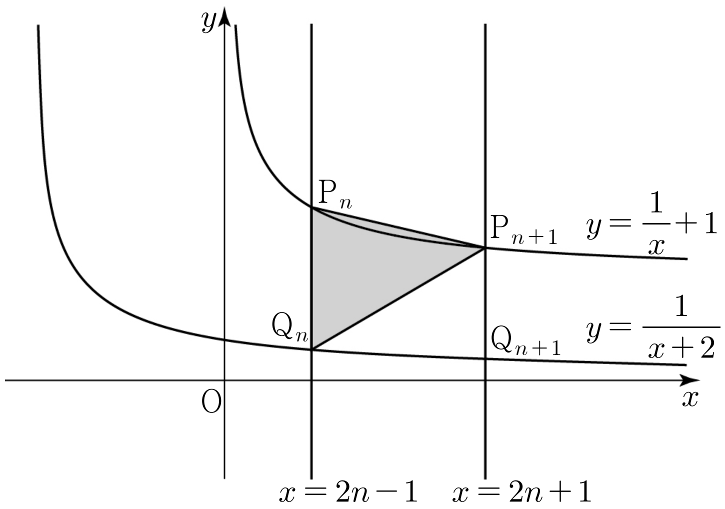
**25.** 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여함수 $g(x)=|f(x)|$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $g(x)$는 $x=1$에서 미분가능하고 $g(1)=g'(1)$이다.
>
> (나) $g(x)$는 $x=-1,\ x=0,\ x=1$에서 극솟값을 갖는다.

$g(2)$의 값을 구하시오. [3점]

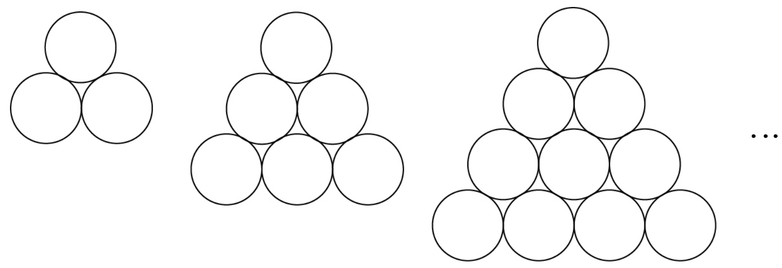
**26.** 100명의 학생을 대상으로 세 문제 $a$, $b$, $c$를 풀게 하였다. 문제 $a$를 맞힌 학생의 집합을 $A$, 문제 $b$를 맞힌 학생의 집합을 $B$, 문제 $c$를 맞힌 학생의 집합을 $C$라 할 때, $n(A)=40$, $n(B)=35$, $n(C)=52$, $n(A\cap B)=15$, $n(A\cap C)=10$, $n(A^C\cap B^C\cap C^C)=7$이다. 세 문제 중 두 문제 이상을 맞힌 학생 수의 최솟값을 구하시오. [4점]

**27.** 자연수 $n$에 대하여 그림과 같이 직선 $x=2n-1$과 두 곡선 $y=\frac{1}{x}+1$, $y=\frac{1}{x+2}$의 교점을 각각 $\mathrm{P}_n$, $\mathrm{Q}_n$이라 하고, 직선 $x=2n+1$과 두 곡선 $y=\frac{1}{x}+1$, $y=\frac{1}{x+2}$의 교점을 각각 $\mathrm{P}_{n+1}$, $\mathrm{Q}_{n+1}$이라 하자. 삼각형 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_{n+1}$의 넓이를 $S_n$이라 할 때, $\sum_{n=1}^{8} S_n=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, $p$, $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]




**28.** 다음 [단계]에 따라 반지름의 길이가 같은 원들을 외접하도록 그린다.

> [단계 1] 3개의 원을 외접하게 그려서 <그림 1>을 얻는다.
> [단계 2] <그림 1>의 아래에 3개의 원을 외접하게 그려서 <그림 2>를 얻는다.
> [단계 3] <그림 2>의 아래에 4개의 원을 외접하게 그려서 <그림 3>을 얻는다.
>
> ⋮
>
> [단계 $m$] <그림 $m-1$>의 아래에 $(m+1)$개의 원을 외접하게 그려서 <그림 $m$>을 얻는다. $(m \geq 2)$



<그림 1> <그림 2> <그림 3> ⋯

<그림 $n$>에 그려진 원의 모든 접점의 개수를 $a_n$ $(n=1,2,3,\cdots)$이라 하자. 예를 들어, $a_1=3$, $a_2=9$이다. $a_{10}$의 값을 구하시오. [4점]

**29.** 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $\int_0^3 f(x)\,dx$의 최솟값을 $m$이라 할 때, $4m$의 값을 구하시오. [4점]

> (가) $f(0)=0$
> (나) 모든 실수 $x$에 대하여 $f'(2-x)=f'(2+x)$이다.
> (다) 모든 실수 $x$에 대하여 $f'(x) \geq -3$이다.

**30.** 검은 바둑돌 ●과 흰 바둑돌 ○을 일렬로 나열하였을 때 이웃한 두 개의 바둑돌의 색이 나타날 수 있는 유형은

| ●● | ●○ | ○● | ○○ |
|---|---|---|---|
| <A형> | <B형> | <C형> | <D형> |

으로 4가지이다.

예를 들어, 6개의 바둑돌을 <A형> 2번, <B형> 1번, <C형> 1번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는 아래와 같이 5이다.

●●○○●●
○●●●○○
○○●●●○
●●●○○●
●○○●●●

10개의 바둑돌을 <A형> 4번, <B형> 2번, <C형> 2번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 검은 바둑돌과 흰 바둑돌은 각각 10개 이상씩 있다.) [4점]

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.