

5지선다형

1.  $\sqrt{2} \times 8^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2                      ②  $2\sqrt{2}$                       ③ 4  
 ④  $4\sqrt{2}$                       ⑤ 8

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{3^n + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 0                      ② 1                      ③ 2  
 ④ 3                      ⑤ 4

3. 유리함수  $f(x) = \frac{1}{x+2} + a$ 의 그래프의 점근선의 방정식이

$x = b, y = 3$ 일 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a - b$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

4. 모든 항이 실수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2^3 = 8,$

$a_3 = 4$ 일 때,  $a_5$ 의 값은? [3점]

- ① 4                      ②  $4\sqrt{2}$                       ③ 8  
 ④  $8\sqrt{2}$                       ⑤ 16

5. 공사건이 아닌 두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이고  $P(A|B) = \frac{1}{3}$ 일 때,  $P(A^C)$ 의 값은? (단,  $A^C$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{2}{3}$                       ②  $\frac{7}{12}$                       ③  $\frac{1}{2}$
- ④  $\frac{5}{12}$                       ⑤  $\frac{1}{3}$

6. 함수  $f(x) = x^2 + ax$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{2h} = 6$

일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 10                      ② 11                      ③ 12
- ④ 13                      ⑤ 14

7. 어느 고등학교의 학생 중에서 자전거를 타고 등교하는 학생의 비율은 25%라고 한다. 이 고등학교의 학생 중에서 300명을 임의로 추출할 때, 그 중 자전거를 타고 등교하는 학생의 비율이  $\alpha\%$  이상일 확률은 0.0228이다. 이때, 오른쪽 표준정규 분포표를 이용하여 구한  $\alpha$ 의 값은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 29                      ② 30                      ③ 31
- ④ 32                      ⑤ 33

8. 곡선  $y = x^3 - 2x^2 + k$ 와 직선  $y = k$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단,  $k$ 는 상수이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$                       ②  $\frac{2}{3}$                       ③ 1  
 ④  $\frac{4}{3}$                       ⑤  $\frac{5}{3}$

9. 어느 회사에서 생산된 야구공의 무게는 평균이 144.9g, 표준편차가 6g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산된 야구공 중 임의로 선택한 야구공 9개 무게의 표본평균이 141.7g 이상 148.9g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

- ① 0.9165                      ② 0.9224                      ③ 0.9267  
 ④ 0.9282                      ⑤ 0.9413

10. 원  $x^2 + y^2 = t^2$ 과 직선  $y = 1$ 이 만나는 점의 개수를  $f(t)$ 라 하자. 함수  $(x+k)f(x)$ 가 구간  $(0, \infty)$ 에서 연속일 때,  $f(1)+k$ 의 값은? (단,  $k$ 는 상수이다.) [3점]

- ① -2                      ② -1                      ③ 0  
 ④ 1                      ⑤ 2

11. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$n = 2^p \times q \text{ (} p \text{는 음이 아닌 정수, } q \text{는 홀수)}$$

일 때,  $a_n = p$ 이다. 예를 들어,  $20 = 2^2 \times 5$ 이므로  $a_{20} = 2$ 이다.  $a_m = 1$ 일 때,

$a_m + a_{2m} + a_{3m} + a_{4m} + a_{5m} + a_{6m} + a_{7m} + a_{8m} + a_{9m} + a_{10m}$ 의 값은? [3점]

- ① 15                      ② 16                      ③ 17
- ④ 18                      ⑤ 19

12. 어떤 약물을 사람의 정맥에 일정한 속도로 주입하기 시작한 지  $t$ 분 후 정맥에서의 약물 농도가  $C$ (ng/mL)일 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

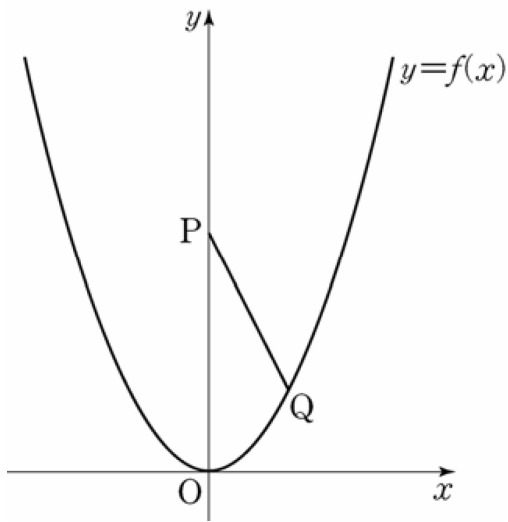
$$\log(10 - C) = 1 - kt$$

(단,  $C < 10$  이고,  $k$ 는 양의 상수이다.)

이 약물을 사람의 정맥에 일정한 속도로 주입하기 시작한 지 30분 후 정맥에서의 약물 농도는 2 ng/mL 이고, 주입하기 시작한 지 60분 후 정맥에서의 약물 농도가  $a$ (ng/mL)일 때,  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 3                      ② 3.2                      ③ 3.4
- ④ 3.6                      ⑤ 3.8

[13~14] 자연수  $n$ 에 대하여 좌표가  $(0, 2n+1)$ 인 점을 P라 하고, 함수  $f(x) = nx^2$ 의 그래프 위의 점 중  $y$ 좌표가 1이고 제1사분면에 있는 점을 Q라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13.  $n=1$ 일 때, 선분 PQ와 곡선  $y=f(x)$  및  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ①  $\frac{3}{2}$                       ②  $\frac{19}{12}$                       ③  $\frac{5}{3}$   
 ④  $\frac{7}{4}$                           ⑤  $\frac{11}{6}$

14. 점 R(0, 1)에 대하여 삼각형 PRQ의 넓이를  $S_n$ , 선분 PQ의 길이를  $l_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n^2}{l_n}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{3}{2}$                       ②  $\frac{5}{4}$                       ③ 1  
 ④  $\frac{3}{4}$                       ⑤  $\frac{1}{2}$

15. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여

$$n(U) = 50, n(A \cap B) = 12, n(A^c \cap B^c) = 5$$

일 때,  $n((A-B) \cup (B-A))$ 의 값은? [4점]

- ① 30                      ② 31                      ③ 32
- ④ 33                      ⑤ 34

16. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f$ 가

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & (x=1, 2) \\ x+a & (x=3, 4) \end{cases} \quad (a \text{는 상수})$$

이고, 함수  $f$ 의 역함수  $g$ 가 존재한다.

$g^1(x) = g(x), g^{n+1}(x) = g(g^n(x))$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )라 할 때,

$a + g^{10}(2) + g^{11}(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 4                      ② 5                      ③ 6
- ④ 7                      ⑤ 8

17. 수열  $\{a_n\}$ 에서 일반항  $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$ 일 때,  $n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} = na_n \dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(1)  $n = 2$ 일 때, (\*)에서

$$\text{(좌변)} = a_1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \boxed{\text{(가)}}$$

$$\text{(우변)} = 2a_2 = \boxed{\text{(가)}}$$

(좌변) = (우변)이므로 (\*)이 성립한다.

(2)  $n = m$  ( $m \geq 2$ )일 때, (\*)이 성립한다고 가정하면

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{m-1} + \sum_{i=1}^m \frac{1}{i} = ma_m \text{이다.}$$

$n = m + 1$ 일 때, (\*)이 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_m + \sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i} \\ = \boxed{\text{(나)}} \times a_m + \frac{1}{m+1} \\ = (m+1) \left\{ a_{m+1} - \frac{1}{(m+1)^2} \right\} + \frac{1}{m+1} \\ = (m+1)a_{m+1} \end{aligned}$$

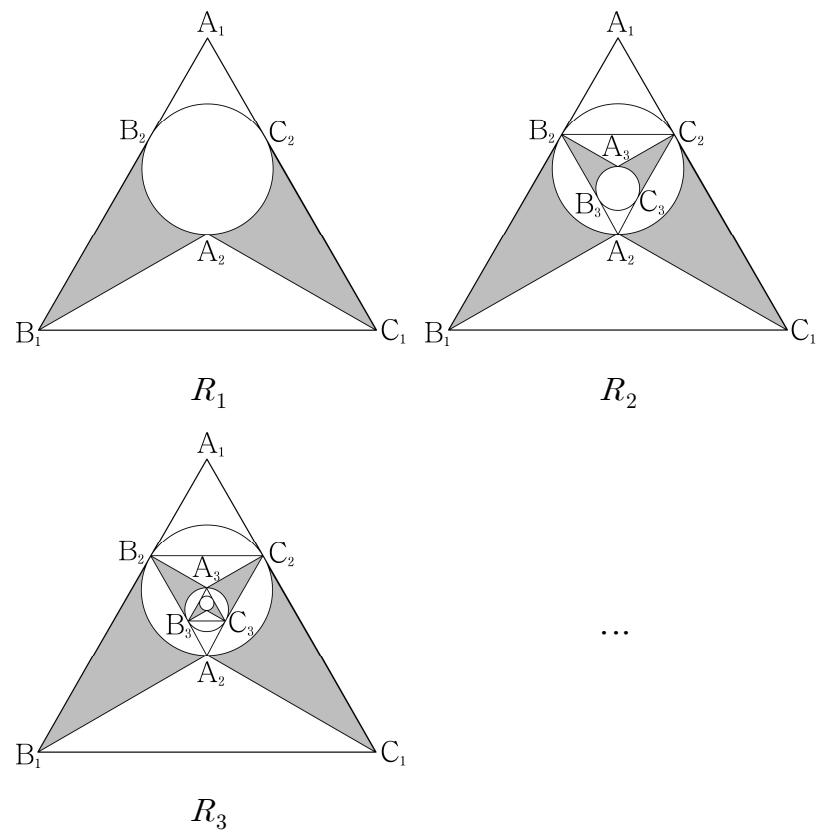
따라서  $n = m + 1$ 일 때도 (\*)이 성립한다.

(1), (2)에 의하여  $n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여 (\*)이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 수를  $p$ , (나)에 알맞은 식을  $f(m)$ 이라 할 때,  $p \times f(3)$ 의 값은? [4점]

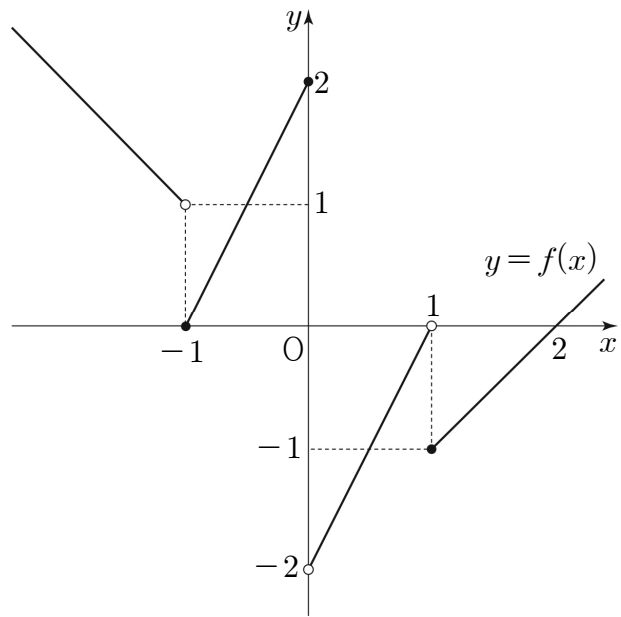
- ① 4                      ② 6                      ③ 8  
④ 10                     ⑤ 12

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 의 무게중심을  $A_2$ , 점  $A_2$ 를 지나고 원과 두 변  $A_1B_1$ ,  $A_1C_1$ 의 접점을 각각  $B_2$ ,  $C_2$ 라 하자. 호  $A_2B_2$ , 선분  $B_2B_1$ , 선분  $B_1A_2$ 와 호  $A_2C_2$ , 선분  $C_2C_1$ , 선분  $C_1A_2$ 로 둘러싸인 부분인  $\triangle$  모양의 도형을 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에서 삼각형  $A_2B_2C_2$ 의 무게중심을  $A_3$ , 점  $A_3$ 을 지나고 원과 두 변  $A_2B_2$ ,  $A_2C_2$ 의 접점을 각각  $B_3$ ,  $C_3$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에 호  $A_3B_3$ , 선분  $B_3B_2$ , 선분  $B_2A_3$ 과 호  $A_3C_3$ , 선분  $C_3C_2$ , 선분  $C_2A_3$ 으로 둘러싸인 부분인  $\triangle$  모양의 도형을 색칠하고 추가하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 그림  $R_2$ 에서 삼각형  $A_3B_3C_3$ 의 무게중심을  $A_4$ , 점  $A_4$ 를 지나고 원과 두 변  $A_3B_3$ ,  $A_3C_3$ 의 접점을 각각  $B_4$ ,  $C_4$ 라 하자. 그림  $R_2$ 에 호  $A_4B_4$ , 선분  $B_4B_3$ , 선분  $B_3A_4$ 와 호  $A_4C_4$ , 선분  $C_4C_3$ , 선분  $C_3A_4$ 로 둘러싸인 부분인  $\triangle$  모양의 도형을 색칠하고 추가하여 얻은 그림을  $R_3$ 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림을  $R_n$ , 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{1}{16}(21\sqrt{3} - 4\pi)$                       ②  $\frac{1}{16}(7\sqrt{3} - 2\pi)$   
③  $\frac{1}{8}(21\sqrt{3} - 4\pi)$                         ④  $\frac{1}{8}(7\sqrt{3} - 2\pi)$   
⑤  $\frac{1}{8}(21\sqrt{3} - 2\pi)$

19. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



- <보 기>
- ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow +0} \{f(x) + f(-x)\} = 0$
  - ㄴ.  $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(f(x)) = 1$
  - ㄷ. 함수  $\{f(x-1)\}^2$ 은  $x=1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 함수  $f(x) = x^3 + 3x^2$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 정수  $a$ 의 최댓값을  $M$ 이라 할 때,  $M^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 점  $(-4, a)$ 를 지나고 곡선  $y=f(x)$ 에 접하는 직선이 세 개 있다.
- (나) 세 접선의 기울기의 곱은 음수이다.

- ① 4
- ② 9
- ③ 16
- ④ 25
- ⑤ 36

21. 좌표평면 위의 점  $P_n (n=1, 2, 3, \dots)$ 은 다음 규칙을 만족시킨다.

- (가) 점  $P_1$ 의 좌표는  $(1, 1)$ 이다.
- (나)  $\overline{P_n P_{n+1}} = 1$
- (다) 점  $P_{n+2}$ 는 점  $P_{n+1}$ 을 지나고 직선  $P_n P_{n+1}$ 에 수직인 직선 위의 점 중  $\overline{P_1 P_{n+2}}$ 가 최대인 점이다.

수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 0, a_2 = 1$ 이고,

$$a_n = \overline{P_1 P_n} \quad (n=3, 4, 5, \dots)$$

일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+1} - a_n)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$
- ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ③  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ④ 1
- ⑤ 2

**단답형**

22. 서로 구별되지 않는 공 10 개를 A, B, C 3명에게 남김없이 나누어 주려고 한다. A가 공을 3개만 받도록 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 1개의 공도 받지 못하는 사람이 있을 수 있다.) [3점]

23. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2 + a_4 = 54, a_{12} + a_{14} = 254$ 일 때,  $a_{14}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(n, p)$ 를 따르고  $E(3X) = 18$ ,  
 $E(3X^2) = 120$ 일 때,  $n$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 두 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, a\}$ ,  $B = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 집  
합  $X = \{x+y \mid x \in A, y \in B\}$ 라 할 때,  $n(X) = 10$ 이 되도  
록 하는 자연수  $a$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

26. 다음 조건을 만족시키는 네 자리 자연수의 개수는?  
[4점]

(가) 각 자리의 수의 합은 14이다.  
(나) 각 자리의 수는 모두 홀수이다.

- ① 51
- ② 52
- ③ 53
- ④ 54
- ⑤ 55

27. 함수  $f(x) = x^4 - 16x^2$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 정수  $k$  값의 제곱의 합을 구하시오. [4점]

- (가) 구간  $(k, k+1)$ 에서  $f'(x) < 0$  이다.
- (나)  $f'(k)f'(k+2) < 0$

28. 좌표평면 위의 점  $P$ 가 다음 규칙에 따라 이동한다.

- (가) 원점에서 출발한다.
- (나) 동전을 1개 던져서 앞면이 나오면  $x$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한다.
- (다) 동전을 1개 던져서 뒷면이 나오면  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한다.

1개의 동전을 6번 던져서 점  $P$ 가  $(a, b)$ 로 이동하였다.  $a+b$ 가 3의 배수가 될 확률이  $\frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 양의 실수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 가수를  $f(x)$ 라 하자.  
다음 조건을 만족시키는  $a$ 와  $n$ 에 대하여 모든 자연수  $n$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가)  $f(a) = f(a^{2n})$   
(나)  $(n+1)\log a = 3n^2 - 4n + 4$

30. 좌표평면에서 자연수  $n$ 에 대하여 두 곡선  $y = \sqrt{x+n^2}$ ,  
 $y = -\sqrt{x+n}$ 과  $x$ 축으로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점의 개수를  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^5 a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항  
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.