

5지선다형

1. 두 실수 a, b 에 대하여 $2^a = 3, 3^b = \sqrt{2}$ 가 성립할 때, ab 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

2. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, P(A \cup B) = \frac{11}{12}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$
 ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

3. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax + 1 & (x \geq 1) \\ 2x^2 + a & (x < 1) \end{cases}$ 가 모든 실수 x

에 대하여 미분가능하도록 하는 상수 a 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

4. 첫째항이 4이고 공비가 5인 등비수열에서 제21 항은 n 자리의 수이다. 이때, 자연수 n 의 값은? (단, $\log 2 = 0.3010$ 으로 계산한다.) [3점]

- ① 13 ② 14 ③ 15
 ④ 16 ⑤ 17

5. 어느 양식장의 물고기의 무게는 평균 800 g, 표준편차 50 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 양식장에서 임의로 선택한 물고기 한 마리의 무게가 830 g 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.3	0.1179
0.4	0.1554
0.5	0.1915
0.6	0.2257

- ① 0.2257 ② 0.2743 ③ 0.3085
④ 0.3446 ⑤ 0.3821

6. 이차함수 $f(x) = (x - \alpha)(x - \beta)$ 에서 두 상수 α, β 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\alpha < 0 < \beta$
(나) $\alpha + \beta > 0$

이때, 세 정적분

$$A = \int_{\alpha}^0 f(x) dx, B = \int_0^{\beta} f(x) dx, C = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$$

의 값의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? [3점]

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$
③ $B < A < C$ ④ $C < A < B$
⑤ $C < B < A$

7. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \frac{1}{n+1} \quad (n \geq 1)$
(나) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 b_n = 2$

$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n$ 의 값은? [3점]

- ① -3 ② -2 ③ -1
④ 0 ⑤ 1

8. 주머니 속에 n 개의 흰 바둑돌과 3 개의 검은 바둑돌이 있다. 이 주머니에서 임의로 2 개의 바둑돌을 동시에 꺼낼 때, 2 개 모두 검은 바둑돌일 확률이 $\frac{1}{12}$ 이다. 이때, 자연수 n 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

9. 상수함수가 아닌 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t) dt = \{f(x)\}^2$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

10. 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=0}^n k(k-1)(k-2) {}_n C_k p^k (1-p)^{n-k} = (k) \times p^3$$

이 성립한다. (k) 에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(10)$ 의 값은? (단, $0 < p < 1$) [3점]

- ① 480 ② 540 ③ 600
④ 660 ⑤ 720

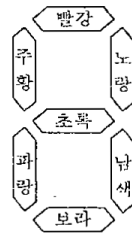
11. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{20} a_n = p$ 라 할 때, 등식

$$2a_n + n = p \quad (n \geq 1)$$

가 성립한다. a_{10} 의 값은? (단, p 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{2}{3}$
- ② $\frac{3}{4}$
- ③ $\frac{5}{6}$
- ④ $\frac{11}{12}$
- ⑤ 1

12. 입력값의 전체 집합 $U = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여, 빨강에서 보라까지 7개의 전등으로 구성된 숫자판을 다음과 같이 점등하고자 한다.

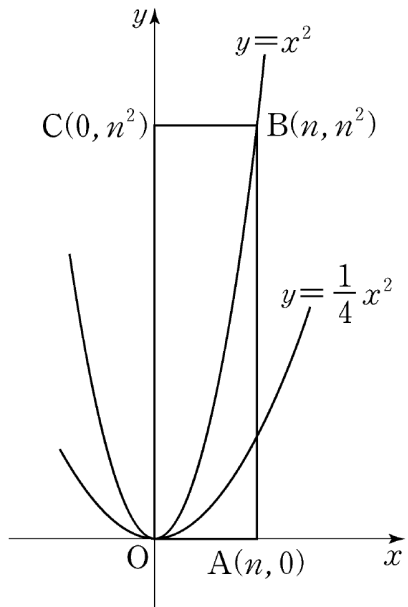


입력값	이진법 표현	점등모양
0	00 ₍₂₎	0
1	01 ₍₂₎	1
2	10 ₍₂₎	2
3	11 ₍₂₎	3

입력값을 이진법의 수로 $pq_{(2)}$ 와 같이 표현하였을 때, p 가 1인 입력값의 집합을 P , q 가 1인 입력값의 집합을 Q 라 하자. 빨란 전등이 점등되는 모든 입력값의 집합을 올바르게 나타낸 것은? [3점]

- ① P
- ② Q
- ③ $P \cup Q^c$
- ④ $P^c \cup Q$
- ⑤ $P^c \cap Q^c$

[13~14] 그림은 두 곡선 $y = x^2$, $y = \frac{1}{4}x^2$ 과 꼭짓점의 좌표가 $O(0, 0), A(n, 0), B(n, n^2), C(0, n^2)$ 인 직사각형 $OABC$ 를 나타낸 것이다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오. (단, n 은 자연수이다.)



13. $n = 4$ 일 때, 두 곡선 $y = x^2$, $y = \frac{1}{4}x^2$ 과 직선 AB 로

둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 14 ② 16 ③ 18
④ 20 ⑤ 22

14. 자연수 n 에 대하여, x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점 중에서 직사각형 $OABC$ 또는 그 내부에 있고 부등식 $y \geq x^2$ 을 만족시키는 모든 점의 개수를 a_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^3}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

15. 첫째항이 30이고 공차가 $-d$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 등식

$$a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \dots + a_{m+k} = 0$$

을 만족시키는 두 자연수 m, k 가 존재하도록 하는 자연수 d 의 개수는? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13
- ④ 14 ⑤ 15

16. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 등식

$$\sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} (n+1-k)^2 = \sum_{k=1}^n k \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(1) $n = 1$ 일 때, (좌변) = 1, (우변) = 1이므로 $\textcircled{1}$ 이 성립 한다.

(2) $n = m$ 일 때 $\textcircled{1}$ 이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m (-1)^{k-1} (m+1-k)^2 = \sum_{k=1}^m k$$

이다. $n = m+1$ 일 때 $\textcircled{1}$ 이 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{m+1} (-1)^{k-1} (m+2-k)^2 \\ &= (-1)^0 (m+1)^2 + (-1)^1 m^2 + \dots + (-1)^m \cdot 1^2 \\ &= (m+1)^2 + \boxed{\text{(가)}} \cdot \sum_{k=1}^m (-1)^{k-1} (m+1-k)^2 \\ &= (m+1)^2 + \boxed{\text{(나)}} \\ &= \sum_{k=1}^{m+1} k \end{aligned}$$

그러므로 $n = m+1$ 일 때도 $\textcircled{1}$ 이 성립한다.

따라서 (1), (2)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 $\textcircled{1}$ 이 성립한다.

위의 증명에서 (가)에 알맞은 수를 a 라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(m)$ 이라 할 때, $a + f(9)$ 의 값은? [4점]

- ① -46 ② -44 ③ -42
- ④ -40 ⑤ -38

19. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 점 P는 점 A(5)를 출발하여 시각 t 에서의 속도가 $3t^2 - 2$ 이고, 점 Q는 점 B(k)를 출발하여 시각 t 에서의 속도가 1이다. 두 점 P, Q가 동시에 출발한 후 2번 만나도록 하는 정수 k 의 값은? (단, $k \neq 5$) [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

20. 정규분포 $N(50, 8^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} , 정규분포 $N(75, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{Y} 라 하자.

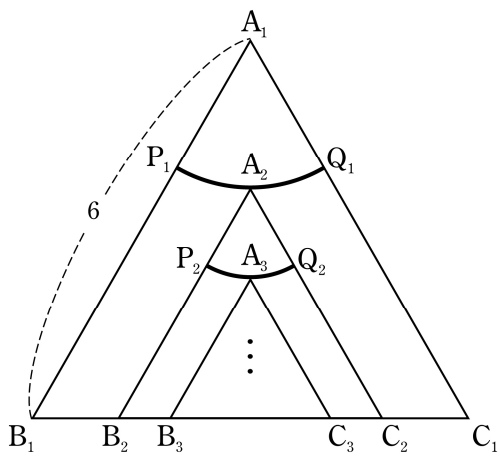
z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.2	0.3849
1.4	0.4192
1.6	0.4452

$P(\bar{X} \leq 53) + P(\bar{Y} \leq 69) = 1$ 일 때, $P(\bar{Y} \geq 71)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

- ① 0.8413 ② 0.8644 ③ 0.8849
- ④ 0.9192 ⑤ 0.9452

21. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 꼭짓점 A_1 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}\overline{A_1B_1}$ 인 원이 삼각형 $A_1B_1C_1$ 과 만나는 점을 각각 P_1, Q_1 이라 하고 삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 내부에 있는 호 P_1Q_1 을 이등분하는 점을 A_2 라 하자. 점 A_2 를 꼭짓점으로 하고 나머지 두 꼭짓점 B_2, C_2 가 변 B_1C_1 위에 있는 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그린다. 꼭짓점 A_2 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}\overline{A_2B_2}$ 인 원이 삼각형 $A_2B_2C_2$ 와 만나는 점을 각각 P_2, Q_2 라 하고 삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 내부에 있는 호 P_2Q_2 를 이등분하는 점을 A_3 이라 하자. 점 A_3 을 꼭짓점으로 하고 나머지 두 꼭짓점 B_3, C_3 이 변 B_1C_1 위에 있는 정삼각형 $A_3B_3C_3$ 을 그린다.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 호 P_nQ_n 의 길이를 l_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\sqrt{3}\pi$ ② $\frac{3\sqrt{3}}{2}\pi$ ③ $2\sqrt{3}\pi$
- ④ $\frac{5\sqrt{3}}{2}\pi$ ⑤ $3\sqrt{3}\pi$

단답형

22. $(1+x)^{10}$ 의 전개식에서 x^3 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 곡선 $y = x^3 - 2x$ 위의 점 $(2, 4)$ 에서의 접선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 S 라 할 때, $10S$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 3, a_n = 8n - 4 \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

를 만족시키고, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합

을 S_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{S_n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

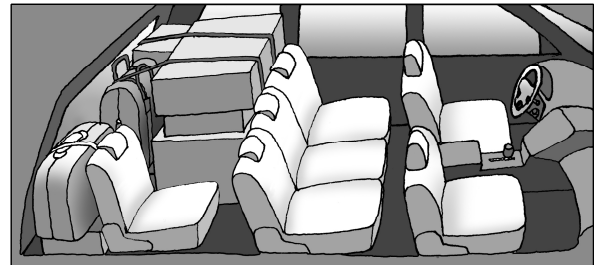
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

25. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$(x+2)f(2-x) + (2x+1)f(2+x) = 1$$

을 만족시킬 때, $12f(5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 할머니, 할아버지, 어머니, 아버지, 영희, 철수 모두 6명의 가족이 자동차를 타고 여행을 가려고 한다. 이 자동차에는 앉을 수 있는 좌석이 그림과 같이 앞줄에 2개, 가운데 줄에 3개, 뒷줄에 1개가 있다. 운전석에는 아버지나 어머니만 앉을 수 있고, 영희와 철수는 가운데 줄에만 앉을 수 있을 때, 가족 6명이 모두 자동차의 좌석에 앉는 경우의 수를 구하시오. [4점]



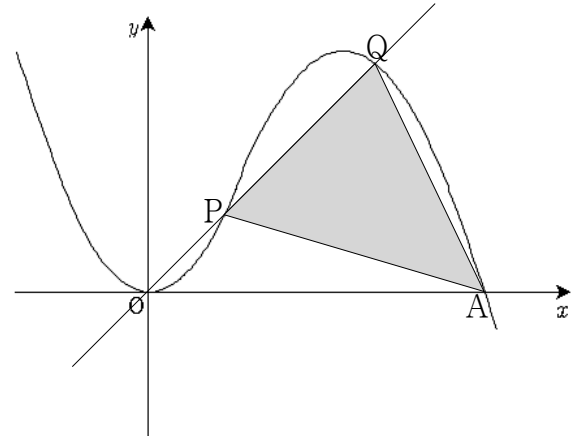
27. 어떤 음원에서 나오는 음향출력이 x (W)일 때, 음향과
위레벨 L_w (dB)는 다음과 같이 계산한다.

$$L_w = 10 \log \frac{x}{x_0}$$

(단, x_0 은 기준 음향출력을 나타내는 상수이다.)

일반적인 대화에서 나오는 음향출력이 $\frac{1}{10^5}$ (W)일 때, 음향
파워레벨은 70 (dB)이라고 한다. 비행기 엔진 소리에서 나오
는 음향출력이 10^2 (W)일 때, 음향파워레벨은 a (dB)이다.
이때, a 의 값을 구하시오. [4점]

28. 아래 그림과 같이 삼차함수 $y = x^2(3-x)$ 의 그래프와
직선 $y = mx$ 가 제1사분면 위의 서로 다른 두 점 P, Q
에서 만난다. 이 때, 세 점 A(3, 0), P, Q를 꼭지점으로 하
는 $\triangle APQ$ 의 넓이가 최대가 되게 하는 양수 m 에 대하여
 $10m$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 두 집합

$$A = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 과 서로소인 자연수}\}$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 집합 X 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $X \subset A, X \neq \emptyset$
- (나) $X \cap B = \emptyset$
- (다) 집합 X 의 모든 원소는 12와 서로소이다.

30. 집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합

$A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{15}\}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 집합 A 의 임의의 두 원소 $a_i, a_j (i \neq j)$ 에 대하여 $a_i + a_j \neq 31$
- (나) $\sum_{i=1}^{15} a_i = 264$

$\frac{1}{31} \sum_{i=1}^{15} a_i^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

- ※ 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.