

5지선다형

1. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$x^2 + 6x + a \geq 0$$

이 성립하도록 하는 상수 a 의 최솟값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5
 ④ 7 ⑤ 9

2. 다항식 $(x^2 - 1)^7$ 의 전개식에서 x^6 의 계수는? [2점]

- ① 24 ② 28 ③ 32
 ④ 35 ⑤ 39

3. 서로 독립인 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = \frac{2}{9}$,

$P(A^c \cap B) = \frac{2}{9}$ 일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{63}$ ② $\frac{2}{63}$ ③ $\frac{1}{21}$
 ④ $\frac{4}{63}$ ⑤ $\frac{5}{63}$

4. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \int \left(\frac{1}{2}x^3 + 2x + 1 \right) dx - \int \left(\frac{1}{2}x^3 + x \right) dx$$

이고 $f(0) = 1$ 일 때, $f(4)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{23}{2}$ ② 12 ③ $\frac{25}{2}$
 ④ 13 ⑤ $\frac{27}{2}$

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 4$, $a_4 - a_2 = 4$ 일 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{na_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
- ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

6. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

| | | | | | |
|----------|---------------|----------------|---------------|---------------|---|
| X | -4 | 0 | 4 | 8 | 계 |
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 |

$E(3X)$ 의 값은? [3점]

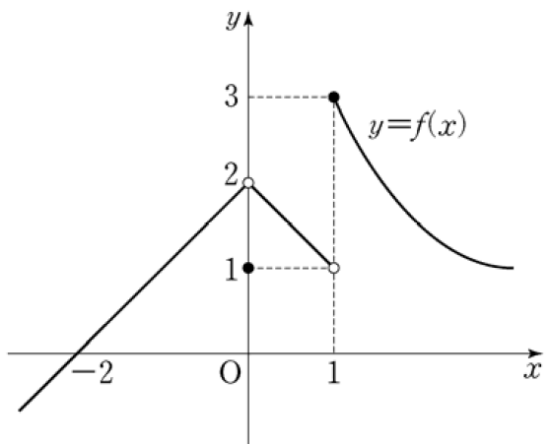
- ① 4 ② 6 ③ 8
- ④ 10 ⑤ 12

7. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은 $a_n = n^2 + 2$ 이다. 수열 $\{a_n\}$ 의 계

차수열을 $\{b_n\}$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^6 b_n$ 의 값은? [3점]

- ① 39 ② 42 ③ 45
- ④ 48 ⑤ 51

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

9. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 P, Q, R 가 각각 세 조건 p, q, r 의 진리집합이라 하자. 세 명제

$$\sim p \rightarrow r, \quad r \rightarrow \sim q, \quad \sim r \rightarrow q$$

가 모두 참일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

㉠. $P^C \subset R$
 ㉡. $P \subset Q$
 ㉢. $P \cap Q = R^C$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

10. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분 집합

$$A = \{1, 3, a-1\}, \quad B = \{a^2 - 4a - 7, a+2\}$$

에 대하여 $(A \cap B^C) \cup (A^C \cap B) = \{1, 3, 8\}$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

11. 어느 지역의 1인 가구의 월 식료품 구입비는 평균이 45만원, 표준편차가 8만 원인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역의 1인 가구 중에서 임의로 추출한 16가구의 월 식료품 구입비의 표본평균이 44만 원 이상이고 47만 원 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

| z | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

- ① 0.3830 ② 0.5328 ③ 0.6915
 ④ 0.8185 ⑤ 0.8413

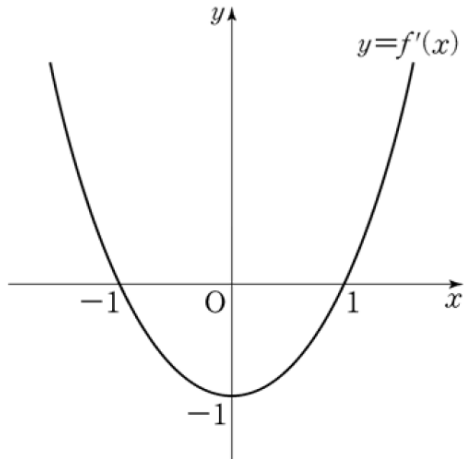
12. 자연수 n 을 k 개의 자연수의 합으로 나타내는 서로 다른 분할의 형태의 개수를 $P(n, k)$ 로 나타내자. 예를 들어 $6 = 1 + 5 = 2 + 4 = 3 + 3$ 이므로 $P(6, 2) = 3$ 이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 더하는 순서가 바뀐 것은 같은 분할의 형태로 본다.) [3점]

— <보 기> —

ㄱ. $P(4, 2) = 2$
 ㄴ. $P(10, 3) = P(7, 1) + P(7, 2) + P(7, 3)$
 ㄷ. $k_1 < k_2 < n$ 을 만족시키는 세 자연수 k_1, k_2, n 에 대하여 $P(n, k_1) \leq P(n, k_2)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[13-14] 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x) = x^2 - 1$ 일 때, 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 함수 $g(x) = f(x) - kx$ 가 $x = -3$ 에서 극값을 가질 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

14. $f(0) = 0$ 일 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{11}{8}$
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{13}{8}$

15. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B^C) = P(A^c \cap B) = \frac{1}{6}, P(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

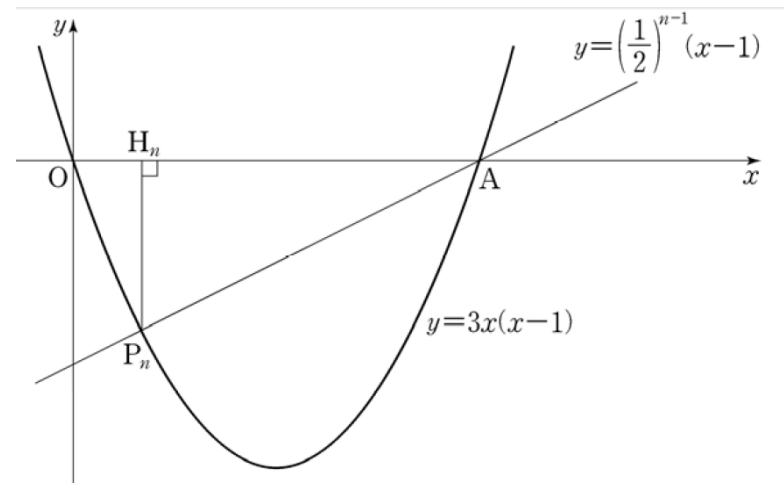
일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.)

[4점]

- ① $\frac{1}{12}$
- ② $\frac{1}{6}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{12}$

16. 자연수 n 에 대하여 직선 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}(x-1)$ 과 이차함수 $y = 3x(x-1)$ 의 그래프가 만나는 두 점을 $A(1, 0)$ 과 P_n 이라 하자. 점 P_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H_n 이라

할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} P_n H_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{3}{2}$
- ② $\frac{14}{9}$
- ③ $\frac{29}{18}$
- ④ $\frac{5}{3}$
- ⑤ $\frac{31}{18}$

17. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [4점]

(가) $a + b + c + 3d = 10$
(나) $a + b + c \leq 5$

- ① 18 ② 20 ③ 22
④ 24 ⑤ 26

18. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 10$ 이고

$$(a_{n+1})^{n+1} = \frac{a_1 + (a_2)^2 + (a_3)^3 + \dots + (a_n)^n}{n} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

$b_n = (a_n)^n$ 이라 하면 $b_1 = 10$ 이고 주어진 식으로부터

$$b_{n+1} = \frac{b_1 + b_2 + \dots + b_n}{n} \quad (n \geq 1)$$

이다. $S_n = \sum_{k=1}^n b_k$ 라 하면

$$S_{n+1} = \boxed{\text{가}} \times S_n \text{이다.}$$

$S_1 = 10,$

$$S_n = S_1 \times \frac{S_2}{S_1} \times \frac{S_3}{S_2} \times \dots \times \frac{S_n}{S_{n-1}} \quad (n \geq 2)$$

를 이용하여 S_n 을 구하면

$$S_n = \boxed{\text{나}} \quad (n \geq 1) \text{이다.}$$

⋮

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(5) \times g(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 72 ② 76 ③ 80
④ 84 ⑤ 88

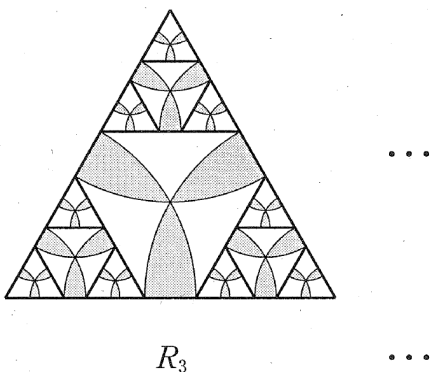
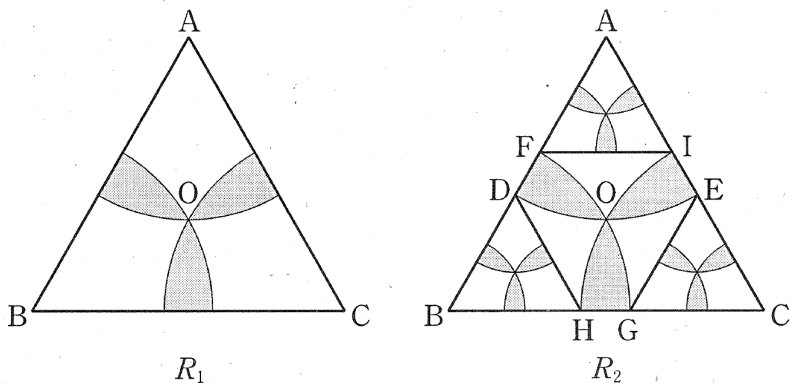
19. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC가 있다. 정삼각형 ABC의 외심을 O라 할 때, 중심이 A이고 반지름의 길이가 \overline{AO} 인 원을 O_A , 중심이 B이고 반지름의 길이가 \overline{BO} 인 원을 O_B , 중심이 C이고 반지름의 길이가 \overline{CO} 인 원을 O_C 라 하자.

원 O_A 와 원 O_B 의 내부의 공통부분, 원 O_A 와 원 O_C 의 내부의 공통부분, 원 O_B 와 원 O_C 의 내부의 공통부분 중 삼각형 ABC 내부에 있는 \sphericalangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 원 O_A 가 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E, 원 O_B 가 두 선분 AB, BC와 만나는 점을 각각 F, G, O_C 가 두 선분 BC, AC와 만나는 점을 각각 H, I라 하고, 세 정삼각형 AFI, BHD, CEG에서 R_1 을 얻는 과정과 같은 방법으로 각각 만들어지는 \sphericalangle 모양의 도형 3개에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 새로 만들어진 세 개의 정삼각형에 각각 R_1 에서 R_2 를 얻는 과정과 같은 방법으로 만들어지는 \sphericalangle 모양의 도형 9개에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $(2\pi - 3\sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$ ② $(\pi - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$
- ③ $(2\pi - 3\sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3)$ ④ $(\pi - \sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3)$
- ⑤ $(2\pi - 2\sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$

20. 실수 t 에 대하여 직선 $x = t$ 가 두 함수

$$y = x^4 - 4x^3 + 10x - 30, \quad y = 2x + 2$$

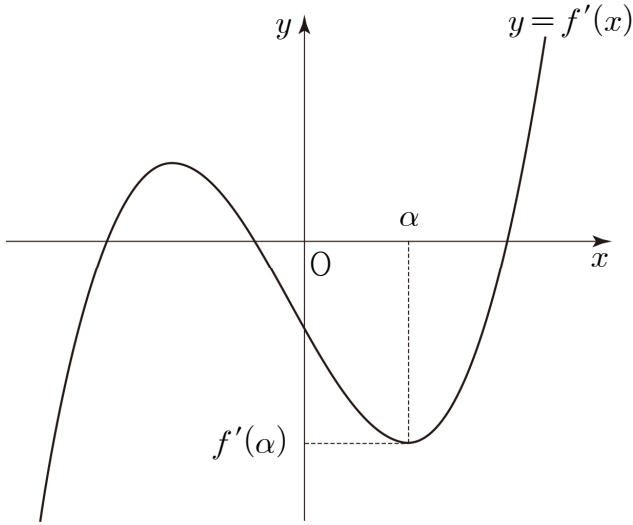
의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 점 A와 점 B 사이의 거리를 $f(t)$ 라 하자.

$$\lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \times \lim_{h \rightarrow -0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \leq 0$$

을 만족시키는 모든 실수 t 의 값의 합은? [4점]

- ① -7 ② -3 ③ 1
- ④ 5 ⑤ 9

21. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $y=f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



양수 α 에 대하여 $f'(\alpha) > -2$ 이고 $f(0)=0$ 이다. 함수 $h(x)$ 를 $h(x)=f(x)+2x$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 함수 $f'(x)$ 는 $x=\alpha$ 에서 극소이다.)

[4점]

< 보 기 >

ㄱ. $h'(\alpha) > 0$

ㄴ. 함수 $y=h(x)$ 는 열린 구간 $(0, \alpha)$ 에서 감소한다.

ㄷ. 방정식 $h(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

단답형

22. 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 4$, $3a_5 = a_7$ 일 때, a_3 의 값을 구하시오. [3점]

23. 양수 a 와 실수 b 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{an^2 + 4n} - bn) = \frac{1}{5}$$

일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \int_0^x (2at+1) dt$$

이고 $f'(2) = 17$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

25. 실수 전체의 집합 R 에 대하여 함수 $f: R \rightarrow R$ 가

$$f(x) = a|x+2| - 4x$$

로 정의될 때, 이 함수가 일대일대응이 되도록 하는 정수 a 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{3x} = 2$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -7$$

27. 확률변수 X 가 정규분포 $N(4, 3^2)$ 을 따를 때,

$$\sum_{n=1}^7 P(X \leq n) = a \text{이다. } 10a \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

28. 어느 도서관 이용자 300명을 대상으로 각 연령대별, 성별 이용 현황을 조사한 결과는 다음과 같다.

| 구분 | 19 세이하 | 20 대 | 30 대 | 40 세이상 | 계 |
|----|--------|----------|----------|--------|-----|
| 남성 | 40 | a | $60 - a$ | 100 | 200 |
| 여성 | 35 | $45 - b$ | b | 20 | 100 |

이 도서관 이용자 300명 중에서 30대가 차지하는 비율은 12%이다. 이 도서관 이용자 30명 중에서 임의로 선택한 1명이 남성일 때 이 이용자가 20대일 확률과, 이 도서관 이용자 300명 중에서 임의로 선택한 1명이 여성일 때 이 이용자가 30대일 확률이 서로 같다. $a + b$ 의 값을 구하시오.

[4점]

29. 고속철도의 최고소음도 L (dB)을 예측하는 모형에 따르면 한 지점에서 가까운 선로 중앙 지점까지의 거리를 d (m), 열차가 가까운 선로 중앙 지점을 통과할 때의 속력을 v (km/h)라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$L = 80 + 28\log\frac{v}{100} - 14\log\frac{d}{25}$$

가까운 선로 중앙 지점 P까지의 거리가 $75m$ 인 한 지점에서 속력이 서로 다른 두 열차 A, B의 최고소음도를 예측하고자 한다. 열차 A가 지점 P를 통과할 때의 속력이 열차 B가 지점 P를 통과할 때의 속력의 0.9배일 때, 두 열차 A, B의 예측 최고소음도를 각각 L_A, L_B 라 하자. $L_B - L_A$ 의 값을 $a + b\log 3$ 이라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 정수이다.) [4점]

30. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 하고, $h(x) = x + 5f(x)$ 라 하자. 두 조건

$$f(m) \leq f(x), g(h(m)) \leq g(x)$$

를 만족시키는 자연수 m 의 개수를 $p(x)$ 라 할 때,

$$\sum_{k=1}^{10} p(2k)$$
의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.