수리 영역(가형)

제 2 교시

홀수형

5지선다형

1. $\lim_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{\sin 3x}$ 의 값은? [2점]

① $\dfrac{1}{3}$ ② $\dfrac{2}{3}$ ③ 1

④ $\dfrac{3}{2}$ ⑤ 2

2. 함수 $f(x)=x^2+x\ln x$에 대하여

$\lim_{h\to 0}\dfrac{f(1+2h)-f(1-h)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8

④ 9 ⑤ 10

3. 다항식 $(1+2x)^6(1-x)$의 전개식에서 x^4의 계수는? [2점]

① 40 ② 50 ③ 60

④ 70 ⑤ 80

4. 쌍곡선 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$ 위의 점 $(2,\ 3)$에서의 접선이 y축과 만나는 점의 y좌표는? [3점]

① -1 ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ 0

④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ 1

5. $0 \le x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $\sin x + \sin 2x = 0$ 을 만족시키는 모든 근의 합은? [3점]

① 2π ② $\frac{5}{2}\pi$ ③ 3π

④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ 4π

6. 1보다 큰 실수 a에 대하여 $f(a) = \int_1^a \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$라 할 때, $f(a^4)$과 같은 것은? [3점]

① $4f(a)$ ② $8f(a)$ ③ $12f(a)$

④ $16f(a)$ ⑤ $20f(a)$

7. 다항식

$(1+x^2+x^4+x^6+x^8+x^{10})(1+x^3+x^6+x^9)(1+x^4+x^8)$

의 전개식에서 x^{10}의 계수와 같은 것은? [3점]

① 2, 3, 4의 합으로 나타내어지는 10의 분할의 수

② 2, 3, 4, 6, 7, 8의 합으로 나타내어지는 10의 분할의 수

③ 1, 3, 5, 7, 9의 합으로 나타내어지는 10의 분할의 수

④ 2, 4, 6, 8, 10의 합으로 나타내어지는 10의 분할의 수

⑤ 10보다 작은 모든 자연수의 합으로 나타내어지는 10의 분할의 수

8. 두 사건 A, B가 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2},\ \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{2}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(B\,|\,A)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

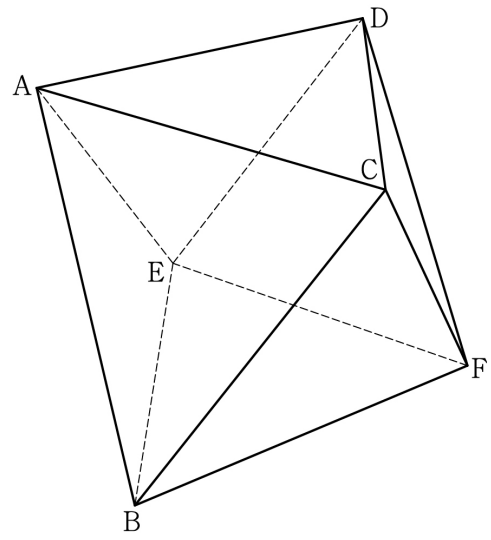
9. 어느 고등학교의 전체 학생은 남학생 230명, 여학생 170명이다. 이 학교의 모든 학생은 체험 활동으로 전통문화 체험과 수학 체험 중 반드시 하나만을 희망한다고 한다. 남학생 중 수학 체험을 희망한 학생은 100명이고, 여학생 중 전통문화 체험을 희망한 학생은 90명이다. 이 학교 학생 400명 중에서 임의로 선택한 한 학생이 수학 체험을 희망하였을 때, 이 학생이 여학생일 확률은? [3점]

① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{5}{18}$ ③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{7}{18}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

10. 정팔면체 ABCDEF에서 두 모서리 AC와 DE가 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?

$\left(\text{단, } 0\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$ [3점]



① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$

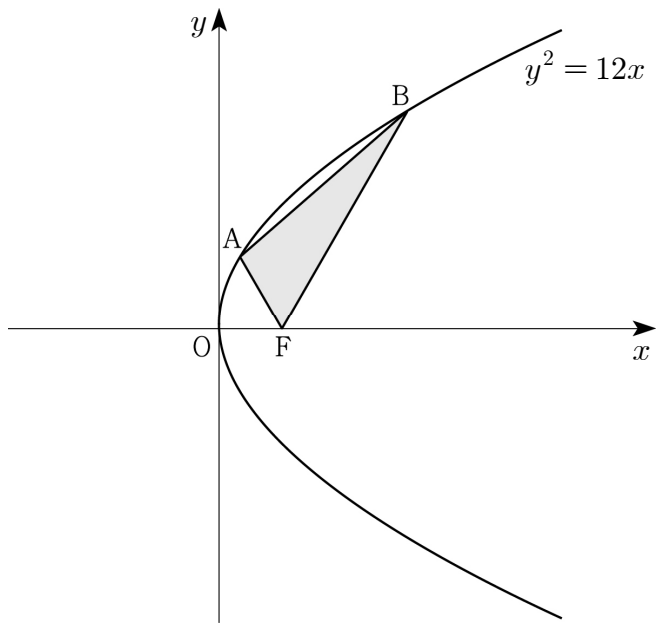
④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. 어느 과수원에서 수확한 사과의 무게는 평균 400g, 표준편차 50g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 사과 중 무게가 442g 이상인 것을 1등급 상품으로 정한다. 이 과수원에서 수확한 사과 중 100개를 임의로 선택할 때, 1등급 상품이 24개 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	P$(0 \le Z \le z)$
0.64	0.24
0.84	0.30
1.00	0.34
1.28	0.40

① 0.10 ② 0.16 ③ 0.20
④ 0.26 ⑤ 0.34

12. 그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2 = 12x$ 위에 $\angle OFA = \angle AFB = \frac{\pi}{3}$인 두 점 A, B가 있다. 삼각형 AFB의 넓이는? (단, O는 원점이고 두 점 A, B는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]



① $8\sqrt{3}$ ② $10\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$
④ $14\sqrt{3}$ ⑤ $16\sqrt{3}$

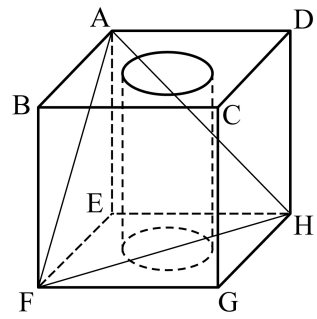
13. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

㈎ $\int_{\frac{\pi}{2}}^{x} f(t)dt = \{g(x)+a\}\sin x - 2$

㈏ $g(x) = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt \cos x + 3$

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

14. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4인 정육면체 ABCD－EFGH의 내부에 밑면의 반지름의 길이가 1인 원기둥이 있다. 원기둥의 밑면의 중심은 두 정사각형 ABCD, EFGH의 두 대각선의 교점과 각각 일치한다.



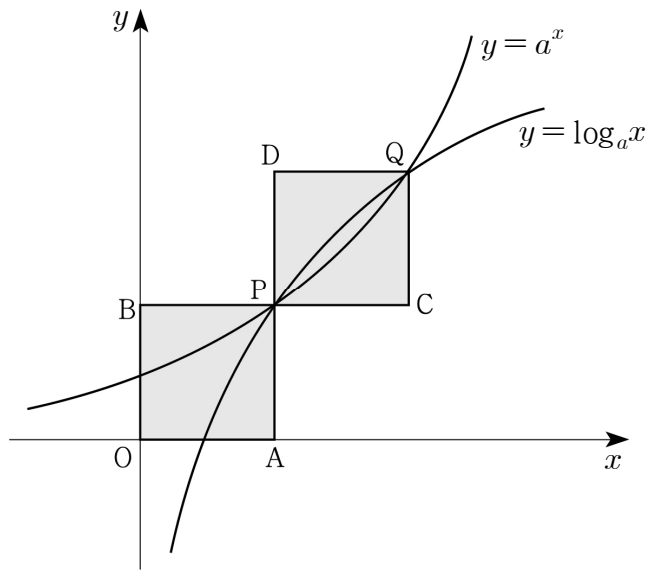
이 원기둥이 세 점 A, F, H를 지나는 평면에 의하여 잘린 단면의 넓이는? [4점]

① $\frac{3\sqrt{3}}{2}\pi$ ② $\sqrt{2}\pi$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$
④ $\frac{\sqrt{6}}{3}\pi$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$

15. 평면 α 위에 거리가 4인 두 점 A, C와 중심이 C이고 반지름의 길이가 2인 원이 있다. 점 A에서 이 원에 그은 접선의 접점을 B라 하자. 점 B를 지나고 평면 α와 수직인 직선 위에 $\overline{BP}=2$가 되는 점을 P라 할 때, 점 C와 직선 AP 사이의 거리는? [4점]

① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$
④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

16. 그림과 같이 지수함수 $y=a^x$과 로그함수 $y=\log_a x$가 두 점 P, Q에서 만날 때, 점 P에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 하자. 점 Q를 지나고 x축과 평행한 직선이 직선 AP와 만나는 점을 D, 점 Q를 지나고 y축과 평행한 직선이 직선 BP와 만나는 점을 C라 할 때, 두 사각형 OAPB와 PCQD는 합동이다. a의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{2}$
④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ 2

17. 윷놀이는 네 개의 윷짝으로, 뒤집어지는 윷짝의 개수가 1,2,3,4,0 일 때, 각각 순서대로 도, 개, 걸, 윷, 모라고 부르며 하는 놀이이다. 그런데 철수는 윷놀이에서 가장 나오기 어려운 것부터 적으면 모, 윷, 도, 걸, 개의 순서라고 주장한다. 각 짝이 뒤집어질 확률 p 의 값은 네 짝 모두 같다고 가정하고 또 각 짝의 결과는 서로 독립적이라고 할 때, 철수의 주장이 참이 되는 p 값의 범위는? (단, 가능한 한 좁은 범위로 답하되 철수가 주장하는 순서에 맞는 p 값은 모두 범위에 포함되어야 하며, $4^{\frac{1}{3}}=1.58$, $4^{-\frac{1}{3}}=0.63$, $\left(1+4^{-\frac{1}{3}}\right)^{-1}=0.61$ 로 계산한다.) [4점]

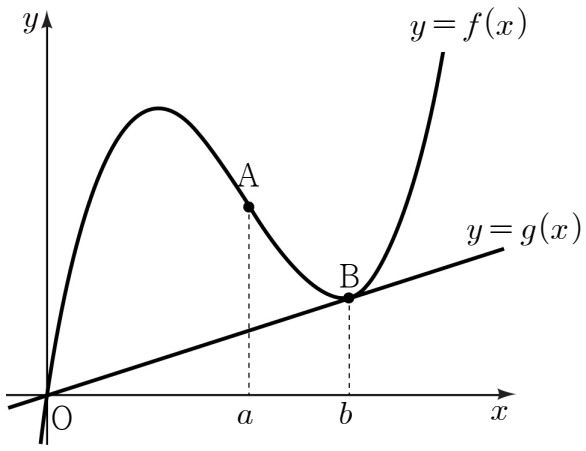
① $p<0.5$ ② $0.5<p<0.6$
③ $0.5<p<0.61$ ④ $0.5<p<0.63$
⑤ $p>0.63$

18. 어느 고등학교의 학생 중에서 자전거를 타고 등교하는 학생의 비율은 25%라고 한다. 이 고등학교의 학생 중에서 300명을 임의로 추출할 때, 그 중 자전거를 타고 등교하는 학생의 비율이 α% 이상일 확률은 0.0228이다. 이때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 α의 값은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 29 ② 30 ③ 31
④ 32 ⑤ 33

19. 그림과 같이 좌표평면에서 최고차항의 계수가 양수이고 원점을 지나는 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프가 있다. 곡선 $y=f(x)$의 변곡점을 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$라 하고 원점을 지나는 직선 $y=g(x)$가 점 $\mathrm{B}(b,\ f(b))$에서 곡선 $y=f(x)$에 접할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $0<a<b$) [4점]



<보 기>

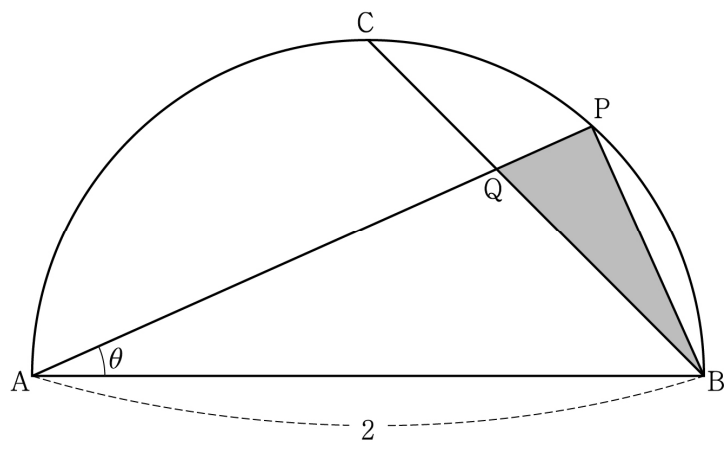
ㄱ. 곡선 $y=f(x)-g(x)$의 변곡점의 x 좌표는 a이다.

ㄴ. 함수 $f(x)-g(x)$는 $x=\dfrac{b}{3}$에서 극댓값을 갖는다.

ㄷ. $\dfrac{b-a}{a}=\dfrac{1}{2}$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 C를 $\overset{\frown}{\mathrm{AC}}=\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$가 되도록 잡는다. 호 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 선분 AP와 선분 BC가 만나는 점을 Q라 하고, $\angle \mathrm{PAB}=\theta$라 하자. 삼각형 BPQ의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim\limits_{\theta\to+0}\dfrac{S(\theta)}{\theta^2}$의 값은? $\left(\text{단, } 0<\theta<\dfrac{\pi}{4}\right)$ [4점]



① $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$
④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

21. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

㈎ $f(0)=1,\ f(1)=2$
㈏ $f'(x)>0,\quad f''(x)>0$ (단, $0<x<1$)

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $y=\{f(x)\}^2$의 그래프는 구간 $(0,\ 1)$에서 아래로 볼록하다.

ㄴ. $\int_0^1 \{f(x)+f(1-x)\}dx<3$

ㄷ. $\sum_{k=1}^{n}\frac{\left\{f\left(\frac{k-1}{n}\right)\right\}^2+\left\{f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}^2}{2}\cdot\frac{1}{n}\geq\int_0^1\{f(x)\}^2dx$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. $\lim_{x\to0}\frac{e^{2x}+10x-1}{x}$의 값을 구하시오. [3점]

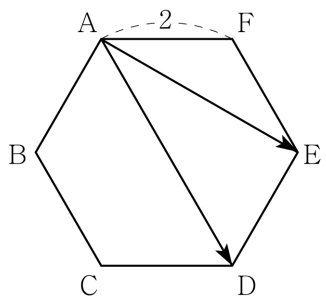
23. 확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	3	4	계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	$2a$	$3a$	$4a$	1

확률변수 $4X+7$의 평균 $\mathrm{E}(4X+7)$의 값을 구하시오.
(단, a는 상수이다.) [3점]

24. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 위치 함수 $f(t)$가 $f(t) = t^3 + 3t^2 - 2t$이다. 점 P의 $0 \leq t \leq 10$에서의 평균속도와 $t = c$에서의 순간속도가 서로 같을 때, $3c^2 + 6c$의 값을 구하여라. [3점]

25. 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정육각형 ABCDEF가 있다. 두 벡터 $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$ 의 내적 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE}$ 의 값을 구하시오. [3점]

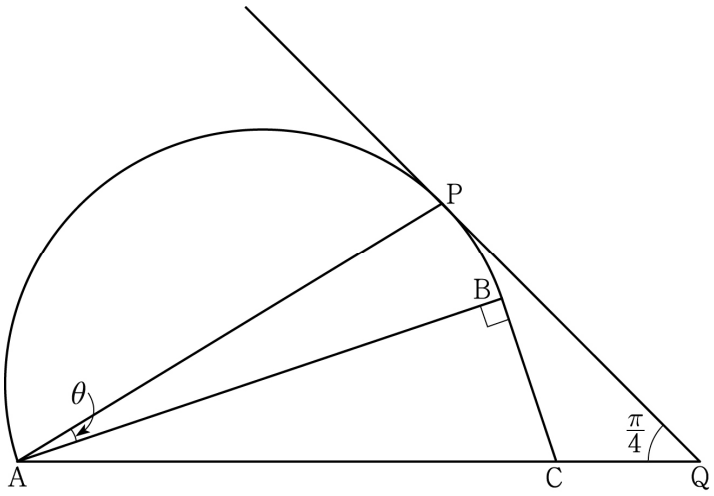


26. 양수 a 에 대하여 폐구간 $[-a,\ a]$에서 함수

$$f(x) = \frac{x-5}{(x-5)^2 + 36}$$

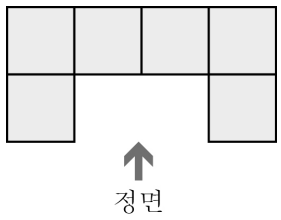
의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m=0$이 되도록 하는 a의 최솟값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=1$이고 $\angle ABC=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 P에서의 접선과 AC의 연장선이 만나는 점을 Q라 하자. $\angle PQA=\frac{\pi}{4}$이고 $\angle PAB=\theta$라 할 때, $60\tan 2\theta$의 값을 구하시오. $\left(\text{단, } 0<\theta<\frac{\pi}{6}\right)$ [4점]

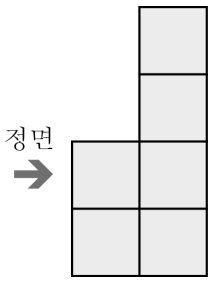


28. 중심이 C이고 반지름의 길이가 3인 구와 구 위의 한 점 A가 있다. 구 밖의 한 점 B를 $\overline{AB}=6$이고 $\overline{CB}=5$가 되도록 잡는다. 점 P가 이 구 위를 움직일 때, 두 벡터 $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BP}$의 내적 $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BP}$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. [4점]

29. 크기가 같은 정육면체 모양의 블록 12 개를 모두 사용하여 쌓은 입체도형을 만들려고 한다. 이 도형을 위에서 내려다 본 모양이 <그림 1 >, 정면을 기준으로 오른쪽 옆에서 본 모양이 <그림2 >와 같이 되도록 만들 수 있는 방법의 수를 구하시오. (단, 블록은 서로 구별하지 않는다.) [4점]

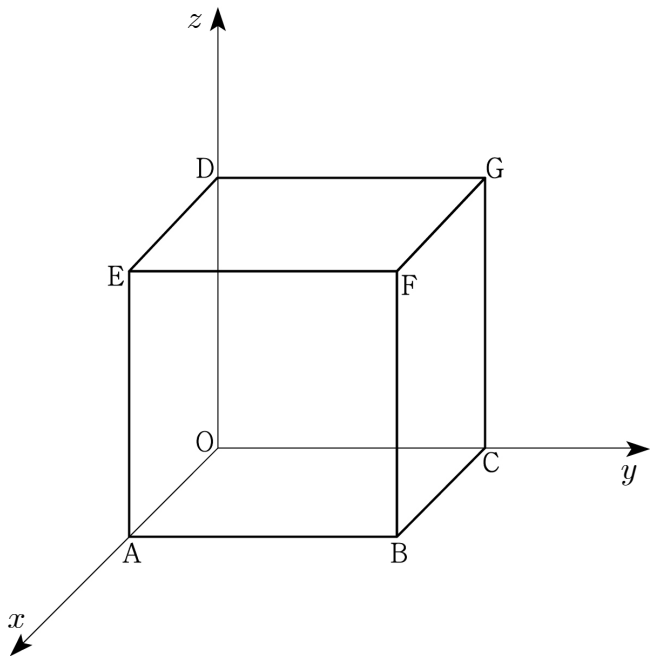


<그림1 >



<그림2 >

30. 그림과 같이 좌표공간에 있는 정육면체 OABC－DEFG 에서 A(4, 0, 0), C(0, 4, 0), D(0, 0, 4)이다. 이 정육면체가 평면 $x+y+2z=6$에 의하여 잘린 단면의 넓이를 S라 할 때, S^2의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]



※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.