

5지선다형

1. 함수 $f(x) = x \ln x$ 에 대하여 $f'(e)$ 의 값은? (단, e 는 자연로그의 밑이다.) [2점]

- ① $2e$ ② $e+1$ ③ 3
 ④ e ⑤ 2

2. $\sin 2x = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos^2 x - \sin^2 x$ 의 값은?

(단, $0 < x < \frac{\pi}{4}$ 이다.) [2점]

- ① 0 ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ⑤ 1

3. $(x^2 + \frac{1}{x})^7$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [2점]

- ① 7 ② 14 ③ 21
 ④ 28 ⑤ 35

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{9}{16}, P(B) = \frac{1}{4}, P(A \cup B) = \frac{3}{4}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{4}{9}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

5. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t)dt = \cos 2x + ax^2 + a$$

를 만족시킬 때, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① $-\frac{3}{2}\pi$ ② $-\pi$ ③ $-\frac{\pi}{2}$
- ④ 0 ⑤ $\frac{\pi}{2}$

6. 같은 종류의 구슬 다섯 개를 서로 다른 세 개의 주머니에 나누어 넣으려고 한다. 각 주머니 안의 구슬이 세 개 이하가 되도록 넣는 방법의 수는? (단, 구슬끼리는 서로 구별하지 않고 빈 주머니가 있을 수도 있다.) [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12
- ④ 13 ⑤ 14

7. 연속함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \{1 + f(2x)\}}{x} = 10$$

일 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

8. 좌표공간에서 점 A(1, 4, 2)가 직선 $\frac{x+1}{a} = \frac{y-2}{b} = \frac{z-1}{2}$ 위에 있을 때, 점 A와 평면 $ax + by + 2z + 48 = 0$ 사이의 거리는? (단, a, b는 상수) [3점]
- ① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

9. 어느 생수 회사에서 생산하는 생수 1병의 무게는 평균 500, 표준편차 10인 정규분포를 따른다고 한다. 이 생수 회사에서는 생수 4병을 한 세트의 하여 판매한다. 임의로 택한 한 세트의 무게가 2030 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 무게의 단위는 g이다.) [3점]
- | z | P(0 ≤ Z ≤ z) |
|-----|--------------|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |
- ① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0456
④ 0.0668 ⑤ 0.1587

10. 좌표평면에서 곡선 $y = \frac{xe^{x^2}}{e^{x^2} + 1}$ 과 직선 $y = \frac{2}{3}x$ 로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합은? [3점]
- ① $\frac{5}{3}\ln 2 - \ln 3$ ② $2\ln 3 - \frac{5}{3}\ln 2$
③ $\frac{5}{3}\ln 2 + \ln 3$ ④ $2\ln 3 + \frac{5}{3}\ln 2$
⑤ $\frac{7}{3}\ln 2 - \ln 3$

11. 좌표공간에서 세 점 $A(4, 0, 0)$, $B(0, 6, 0)$, $C(0, 0, 6)$ 에 대하여 선분 AB 의 중점을 D , 선분 BC 를 $2:1$ 로 내분하는 점을 E 라고 하자. 점 P 가 선분 DE 위를 움직일 때, 두 벡터 \vec{OP} 와 \vec{AP} 의 내적 $\vec{OP} \cdot \vec{AP}$ 의 최솟값은? (단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① -2 ② $\frac{12}{7}$ ③ $\frac{9}{2}$
- ④ $\frac{32}{7}$ ⑤ $\frac{14}{3}$

12. 상자 A에는 빨간 공 1개, 흰 공 2개가 들어 있고, 상자 B에는 빨간 공 2개, 흰 공 1개가 들어 있다. 갑은 을이 모르게 두 상자 A, B 중에서 하나를 선택한 후, 그 상자에서 공을 한 번에 한 개씩 복원추출로 5번 꺼내었다. 을은 갑이 꺼낸 공에서 빨간 공이 나온 횟수를 세어 갑이 어느 상자를 선택하였는지 다음과 같은 방법으로 판단하기로 하였다.

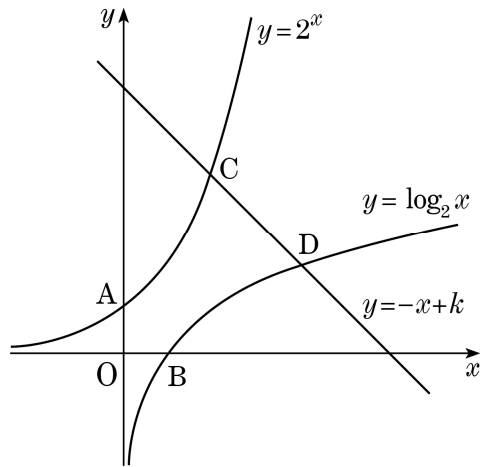
(가) 빨간 공이 3회 이하 나온 경우 '갑이 상자 A를 선택하였다.'라고 판단한다.
 (나) 빨간 공이 4회 이상 나온 경우 '갑이 상자 B를 선택하였다.'라고 판단한다.

갑이 상자 B를 선택하였을 때, 을의 판단이 틀릴 확률은?

[3점]

- ① $\frac{232}{3^5}$ ② $\frac{64}{3^4}$ ③ $\frac{131}{3^5}$
- ④ $\frac{20}{3^4}$ ⑤ $\frac{17}{3^4}$

[13~14] 그림과 같이 곡선 $y=2^x$ 이 y 축과 만나는 점을 A, 곡선 $y=\log_2 x$ 가 x 축과 만나는 점을 B 라 하자. 또, 직선 $y=-x+k$ 가 두 곡선 $y=2^x$, $y=\log_2 x$ 와 만나는 점을 각각 C, D 라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



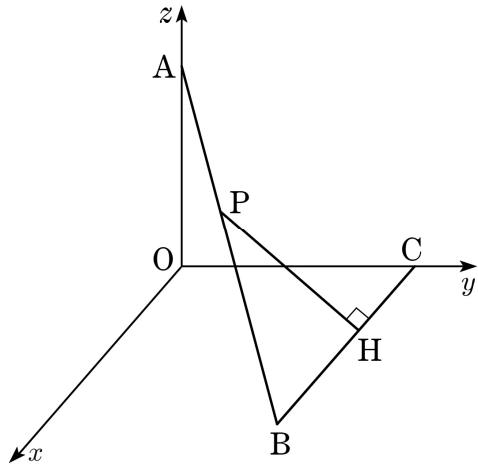
13. 사각형 ABDC 가 정사각형일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $1 + \sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 3 ⑤ $2 + \sqrt{2}$

14. 한 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수를 점 C 의 x 좌표라고 할 때, 선분 CD 의 길이의 기댓값은? [4점]

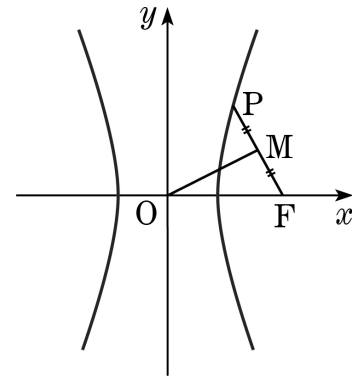
- ① $\frac{33\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{35\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{37\sqrt{2}}{2}$
- ④ $\frac{39\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{41\sqrt{2}}{2}$

15. 그림과 같이 좌표공간에 세 점 $A(0, 0, 3)$, $B(5, 4, 0)$, $C(0, 4, 0)$ 이 있다. 선분 AB 위의 한 점 P 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{PH}=3$ 이다. 삼각형 PBH 의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{14}{5}$
- ② $\frac{16}{5}$
- ③ $\frac{18}{5}$
- ④ 4
- ⑤ $\frac{22}{5}$

16. 그림과 같이 한 초점이 F 이고 점근선의 방정식이 $y=2x$, $y=-2x$ 인 쌍곡선이 있다. 제1사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 P 에 대하여 선분 PF 의 중점을 M 이라 하자. $\overline{OM}=6$, $\overline{MF}=3$ 일 때, 선분 OF 의 길이는? (단, O 는 원점이다.) [4점]



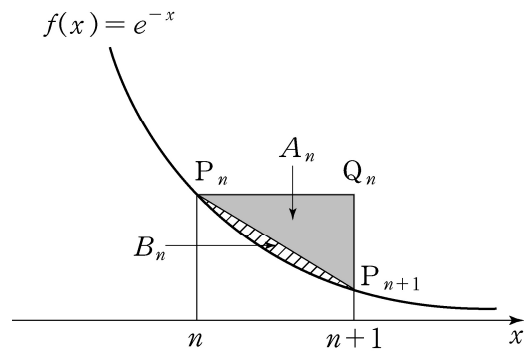
- ① $2\sqrt{10}$
- ② $3\sqrt{5}$
- ③ $5\sqrt{2}$
- ④ $\sqrt{55}$
- ⑤ $2\sqrt{15}$

17. 어느 밭에서 수확한 딸기의 무게는 정규분포를 따른다고 한다. 이 밭기 중에서 임의추출한 n 개의 무게를 조사하였더니 평균이 20g, 표준편차가 5g이었다. 이 결과를 이용하여 이 밭에서 수확한 딸기 무게의 평균을 신뢰도 95%로 추정 한 신뢰구간이 $[19.02, a]$ 이다. $n+a$ 의 값은?

(단, 표준정규분포를 따르는 확률변수 Z 에 대하여 $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$ 이다.) [4점]

- ① 84.98 ② 85.96 ③ 101.02
- ④ 120.98 ⑤ 121.96

18. 함수 $f(x) = e^{-x}$ 과 자연수 n 에 대하여 점 P_n, Q_n 을 각각 $P_n(n, f(n)), Q_n(n+1, f(n))$ 이라 하자. 삼각형 $P_n P_{n+1} Q_n$ 의 넓이를 A_n , 선분 $P_n P_{n+1}$ 과 함수 $y = f(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 B_n 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]



<보기>

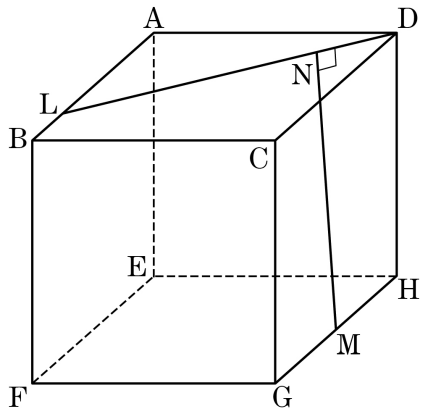
ㄱ. $\int_n^{n+1} f(x) dx = f(n) - (A_n + B_n)$

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} A_n = \frac{1}{2e}$

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} B_n = \frac{3-e}{2e(e-1)}$

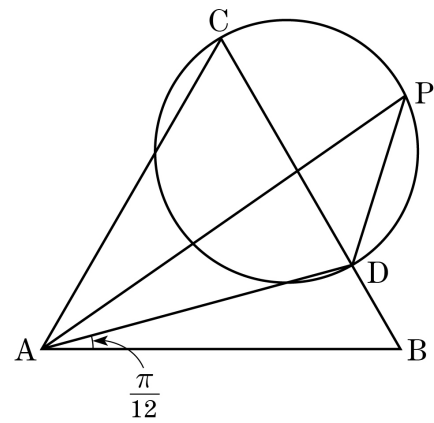
- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 20인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다. 모서리 AB 를 3:1로 내분하는 점을 L , 모서리 HG 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 선분 LD 에 내린 수선의 발을 N 이라 할 때, 선분 MN 의 길이는?
[4점]



- ① $12\sqrt{3}$
- ② $8\sqrt{7}$
- ③ $15\sqrt{2}$
- ④ $4\sqrt{29}$
- ⑤ $4\sqrt{30}$

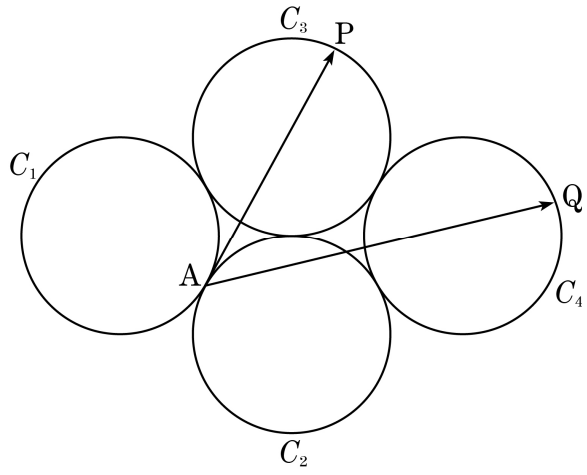
20. 그림과 같이 정삼각형 ABC 의 한 변 CB 위에 점 D 를 $\angle DAB = \frac{\pi}{12}$ 가 되도록 정하고, 선분 CD 를 지름으로 하는 원을 평면 ABC 위에 그린다. 이 원 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\angle CDP = \theta$ 라 하자. 삼각형 ADP 의 넓이가 최대가 되도록 하는 θ 에 대하여 $\sin\theta\cos\theta$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{8}$
- ② $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{8}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

21. 그림과 같이 평면 위에 반지름의 길이가 1인 네 개의 원 C_1, C_2, C_3, C_4 가 서로 외접하고 있고, 두 원 C_1, C_2 의 접점을 A라 하자. 원 C_3 위를 움직이는 점 P와 원 C_4 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ}|$ 의 최댓값은?

[4점]



- ① $4\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ② 6 ③ $3\sqrt{3} + 1$
 ④ $3\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ⑤ 7

단답형

22. ${}^5C_0 + {}^5C_1 + {}^5C_2 + {}^5C_3 + {}^5C_4 + {}^5C_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{7}\right)$ 을 따르고, X 의 평균이 3일 때, n 의 값을 구하시오. [3점]

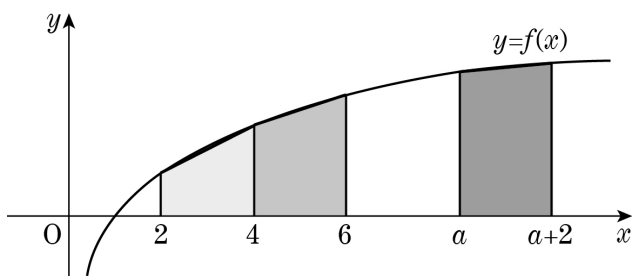
24. 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) 0 \leq x < 4 \text{ 일 때, } f(x) = \begin{cases} 3^x & (0 \leq x < 2) \\ 3^{-(x-4)} & (2 \leq x < 4) \end{cases} \text{ 이다.}$$

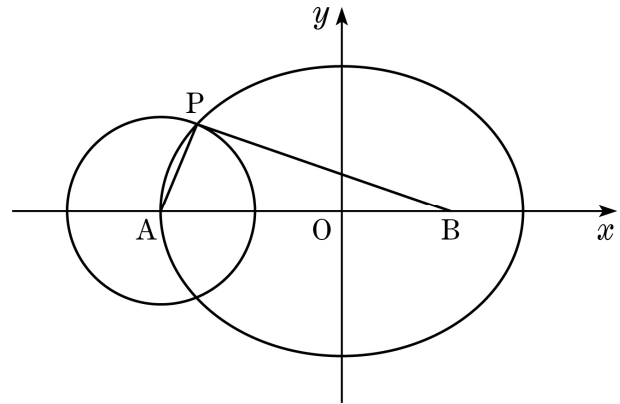
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 이다.

단한 구간 $[0, 40]$ 에서 방정식 $f(x) - 5 = 0$ 의 모든 실근의 합을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x) = \log_2 x$ 에 대하여 좌표평면에서 네 점 $(t, f(t)), (t, 0), (t+2, 0), (t+2, f(t+2))$ (단, $t > 1$) 을 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이를 $S(t)$ 라 하자. $S(2), S(4), S(a)$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $a = \sqrt{n} - 1$ 이다. 자연수 n 의 값을 구하시오. [3점]

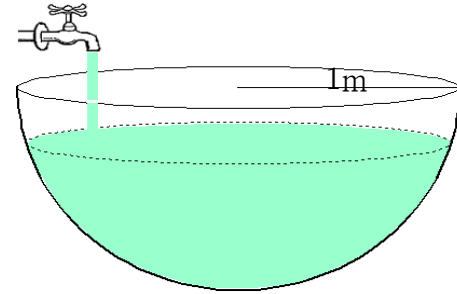


26. 그림과 같이 점 $A(-5, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 r 인 원과 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 의 한 교점을 P 라 하자. 점 $B(3, 0)$ 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB} = 10$ 일 때, $10r$ 의 값을 구하시오. [4점]

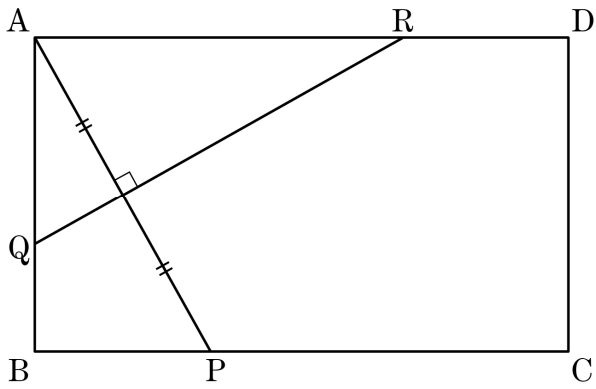


27. 좌표공간에서 중심이 $C(1, 2, 1)$ 이고 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 구가 두 평면 α, β 와 접하는 점을 각각 P, Q 라 하자. 두 평면 α, β 의 교선의 방정식이 $x = -y = z$ 일 때, 삼각형 CPQ 의 넓이는 S 이다. $100S$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 아래 그림과 같이 반지름의 길이가 1m인 구를 반으로 자른 모양의 그릇에 $0.2\pi\text{m}^3/\text{초}$ 의 속도로 물을 채우려고 한다. 수면의 높이가 $\frac{3}{4}\text{m}$ 가 되는 순간에 수면의 상승속도를 v 라고 할 때, $75v$ 의 값을 구하시오. [4점]



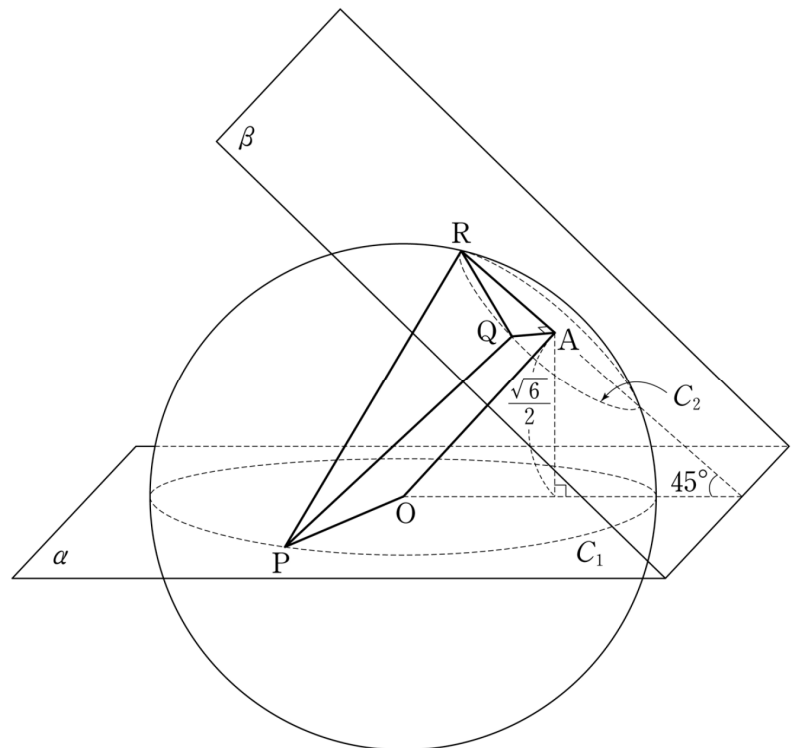
29. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AD}=2\sqrt{3}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 BC 위의 점 P에 대하여 선분 AP의 수직이등분선이 두 직선 AB, AD와 만나는 점을 각각 Q, R라 하자. 선분 QR의 길이의 최솟값이 k 일 때, $4k^2$ 의 값을 구하시오. (단, 점 P는 점 B가 아니다.) [4점]



30. 반지름의 길이가 2인 구의 중심 O를 지나는 평면을 α 라 하고, 평면 α 와 이루는 각이 45° 인 평면을 β 라 하자. 평면 α 와 구가 만나서 생기는 원을 C_1 , 평면 β 와 구가 만나서 생기는 원을 C_2 라 하자. 원 C_2 의 중심 A와 평면 α 사이의 거리가 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 일 때, 그림과 같이 다음 조건을 만족하도록 원 C_1 위에 점 P, 원 C_2 위에 두 점 Q, R를 잡는다.

- (가) $\angle QAR = 90^\circ$
- (나) 직선 OP와 직선 AQ는 서로 평행이다.

평면 PQR와 평면 AQPO가 이루는 각을 θ 라 할 때, $\cos^2 \theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



- ※ 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.