

수리 영역(가형)

5지선다형

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + \tan x}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

2. 두 벡터 $\vec{a} = (9, x+1, -12)$, $\vec{b} = (-8, x, 7)$ 이 수직일 때, 양수 x 의 값은? [2점]

- ① 8 ② 9 ③ 10
- ④ 11 ⑤ 12

3. $\tan \theta = \frac{1}{4}$ 일 때, $\sin 2\theta$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{7}{17}$ ② $\frac{8}{17}$ ③ $\frac{9}{17}$
- ④ $\frac{10}{17}$ ⑤ $\frac{11}{17}$

4. 함수 $f(x) = 4 \sin x + 6 \cos^2 \frac{x}{2} + 1$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

5. 함수 $f(x) = e^{-x}(\ln x - 2)$ 가 $x = a$ 에서 극값을 가질 때, 다음 중 a 가 속하는 구간은? [3점]

- ① $(1, e)$ ② (e, e^2) ③ (e^2, e^3)
- ④ (e^3, e^4) ⑤ (e^4, e^5)

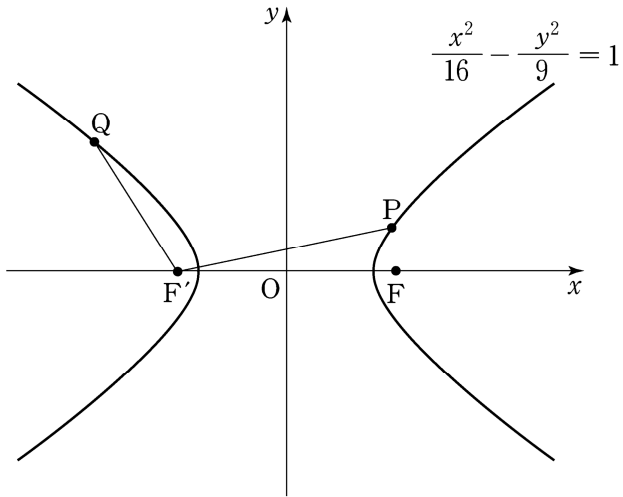
6. 빨간 공 5개, 노란 공 4개, 파란 공 2개, 흰 공 9개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 공을 하나 꺼내어 색깔을 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 3번 반복할 때, 꺼내는 순서에 관계없이 빨간 공, 노란 공, 파란 공을 각각 하나씩 꺼낼 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{200}$ ② $\frac{3}{100}$ ③ $\frac{7}{100}$
- ④ $\frac{11}{100}$ ⑤ $\frac{11}{20}$

7. (a, b, c) 를 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 위의 한 점의 좌표라고 할 때, 두 평면 $ax + by + cz = 1$, $ax + by + cz = 3$ 사이의 최단 거리는? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{11}{3}$

8. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 하자. 제 1사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 P와 제 2사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 Q에 대하여 $\overline{PF'} - \overline{QF'} = 3$ 일 때, $\overline{QF} - \overline{PF}$ 의 값은? [3점]



- ① 10 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

9. 다음 조건을 만족하는 점 P 전체의 집합이 나타내는 도형의 둘레의 길이는? [3점]

좌표공간에서 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 구가 두 개의 구
 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$
 에 동시에 외접한다.

- ① $\frac{2\sqrt{5}}{3}\pi$ ② $\sqrt{5}\pi$ ③ $\frac{5\sqrt{5}}{3}\pi$
- ④ $2\sqrt{5}\pi$ ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{3}\pi$

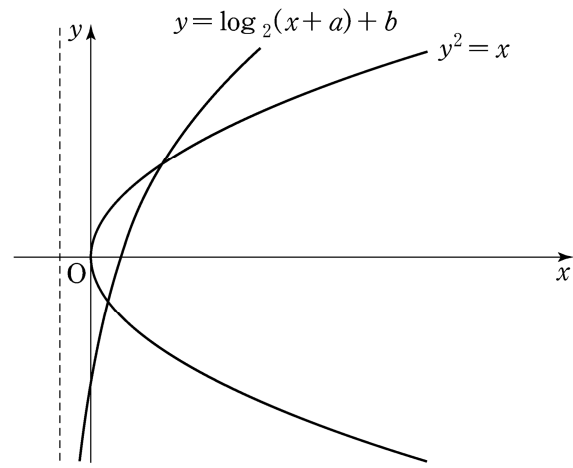
10. 어떤 책을 임의로 펼쳤을 때, 그림이 나올 확률이 $\frac{1}{3}$ 이라고 한다. 이 책을 임의로 180번 펼쳐 그림이 나오는 횟수를 X라고 할 때, X의 분산은? [3점]

- ① 32 ② 36 ③ 40
- ④ 44 ⑤ 48

11. 어느 학교 전체 학생의 60%는 버스로, 나머지 40%는 걸어서 등교하였다. 버스로 등교한 학생의 $\frac{1}{20}$ 이 지각하였고, 걸어서 등교한 학생의 $\frac{1}{15}$ 이 지각하였다. 이 학교 전체 학생 중 임의로 선택한 1명의 학생이 지각하였을 때, 이 학생이 버스로 등교하였을 확률은? [3점]

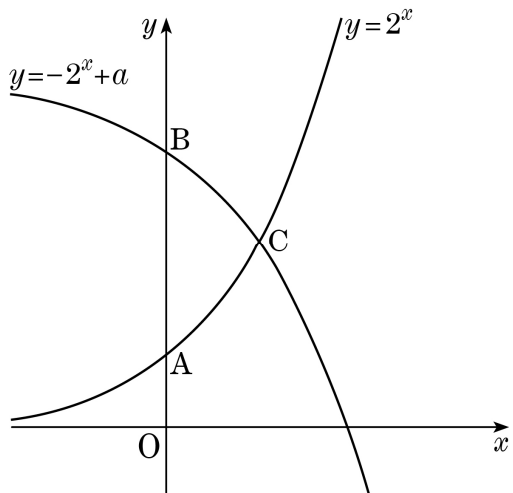
- ① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{9}{20}$ ③ $\frac{9}{19}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{9}{17}$

12. 로그함수 $y = \log_2(x+a) + b$ 의 그래프가 포물선 $y^2 = x$ 의 초점을 지나고, 이 로그함수의 그래프의 점근선이 포물선 $y^2 = x$ 의 준선과 일치할 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{13}{8}$ ③ $\frac{9}{4}$
- ④ $\frac{21}{8}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

[13~14] 2보다 큰 실수 a 에 대하여 두 곡선 $y=2^x$, $y=-2^x+a$ 가 y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 곡선의 교점을 C라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. $a=6$ 일 때, 삼각형 ACB의 넓이는? [3점]

- ① $2\log_2 3$ ② $\frac{5}{2}\log_2 3$ ③ $3\log_2 3$
 ④ $\frac{7}{2}\log_2 3$ ⑤ $4\log_2 3$

14. 직선 AC의 기울기를 $f(a)$, 직선 BC의 기울기를 $g(a)$ 라 할 때, $\lim_{a \rightarrow 2+0} \{f(a) - g(a)\}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{\ln 2}$ ② $\frac{2}{\ln 2}$ ③ $\ln 2$
 ④ $2\ln 2$ ⑤ 2

15. 함수 $f(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^6} dt$ 에 대하여 상수 a 가

$f(a) = \frac{1}{2}$ 을 만족시킬 때, $\int_0^a \frac{e^{f(x)}}{1+x^6} dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{e}-1}{2}$ ② $\sqrt{e}-1$ ③ 1
- ④ $\frac{\sqrt{e}+1}{2}$ ⑤ $\sqrt{e}+1$

16. 정보이론에서는 사건 E 가 발생했을 때, 사건 E 의 정보량 $I(E)$ 가 다음과 같이 정의된다고 한다.

$$I(E) = -\log_2 P(E)$$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 사건 E 가 일어날 확률 $P(E)$ 는 양수이고, 정보량의 단위는 비트이다.) [4점]

— <보 기> —

ㄱ. 한 개의 주사위를 던져 홀수의 눈이 나오는 사건을 E 라 하면 $I(E) = 1$ 이다.

ㄴ. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고 $P(A \cap B) > 0$ 이면 $I(A \cap B) = I(A) + I(B)$ 이다.

ㄷ. $P(A) > 0, P(B) > 0$ 인 두 사건 A, B 에 대하여 $2I(A \cup B) \leq I(A) + I(B)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

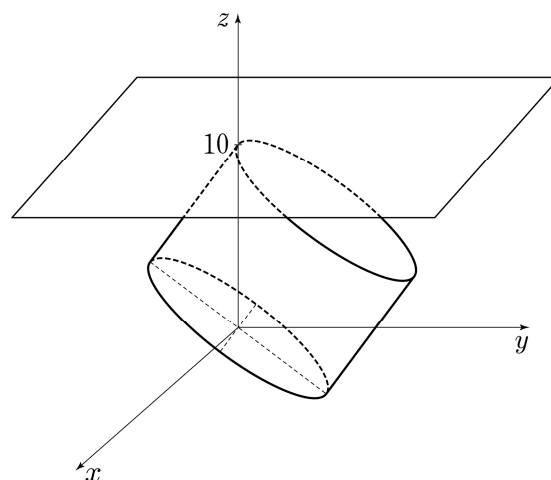
17. 대학수학능력시험에 응시하려는 수험생 중 수리 영역의 '가'형을 선택하는 수험생의 비율 p 를 신뢰도 95%로 구간추정하려고 한다. 이 시험에 응시하려는 수험생 중 1,000명을 임의추출하여 조사하였더니 400명이 '가'형을 선택한다고 응답하였다. 신뢰구간의 길이를 N , 최대 허용 표본오차를 M 이라 할 때, $\frac{N}{2M}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{5}$ ③ $\frac{2\sqrt{3}}{5}$
 ④ $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{5}$

18. 좌표공간에 있는 원기둥이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 높이는 8이다.
 (나) 한 밑면의 중심은 원점이고 다른 밑면은 평면 $z=10$ 과 오직 한 점 $(0, 0, 10)$ 에서 만난다.

이 원기둥의 한 밑면의 평면 $z=10$ 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{139}{5}\pi$ ② $\frac{144}{5}\pi$ ③ $\frac{149}{5}\pi$
 ④ $\frac{154}{5}\pi$ ⑤ $\frac{159}{5}\pi$

19. 평면에서 그림의 오각형 ABCDE가 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AE} = \overline{ED}$, $\angle B = \angle E = 90^\circ$ 를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

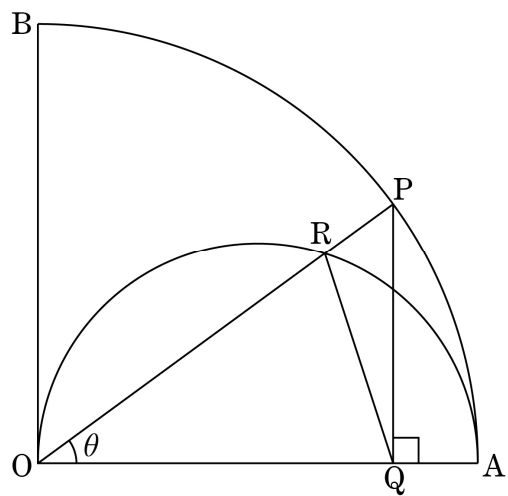
ㄱ. 선분 BE의 중점 M에 대하여 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE}$ 와 \overrightarrow{AM} 은 서로 평행하다.

ㄴ. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{ED}$

ㄷ. $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{ED}| = |\overrightarrow{BE}|$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB와 선분 OA를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 Q, 선분 OP와 반원의 교점 중 O가 아닌 점을 R라 하고, $\angle POA = \theta$ 라 하자. 삼각형 PRQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

21. 자연수 n 을 두 자연수 n_1, n_2 의 합

$$n = n_1 + n_2 (n_1 \geq n_2)$$

으로 나타내는 방법의 수를 $P(n)$ 이라 하자. 예를 들어, $P(3) = 1$ 이다. 보기 중에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $P(n) = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$
(단, $\lfloor x \rfloor$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

ㄴ. $P(m+n) = P(m) + P(n)$
(단, m, n 은 자연수이다.)

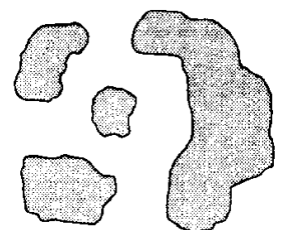
ㄷ. $P(n^2) = \{P(n)\}^2$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 함수 $f(x) = 8x - \frac{4}{x}$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 오른쪽 그림과 같이 4개의 섬이 있다. 3개의 다리를 건설하여 4개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하시오. [3점]



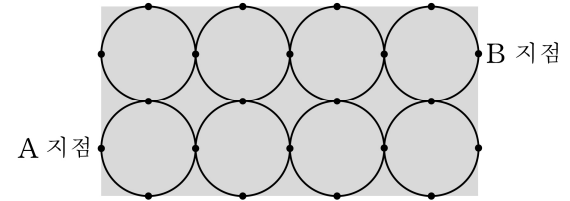
24. 다항식 $(1+x)^n$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 45일 때, 자연수 n 의 값을 구하시오. [3점]

25. 좌표공간에서 세 직선

$$x = -y = \frac{z}{2}, \quad x = y = \frac{z}{2a}, \quad x = -\frac{y}{2} = \frac{z}{a}$$

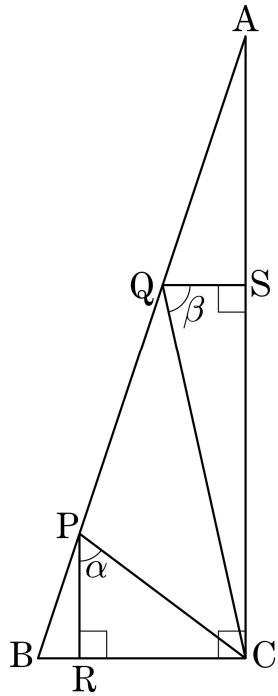
가 같은 평면 위에 있을 때, $20a$ 의 값을 구하시오.
(단, $a \neq 0$ 이다.) [3점]

26. 직사각형 모양의 잔디밭에 산책로가 만들어져 있다. 이 산책로는 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 원 8개가 서로 외접하고 있는 형태이다.



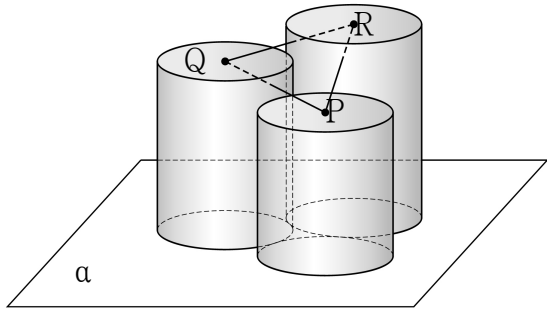
A 지점에서 출발하여 산책로를 따라 최단 거리로 B 지점에 도착하는 경우의 수를 구하시오. (단, 원 위에 표시된 점은 원과 직사각형 또는 원과 원의 접점을 나타낸다.) [4점]

27. $\overline{AC}=3$, $\overline{BC}=1$, $\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 가 있다. 선분 AB 를 4:1로 내분하는 점을 P, 선분 AB 를 2:3으로 내분하는 점을 Q 라 하자. 점 P 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 R, 점 Q 에서 선분 AC 에 내린 수선의 발을 S 라 하자. $\angle CPR=\alpha$, $\angle CQS=\beta$ 라 할 때, $\tan(\beta-\alpha)=\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 자연수 n 에 대하여 구간 $[(n-1)\pi, n\pi]$ 에서 곡선 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^n \sin x$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} S_n = a$ 일 때, $50a$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 반지름의 길이가 모두 $\sqrt{3}$ 이고 높이가 서로 다른 세 원기둥이 서로 외접하며 한 평면 α 위에 놓여 있다. 평면 α 와 만나지 않는 세 원기둥의 밑면의 중심을 각각 P, Q, R라 할 때, 삼각형 QPR는 이등변삼각형이고, 평면 QPR와 평면 α 가 이루는 각의 크기는 60° 이다. 세 원기둥의 높이를 각각 8, a , b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, $8 < a < b$) [4점]



30. 실수 t 에 대하여 좌표평면에서 원점을 지나고 기울기가 $\tan(\sin t)$ 인 직선과 원 $x^2 + y^2 = e^{2t}$ 이 만나는 점 중에서 x 좌표가 양수인 점을 P라 하고, 점 P가 나타내는 곡선을 C라 하자. $t = \pi$ 일 때, 곡선 C 위의 점 P에서의 접선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $a \times e^{b\pi}$ 이다. $10(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 유리수이다.)

[4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.