

5지선다형

1. 부등식 $(\log_3 x)(\log_3 3x) \leq 20$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는? [2점]

- ① 9 ② 27 ③ 81
 ④ 243 ⑤ 729

2. $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 인 θ 에 대하여 $(1 + \tan\theta)\tan 2\theta = 3$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{2}{5}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

3. 두 사건 A, B 는 서로 독립이고,

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}, P(B) = \frac{1}{3}$$

일 때, $P(A^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.)

[2점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

4. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2\sin x + 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. $g'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. 확률변수 X 가 이항분포 $B(9, p)$ 를 따르고
 $\{E(X)\}^2 = V(X)$ 일 때, p 의 값은? (단, $0 < p < 1$) [3점]
- ① $\frac{1}{13}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{11}$
 ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

6. 좌표공간에 두 점 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$ 이 있고, 점 $P(x, y, z)$ 는 $\triangle OAP$ 의 넓이가 2가 되도록 움직인다. $0 \leq x \leq 1$ 일 때, 점 P 의 자취가 만드는 도형을 평면 위에 펼쳤을 때의 넓이는? [3점]
- ① 16π ② 8π ③ 5π
 ④ 2π ⑤ π

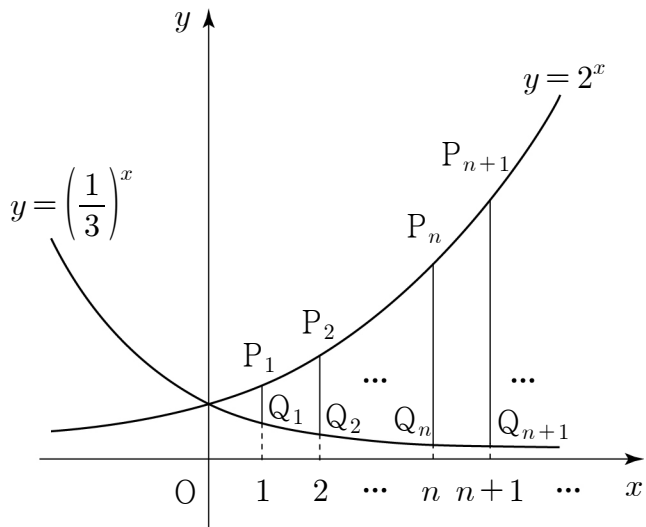
7. 한 개의 주사위를 3번 던져서 나온 눈의 수를 차례로 x, y, z 라 하자. 방정식 $x+y+z=6$ 을 만족시키는 해의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? [3점]
- ① 7 ② 10 ③ 13
 ④ 16 ⑤ 19

8. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 직선 $x=n$ 이 두 곡선

$y=2^x$, $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 과 만나는 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하자.

사다리꼴 $P_nQ_nQ_{n+1}P_{n+1}$ 의 넓이를 A_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{2^{n-1}}$ 의 값은? [3점]



- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

9. 고속 열차가 출발하여 3km를 달리는 동안은 시각 t 분에

서의 속력이 $v(t) = \frac{3}{4}t^2 + \frac{1}{2}t$ (km/분)이고 그 이후로는 속

력이 일정하다. 출발 후 5분 동안 이 열차가 달린 거리는?

[3점]

- ① 17km ② 16km ③ 15km
④ 14km ⑤ 13km

10. $x > 0$ 에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$
(나) $f(x) + xf'(x) = x \cos x$

$f(\pi)$ 의 값은? [3점]

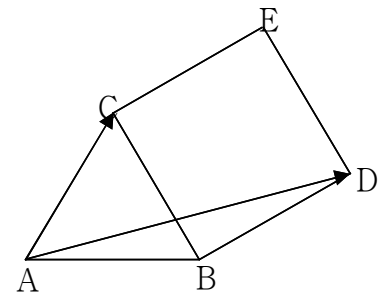
- ① $-\frac{2}{\pi}$ ② $-\frac{1}{\pi}$ ③ 0
④ $\frac{1}{\pi}$ ⑤ $\frac{2}{\pi}$

11. 어느 시험의 점수 분포가 평균 m , 분산 σ^2 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 시험에서 m 과 $m+\sigma$ 사이의 점수는 성적 '우'를 부여할 때, '우'의 성적이 나올 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

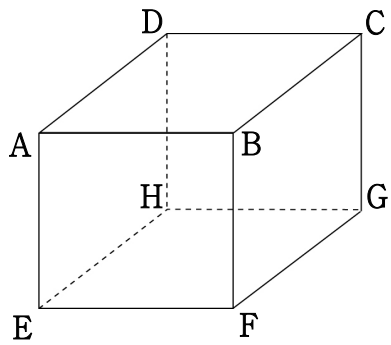
- ① 0.11 ② 0.16 ③ 0.34
 ④ 0.43 ⑤ 0.48

12. 평면 위에 한 변의 길이가 1인 정삼각형ABC와 정사각형BDEC가 그림과 같이 변 BC를 공유하고 있다. 이때, $\vec{AC} \cdot \vec{AD}$ 의 값은? [3점]



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
 ④ $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

[13~14] 한 변의 길이가 3인 정육면체 ABCD-EFGH가 있다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



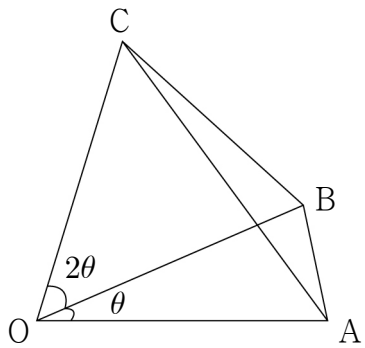
13. 선분 AG를 1:2로 내분하는 점을 I라 할 때, 선분 FI의 길이는? [3점]

- ① 3 ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{15}$
 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{21}$

14. 정육면체의 꼭짓점 중에서 임의의 서로 다른 두 점을 연결한 선분의 길이가 무리수일 때, 그 선분의 길이가 $3\sqrt{3}$ 일 확률은? [4점]

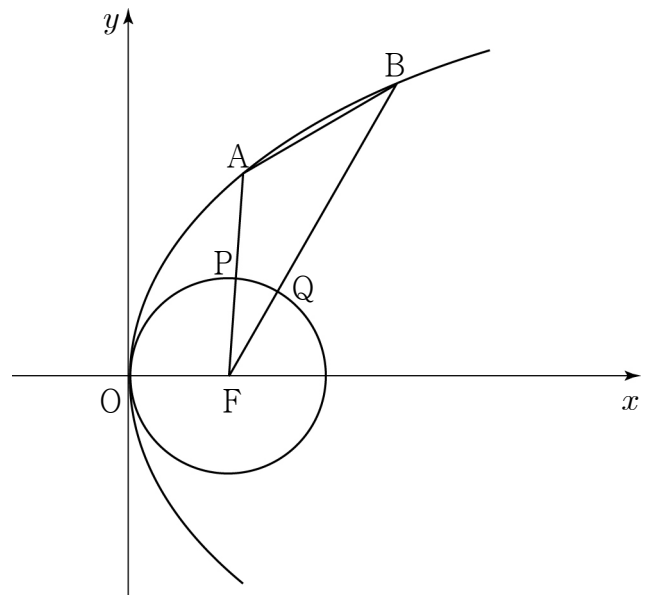
- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

15. 그림과 같이 평면 위에 있는 사각형 OABC가 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$, $\angle AOB = \frac{1}{2} \angle BOC = \theta$, $\cos\theta = \frac{9}{10}$ 를 만족시킨다. $\angle BAC = \alpha$, $\angle BCA = \beta$ 라 할 때, $\sin^2(\alpha - \beta)$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{20}$
- ② $\frac{1}{10}$
- ③ $\frac{3}{20}$
- ④ $\frac{1}{5}$
- ⑤ $\frac{1}{4}$

16. 그림과 같이 포물선 $y^2 = 4px$ 의 초점 F를 중심으로 하고 원점을 지나는 원 C가 있다. 포물선 위의 점 A와 점 B에 대하여 선분 FA와 선분 FB가 원 C와 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, 점 P는 선분 FA의 중점이고, 점 Q는 선분 FB를 2:5로 내분하는 점이다. 삼각형 AFB의 넓이가 24일 때, p의 값은? (단, 점 A와 점 B는 제1사분면 위에 있다.) [4점]



- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

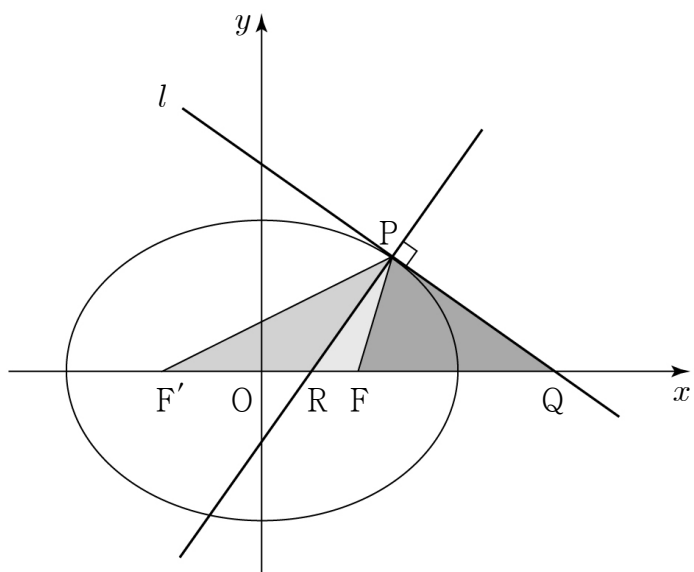
17. 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(2) = 1$
 (나) $\int_0^2 f(x)dx = \frac{1}{4}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ f\left(\frac{2k}{n}\right) - f\left(\frac{2k-2}{n}\right) \right\} \frac{k}{n}$ 의 값은? [4점]

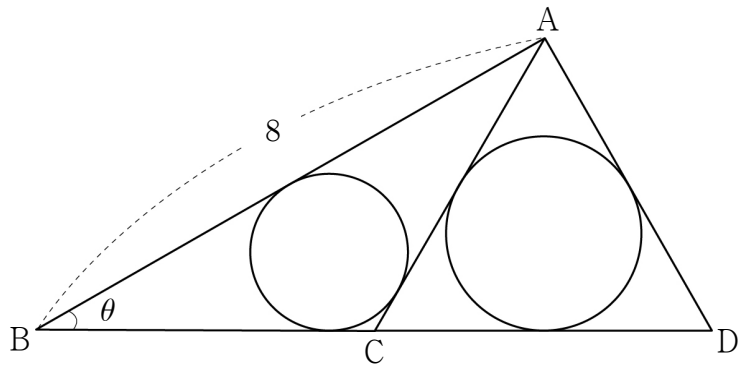
- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{5}{6}$
 ④ $\frac{6}{7}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

18. 그림과 같이 두 초점이 F, F'인 타원 $3x^2 + 4y^2 = 12$ 위를 움직이는 제1사분면 위의 점 P에서의 접선 l 이 x 축과 만나는 점을 Q, 점 P에서 접선 l 과 수직인 직선을 그어 x 축과 만나는 점을 R라 하자. 세 삼각형 PRF, PF'R, PFQ의 넓이가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 점 P의 x 좌표는? [4점]



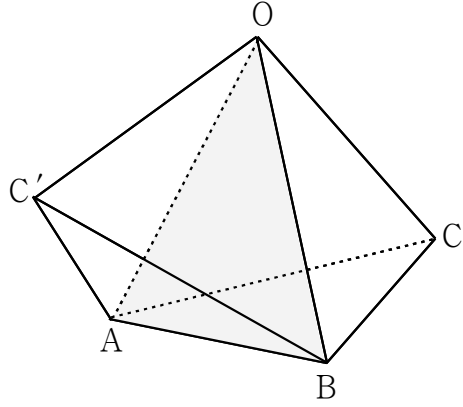
- ① $\frac{13}{12}$ ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{5}{4}$
 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{17}{12}$

19. $\overline{AB}=8$, $\overline{AC}=\overline{BC}$, $\angle ABC = \theta$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. 그림과 같이 선분 BC의 연장선 위에 $\overline{AC}=\overline{AD}$ 인 점 D를 잡는다. 삼각형 ABC에 내접하는 원의 반지름의 길이를 r_1 , 삼각형 ACD에 내접하는 원의 반지름의 길이를 r_2 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{r_1 r_2}{\theta^2}$ 의 값은? [4점]



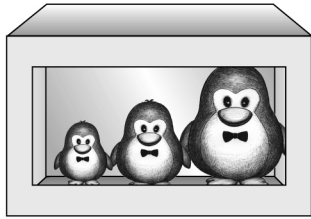
- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

20. 그림과 같이 두 개의 정사면체 OABC와 OABC'가 면 OAB를 공유하고 있다. 벡터 $\overrightarrow{OC'} = p\overrightarrow{OA} + q\overrightarrow{OB} + r\overrightarrow{OC}$ 를 만족시키는 상수 p, q, r 에 대하여 $p+q+r$ 의 값은? [4점]

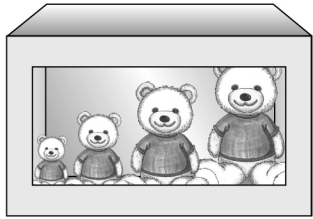


- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

21. 그림과 같이 크기가 서로 다른 3개의 펭귄 인형과 4개의 곰 인형이 두 상자 A, B에 왼쪽부터 크기가 작은 것에서 큰 것 순으로 담겨져 있다.



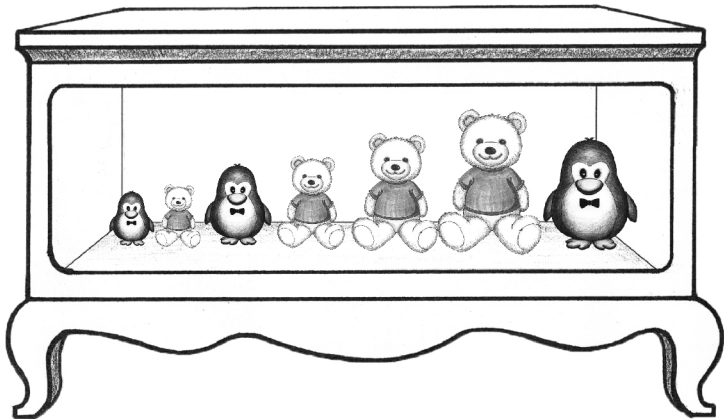
상자 A



상자 B

다음 조건을 만족시키도록 상자 A, B의 모든 인형을 일렬로 진열하는 경우의 수는? [4점]

- (가) 같은 상자에 담겨있는 인형은 왼쪽부터 크기가 작은 것에서 큰 것 순으로 진열한다.
- (나) 상자 A의 왼쪽에서 두 번째 펭귄 인형은 상자 B의 왼쪽에서 두 번째 곰 인형보다 왼쪽에 진열한다.



- ① 9
- ② 11
- ③ 13
- ④ 15
- ⑤ 17

단답형

22. 함수 $f(x) = 1 + 3\log_2 x$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 $(g \circ f)(x) = x$ 를 만족시킬 때, $g(13)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 좌표평면에서 중심이 $(1, 1, 1)$ 이고 평면 $x + 2y - 2z = 31$ 에 접하는 구의 반지름을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = (x+1)^{\frac{3}{2}}$ 과 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를 $h(x) = (g \circ f)(x)$ 라 하자. $h'(0) = 15$ 일 때, $g'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

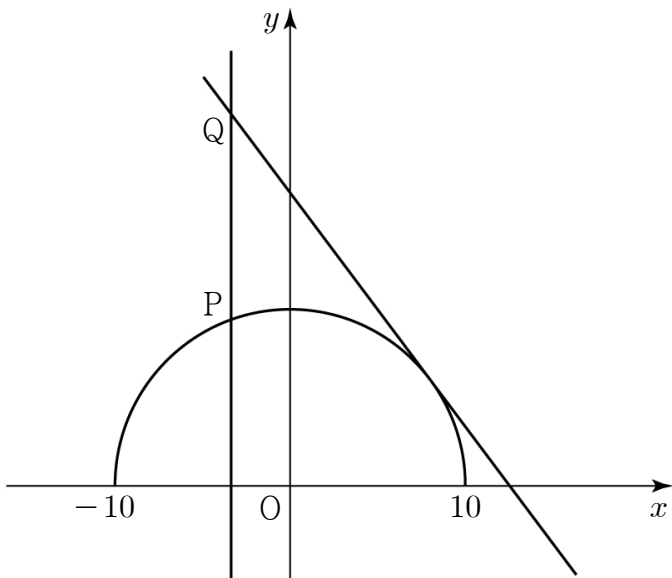
25. 어떤 모집단에서 임의로 100명을 추출하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\left[\frac{1}{10} - c, \frac{1}{10} + c\right]$ 이었다. 같은 모집단에서 n 명을 임의로 추출하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\left[\frac{1}{9} - s(n), \frac{1}{9} + s(n)\right]$ 이고 $s(n) = \frac{50}{81}c$ 이다 n 의 값을 구하시오. [3점]

26. 구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $100f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt = 1$$

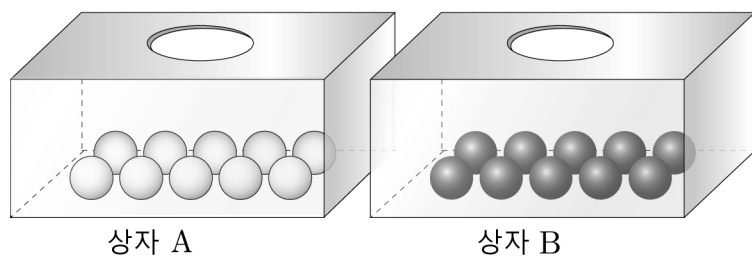
$$(나) \cos x \int_0^x f(t) dt = \sin x \int_x^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt \quad \left(\text{단, } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

27. 곡선 $C: x^2 + y^2 = 100$ ($y \geq 0$)과 곡선 C 의 접선 $y = -\sqrt{3}x + 20$ 이 있다. 곡선 C 위의 점 P 에서 y 축에 평행한 직선을 그어 접선과 만나는 점을 Q 라 하자. 점 P 가 점 $A(10, 0)$ 을 출발하여 곡선 위를 매초 5의 일정한 속력으로 점 $B(-10, 0)$ 까지 이동할 때, 시간(초)에 대한 선분 PQ 의 길이의 순간변화율의 최댓값을 구하시오. [4점]



28. 상자 A에는 흰 공 10개, 상자 B에는 검은 공 10개가 들어 있다. 다음과 같이 [실행 1]부터 [실행 3]까지 할 때, 상자 B의 흰 공의 개수가 홀수일 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- [실행 1] 상자 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 B에 넣는다.
- [실행 2] 상자 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 A에 넣는다.
- [실행 3] 상자 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 B에 넣는다.

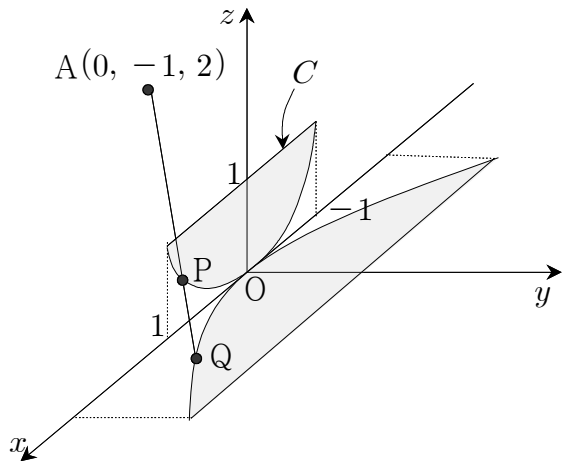


29. 좌표공간에서 집합

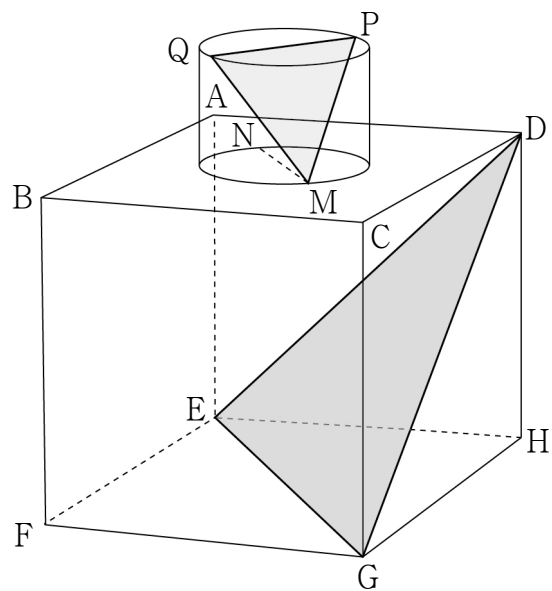
$$\{(x, y, z) \mid x^2 + (z-1)^2 \leq 1, y=0, 0 \leq z \leq 1\}$$

이 나타내는 도형을 C 라 하자. 점 $A(0, -1, 2)$ 와 도형 C 위의 점 P 를 지나는 직선이 xy 평면과 만나는 점을 Q 라 하면 점 Q 가 나타내는 도형의 넓이는 $\frac{b}{a}$ 이다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]



30. 한 변의 길이가 4인 정육면체 $ABCD - EFGH$ 와 밑면의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 이고 높이가 2인 원기둥이 있다. 그림과 같이 이 원기둥의 밑면이 평면 $ABCD$ 에 포함되고 사각형 $ABCD$ 의 두 대각선의 교점과 원기둥의 밑면의 중심이 일치하도록 하였다. 평면 $ABCD$ 에 포함되어 있는 원기둥의 밑면을 α , 다른 밑면을 β 라 하자. 평면 $AEGC$ 가 밑면 α 와 만나서 생기는 선분을 \overline{MN} , 평면 $BFHD$ 가 밑면 β 와 만나서 생기는 선분을 \overline{PQ} 라 할 때, 삼각형 MPQ 의 평면 DEG 위로의 정사영의 넓이는 $\frac{b}{a}\sqrt{3}$ 이다. a^2+b^2 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.