

5지선다형

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

2. 함수 $f(x) = 3\sin x + 4\cos x$ 의 최댓값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $f(x) = xe^x$ 에 대하여 $\int_0^1 f(x)dx$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ e
 ④ $e+1$ ⑤ $e+2$

4. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{4}, P(A^C \cap B) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.)

[3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

5. 좌표공간의 점 $P(3, 5, 4)$ 에서 xy 평면에 내린 수선의 발을 H 라 하자. xy 평면 위의 한 직선 l 과 점 P 사이의 거리가 $4\sqrt{2}$ 일 때, 점 H 와 직선 l 사이의 거리는? [3점]

- ① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{3}$
 ④ $\sqrt{15}$ ⑤ 4

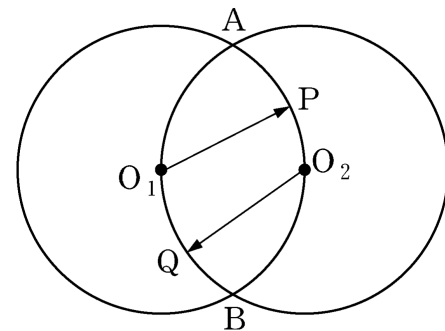
6. 연속함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 y 축에 대하여 대칭이고, 모든 실수 a 에 대하여

$$\int_{a-1}^{a+1} f(a-x) dx = 24$$

일 때, $\int_0^1 f(x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16
 ④ 18 ⑤ 20

7. 평면 위의 두 점 O_1, O_2 사이의 거리가 1일 때, O_1, O_2 를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 두 원의 교점을 A, B 라 하자. 호 AO_2B 위의 점 P 와 호 AO_1B 위의 점 Q 에 대하여 두 벡터 $\vec{O_1P}, \vec{O_2Q}$ 의 내적 $\vec{O_1P} \cdot \vec{O_2Q}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [3점]



- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 1

8. 어느 제과점에서 판매되는 참쌀도넛의 무게는 평균이 70, 표준편차가 2.5인 정규분포를 따른다고 한다. 이 제과점에서 판매되는 참쌀도넛 중 16개를 임의추출하여 조사한 무게의 표본평균을 \bar{X} 라 하자.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

$$P(|\bar{X} - 70| \leq a) = 0.9544$$

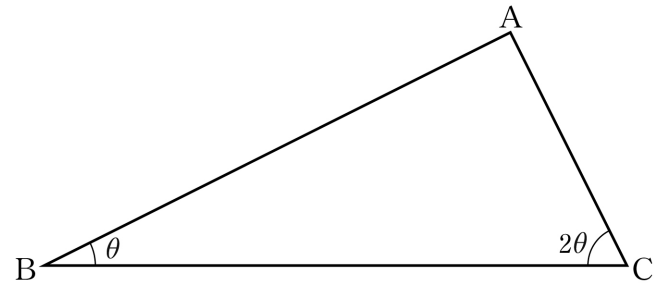
를 만족시키는 상수 a 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 무게의 단위는 g이다.) [3점]

- ① 1.00 ② 1.25 ③ 1.50
④ 2.00 ⑤ 2.25

9. 주머니 안에 0, 2, 3, 5가 하나씩 적혀 있는 4개의 공이 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 숫자를 확인한 후 다시 넣는 시행을 3회 반복한다. 꺼낸 3개의 공에 적힌 수를 모두 곱한 값으로 가능한 서로 다른 정수의 개수는? [3점]

- ① 9 ② 11 ③ 13
④ 15 ⑤ 17

10. 그림과 같이 $\overline{BC} = 1$ 이고 $\angle ABC = \theta$, $\angle ACB = 2\theta$ 인 삼각형 ABC가 있다. 다음은 $\overline{AB} + \overline{AC} = a$ 라 할 때, $\cos\theta$ 를 a 에 대한 식으로 나타내는 과정이다.



삼각형 ABC에서

$$\frac{1}{\sin(\pi - 3\theta)} = \frac{\overline{AB}}{\sin 2\theta} = \frac{\overline{AC}}{\sin \theta}$$

이므로 $\overline{AB} + \overline{AC} = \frac{\sin \theta \times \boxed{\text{가}}}{\sin 3\theta}$ 이다.

$$\begin{aligned} \sin 3\theta &= \sin(2\theta + \theta) \\ &= \sin 2\theta \cos \theta + \cos 2\theta \sin \theta \\ &= 2\sin \theta \cos^2 \theta + (1 - 2\sin^2 \theta) \sin \theta \\ &= 3\sin \theta - 4\sin^3 \theta \end{aligned}$$

이므로 $\overline{AB} + \overline{AC} = a$ 에서

$$a = \frac{\boxed{\text{가}}}{3 - 4\sin^2 \theta} = \frac{1}{\boxed{\text{나}}}$$

이다. 따라서

$$\cos \theta = \boxed{\text{다}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(\theta)$, $g(\theta)$,

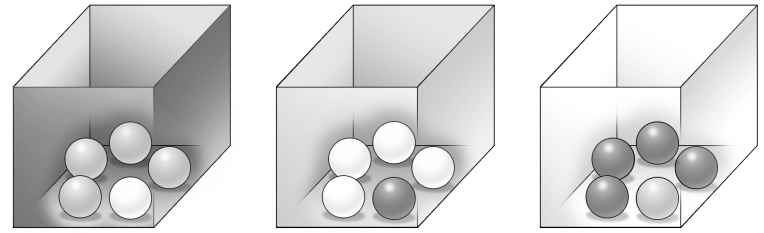
$h(a)$ 라 할 때, $f\left(\frac{\pi}{6}\right) + g\left(\frac{\pi}{6}\right) + h(2)$ 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{3} + 1$ ② $\sqrt{3} + \frac{4}{3}$ ③ $2\sqrt{3} + \frac{3}{4}$
④ $2\sqrt{3} + 1$ ⑤ $2\sqrt{3} + \frac{5}{4}$

11. 중심이 (0, 3)이고 반지름의 길이가 5인 원이 x 축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 이 원과 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 이 만나는 점 중 한 점을 P라 할 때, $\overline{AP} \times \overline{BP}$ 의 값은? [3점]

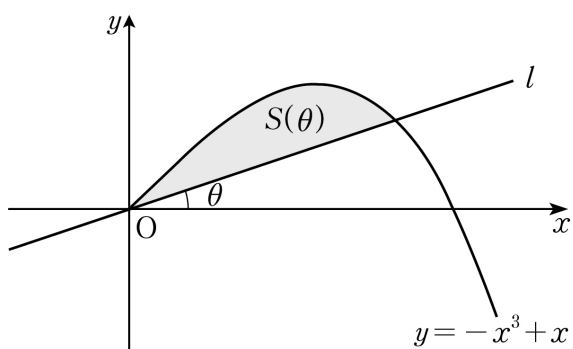
- ① $\frac{41}{4}$ ② $\frac{21}{2}$ ③ $\frac{43}{4}$
- ④ 11 ⑤ $\frac{45}{4}$

12. 빨간 공, 파란 공, 노란 공이 각각 5개씩 있다. 이 15개의 공만을 사용하여 빨간 상자, 파란 상자, 노란 상자에 상자의 색과 다른 색의 공을 5개씩 담으려고 한다. 공을 담는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않는다.) [3점]



- ① 6 ② 12 ③ 18
- ④ 24 ⑤ 30

13. 그림과 같이 원점을 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 θ ($0 \leq \theta < \frac{\pi}{4}$)인 직선을 l 이라 하자. 곡선 $y = -x^3 + x$ ($x \geq 0$)과 직선 l 로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4} - 0} \frac{S(\theta)}{\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)^2}$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{2}{3}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{3}{2}$

14. 평면 위에 삼각형 OAB가 있다.

$$\vec{OP} = s\vec{OA} + t\vec{OB} \quad (s \geq 0, t \geq 0)$$

를 만족하는 점 P가 그리는 도형에 대한 옳은 설명을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $s+t=1$ 일 때, 점 P가 그리는 도형은 선분 AB이다.

ㄴ. $s+2t=1$ 일 때, 점 P가 그리는 도형의 길이는 선분 AB의 길이보다 크다.

ㄷ. $s+2t \leq 1$ 일 때, 점 P가 그리는 영역은 삼각형 OAB를 포함한다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

17. M 자동차회사의 어느 해 전반기와 후반기의 판매 사원별 자동차 판매 대수는 다음과 같은 정규분포를 따른다고 한다.

구 분	평 균	표준편차
전 반 기	32	8
후 반 기	38	10

전반기에는 44 대 이상 자동차를 판매한 사원에게 특별상여금을 지급하였다. 후반기에도 전반기와 같은 비율의 인원에게 특별상여금을 지급하였을 때, 후반기에 특별상여금을 받은 사원은 자동차를 최소한 몇 대 이상 판매하였는가?

(단, 판매사원 수는 변동이 없는 것으로 한다.) [4점]

- ① 47 대 ② 49 대 ③ 51 대
④ 53 대 ⑤ 55 대

18. 좌표평면에서 곡선

$$y = \cos^n x \quad (0 < x < \frac{\pi}{2}, n = 2, 3, 4, \dots)$$

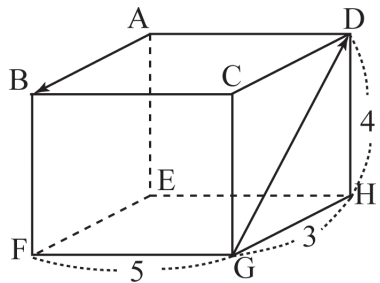
의 변곡점의 y 좌표를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{e^2}$ ② $\frac{1}{e}$ ③ $\frac{1}{\sqrt{e}}$
④ $\frac{1}{2e}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{2e}}$

19. 그림과 같이 각 변의 길이가 3, 4, 5인 직육면체 ABCD-EFGH에서

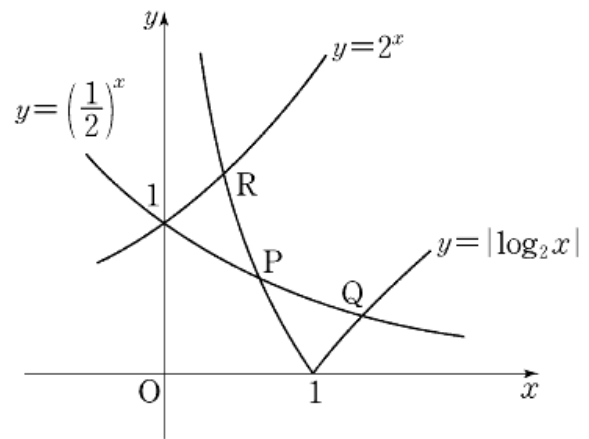
$$\vec{AX} = k\vec{AB} + (1-k)\vec{GD} \quad (\text{단, } 0 \leq k \leq 1)$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 자취의 길이는? [4점]



- ① $\sqrt{34}$ ② $\sqrt{41}$ ③ $2\sqrt{13}$
- ④ $2\sqrt{15}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

20. 좌표평면에서 두 곡선 $y = |\log_2 x|$ 와 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 이 만나는 두 점을 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ ($x_1 < x_2$)라 하고, 두 곡선 $y = |\log_2 x|$ 와 $y = 2^x$ 이 만나는 점을 $R(x_3, y_3)$ 이라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

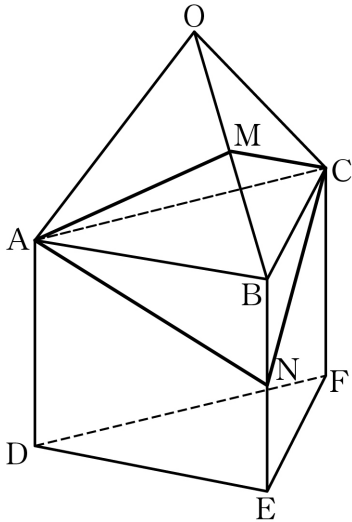
ㄱ. $\frac{1}{2} < x_1 < 1$

ㄴ. $x_2 y_2 - x_3 y_3 = 0$

ㄷ. $x_2(x_1 - 1) > y_1(y_2 - 1)$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림은 모든 모서리의 길이가 2인 정삼각기둥 $ABC-DEF$ 의 밑면 ABC 와 모든 모서리의 길이가 2인 정사면체 $OABC$ 의 밑면 ABC 를 일치시켜 만든 도형을 나타낸 것이다. 두 모서리 OB , BE 의 중점을 각각 M , N 이라 하고, 두 평면 MCA , NCA 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{6}$
- ② $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$
- ③ $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$
- ④ $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$
- ⑤ $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$

단답형

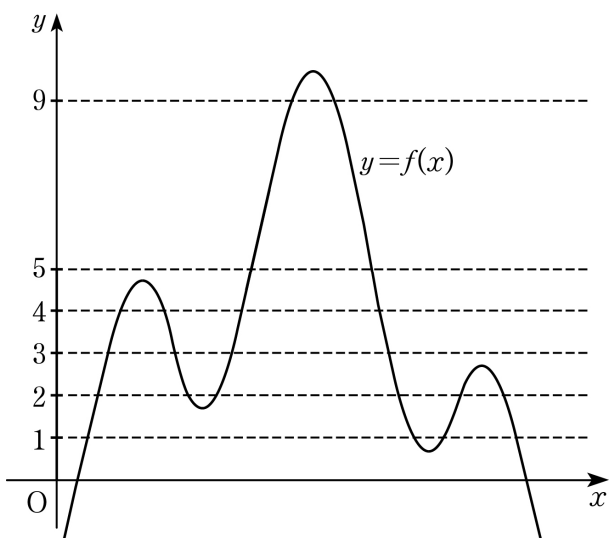
22. 함수 $f(x) = \ln x - x$ 에 대하여 $f'\left(\frac{1}{10}\right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 구 $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$ 위를 움직이는 점 P 가 있다. 점 P 와 평면 $2x - y + 2z - 7 = 0$ 사이의 거리의 최댓값을 d 라 할 때, $60d$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 자연수 n 에 대하여 점 $(-n, 0)$ 을 지나고 제1사분면에
서 포물선 $y^2 = 4x$ 에 접하는 직선의 기울기를 a_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{10} \left(\frac{1}{a_n}\right)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



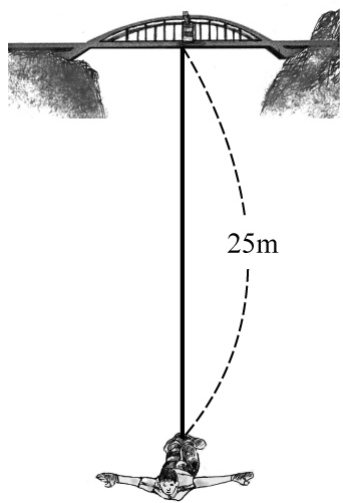
한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수를 a 라 할 때,
곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = a$ 의 교점의 개수를 확률변수 X
라 하자. $E(X) = \frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 세 학생 A, B, C가 다음 단계에 따라 최종 승자를 정
한다.

- [단계 1] 세 학생이 동시에 가위바위보를 한다.
- [단계 2] [단계 1]에서 이긴 학생이 1명뿐이면 그 학생
이 최종 승자가 되고, 이긴 학생이 2명이면 [단
계 3]으로 가고, 이긴 학생이 없으면 [단계 1]
로 간다.
- [단계 3] [단계 2]에서 이긴 2명 중 이긴 학생이 나올
때까지 가위바위보를 하여 이긴 학생이 최종 승
자가 된다.

가위바위보를 2번 한 결과 A 학생이 최종 승자로 정해졌을
때, 2번째 가위바위보를 한 학생이 2명이었을 확률을 p 라
하면 $60p$ 의 값을 구하시오. (단, 각 학생이 가위, 바위, 보를
낼 확률은 각각 $\frac{1}{3}$ 이다.) [4점]

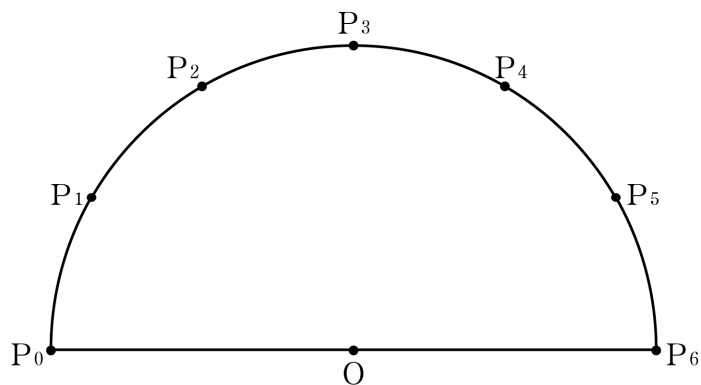
27. 높이가 45m 인 변지점프대에 길이가 20 m 인 원기둥 모양의 탄력줄이 연결되어 있다. 이 탄력줄은 힘을 주어 길이가 늘어나도 원기둥 모양이 유지되며 그 부피는 변하지 않는다고 한다. 어떤 사람이 탄력줄을 매고 점프대를 출발한 후 20 m 였던 탄력줄의 길이가 25 m 로 되는 순간에 탄력줄의 길이가 늘어나는 속도는 10 m/초 이고, 탄력줄의 반지름의 길이는 $\frac{3}{100}$ m 이다. 이 순간에 탄력줄의 반지름의 길이의 변화율을 $-\frac{b}{a}$ m/초 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



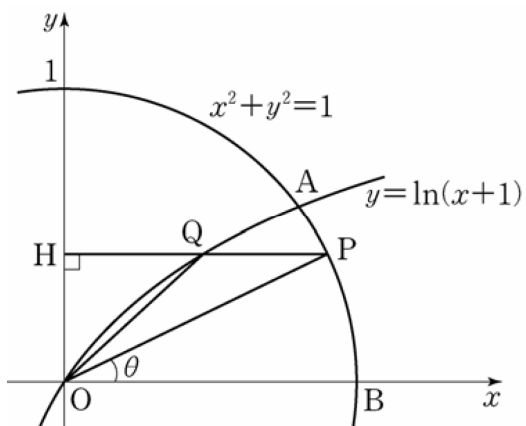
28. 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 반원의 호를 6 등분하여 양 끝점과 각 분점을 왼쪽부터 차례로

$$P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$$

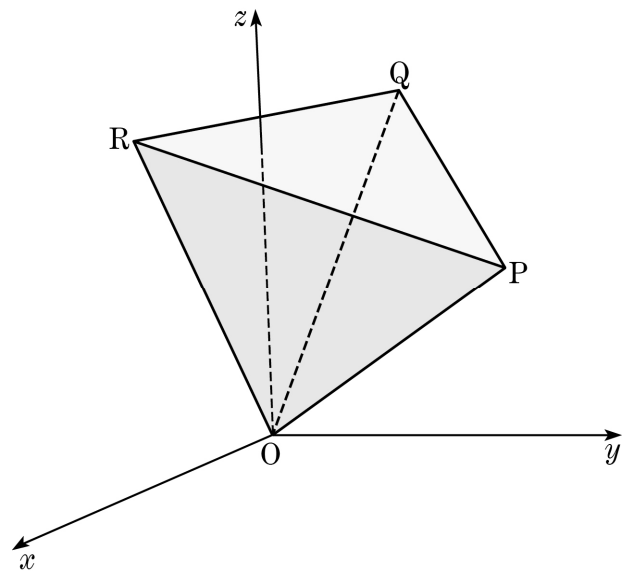
이라 하자. 이 7 개의 점 중에서 임의로 선택한 서로 다른 두 점을 각각 $P_i, P_j (0 \leq i < j \leq 6)$ 이라 하고, 선분 P_0P_6 의 중점을 O 라 하자. 두 벡터 $\overrightarrow{OP_i}, \overrightarrow{OP_j}$ 의 내적 $\overrightarrow{OP_i} \cdot \overrightarrow{OP_j}$ 의 값을 확률변수 X 라 할 때, $E(X) = \frac{q\sqrt{3}}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 곡선 $y = \ln(x+1)$ 이 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 점 B(1, 0)에 대하여 호 AB 위의 점 P에서 y축에 내린 수선의 발을 H, 선분 PH와 곡선 $y = \ln(x+1)$ 이 만나는 점을 Q라 하자. $\angle POB = \theta$ 라 할 때, 삼각형 OPQ의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 HQ의 길이를 $L(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{L(\theta)} = k$ 일 때, $60k$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, O는 원점이다.) [4점]



30. 그림과 같이 좌표공간에서 한 모서리의 길이가 1인 정사면체 OPQR의 한 면 PQR가 z축과 만난다. 면 PQR의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이를 S라 할 때, S의 최솟값은 k 이다. $160k^2$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.