

5지선다형

1. $\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ 일 때, $\cos 2\theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$
- ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

2. 두 사건 A와 B는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{4}, \quad P(B) = \frac{1}{3}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{5}{12}$
- ④ $\frac{11}{24}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

3. 곡선 $y = 2^{2x-3} + 1$ 위의 점 $(1, \frac{3}{2})$ 에서의 접선의 기울기는? [2점]

- ① $\frac{1}{2} \ln 2$ ② $\ln 2$ ③ $\frac{3}{2} \ln 2$
- ④ $2 \ln 2$ ⑤ $\frac{5}{2} \ln 2$

4. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \left(1 - \cos \frac{x}{2}\right) = 1$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2
- ④ 4 ⑤ 8

5. 세 정수 a, b, c 에 대하여
 $1 \leq |a| \leq |b| \leq |c| \leq 5$
 를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [3점]
- ① 360 ② 320 ③ 280
 ④ 240 ⑤ 200

6. 한 개의 주사위를 2번 던질 때 첫 번째 나온 눈의 수를 a ,
 두 번째 나온 눈의 수를 b 라 하자. 두 수 a, b 의 곱 ab 가
 짝수일 때, a 와 b 가 모두 짝수일 확률은? [3점]
- ① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{12}$
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

7. 원 $x^2 + y^2 = 8$ 과 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 서로 다른 네 점
 에서 만나고 이 네 점은 원의 둘레를 4등분한다. 이 쌍곡선
 의 한 점근선의 방정식이 $y = \sqrt{2}x$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?
 (단, a, b 는 상수이다.) [3점]
- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

8. 원소의 개수가 6인 집합을 공집합이 아닌 두 개의 부분집합으로 분할하는 경우의 수는? [3점]

- ① 31 ② 32 ③ 33
④ 34 ⑤ 35

9. 닫힌구간 $[0, 1]$ 의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가

$$f(x) = kx(1-x^3) \quad (0 \leq x \leq 1)$$

일 때, $24k$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 10 ② 20 ③ 40
④ 60 ⑤ 80

10. 좌표공간에 서로 수직인 두 평면 α 와 β 가 있다. 평면 α 위의 두 점 A, B 에 대하여 $\overline{AB} = 3\sqrt{5}$ 이고 직선 AB 는 평면 β 에 평행하다. 점 A 와 평면 β 사이의 거리가 2이고, 평면 β 위의 점 P 와 평면 α 사이의 거리는 4일 때, 삼각형 PAB 의 넓이는? [3점]

- ① 12 ② 13 ③ 14
④ 15 ⑤ 16

11. A 조사 기관에서는 어느 교양 프로그램에 대한 시청률을 전국의 학생을 대상으로 조사하기로 하였다. 전국의 학생 중에서 400 명을 임의추출하여 그 교양 프로그램을 시청한 학생 수를 조사하였더니 80 명이었다. 이 교양 프로그램에 대한 시청률을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간의 길이는? (단, Z 가 표준정규분포를 따를 때, $P(|Z| \leq 2) = 0.95$ 이다.) [3점]

- ① 0.02 ② 0.04 ③ 0.06
- ④ 0.08 ⑤ 0.1

12. 좌표평면 위에 원점 O 를 시점으로 하는 서로 다른 임의의 두 벡터 \vec{OP} , \vec{OQ} 가 있다. 두 벡터의 중점 P , Q 를 x 축 방향으로 3만큼, y 축 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점을 각각 P' , Q' 이라 할 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $|\vec{OP} - \vec{OP}'| = \sqrt{10}$

ㄴ. $|\vec{OP} - \vec{OQ}| = |\vec{OP}' - \vec{OQ}'|$

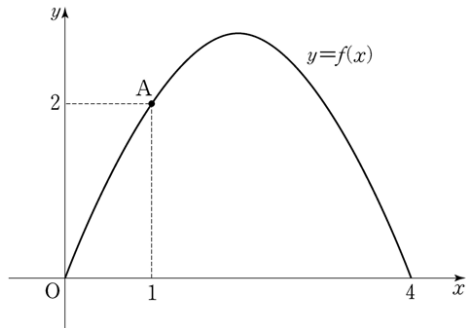
ㄷ. $\vec{OP} \cdot \vec{OQ} = \vec{OP}' \cdot \vec{OQ}'$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[13-14] 닫힌구간 $[0, 4]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = 2\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4}x$$

의 그래프가 그림과 같고 직선 $y = g(x)$ 가 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 $A(1, 2)$ 를 지난다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



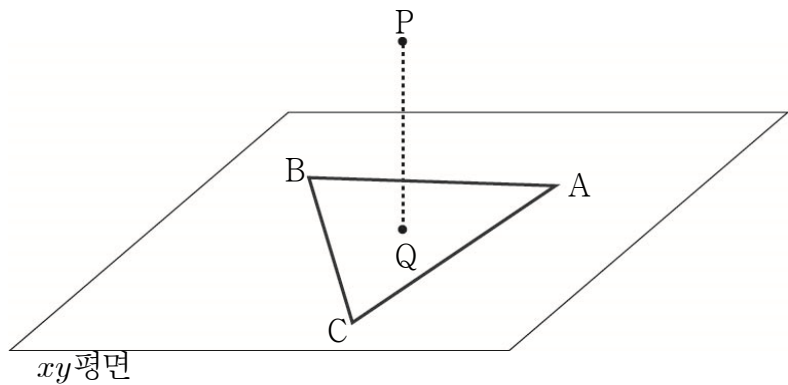
13. 직선 $y = g(x)$ 가 x 축에 평행할 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = g(x)$ 에 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{16}{\pi} - 4$ ② $\frac{17}{\pi} - 4$ ③ $\frac{18}{\pi} - 4$
 ④ $\frac{16}{\pi} - 2$ ⑤ $\frac{17}{\pi} - 2$

14. 일차함수 $g(x)$ 가 닫힌구간 $[0, 4]$ 에서 $f(x) \leq g(x)$ 를 만족시킬 때, $g(3)$ 의 값은? [4점]

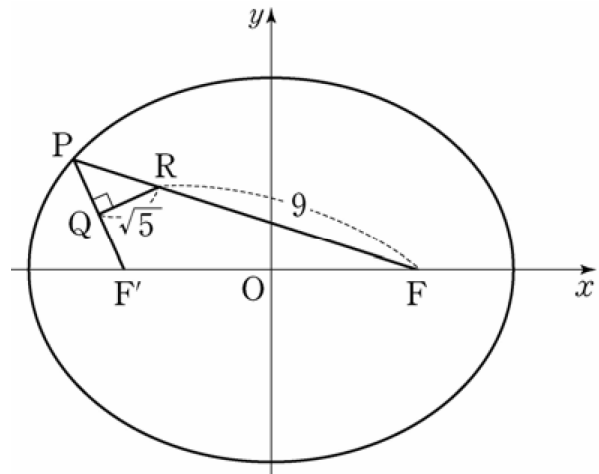
- ① π ② $\pi + 1$ ③ $\pi + 2$
 ④ $\pi + 3$ ⑤ $\pi + 4$

15. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 2\sqrt{7}$ 인 삼각형 ABC가 xy 평면 위에 있고, 점 $P(1, 1, 4)$ 의 xy 평면 위로의 정사영 Q는 삼각형 ABC의 무게중심과 일치한다. 점 P에서 직선 BC까지의 거리는? [4점]



- ① $3\sqrt{2}$ ② $\sqrt{19}$ ③ $2\sqrt{5}$
 ④ $\sqrt{21}$ ⑤ $\sqrt{22}$

16. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다. 타원 위에 있고 제2사분면에 있는 점 P에 대하여 선분 PF' 의 중점을 Q, 선분 PF를 1:3으로 내분하는 점을 R라 하자. $\angle PQR = \frac{\pi}{2}$, $\overline{QR} = \sqrt{5}$, $\overline{RF} = 9$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 양수이다.) [4점]



- ① 96 ② 100 ③ 104
 ④ 108 ⑤ 112

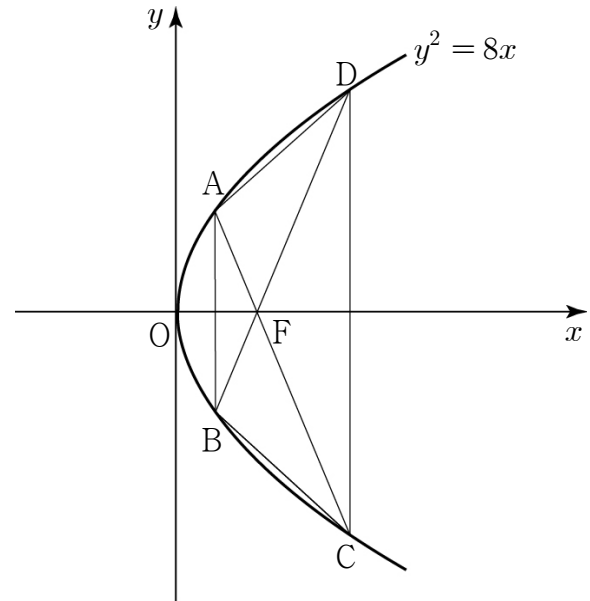
17. 구간 $(0, \infty)$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 할 때, 함수 $F(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 양수 x 에 대하여 $F(x) + xf(x) = (2x+2)e^x$
 (나) $F(1) = 2e$

$F(3)$ 의 값은? [4점]

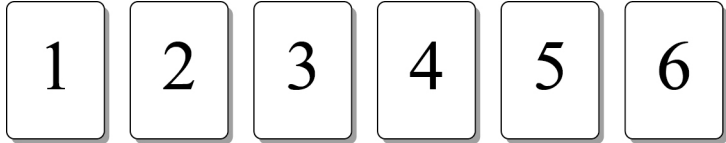
- ① $\frac{1}{4}e^3$ ② $\frac{1}{2}e^3$ ③ e^3
 ④ $2e^3$ ⑤ $4e^3$

18. 그림과 같이 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD에 대하여 두 선분 AB와 CD가 각각 y 축과 평행하다. 사각형 ABCD의 두 대각선의 교점이 포물선의 초점 F와 일치하고 $\overline{DF} = 6$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이는? [4점]



- ① $14\sqrt{2}$ ② $15\sqrt{2}$ ③ $16\sqrt{2}$
 ④ $17\sqrt{2}$ ⑤ $18\sqrt{2}$

19. 그림과 같이 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 한 면에만 각각 적혀 있는 6장의 카드가 일렬로 놓여 있다. 주사위 한 개를 던져서 나온 눈의 수가 2이하이면 가장 작은 숫자가 적혀 있는 카드 1장을 뒤집고, 3이상이면 가장 작은 숫자가 적혀 있는 카드부터 차례로 2장의 카드를 뒤집는 시행을 한다. 3번째 시행에서 4가 적혀 있는 카드가 뒤집어질 확률은? (단, 모든 카드는 한 번만 뒤집는다.) [4점]



- ① $\frac{4}{9}$
- ② $\frac{13}{27}$
- ③ $\frac{14}{27}$
- ④ $\frac{5}{9}$
- ⑤ $\frac{16}{27}$

20. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sin^2 x + a \cos x, \quad g(x) = \begin{cases} 0 & (x < -\frac{\pi}{2}) \\ x & (-\frac{\pi}{2} \leq x < \pi) \\ bx & (x \geq \pi) \end{cases}$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b는 실수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}-0} g(x) = 0$

ㄴ. a=2이면 합성함수 (f ∘ g)(x)는 $x = -\frac{\pi}{2}$ 에서 연속이다.

ㄷ. a의 값에 관계없이 합성함수 (f ∘ g)(x)가 $x = \pi$ 에서 연속이면 $b = 2n - 1$ (n은 정수)이다.

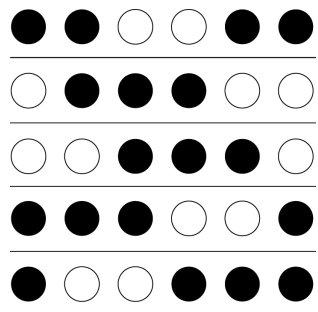
- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 검은 바둑돌 ●과 흰 바둑돌 ○을 일렬로 나열하였을 때 이웃한 두 개의 바둑돌의 색이 나타날 수 있는 유형은



으로 4가지이다.

예를 들어, 6개의 바둑돌을 <A형> 2번, <B형> 1번, <C형> 1번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는 아래와 같이 5이다.



10개의 바둑돌을 <A형> 4번, <B형> 2번, <C형> 2번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는? (단, 검은 바둑돌과 흰 바둑돌은 각각 10개 이상씩 있다.) [4점]

- ① 35 ② 40 ③ 45
- ④ 50 ⑤ 55

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x(t)가

$$x(t) = t + \frac{20}{\pi^2} \cos(2\pi t)$$

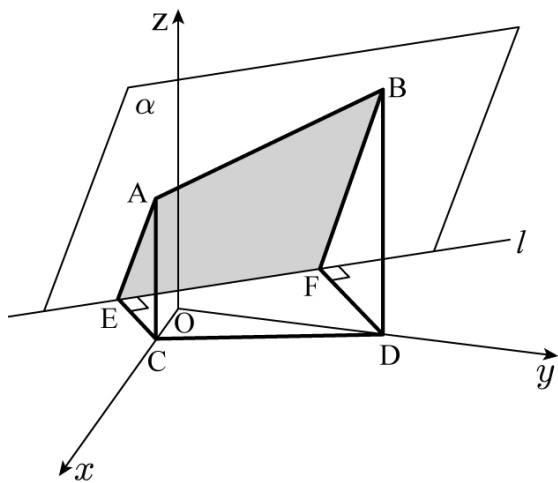
이다. 점 P의 시각 $t = \frac{1}{3}$ 에서의 가속도의 크기를 구하시오.

[3점]

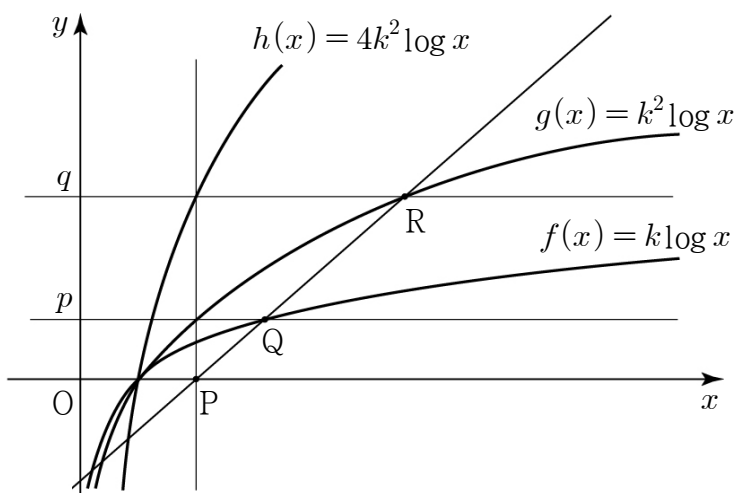
24. 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 1$ 에 대하여 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $24g'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 양의 실수 k 에 대하여 곡선 $y = k \ln x$ 와 직선 $y = x$ 가 접할 때, 곡선 $y = k \ln x$, 직선 $y = x$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $ae^2 - be$ 이다. $100ab$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]

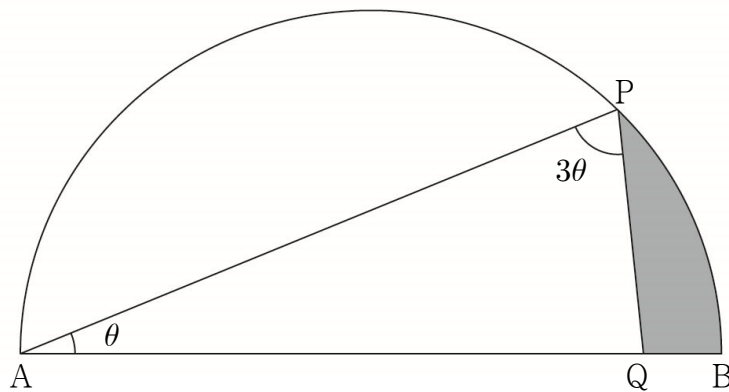
25. 좌표공간에서 평면 $\alpha : 12x + 9y - 5\sqrt{3}z + 3 = 0$ 위의 두 점 A, B 에서 xy 평면에 내린 수선의 발은 각각 $C(1, 0, 0), D(0, 3, 0)$ 이다. 평면 α 와 xy 평면의 교선을 l 이라 하고, 두 점 C, D 에서 교선 l 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 하자. 이때, 사각형 $AEFB$ 의 넓이를 구하시오. [3점]



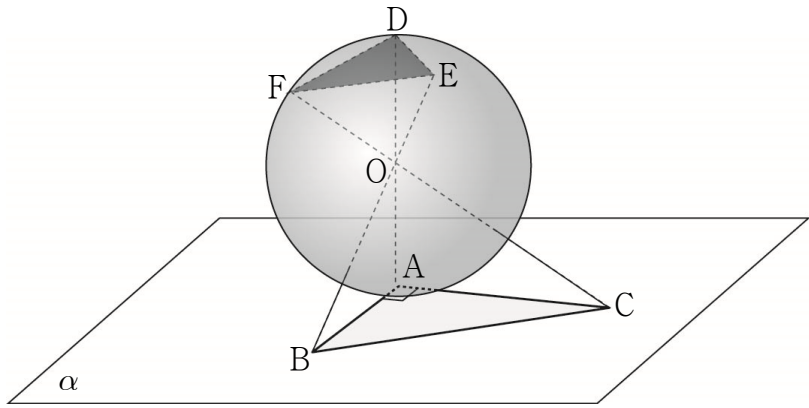
27. 그림과 같이 세 로그함수 $f(x) = k \log x$, $g(x) = k^2 \log x$, $h(x) = 4k^2 \log x$ 의 그래프가 있다. 점 $P(2, 0)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 두 곡선 $y = g(x)$, $y = h(x)$ 와 만나는 점의 y 좌표를 각각 p , q 라 하자. 직선 $y = p$ 와 곡선 $y = f(x)$ 가 만나는 점을 $Q(a, p)$, 직선 $y = q$ 와 곡선 $y = g(x)$ 가 만나는 점을 $R(b, q)$ 라 하자. 세 점 P , Q , R 가 한 직선 위에 있을 때, 두 실수 a , b 의 곱 ab 의 값을 구하시오. (단, $k > 1$) [4점]



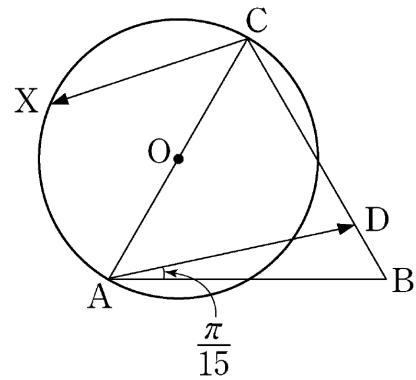
28. 그림과 같이 길이가 12인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의호 AB 위에 $\angle PAB = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)인 점 P가 있다. $\angle APQ = 3\theta$ 가 되도록 선분 AB 위의 점 Q를 잡을 때, 두 선분 PQ, QB와 호 BP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 그림과 같이 평면 α 위에 $\angle A = \frac{\pi}{2}$, $\overline{AB} = \overline{AC} = 2\sqrt{3}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 중심이 점 O이고 반지름의 길이가 2인 구가 평면 α 와 점 A에서 접한다. 세 직선 OA, OB, OC와 구의 교점 중 평면 α 까지의 거리가 2보다 큰 점을 각각 D, E, F라 하자. 삼각형 DEF의 평면 OBC 위로의 정사영의 넓이를 S 라 할 때, $100S^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 그림과 같이 평면 위에 정삼각형 ABC와 선분 AC를 지름으로 하는 원 O가 있다. 선분 BC 위의 점 D를 $\angle DAB = \frac{\pi}{15}$ 가 되도록 정한다. 점 X가 원 O 위를 움직일 때, 두 벡터 \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{CX} 의 내적 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CX}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 점 X를 점 P라 하자. $\angle ACP = \frac{q}{p}\pi$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.