

5지선다형

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \sin x}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

2. $\cos \theta = \frac{3}{4}$ 일 때, $\cos 2\theta$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

3. 함수 $f(x)$ 의 도함수가 $f'(x) = \sin x$ 일 때,

$f(\pi) - f(0)$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

4. 곡선 $x^3 + xy + y^3 - 8 = 0$ 과 x 축이 만나는 점에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① -6 ② -5 ③ -4
 ④ -3 ⑤ -2

5. 어느 양식장의 물고기의 무게는 평균 800 g, 표준편차 50 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 양식장에서 임의로 선택한 물고기 한 마리의 무게가 830 g 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.3	0.1179
0.4	0.1554
0.5	0.1915
0.6	0.2257

- ① 0.2257 ② 0.2743 ③ 0.3085
 ④ 0.3446 ⑤ 0.3821

6. 좌표공간의 세 점 $A(3, 4, 5)$, $B(4, 8, 6)$, $C(5, 3, 7)$

과 xy 평면 위의 점 P 에 대하여 $\left| \frac{\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC}}{3} \right|$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9
 ④ 12 ⑤ 15

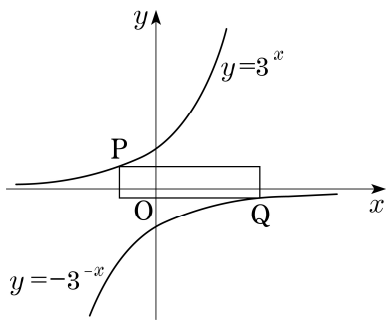
7. 남학생 600명과 여학생 400명에게 봄과 가을 중에서 언제 수학여행을 가고 싶은 지 하나만 선택하도록 하였더니, 남학생의 55%와 여학생의 65%가 봄을 선택하였다. 이 1000명의 학생 중에서 임의로 한 명을 뽑았더니 봄을 선택한 학생이었을 때, 이 학생이 여학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{20}{59}$ ② $\frac{22}{59}$ ③ $\frac{24}{59}$
 ④ $\frac{26}{59}$ ⑤ $\frac{28}{59}$

8. 좌표공간에서 점 $A(1, 3, 2)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B 라 하고, 점 A 를 xy 평면에 대하여 대칭이동한 점을 C 라 하자. 세 점 A, B, C 를 지나는 원의 반지름의 길이는? [3점]

- ① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{13}$ ③ $\sqrt{14}$
 ④ $\sqrt{15}$ ⑤ 4

9. 함수 $y=3^x$ 의 그래프 위의 점 $P(\alpha, 3^\alpha)$ 과 함수 $y=-3^{-x}$ 의 그래프 위의 점 $Q(\beta, -3^{-\beta})$ 에 대하여 $\beta - \alpha = 4$ 가 성립한다. 그림과 같이 두 점 P, Q 를 지나고 x 축, y 축과 평행한 직선을 그려 만들어지는 직사각형의 넓이의 최솟값은? [3점]

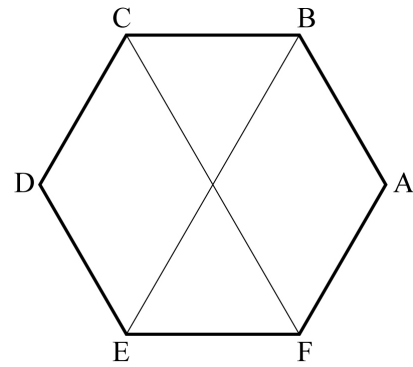


- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{2\sqrt{2}}{9}$ ③ $\frac{4}{9}$
 ④ $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

10. 한 변의 길이가 2인 정육각형 $ABCDEF$ 와 쌍곡선 H 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 쌍곡선 H 의 초점은 점 A 와 점 D 이다.
 (나) 쌍곡선 H 의 점근선은 직선 BE 와 직선 CF 이다.

쌍곡선 H 와 변 AB 가 만나는 점을 P 라 할 때, $\overline{DP} - \overline{AP}$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$
 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

11. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = e^x + \frac{1}{x}$ 이 $x = \alpha$ 에서 극값을 가질 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, e 는 자연로그의 밑이다.) [3점]

————— <보 기> —————

ㄱ. $e^\alpha = \frac{1}{\alpha^2}$

ㄴ. 곡선 $y = f(x)$ 의 변곡점이 존재한다.

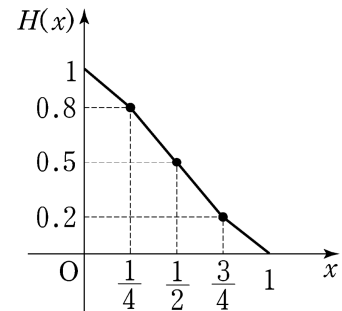
ㄷ. 함수 $f(x)$ 는 $x = \alpha$ 에서 최솟값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 두 연속확률변수 X, Y 에 대하여 폐구간 $[0, 1]$ 에서 두 함수 $G(x), H(x)$ 를 각각

$$G(x) = P(X > x), H(x) = P(Y > x)$$

로 정의할 때, 함수 $G(x)$ 는 $G(x) = -x + 1 (0 \leq x \leq 1)$ 이고, 함수 $H(x)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.

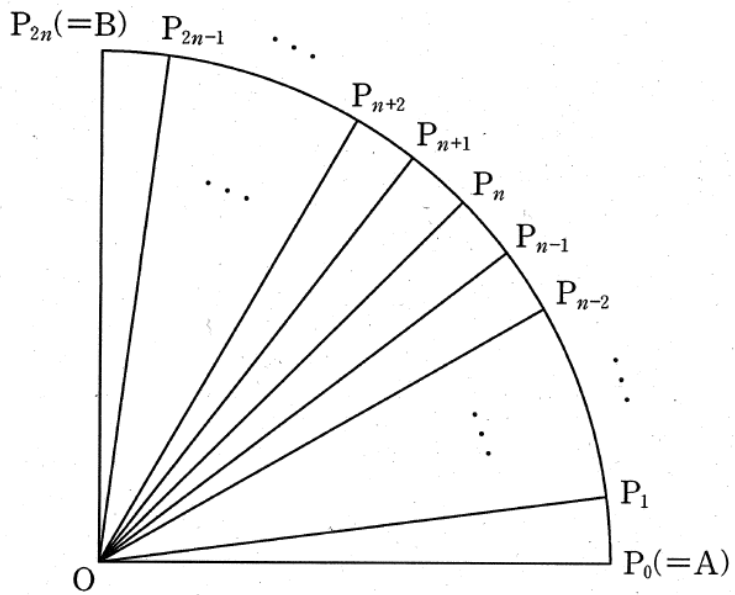


$P(X > k) = P\left(\frac{1}{4} < Y \leq \frac{3}{4}\right)$ 을 만족시키는 k 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{4}{15}$
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

[13~14] 그림과 같이 중심이 O , 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB 가 있다. 자연수 n 에 대하여 호 AB 를 $2n$ 등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로 $P_0(=A)$, $P_1, P_2, \dots, P_{2n-1}, P_{2n}(=B)$ 라 하자. 13 번과 14 번의 두 물음에 답하시오.



13. 주어진 자연수 n 에 대하여 $S_k (1 \leq k \leq n)$ 을 삼각형

$OP_{n-k}P_{n+k}$ 의 넓이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n S_k$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{13}{12\pi}$ ③ $\frac{7}{6\pi}$
- ④ $\frac{5}{4\pi}$ ⑤ $\frac{4}{3\pi}$

14. $n = 3$ 일 때, 점 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 중에서 임의로 선택한 한 개의 점을 P 라 하자. 부채꼴 OPA 의 넓이와 부채꼴 OPB 의 넓이의 차를 확률변수 X 라 할 때, $E(X)$ 의 값은? [4점]

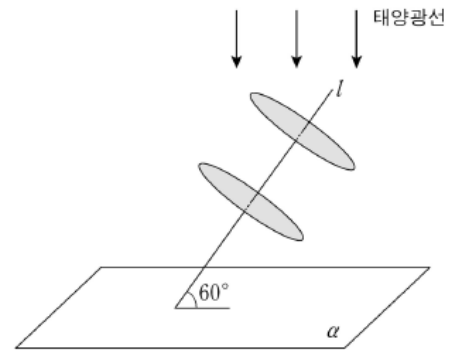
- ① $\frac{\pi}{11}$ ② $\frac{\pi}{10}$ ③ $\frac{\pi}{9}$
- ④ $\frac{\pi}{8}$ ⑤ $\frac{\pi}{7}$

15. 좌표공간에서 중심이 원점이고 직선 $x+1=2-y=z$ 와 서로 다른 두 점 A, B에서 만나는 구와 이 구 위를 움직이는 점 P가 있다. 두 벡터 \overrightarrow{AP} , \overrightarrow{AB} 에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AB}|^2$ 이 성립할 때, 점 P가 나타내는 도형의 길이는? [4점]

- ① π ② 2π ③ $2\sqrt{2}\pi$
- ④ $2\sqrt{3}\pi$ ⑤ 4π

16. 그림과 같이 중심 사이의 거리가 $\sqrt{3}$ 이고 반지름의 길이가 1인 두 원판과 평면 α 가 있다. 각 원판의 중심을 지나는 직선 l 은 두 원판의 면과 각각 수직이고, 평면 α 와 이루는 각의 크기가 60° 이다. 태양광선이 그림과 같이 평면 α 에 수직인 방향으로 비출 때, 두 원판에 의해 평면 α 에 생기는 그림자의 넓이는? (단, 원판의 두께는 무시한다.)

[4점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi + \frac{3}{8}$ ② $\frac{2}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{4}$
- ③ $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi + \frac{1}{8}$ ④ $\frac{4}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{16}$
- ⑤ $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi + \frac{3}{4}$

17. 정규분포 $N(50, 8^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의 추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} , 정규분포 $N(75, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{Y} 라 하자.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.2	0.3849
1.4	0.4192
1.6	0.4452

$P(\bar{X} \leq 53) + P(\bar{Y} \leq 69) = 1$ 일 때,

$P(\bar{Y} \geq 71)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

- ① 0.8413 ② 0.8644 ③ 0.8849
 ④ 0.9192 ⑤ 0.9452

18. 좌표평면 위의 점 A가 부등식 $y \geq \frac{1}{4}x^2 + 3$ 이 나타내는 영역에서 움직일 때, 벡터 $\vec{OB} = \frac{\vec{OA}}{|\vec{OA}|}$ 의 종점 B가 나타내는 도형의 길이는? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
 ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ 3

19. 폐구간 $[0, 1]$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 가 $f(0) = 0$, $f(1) = 1$ 이며, 개구간 $(0, 1)$ 에서 이계도함수를 갖고 $f'(x) > 0$, $f''(x) > 0$ 일 때, $\int_0^1 \{f^{-1}(x) - f(x)\} dx$ 의 값과 같은 것은? [4점]

- ① $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{k}{n} - f\left(\frac{k}{n}\right) \right\} \frac{1}{2n}$
- ② $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{k}{n} - f\left(\frac{k}{n}\right) \right\} \frac{2}{n}$
- ③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{k}{n} - f\left(\frac{k}{n}\right) \right\} \frac{1}{n}$
- ④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{k}{2n} - f\left(\frac{k}{n}\right) \right\} \frac{1}{n}$
- ⑤ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{2k}{n} - f\left(\frac{k}{n}\right) \right\} \frac{1}{n}$

20. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 있다. 모든 실수 x 에 대하여 $f(2x) = 2f(x)f'(x)$ 이고,

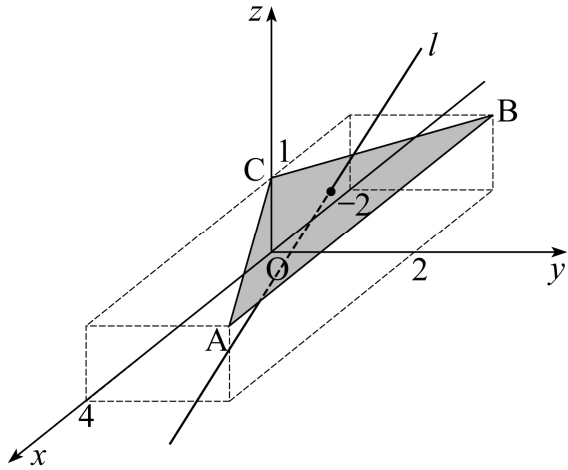
$$f(a) = 0, \int_{2a}^{4a} f(x) dx = k \quad (a > 0, 0 < k < 1)$$

일 때, $\int_a^{2a} \frac{\{f(x)\}^2}{x^2} dx$ 의 값을 k 로 나타낸 것은? [4점]

- ① $\frac{k^2}{4}$ ② $\frac{k^2}{2}$ ③ k^2
- ④ k ⑤ $2k$

21. 좌표공간에 세 점 $A(4, 2, 1)$, $B(-2, 2, 1)$, $C(0, 0, 1)$

과 직선 $l : \frac{x+2}{a} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{3}$ 가 있다.



직선 l 이 삼각형 ABC 의 변 또는 내부를 지나도록 상수 a 의 값을 정할 때, 정수 a 의 개수는? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

단답형

22. 4명의 학생에게 8자루의 연필 모두를 나누어 주는 방법 중에서 연필을 한 자루도 받지 못하는 학생이 생기는 경우의 수를 구하시오. (단, 연필은 서로 구별하지 않는다.)

[3점]

23. $\int_0^1 (1 + 2e^{-x}) dx - \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

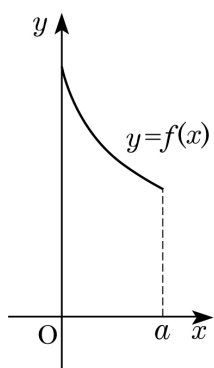
24. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 15, \quad g(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$$

에 대하여 합성함수 $(f \circ g)(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. [3점]

25. 양수 a 에 대하여 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위가 $0 \leq X \leq a$ 이고 확률밀도함수는 $f(x) = 2e^{-x}$ 이다. 확률변수 X 의 평균이 $E(X) = p - \ln q$ 일 때, $10p + q$ 의 값을 구하시오. (단, e 는 자연로그의 밑이고, p 와 q 는 자연수이다.)

[3점]



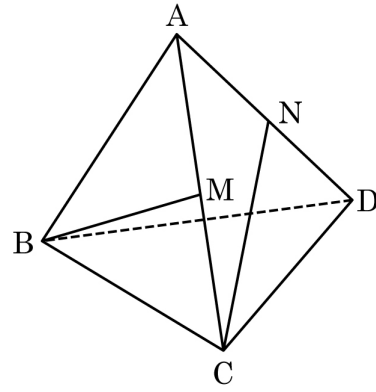
26. 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=0}^n k(k-1)(k-2) {}_n C_k p^k (1-p)^{n-k} \stackrel{(*)}{=} \times p^3$$

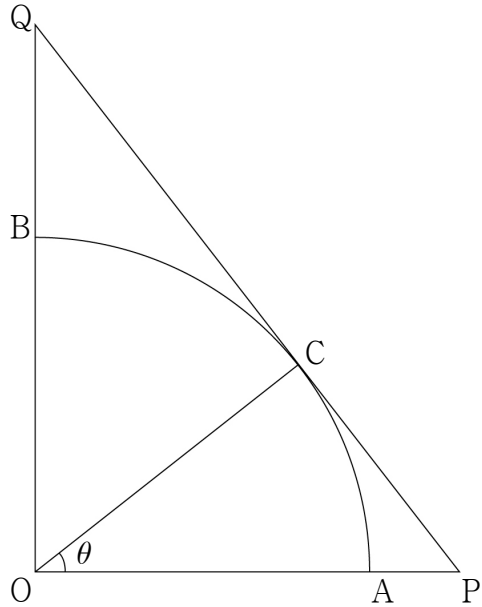
이 성립한다. $(*)$ 에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(10)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < p < 1$) [4점]

27. 좌표평면에서 $a > 1$ 인 자연수 a 에 대하여 두 곡선 $y = 4^x$, $y = a^{-x+4}$ 과 직선 $y = 1$ 로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수가 20 이상 40 이하가 되도록 하는 a 의 개수를 구하시오. [4점]

28. 정사면체 ABCD에서 두 모서리 AC, AD의 중점을 각각 M, N이라 하자. 직선 BM과 직선 CN이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 그림과 같이 반지름의 길이가 6이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. $\angle COA = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)가 되도록 호 AB 위의 점 C를 잡고, 점 C에서의 접선이 변 OA의 연장선, 변 OB의 연장선과 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{PQ} = 15$ 일 때, $\tan 2\theta = \frac{q}{p}$ 라 하면 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^2 f(x)dx$ 의 최솟값을 $ae+b$ 라 할 때, $2a-3b$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $f(0) = 1, f'(0) = 1$
- (나) $0 < a < b < 2$ 이면 $f'(a) \leq f'(b)$ 이다.
- (다) 구간 $(0, 1)$ 에서 $f''(x) = e^x$ 이다.

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.