

5지선다형

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{xe^x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

2. 다항식 $(x^2 - 1)^7$ 의 전개식에서 x^6 의 계수는? [2점]

- ① 24 ② 28 ③ 32
- ④ 35 ⑤ 39

3. 서로 독립인 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{9}, P(A^c \cap B) = \frac{2}{9}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{63}$ ② $\frac{2}{63}$ ③ $\frac{1}{21}$
- ④ $\frac{4}{63}$ ⑤ $\frac{5}{63}$

4. 좌표공간의 점 $P(2, 2, 3)$ 을 yz 평면에 대하여 대칭이동시킨 점을 Q 라 하자. 두 점 P 와 Q 사이의 거리는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = (2e^x + 1)^3$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 48 ② 51 ③ 54
- ④ 57 ⑤ 60

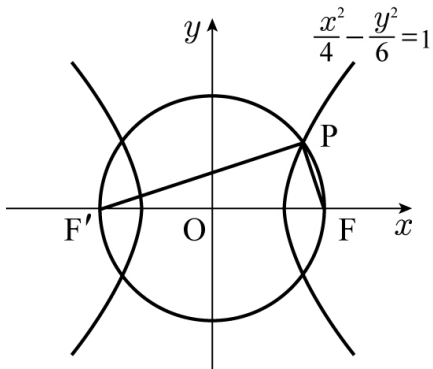
6. 좌표평면 위의 네 점 $O(0, 0)$, $A(4, 2)$, $B(0, 2)$, $C(2, 0)$ 에 대하여 $\vec{OA} \cdot \vec{BC}$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

7. 로그방정식 $\log_2(4+x) + \log_2(4-x) = 3$ 을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 곱은? [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6
- ④ -4 ⑤ -2

8. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6} = 1$ 의 두 초점을 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 이라 하자. 두 점 F, F' 을 지름의 양 끝점으로 하는 원과 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6} = 1$ 이 제 1사분면에서 만나는 점을 P 라 할 때, $\cos(\angle PFF')$ 의 값은? (단, c 는 양수이다.) [3점]



- ① $\frac{\sqrt{10}}{10}$
- ② $\frac{\sqrt{10}}{15}$
- ③ $\frac{2\sqrt{10}}{15}$
- ④ $\frac{\sqrt{10}}{5}$
- ⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

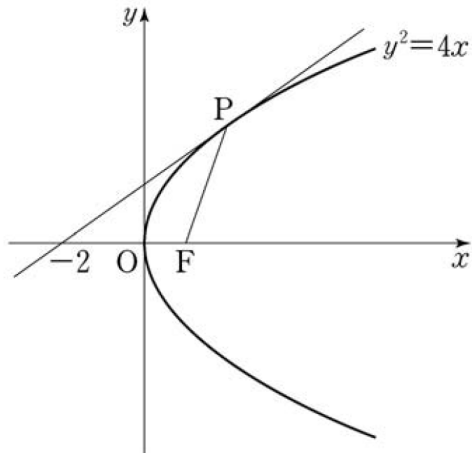
9. 곡선 $y = \ln 5x$ 위의 점 $(\frac{1}{5}, 0)$ 에서의 접선의 y 절편은?
[3점]

- ① $-\frac{5}{2}$
- ② -2
- ③ $-\frac{3}{2}$
- ④ -1
- ⑤ $-\frac{1}{2}$

10. 좌표평면에서 두 직선 $x - y - 1 = 0$, $ax - y + 1 = 0$ 이 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\tan \theta = \frac{1}{6}$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, $a > 1$) [3점]

- ① $\frac{11}{10}$
- ② $\frac{6}{5}$
- ③ $\frac{13}{10}$
- ④ $\frac{7}{5}$
- ⑤ $\frac{3}{2}$

11. 그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 한 점 P에서 접선이 x축과 만나는 점의 x좌표가 -2이다. $\cos(\angle PFO)$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

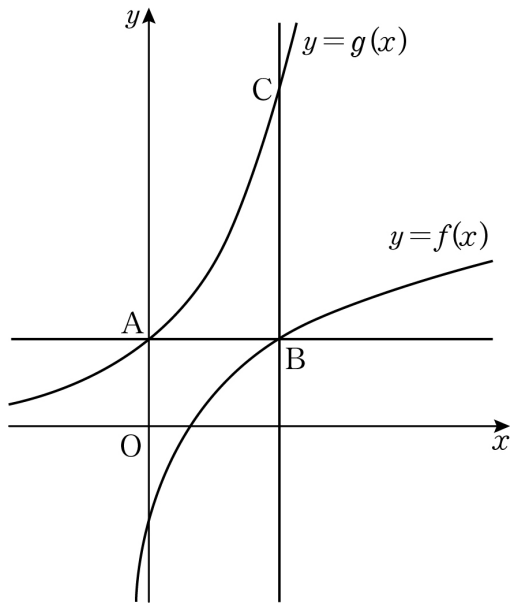


- ① $-\frac{5}{12}$
- ② $-\frac{1}{3}$
- ③ $-\frac{1}{4}$
- ④ $-\frac{1}{6}$
- ⑤ $-\frac{1}{12}$

12. 어느 회사 직원들의 하루 여가활동 시간은 모평균이 m , 모표준편차가 10인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사 직원 중 n 명을 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정된 모평균 m 에 대한 신뢰구간이 $[38.08, 45.92]$ 일 때, n 의 값은? (단, 시간의 단위는 분이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 25
- ② 36
- ③ 49
- ④ 64
- ⑤ 81

[13~14] 그림과 같이 함수 $f(x) = \log_2\left(x + \frac{1}{2}\right)$ 의 그래프와 함수 $g(x) = a^x (a > 1)$ 의 그래프가 있다. 곡선 $y = g(x)$ 가 y 축과 만나는 점을 A, 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 점 중 점 A가 아닌 점을 B, 점 B를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = g(x)$ 와 만나는 점을 C라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 삼각형 ABC의 넓이가 $\frac{21}{4}$ 일 때, a 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5
- ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

14. 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 C에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 D라 하자. $\overline{AD} = \overline{BD}$ 일 때, $g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $e^{\frac{2}{3}}$ ② $e^{\frac{5}{3}}$ ③ $e^{\frac{8}{3}}$
- ④ $e^{\frac{11}{3}}$ ⑤ $e^{\frac{14}{3}}$

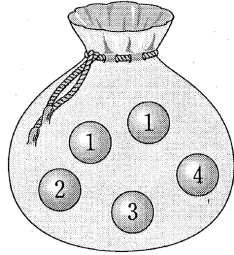
15. 자연수 n 을 k 개의 자연수의 합으로 나타내는 서로 다른 분할의 형태의 개수를 $P(n, k)$ 로 나타내자. 예를 들어 $6 = 1+5 = 2+4 = 3+3$ 이므로 $P(6, 2) = 3$ 이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 더하는 순서가 바뀐 것은 같은 분할의 형태로 본다.) [4점]

— <보 기> —

ㄱ. $P(4, 2) = 2$
 ㄴ. $P(10, 3) = P(7, 1) + P(7, 2) + P(7, 3)$
 ㄷ. $k_1 < k_2 < n$ 을 만족시키는 세 자연수 k_1, k_2, n 에 대하여 $P(n, k_1) \leq P(n, k_2)$ 이다.

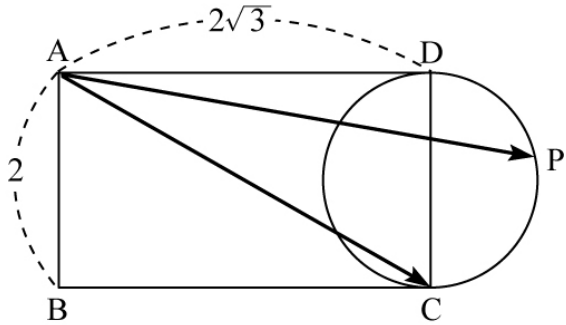
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 주머니에 1, 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내어 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 공에 적혀있는 수를 a, b, c, d 라 할 때, $a \leq b \leq c \leq d$ 일 확률은? [4점]



- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{9}$
- ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

17. 그림은 $\overline{AB}=2$, $\overline{AD}=2\sqrt{3}$ 인 직사각형 ABCD 와 이 직사각형의 한 변 CD 를 지름으로 하는 원을 나타낸 것이다. 이 원 위를 움직이는 점 P 에 대하여 두 벡터 \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AP} 의 내적 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AP}$ 의 최댓값은? (단, 직사각형과 원은 같은 평면 위에 있다.) [4점]



- ① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

18. 두 초점이 F, F' 인 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 위의 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 P 는 제 1 사분면에 있다.
(나) 삼각형 PF'F 가 이등변삼각형이다.

삼각형 PF'F 의 넓이를 a 라 할 때, 모든 a 의 값의 곱은? [4점]

- ① $3\sqrt{77}$ ② $6\sqrt{21}$ ③ $9\sqrt{10}$
④ $21\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{105}$

19. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \frac{d}{dx} \int_{-\frac{\pi}{2}}^x \cos x \cdot f(t) dt$$

라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g(0) = 0$
 ㄴ. 모든 실수 x 에 대하여 $g(-x) = -g(x)$ 이다.
 ㄷ. $g'(c) = 0$ 인 실수 c 가 개구간 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 에서 적어도 두 개 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 다음 표는 x 의 값에 따른 $f(x), f'(x), f''(x)$ 의 변화 중 일부를 나타낸 것이다.

x	$x < 1$	$x = 1$	$1 < x < 3$	$x = 3$
$f'(x)$		0		1
$f''(x)$	+		+	0
$f(x)$		$\frac{\pi}{2}$		π

함수 $g(x) = \sin(f(x))$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g'(3) = -1$
 ㄴ. $1 < a < b < 3$ 이면 $-1 < \frac{g(b) - g(a)}{b - a} < 0$ 이다.
 ㄷ. 점 $P(1, 1)$ 은 곡선 $y = g(x)$ 의 변곡점이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x| - \sin x & \left(-\frac{7}{2}\pi \leq x \leq 0\right) \\ \sin x - |\sin x| & \left(0 \leq x \leq \frac{7}{2}\right) \end{cases}$$

라 하자. 닫힌 구간 $\left[-\frac{7}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi\right]$ 에 속하는 모든 실수 x

에 대하여 $\int_a^x f(t) dt \geq 0$ 이 되도록 하는 실수 a 의 최솟

값을 α , 최댓값을 β 라 할 때, $\beta - \alpha$ 의 값은?

(단, $-\frac{7}{2}\pi \leq \alpha \leq \frac{7}{2}\pi$) [4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ $\frac{5}{2}\pi$
 ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ $\frac{9}{2}\pi$

단답형

22. $\int_1^{16} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = \ln \sqrt[3]{x}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{30f(g(x))}{g(x) - 1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에서 A 로의 함수 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하시오. [3점]

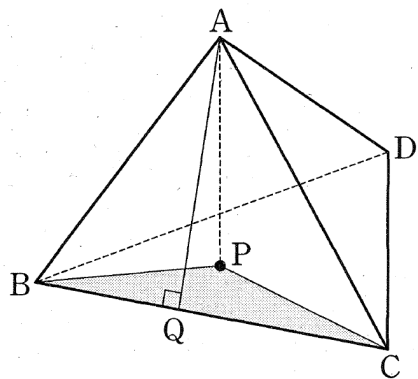
- (가) f 는 일대일대응이다.
- (나) $|f(1) - f(2)| = |f(2) - f(3)|$

26. 다음 조건을 만족시키는 2 이상의 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오. [4점]

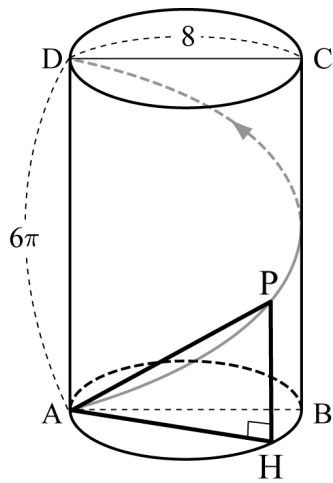
- (가) $a + b + c + d = 20$
- (나) a, b, c 는 모두 d 의 배수이다.

25. 그림과 같이 $\overline{AB} = 9, \overline{BC} = 12, \cos(\angle ABC) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

인 사면체 ABCD 에 대하여 점 A 의 평면 BCD 위로의 정사영을 P 라 하고 점 A 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 Q 라 하자. $\cos(\angle AQP) = \frac{\sqrt{3}}{6}$ 일 때, 삼각형 BCP 의 넓이는 k 이다. k^2 의 값을 구하시오. [3점]

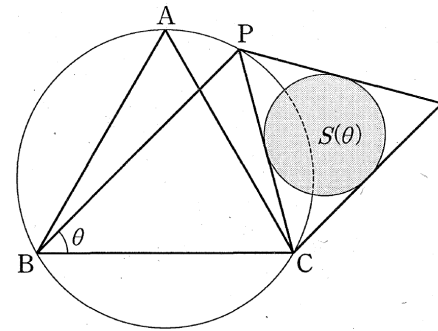


27. 밑면의 지름의 길이가 8이고 높이가 6π 인 원기둥이 있다. 그림과 같이 평행한 두 선분 AB와 DC는 서로 다른 두 밑면의 지름이고, 두 선분 DA와 AB는 수직이다. 점 P가 매초 π 의 일정한 속력으로 원기둥의 옆면을 따라 점 A에서 출발하여 선분 CB 위의 점을 지나 점 D까지 최단거리로 움직인다. 점 P에서 선분 AB를 포함하는 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하고, 삼각형 PAH의 넓이를 S 라 하자. 점 P가 점 A에서 출발한 지 5초가 되는 순간, 넓이 S 의 시간(초)에 대한 변화율은 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 그림과 같이 원에 내접하고 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC가 있다. 점 B를 포함하지 않는 호 AC 위의 점 P에 대하여 $\angle PBC = \theta$ 라 하고, 선분 PC를 한 변으로 하는 정삼각형에 내접하는 원의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

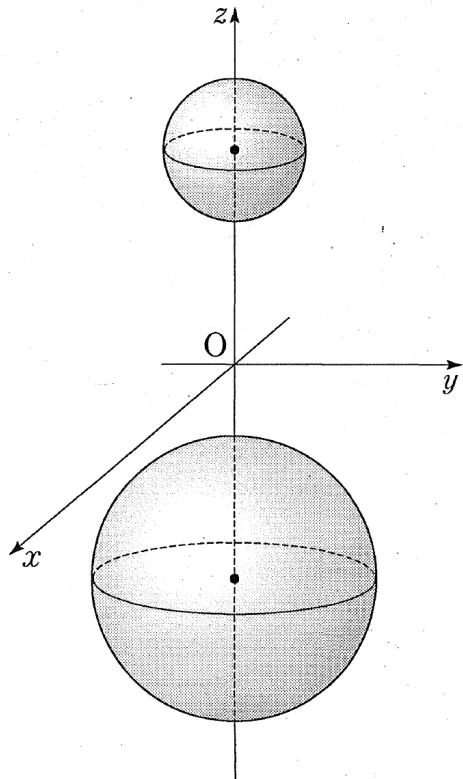
$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = a\pi$ 일 때, $60a$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 좌표공간에 두개의 구

$$S_1 : x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1, S_2 : x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 4$$

가 있다. 점 $P\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{6}, 0\right)$ 을 포함하고 S_1 과 S_2 에 동시에 접하는 평면을 α 라 하자. 점 $Q(k, -\sqrt{3}, 2)$ 가 평면 α 위의 점일 때 $120k$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 양수 a 와 두 실수 b, c 에 대하여 함수

$$f(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$$

은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x)$ 는 $x = -\sqrt{3}$ 과 $x = \sqrt{3}$ 에서 극값을 갖는다.
 (나) $0 \leq x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_2) - f(x_1) + x_2 - x_1 \geq 0$ 이다.

세 수 a, b, c 의 곱 abc 의 최댓값을 $\frac{k}{e^3}$ 라 할 때, $60k$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.