정답 및 풀이

I 순열과 조합

1 순열

준비학습 본문 10쪽

1 (1) 20 (2) 1 (3) 24

2 (1) 210 (2) 30

1 여러 가지 순열 본문 11～17쪽

11쪽 탐구❶ 왼편: 지환, 맞은편: 주석, 오른편: 상은
탐구❷ 왼편: 지환, 맞은편: 주석, 오른편: 상은
탐구❸ 서로 같은 배열이다.

문제 1 (1) 240 (2) 480

문제 2 (1) 144 (2) 720

문제 해결하기 [원순열]
바이올린 연주자 2명을 한 사람으로 생각하면 5명이 원형으로 앉는 경우의 수는 $(5-1)!=4!$이다.
이때 각 경우에 대하여 바이올린 연주자 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수가 $2!$이므로 구하는 경우의 수는

$4!\times 2!=48$

[민기의 방법]
바이올린 연주자 1명이 앉는 경우의 수는 1, 나머지 바이올린 연주자 1명이 앉는 경우의 수는 ${}_2C_1$이다. 또 남은 4명이 일렬로 앉는 경우의 수는 $4!$이므로 구하는 경우의 수는

$1\times {}_2C_1\times 4!=48$

문제 3 (1) 16 (2) 243

문제 4 (1) 2500 (2) 1500

문제 5 (1) 64 (2) 16

판별하기 현수

16쪽 탐구❶ 6 탐구❷ 3

문제 6 (1) 3360 (2) 120

문제 7 (1) 126 (2) 60

수학 역량 플러스 본문 18쪽

활동 1 (1) 360 (2) 240
활동 2 96

중단원 마무리 본문 19～21쪽

❶ (1) 원순열 (2) $n-1$
❷ (1) 중복순열, ${}_n\Pi_r$ (2) n^r
❸ $p!q!\cdots r!$

1 **120** **2** **180**

3 **32** **4** **90**

5 **540**

6 작은 원을 칠하는 경우의 수는 5
4등분 한 영역을 칠하는 경우의 수는

$(4-1)!=3!=6$

따라서 구하는 경우의 수는 $5\times 6=\mathbf{30}$

7 한 쌍의 부부를 한 사람으로 생각하면 3명이 원형으로 둘러앉는 경우의 수는

$(3-1)!=2!=2$

부부끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2!\times 2!\times 2!=8$

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times 8=\mathbf{16}$

8 집합 A가 결정되면 집합 B도 결정된다.
따라서 A, B의 순서쌍 (A, B)의 개수는 전체집합 U의 부분집합의 개수와 같으므로 ${}_2\Pi_7=2^7=\mathbf{128}$

9 문제 이해 $f(1)+f(2)=4$를 만족시키는 $f(1)$, $f(2)$의 순서쌍 $(f(1), f(2))$는

$(0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0)$

의 5개이다. 30 %

해결 과정 각 경우에 대하여 $f(3)$, $f(4)$의 값을 정하는 경우의 수는 ${}_5\Pi_2=5^2=25$ 50 %

답 구하기 따라서 구하는 함수 f의 개수는

$5\times 25=125$ 20 %

10 (i) 일의 자리의 숫자가 0인 경우

만들 수 있는 짝수의 개수는 $\frac{6!}{2!\times3!}=60$

(ii) 일의 자리의 숫자가 2인 경우

여섯 개의 숫자 0, 1, 1, 2, 2, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{6!}{2!\times2!}=180$

이때 맨 앞자리에 0이 오는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!\times2!}=30$

이므로 만들 수 있는 짝수의 개수는

$180-30=150$

(i), (ii)에서 구하는 짝수의 개수는

$60+150=\mathbf{210}$

11 b, c의 순서가 정해져 있으므로 b, c를 모두 x로 생각하여 여섯 개의 문자 a, x, x, d, e, f를 일렬로 나열한 후 첫 번째 x는 b, 두 번째 x는 c로 바꾸면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는

$\frac{6!}{2!}=\mathbf{360}$

12 꼭짓점 A에서 꼭짓점 B까지 최단 거리로 가려면 가로, 세로, 높이의 방향으로 각각 정육면체의 모서리를 2개, 1개, 3개 지나야 하므로 구하는 경우의 수는

$\frac{6!}{2!\times3!}=\mathbf{60}$

13 **문제 이해** 3개의 조를 만드는 경우의 수는

$3!=6$ ❯ 30 %

해결 과정 같은 조원 2명과 빈자리 1개를 묶어 한 사람으로 생각하면 3명이 원형으로 둘러앉는 경우의 수는

$(3-1)!=2!=2$

같은 조원들끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2!\times2!\times2!=8$ ❯ 50 %

답 구하기 따라서 구하는 경우의 수는

$6\times2\times8=96$ ❯ 20 %

14 ·과 —를 n개 사용하여 만들 수 있는 신호의 개수는

${}_2\Pi_n=2^n$

따라서 구하는 신호의 개수는

$2^3+2^4+2^5+2^6=\mathbf{120}$

15 한 번에 한 계단 오르는 것을 a, 두 계단 오르는 것을 b라고 하면

(i) a, a, a, a, a일 때의 경우의 수는 1

(ii) a, a, a, a, b일 때의 경우의 수는 $\frac{5!}{4!}=5$

(iii) a, a, b, b일 때의 경우의 수는 $\frac{4!}{2!\times2!}=6$

(iv) b, b, b일 때의 경우의 수는 1

이상에서 구하는 경우의 수는

$1+5+6+1=\mathbf{13}$

2 조합

준비학습 본문 22쪽

1 (1) 56 (2) 190

2 45

3 (1) $4a^2-20ab+25b^2$

(2) $27x^3-27x^2y+9xy^2-y^3$

1 중복조합 본문 23~25쪽

23쪽 **탐구✱** 바게트 2개, 도넛 2개, 식빵 2개, 바게트 1개와 도넛 1개, 바게트 1개와 식빵 1개, 도넛 1개와 식빵 1개

문제 1 (1) 10 (2) 4 (3) 126

문제 2 36

문제 3 (1) 286 (2) 84

문제 4 21

문제해결하기 1 (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 4)

2 순서쌍의 개수는 1, 2, 3, 4에서 2개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_4H_2={}_5C_2=10$

수학 역량 플러스 본문 26쪽

활동 서로 다른 종류의 접시를 일부만 사용해도 되는 경우는 45가지, 모두 사용해야 하는 경우는 21가지이다.

2 이항정리 본문 27~30쪽

27쪽 **탐구❶** 3

탐구❷ 같다.

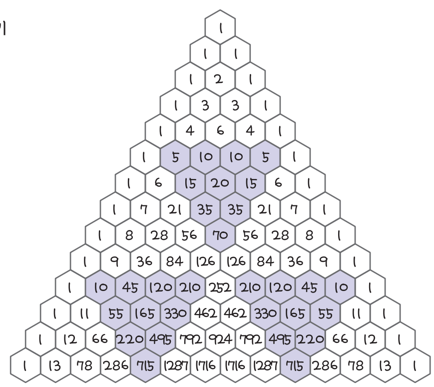
문제 1 (1) $16a^4-32a^3b+24a^2b^2-8ab^3+b^4$
(2) $x^6+6x^5+15x^4+20x^3+15x^2+6x+1$
(3) $a^5+5a^3+10a+\dfrac{10}{a}+\dfrac{5}{a^3}+\dfrac{1}{a^5}$

문제 2 (1) 4860 (2) -576

문제 3 (1) 이항정리를 이용하여 $(1+x)^n$을 전개하면
$$(1+x)^n={}_nC_0+{}_nC_1x+{}_nC_2x^2+\cdots+{}_nC_nx^n$$
이 식에 $x=2$를 대입하면
$${}_nC_0+{}_nC_1\times2+{}_nC_2\times2^2+\cdots+{}_nC_n\times2^n=3^n$$
(2) 이항정리를 이용하여 $(1+x)^n$을 전개하면
$$(1+x)^n={}_nC_0+{}_nC_1x+{}_nC_2x^2+\cdots+{}_nC_nx^n$$
이 식에 $x=-1$을 대입하면
$${}_nC_0-{}_nC_1+{}_nC_2-\cdots+(-1)^n{}_nC_n=0$$
(3) 이항정리를 이용하여 $(1+x)^{2n}$을 전개하면
$$(1+x)^{2n}={}_{2n}C_0+{}_{2n}C_1x+{}_{2n}C_2x^2+\cdots+{}_{2n}C_{2n}x^{2n}$$
이 식에 $x=-1$을 대입하면
$${}_{2n}C_0-{}_{2n}C_1+{}_{2n}C_2-{}_{2n}C_3+\cdots-{}_{2n}C_{2n-1}+{}_{2n}C_{2n}=0$$
$${}_{2n}C_0+{}_{2n}C_2+{}_{2n}C_4+\cdots+{}_{2n}C_{2n}$$
$$={}_{2n}C_1+{}_{2n}C_3+{}_{2n}C_5+\cdots+{}_{2n}C_{2n-1}$$

문제 4 (1) $a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$
(2) $a^6-6a^5b+15a^4b^2-20a^3b^3+15a^2b^4-6ab^5+b^6$

규칙 찾기



수학 역량 플러스

본문 31쪽

활동 1 ${}_nC_0+{}_{n+1}C_1+{}_{n+2}C_2+{}_{n+3}C_3+\cdots+{}_{n+m}C_m$
$={}_{n+1}C_0+{}_{n+1}C_1+{}_{n+2}C_2+{}_{n+3}C_3+\cdots+{}_{n+m}C_m$
$={}_{n+2}C_1+{}_{n+2}C_2+{}_{n+3}C_3+\cdots+{}_{n+m}C_m$
$={}_{n+3}C_2+{}_{n+3}C_3+\cdots+{}_{n+m}C_m$
$\vdots$
$={}_{n+m}C_{m-1}+{}_{n+m}C_m$
$={}_{n+m+1}C_m$
또 ${}_nC_r={}_nC_{n-r}$이므로 주어진 두 등식은 서로 같다.

활동 2 56

중단원 마무리

본문 32~34쪽

❶ (1) 중복조합, ${}_nH_r$ (2) ${}_{n+r-1}C_r$
❷ (1) b^r (2) 이항계수
❸ 파스칼의 삼각형

1 (1) **35** (2) **5**

2 **220**

3 (1) $\boldsymbol{a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4}$
(2) $\boldsymbol{-x^5+5x^4-10x^3+10x^2-5x+1}$

4 **60**

5 (1) **1024** (2) **0**

6 (1) ${}_6C_4={}_6C_2=\mathbf{15}$ (2) ${}_6H_4={}_9C_4=\mathbf{126}$

7 ${}_2H_9={}_{10}C_9={}_{10}C_1=\mathbf{10}$

8 먼저 사탕을 A 상자에 1개, B 상자에 2개, C 상자에 3개를 담은 다음 나머지 10개의 사탕을 4개의 상자에 나누어 담으면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는
$${}_4H_{10}={}_{13}C_{10}={}_{13}C_3=\mathbf{286}$$

9 **문제 이해** $f(3)=4$이므로 조건 (나)에 의하여
$f(1)\le f(2)\le 4\le f(4)\le f(5)$ ❯ 20 %
해결 과정 $f(1)\le f(2)\le 4$에서 $f(1)$, $f(2)$의 값을 정하는 경우의 수는
${}_4H_2={}_5C_2=10$ ❯ 30 %
$4\le f(4)\le f(5)$에서 $f(4)$, $f(5)$의 값을 정하는 경우의 수는
${}_3H_2={}_4C_2=6$ ❯ 30 %
답 구하기 따라서 구하는 함수 f의 개수는
$10\times6=60$ ❯ 20 %

10 전개식의 일반항은 ${}_6C_r(\sqrt{3})^{6-r}(\sqrt{2}x)^r$
계수가 무리수이려면
$r=1$ 또는 $r=3$ 또는 $r=5$
$r=1$일 때, $54\sqrt{6}x$
$r=3$일 때, $120\sqrt{6}x^3$
$r=5$일 때, $24\sqrt{6}x^5$
따라서 구하는 계수의 합은
$$54\sqrt{6}+120\sqrt{6}+24\sqrt{6}=\mathbf{198\sqrt{6}}$$

11 ${}_{n}C_0+{}_{n}C_1+{}_{n}C_2+\cdots+{}_{n}C_n=2^n$이므로

$$1000<2^n<10000$$

따라서 이를 만족시키는 자연수 n은

$$10,\ 11,\ 12,\ 13$$

이므로 구하는 합은

$$10+11+12+13=\mathbf{46}$$

12 $(1+x)^{10}={}_{10}C_0+{}_{10}C_1x+{}_{10}C_2x^2+\cdots+{}_{10}C_{10}x^{10}$에 $x=3$을 대입하면

$$4^{10}={}_{10}C_0+{}_{10}C_1\times3+{}_{10}C_2\times3^2+\cdots+{}_{10}C_{10}\times3^{10}$$

이때 $4^{10}=2^{20}$이므로 $\quad p=2,\ q=20$

$$p+q=\mathbf{22}$$

13 **해결 과정** $x=2a+1,\ y=2b+1,\ z=2c+1$ ($a,\ b,\ c$는 음이 아닌 정수)로 놓으면 $x+y+z=11$에서

$$(2a+1)+(2b+1)+(2c+1)=11$$

$$a+b+c=4$$ 60 %

답 구하기 따라서 구하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는 방정식 $a+b+c=4$를 만족시키는 음이 아닌 정수 $a,\ b,\ c$의 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수와 같으므로

$${}_{3}H_4={}_{6}C_4={}_{6}C_2=15$$ 40 %

14 3종류의 공 중에서 중복을 허용하여 10개를 택하는 경우의 수는

$${}_{3}H_{10}={}_{12}C_{10}={}_{12}C_2=66$$

빨간 공을 7개 이상 택하는 경우의 수는 빨간 공을 7개 택한 후 3종류의 공 중에서 중복을 허용하여 3개를 택하는 경우의 수와 같으므로

$${}_{3}H_3={}_{5}C_3={}_{5}C_2=10$$

따라서 구하는 경우의 수는 $\quad 66-10=\mathbf{56}$

15 $(1+x)^{15}={}_{15}C_0+{}_{15}C_1x+{}_{15}C_2x^2+\cdots+{}_{15}C_{15}x^{15}$에 $x=40$을 대입하면

$$41^{15}={}_{15}C_0+{}_{15}C_1\times40+{}_{15}C_2\times40^2+\cdots+{}_{15}C_{15}\times40^{15}$$

이때 세 번째 항부터는 모두 80으로 나누어떨어지므로 41^{15}을 80으로 나눈 나머지는

$${}_{15}C_0+{}_{15}C_1\times40=1+15\times40=601$$

을 80으로 나눈 나머지와 같다.

따라서 구하는 나머지는 **41**이다.

대단원 마무리

본문 35~37쪽

01 원의 내부를 칠하는 경우의 수는

$${}_{8}C_4\times(4-1)!=420$$

나머지 4개의 영역을 칠하는 경우의 수는

$$4!=24$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$420\times24=\mathbf{10080}$$

02 8명이 정사각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수는

$$(8-1)!\times2=10080$$

남자 2명이 같은 모서리에 앉는 경우의 수는 남자 2명의 자리를 한 모서리로 고정하고 나머지 6명의 여자가 6개의 자리에 앉는 경우의 수와 같으므로

$$2!\times6!=1440$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$10080-1440=\mathbf{8640}$$

03 A에서 B로의 함수 f의 개수는 $\quad {}_{5}\Pi_4=5^4=625$

$f(3)=7$을 만족시키는 함수 f의 개수는 $\quad {}_{5}\Pi_3=5^3=125$

따라서 구하는 함수 f의 개수는

$$625-125=\mathbf{500}$$

04 천의 자리의 숫자를 a, 일의 자리의 숫자를 b라고 할 때, 1, 2, 3, 4, 5에서 $a+b=6$을 만족시키는 $a,\ b$의 순서쌍 $(a,\ b)$는

$$(1,\ 5),\ (2,\ 4),\ (3,\ 3),\ (4,\ 2),\ (5,\ 1)$$

의 5개이므로 구하는 자연수의 개수는

$$5\times{}_{5}\Pi_2=5\times5^2=\mathbf{125}$$

05 조건 (가)에 의하여

$$f(4)=2\ \text{또는}\ f(4)=4$$

(i) $f(4)=2$인 경우

두 조건 (나), (다)에 의하여 $f(1),\ f(2),\ f(3)$의 값을 정하는 경우의 수는

$${}_{4}\Pi_3=4^3=64$$

이고, $f(5)$의 값을 정하는 경우의 수는

$${}_{2}\Pi_1=2$$

따라서 함수 f의 개수는

$$64\times2=128$$

(ii) $f(4)=4$인 경우

두 조건 (나), (다)에 의하여 $f(1),\ f(2),\ f(3)$의 값을 정하는 경우의 수는

$${}_{2}\Pi_3=2^3=8$$

이고, $f(5)$의 값을 정하는 경우의 수는

$${}_{4}\Pi_1=4$$

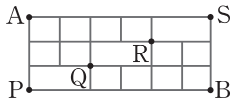
따라서 함수 f의 개수는

$$8\times4=32$$

(i), (ii)에서 구하는 함수 f의 개수는

$$128+32=\mathbf{160}$$

06 다음 그림과 같이 네 지점 P, Q, R, S를 잡자.



(i) A ⟶ P ⟶ B로 가는 경우의 수는

$1\times1=1$

(ii) A ⟶ Q ⟶ B로 가는 경우의 수는

$\dfrac{4!}{2!\times2!}\times\dfrac{5!}{4!}=30$

(iii) A ⟶ R ⟶ B로 가는 경우의 수는

$\dfrac{5!}{4!}\times\dfrac{4!}{2!\times2!}=30$

(iv) A ⟶ S ⟶ B로 가는 경우의 수는

$1\times1=1$

이상에서 구하는 경우의 수는

$1+30+30+1=\mathbf{62}$

07 (i) 일곱 개의 1의 합으로 나타내는 경우의 수는 1

(ii) 다섯 개의 1과 한 개의 2의 합으로 나타내는 경우의 수는

$\dfrac{6!}{5!}=6$

(iii) 세 개의 1과 두 개의 2의 합으로 나타내는 경우의 수는

$\dfrac{5!}{3!\times2!}=10$

(iv) 한 개의 1과 세 개의 2의 합으로 나타내는 경우의 수는

$\dfrac{4!}{3!}=4$

이상에서

$N(7)=1+6+10+4=\mathbf{21}$

08 세 종류의 카드를 각각 1장씩 먼저 꺼낸 후 나머지 2장의 카드를 꺼내면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_3\mathrm{H}_2={}_4\mathrm{C}_2=\mathbf{6}$

09 조건 (가)에 의하여 세 수는 모두 홀수이거나 두 수는 짝수이고 나머지 한 수는 홀수이다.

(i) 세 수가 모두 홀수인 경우의 수는

${}_5\mathrm{H}_3={}_7\mathrm{C}_3=35$

(ii) 두 수는 짝수이고 나머지 한 수는 홀수인 경우의 수는

${}_5\mathrm{H}_2\times{}_5\mathrm{C}_1={}_6\mathrm{C}_2\times{}_5\mathrm{C}_1=75$

(i), (ii)에서 구하는 순서쌍의 개수는

$35+75=\mathbf{110}$

10 $1\le|a|\le b\le|c|\le8$을 만족시키는 순서쌍 $(|a|, b, |c|)$의 개수는

${}_8\mathrm{H}_3={}_{10}\mathrm{C}_3=120$

이때 a와 c는 각각 양의 부호와 음의 부호를 가질 수 있으므로 순서쌍 (a, b, c)의 개수는

$120\times2\times2=\mathbf{480}$

11 $(x+1)^2=x^2+2x+1$

$(x+a)^4$의 전개식의 일반항은

${}_4\mathrm{C}_r\,x^{4-r}a^r$ …… ㉠

이때 $(x+1)^2(x+a)^4=(x^2+2x+1)(x+a)^4$의 전개식에서 x^5항은 $2x$와 ㉠의 x^4항, x^2과 ㉠의 x^3항이 곱해질 때 생긴다.

(i) $x^{4-r}=x^4$에서 $r=0$

따라서 ㉠의 x^4항은

${}_4\mathrm{C}_0\,x^4=x^4$

(ii) $x^{4-r}=x^3$에서 $r=1$

따라서 ㉠의 x^3항은

${}_4\mathrm{C}_1\,a^1x^3=4ax^3$

(i), (ii)에서 x^5항은

$2x\times x^4+x^2\times4ax^3=(2+4a)x^5$

즉 $2+4a=10$이므로 $a=\mathbf{2}$

12 $15^7=(1+14)^7$

$={}_7\mathrm{C}_0+{}_7\mathrm{C}_1\times14+\cdots+{}_7\mathrm{C}_7\times14^7$

에서 ${}_7\mathrm{C}_0$을 제외한 나머지 항은 모두 7의 배수이다.

이때 ${}_7\mathrm{C}_0=1$이므로 오늘로부터 15^7일 후는 **월요일**이다.

13 ${}_2\mathrm{C}_0+{}_3\mathrm{C}_1+{}_4\mathrm{C}_2+\cdots+{}_{10}\mathrm{C}_8={}_{11}\mathrm{C}_8={}_{11}\mathrm{C}_3=165$

${}_2\mathrm{C}_1+{}_3\mathrm{C}_2+{}_4\mathrm{C}_3+\cdots+{}_{10}\mathrm{C}_9={}_{11}\mathrm{C}_9-{}_1\mathrm{C}_0={}_{11}\mathrm{C}_2-1=54$

따라서 색칠한 부분의 모든 수의 합은

$165+54=\mathbf{219}$

14 해결 과정 밑면을 칠하는 경우의 수는

${}_5\mathrm{C}_1=5$ ❯ 30 %

옆면을 칠하는 경우의 수는

$(4-1)!=3!=6$ ❯ 40 %

답 구하기 따라서 구하는 경우의 수는

$5\times6=30$ ❯ 30 %

15 문제 이해 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는

${}_4\Pi_3=4^3=64$ ❯ 20 %

해결 과정 일의 자리의 숫자가 각각 1, 2, 3, 4인 자연수의 개수는

$\dfrac{64}{4}=16$

이므로 만들 수 있는 모든 자연수의 일의 자리의 숫자의 합은

$(1+2+3+4)\times16=160$ ❯ 30 %

같은 방법으로 만들 수 있는 모든 자연수의 십의 자리, 백의 자리의 숫자의 합도 각각 160이다. ❯ 30 %

답 구하기 따라서 구하는 합은

$160\times1+160\times10+160\times100=17760$ ❯ 20 %

16 **해결 과정** (i) e를 뽑지 않는 경우

e를 제외한 6개의 문자 중에서 4개의 문자를 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수는

${}_6P_4=360$ ❯ 20 %

(ii) e를 1개 뽑는 경우

e를 제외한 6개의 문자 중에서 3개의 문자를 뽑은 후 e를 포함하여 일렬로 나열하는 경우의 수는

${}_6C_3\times4!=480$ ❯ 20 %

(iii) e를 2개 뽑는 경우

e를 제외한 6개의 문자 중에서 2개의 문자를 뽑은 후 e를 2개 포함하여 일렬로 나열하는 경우의 수는

${}_6C_2\times\dfrac{4!}{2!}=180$ ❯ 20 %

(iv) e를 3개 뽑는 경우

e를 제외한 6개의 문자 중에서 1개의 문자를 뽑은 후 e를 3개 포함하여 일렬로 나열하는 경우의 수는

${}_6C_1\times\dfrac{4!}{3!}=24$ ❯ 20 %

(v) e를 4개 뽑는 경우

eeee의 1가지이다. ❯ 10 %

답 구하기 이상에서 구하는 경우의 수는

$360+480+180+24+1=1045$ ❯ 10 %

17 **문제 이해** $x+y+z$의 값이 될 수 있는 수는

$0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ ❯ 10 %

해결 과정 $x+y+z\le5$를 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는

$${}_3H_0+{}_3H_1+{}_3H_2+{}_3H_3+{}_3H_4+{}_3H_5$$ ❯ 30 %

$$={}_2C_0+{}_3C_1+{}_4C_2+{}_5C_3+{}_6C_4+{}_7C_5$$
$$={}_3C_0+{}_3C_1+{}_4C_2+{}_5C_3+{}_6C_4+{}_7C_5$$
$$={}_4C_1+{}_4C_2+{}_5C_3+{}_6C_4+{}_7C_5$$
$$={}_5C_2+{}_5C_3+{}_6C_4+{}_7C_5$$
$$={}_6C_3+{}_6C_4+{}_7C_5$$
$$={}_7C_4+{}_7C_5={}_8C_5$$ ❯ 40 %

답 구하기 이때 ${}_nH_5={}_{n+4}C_5$이므로

$n+4=8,\quad n=4$ ❯ 20 %

창의·융합 프로젝트

본문 38쪽

과제 1 1680

과제 2 7983360

과제 3 768

II 확률

1 확률의 뜻과 활용

준비학습

본문 42쪽

1 (1) $\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6\}$ (2) $\{1,\ 3\}$

(3) $\{2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$

2 (1) 3 (2) 5

1 확률

본문 43~48쪽

43쪽 **탐구❶** 앞면, 뒷면

탐구❷ 1, 2, 3, 4, 5, 6

문제 1 (1) $\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 19,\ 20\}$

(2) $\{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18\}$

(3) $\{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 10,\ 20\}$

문제 2 (1) A와 B, B와 C

(2) $\{2,\ 5,\ 6,\ 7,\ 10\}$

적용하기 $\varnothing$, {HT}, {TH}, {TT}, {HT, TH}, {HT, TT}, {TH, TT}, {HT, TH, TT}

45쪽 **탐구❶** 공정하다.

탐구❷ 예 홀수, 짝수 중 하나를 임의로 정하고 주사위 던지기

문제 3 $\dfrac{1}{6}$

문제 4 $\dfrac{2}{5}$

문제 5 0.072

문제 6 (1) 0.98038 (2) 0.77662

48쪽 **탐구❶** 1 **탐구❷** 0

문제 7 (1) 1 (2) 0

공학 도구 활용

본문 49쪽

활동 1 생략

활동 2 생략

② 확률의 덧셈정리

본문 50~53쪽

50쪽 **탐구①** 하트 무늬: $\frac{1}{4}$, 다이아몬드 무늬: $\frac{1}{4}$

탐구② $\frac{1}{2}$

문제 1 $\frac{9}{10}$

문제 2 $\frac{1}{6}$

52쪽 **탐구①** $\frac{1}{6}$ **탐구②** $\frac{5}{6}$ **탐구③** 1

문제 3 $\frac{9}{14}$

문제 4 $\frac{7}{9}$

문제 5 $\frac{19}{49}$

적용하기 **1** $\frac{35}{36}$ **2** 0.509 **3** 0.491

중단원 마무리

본문 54~56쪽

❶ (1) 배반사건 (2) 여사건, A^C
❷ (1) $n(A)$ (2) 통계적 확률
❸ 1, 0
❹ $\mathrm{P}(A\cap B)$, 배반사건
❺ $\mathrm{P}(A)$

1 (1) **∅, {4}, {5}, {7}, {4, 5}, {4, 7}, {5, 7}, {4, 5, 7}**
(2) **{4, 5, 7}**

2 **0.92**

3 (1) $\mathbf{\frac{1}{18}}$ (2) **1** (3) **0**

4 $\mathbf{\frac{2}{3}}$

5 $\mathbf{\frac{6}{7}}$

6 **문제 이해** 4300 이상인 자연수는
43○○, 45○○, 5○○○
의 꼴이다. ❯ 20 %
해결 과정 모든 경우의 수는
$_5\mathrm{P}_4=120$ ❯ 20 %
만든 자연수가 4300 이상인 사건을 A라고 하면
43○○의 꼴인 경우의 수는 $_3\mathrm{P}_2=6$
45○○의 꼴인 경우의 수는 $_3\mathrm{P}_2=6$
5○○○의 꼴인 경우의 수는 $_4\mathrm{P}_3=24$
이므로
$n(A)=6+6+24=36$ ❯ 40 %
답 구하기 따라서 구하는 확률은
$\frac{36}{120}=\frac{3}{10}$ ❯ 20 %

7 5명이 가위바위보를 한 번 할 때, 모든 경우의 수는
$_3\Pi_5=3^5=243$
이기는 2명을 정하는 경우의 수는 $_5\mathrm{C}_2=10$이고, 이기는 2명이 가위, 바위, 보 중에서 어느 하나를 낼 때 지는 3명이 내는 것은 정해져 있으므로 2명이 이기는 경우의 수는
$10\times3=30$
따라서 구하는 확률은
$\frac{30}{243}=\mathbf{\frac{10}{81}}$

8 $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$에서 $\mathrm{P}(A\cup B)\le1$이므로
$\frac{1}{5}+\mathrm{P}(B)\le1,\quad \mathrm{P}(B)\le\frac{4}{5}$
이때 $\mathrm{P}(B)\ge0$이므로 구하는 범위는
$\mathbf{0\le P(B)\le\frac{4}{5}}$

9 택한 학생의 급식 만족도가 '만족'인 사건을 A, '매우 만족'인 사건을 B라고 하면 두 사건 A와 B는 서로 배반사건이므로
$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{65}{200}+\frac{47}{200}=\mathbf{\frac{14}{25}}$$

10 꺼낸 펜의 색깔이 모두 빨간색인 사건을 A, 모두 검은색인 사건을 B라고 하면
$\mathrm{P}(A)=\frac{_5\mathrm{C}_2}{_8\mathrm{C}_2}=\frac{5}{14}$,
$\mathrm{P}(B)=\frac{_3\mathrm{C}_2}{_8\mathrm{C}_2}=\frac{3}{28}$
이때 두 사건 A와 B는 서로 배반사건이므로
$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{5}{14}+\frac{3}{28}=\mathbf{\frac{13}{28}}$$

11 노란 장미꽃이 2송이 이상인 사건을 A라고 하면 A^C는 노란 장미꽃이 없거나 1송이인 사건이므로

$$P(A^C)=\frac{{}_5C_4}{{}_9C_4}+\frac{{}_5C_3\times{}_4C_1}{{}_9C_4}$$
$$=\frac{5}{126}+\frac{20}{63}=\frac{5}{14}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{5}{14}=\mathbf{\frac{9}{14}}$$

12 **문제 이해** 6과 서로소이려면 2의 배수도 아니고 3의 배수도 아니어야 한다. ❯ 10 %

해결 과정 택한 수가 2의 배수인 사건을 A, 3의 배수인 사건을 B라고 하면 $A\cap B$는 6의 배수인 사건이므로

$$P(A)=\frac{1}{2},\ P(B)=\frac{33}{100},$$
$$P(A\cap B)=\frac{4}{25}$$ ❯ 30 %

이때 6과 서로소가 아닐 확률은

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$=\frac{1}{2}+\frac{33}{100}-\frac{4}{25}=\frac{67}{100}$$ ❯ 30 %

답 구하기 따라서 구하는 확률은

$$1-\frac{67}{100}=\frac{33}{100}$$ ❯ 30 %

13 만들 수 있는 삼각형의 개수는

${}_6C_3=20$

지름의 양 끝 점과 나머지 한 점을 택하여 만든 삼각형이 직각삼각형이므로 만들 수 있는 직각삼각형의 개수는

$3\times4=12$

따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{20}=\mathbf{\frac{3}{5}}$

14 적어도 1개가 당첨 제비인 사건을 A라고 하면 A^C는 꺼낸 제비 중 당첨 제비가 없는 사건이므로

$$P(A^C)=\frac{{}_{10-r}C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{(10-r)(9-r)}{90}$$

이때 $P(A)=\frac{13}{15}$이므로

$$P(A^C)=1-P(A)=\frac{2}{15}$$

즉 $\frac{(10-r)(9-r)}{90}=\frac{2}{15}$이므로

$(10-r)(9-r)=12,\qquad r^2-19r+78=0$

$(r-6)(r-13)=0$

$r=6$ 또는 $r=13$

이때 $r<10$이므로 $\quad \mathbf{r=6}$

15 공에 적힌 수 중 연속하는 자연수가 2개 이상인 사건을 A라고 하면 A^C는 연속하는 자연수가 없는 사건이다.

8개의 공 중에서 3개를 택하는 경우의 수는 $\quad {}_8C_3=56$

공에 적힌 세 수가 연속하지 않고, 세 수를 작은 것부터 차례대로 나열했을 때 두 번째 수가 3인 경우는 첫 번째 수가 1, 세 번째 수가 5, 6, 7, 8 중 하나인 경우이므로 그 경우의 수는

$1\times{}_4C_1=4$

위와 같은 방법으로 두 번째 수가 4, 5, 6인 경우의 수는 각각

${}_2C_1\times{}_3C_1=6,\ {}_3C_1\times{}_2C_1=6,\ {}_4C_1\times1=4$

따라서 $P(A^C)=\frac{4+6+6+4}{56}=\frac{5}{14}$이므로

$$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{5}{14}=\mathbf{\frac{9}{14}}$$

2 조건부확률

준비학습 본문 57쪽

1 $\frac{1}{9}$ **2** $\frac{1}{12}$

1 조건부확률 본문 58~61쪽

58쪽 **탐구 1** $\frac{11}{36}$ **탐구 2** $\frac{11}{19}$

문제 1 $\frac{8}{33}$ **문제 2** $\frac{7}{12}$

문제 3 $\frac{5}{18}$ **문제 4** $\frac{3}{7}$

비교하기 **1** 예 두 사람이 이길 확률은 같을 것이다.

2 유진이와 승수가 이길 확률은 각각 $\frac{1}{2}$로 같다.

수학 역량 플러스 본문 62쪽

활동 1 $\frac{2}{3}$

활동 2 참가자가 1번 문을 선택했다고 가정하자. 진행자가 2번 문을 열었을 때,

(i) 참가자가 3번 문으로 선택을 바꾸어 자동차를 받을 확률은

$$\frac{1}{2}\times\frac{\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}=\frac{3}{16}$$

(ii) 참가자가 4번 문으로 선택을 바꾸어 자동차를 받을 확률은

$$\frac{1}{2}\times\frac{\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}=\frac{3}{16}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{3}{16}+\frac{3}{16}=\frac{3}{8}$

2 사건의 독립과 종속

본문 63~66쪽

63쪽 탐구✱

검은 공을 꺼냈을 때	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{4}$
흰 공을 꺼냈을 때	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$

문제 1 종속

문제 2 $P(A^C\cap B^C)=P((A\cup B)^C)=1-P(A\cup B)$
$=1-P(A)-P(B)+P(A\cap B)$
$=1-P(A)-P(B)+P(A)P(B)$
$=\{1-P(A)\}\{1-P(B)\}$
$=P(A^C)P(B^C)$

따라서 두 사건 A^C와 B^C도 서로 독립이다.

판별하기 명제: 거짓, 명제의 역: 거짓

65쪽 탐구❶ 독립 탐구❷ 같다.

문제 3 $\frac{23}{50000}$

분석하기 방법 3

수학 역량 플러스

본문 67쪽

활동 두 사람 A, B에게 상금을 11 : 5의 비율로 분배한다.

중단원 마무리

본문 68~70쪽

❶ (1) 조건부확률 (2) $P(A\cap B)$
❷ $P(B|A)$, $P(A|B)$
❸ (1) 독립 (2) 종속 (3) $P(A)P(B)$
❹ ${}_n\mathrm{C}_r p^r(1-p)^{n-r}$

1 $\mathbf{\frac{1}{2}}$ 2 **0.63**

3 **종속** 4 **0.48**

5 $\mathbf{\frac{4}{9}}$

6 뽑힌 학생이 피아노를 배운 적이 있는 학생인 사건을 A, 여학생인 사건을 B라고 하면

$P(A)=\frac{3}{5}$, $P(A\cap B)=\frac{3}{7}$

따라서 구하는 확률은

$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\mathbf{\frac{5}{7}}$

7 B 주머니에서 흰 공을 꺼내는 사건을 A, 두 주머니 A와 B에서 임의로 각각 공을 1개씩 꺼냈더니 흰 공이 1개, 검은 공이 1개인 사건을 B라고 하면

$P(A\cap B)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$,

$P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{2}$

따라서 구하는 확률은

$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\mathbf{\frac{2}{3}}$

8 $P(A^C\cap B^C)=P((A\cup B)^C)=1-P(A\cup B)=0.3$
이므로 $P(A\cup B)=0.7$
또 $P(A\cap B)=P(A)P(B|A)=0.5\times0.6=0.3$이므로
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
$0.7=0.5+P(B)-0.3$, $P(B)=0.5$
$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0.3}{0.5}=\mathbf{0.6}$

9 손님이 컵라면과 삼각김밥을 구매하는 사건을 각각 A, B라고 하면 $P(A)=\frac{1}{4}$, $P(B|A)=\frac{1}{3}$이므로 구하는 확률은

$P(A\cap B)=P(A)P(B|A)$
$=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\mathbf{\frac{1}{12}}$

10 전화를 받은 사람이 남자인 사건을 A, 여자인 사건을 B, 설문에 응하는 사건을 C라고 하면

$P(A)=\frac{2}{5}$, $P(B)=\frac{3}{5}$,
$P(C|A)=0.3$, $P(C|B)=0.4$

따라서 구하는 확률은

$P(C)=P(A\cap C)+P(B\cap C)$
$=P(A)P(C|A)+P(B)P(C|B)$
$=\frac{2}{5}\times0.3+\frac{3}{5}\times0.4$
$=\mathbf{0.36}$

11 문제 이해 두 사건 A, B가 서로 독립이면 두 사건 A, B^C도 서로 독립이다. ❯ 20 %

해결 과정 $\mathrm{P}(B^C)=1-\mathrm{P}(B)=\frac{3}{5}$이므로

$$\mathrm{P}(A\cap B^C)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B^C)$$
$$=\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$$ 40 %

답 구하기 $\mathrm{P}(A\cup B^C)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B^C)-\mathrm{P}(A\cap B^C)$
$$=\frac{1}{3}+\frac{3}{5}-\frac{1}{5}=\frac{11}{15}$$ 40 %

12 두 선수 A, B가 총을 한 발씩 쏘았을 때 10점 영역을 맞히는 사건을 각각 A, B라고 하면

$$\mathrm{P}(A)=0.9,\ \mathrm{P}(B)=0.8$$
$$\mathrm{P}(A^C\cap B^C)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B^C)$$
$$=\{1-\mathrm{P}(A)\}\{1-\mathrm{P}(B)\}$$
$$=0.1\times0.2=0.02$$

따라서 구하는 확률은

$$1-\mathrm{P}(A^C\cap B^C)=1-0.02=\mathbf{0.98}$$

다른 풀이 두 선수 A, B가 총을 한 발씩 쏘았을 때 10점 영역을 맞히는 사건을 각각 A, B라고 하면 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$$
$$=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$$
$$=0.9+0.8-0.9\times0.8$$
$$=0.98$$

13 진단 대상 1000명 중 임의로 1명을 택할 때, 당뇨병에 걸렸다고 진단받은 사람인 사건을 A, 실제로 당뇨병에 걸린 사람인 사건을 B라고 하면

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B)=\frac{200}{1000}\times0.99=0.198$$
$$\mathrm{P}(A\cap B^C)=\mathrm{P}(B^C)\mathrm{P}(A|B^C)$$
$$=\frac{800}{1000}\times(1-0.95)=0.04$$
$$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A\cap B^C)=0.238$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B^C|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{0.04}{0.238}=0.168\cdots$$

이므로 **0.17**이다.

14 해결 과정 (i) A 팀이 다섯 번째 경기에서 우승할 확률은

$${}_2\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$ 30 %

(ii) A 팀이 여섯 번째 경기에서 우승할 확률은

$${}_2\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$ 30 %

(iii) A 팀이 일곱 번째 경기에서 우승할 확률은

$${}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$$ 30 %

답 구하기 이상에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{3}{16}=\frac{11}{16}$$ 10 %

대단원 마무리

본문 71~73쪽

01 4명이 일렬로 서는 경우의 수는

$$4!=24$$

준영이와 희선이가 양 끝에 서는 경우의 수는

$$2!\times2!=4$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{4}{24}=\mathbf{\frac{1}{6}}$$

02 집합 A의 부분집합의 개수는

$$2^5=32$$

집합 A의 부분집합 중 5를 포함하지 않는 집합의 개수는

$$2^{5-1}=2^4=16$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{16}{32}=\mathbf{\frac{1}{2}}$$

03 주어진 방정식을 만족시키는 양의 정수 x, y를 순서쌍 (x, y)로 나타내면

$$(1, 99), (2, 98), \cdots, (99, 1)$$

의 99개이다.

$y=100-x$이므로 $xy\geq2400$에서

$$x(100-x)\geq2400,\qquad x^2-100x+2400\leq0$$
$$(x-40)(x-60)\leq0,\qquad 40\leq x\leq60$$

따라서 $40\leq x\leq60$을 만족시키는 순서쌍 (x, y)는

$$(40, 60), (41, 59), \cdots, (60, 40)$$

의 21개이므로 구하는 확률은

$$\frac{21}{99}=\mathbf{\frac{7}{33}}$$

04 $\mathrm{P}(A^C\cap B^C)=\mathrm{P}((A\cup B)^C)=1-\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{1}{8}$이므로 $\quad \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{7}{8}$

이때 두 사건 A와 B가 서로 배반사건이므로

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$$
$$\frac{1}{4}+\mathrm{P}(B)=\frac{7}{8}$$
$$\mathrm{P}(B)=\mathbf{\frac{5}{8}}$$

05 뽑힌 학생이 중국어를 선택한 학생인 사건을 A, 남학생인 사건을 B라고 하면

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2},\ \mathrm{P}(A\cap B)=\frac{9}{32}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\mathbf{\frac{9}{16}}$$

06 ③ $B\subset C$이므로 $\quad \mathrm{P}(B)\le \mathrm{P}(C)$

④ $\mathrm{P}(A|B)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=0$

⑤ $\mathrm{P}(C|B)=\dfrac{\mathrm{P}(C\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\dfrac{\mathrm{P}(B)}{\mathrm{P}(B)}=1$

답 ④

07 $\mathrm{P}(B|A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$에서

$\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{9}$

$\mathrm{P}(A\cap B^C)=\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{2}{9}$이므로

$\mathrm{P}(A|B^C)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(B^C)}=\mathbf{\dfrac{8}{27}}$

08 홈경기에서 승리하는 사건을 A, 원정 경기에서 승리하는 사건을 B라고 하면

$\mathrm{P}(A)=\dfrac{2}{3}$, $\mathrm{P}(B|A)=r$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{1}{3}$

이때 $\mathrm{P}(B|A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$ 이므로

$r=\mathbf{\dfrac{1}{2}}$

09 파란 공의 개수를 x라 하고, 갑이 빨간 공을 꺼내는 사건을 A, 을이 파란 공을 꺼내는 사건을 B라고 하면

$\mathrm{P}(A)=\dfrac{7-x}{7}$, $\mathrm{P}(B|A)=\dfrac{x}{6}$

따라서 갑이 빨간 공을 꺼내고 을이 파란 공을 꺼낼 확률은

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\dfrac{7-x}{7}\times\dfrac{x}{6}$

$=\dfrac{7x-x^2}{42}$

즉 $\dfrac{7x-x^2}{42}=\dfrac{2}{7}$이므로 $\quad x^2-7x+12=0$

$(x-3)(x-4)=0, \quad x=3$ 또는 $x=4$

이때 파란 공이 빨간 공보다 많으므로 파란 공의 개수는 **4**이다.

10 A 주머니를 택하는 사건을 A, B 주머니를 택하는 사건을 B라 하고, 꺼낸 바둑돌이 모두 검은색인 사건을 C라고 하면

$\mathrm{P}(A)=\dfrac{1}{2}$, $\mathrm{P}(B)=\dfrac{1}{2}$,

$\mathrm{P}(C|A)=\dfrac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\dfrac{3}{10}$, $\mathrm{P}(C|B)=\dfrac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_3\mathrm{C}_2}=\dfrac{1}{3}$

이때 $\mathrm{P}(A\cap C)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{10}=\dfrac{3}{20}$,

$\mathrm{P}(B\cap C)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{6}$이므로

$\mathrm{P}(C)=\mathrm{P}(A\cap C)+\mathrm{P}(B\cap C)$

$=\dfrac{3}{20}+\dfrac{1}{6}$

$=\dfrac{19}{60}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(B|C)=\dfrac{\mathrm{P}(B\cap C)}{\mathrm{P}(C)}=\mathbf{\dfrac{10}{19}}$

11 두 사건 A와 B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B), \quad 0.3=0.4\times\mathrm{P}(B)$

$\mathrm{P}(B)=0.75$

두 사건 B와 C가 서로 배반사건이므로

$\mathrm{P}(B\cup C)=\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(C), \quad 0.9=0.75+\mathrm{P}(C)$

$\mathrm{P}(C)=\mathbf{0.15}$

12 A 스위치가 닫히는 사건을 A, 두 스위치 B, C가 모두 닫히는 사건을 B라고 하면

$\mathrm{P}(A)=0.9$, $\mathrm{P}(B)=0.8\times0.7=0.56$

이때 두 사건 A, B는 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$=0.9\times0.56=0.504$

따라서 이 회로에 전류가 흐를 확률은

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=0.9+0.56-0.504$

$=\mathbf{0.956}$

13 점 P가 시곗바늘이 도는 반대 방향으로 움직일 확률은 $\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$, 시곗바늘이 도는 방향으로 움직일 확률은 $1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$이다.

주사위를 네 번 던져서 꼭짓점 A에서 출발한 점 P가 꼭짓점 A로 돌아오려면 점 P는 시곗바늘이 도는 반대 방향으로 4만큼 움직이거나 시곗바늘이 도는 반대 방향으로 2만큼, 시곗바늘이 도는 방향으로 2만큼 움직이거나 시곗바늘이 도는 방향으로 4만큼 움직여야 하므로 구하는 확률은

${}_4\mathrm{C}_4\left(\dfrac{1}{3}\right)^4+{}_4\mathrm{C}_2\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\left(\dfrac{2}{3}\right)^2+{}_4\mathrm{C}_0\left(\dfrac{2}{3}\right)^4=\mathbf{\dfrac{41}{81}}$

14 문제 이해 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 판별식을 D라고 하면

$D=a^2-4b\ge0, \quad a^2\ge4b$ 30 %

해결 과정 이것을 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(2, 1)$, $(3, 1)$, $(4, 1)$, $(5, 1)$, $(6, 1)$,

$(3, 2)$, $(4, 2)$, $(5, 2)$, $(6, 2)$,

$(4, 3)$, $(5, 3)$, $(6, 3)$,

$(4, 4), (5, 4), (6, 4),$
$(5, 5), (6, 5),$
$(5, 6), (6, 6)$
의 19개이다. ❯ 50 %

답 구하기 따라서 구하는 확률은

$\frac{19}{36}$ ❯ 20 %

15 **문제 이해** 앞면이 나온 동전의 금액의 합이 100원 이상인 사건을 A라고 하면 A^C는 앞면이 나온 동전의 금액의 합이 100원 미만인 사건이므로 ❯ 20 %

해결 과정 $P(A^C)=1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$
$=\frac{1}{32}$ ❯ 50 %

답 구하기 따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)$
$=1-\frac{1}{32}=\frac{31}{32}$ ❯ 30 %

16 **해결 과정** $P(A|B)+P(B|A)$
$=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}+\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$
$=5P(A\cap B)$ ❯ 30 %

즉 $5P(A\cap B)=\frac{5}{6}$이므로

$P(A\cap B)=\frac{1}{6}$ ❯ 20 %

답 구하기 이때 $P(A)P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$이므로

$P(A\cap B)=P(A)P(B)$ ❯ 30 %

따라서 두 사건 A, B는 서로 독립이다. ❯ 20 %

17 **문제 이해** 좌석이 부족한 경우는 5건의 예약 중 취소가 1건 이하일 때이다. ❯ 20 %

해결 과정 5건의 예약 중 취소가 0건, 1건일 확률은 각각

${}_5C_0\left(\frac{3}{4}\right)^5=\frac{243}{1024}$, ${}_5C_1\left(\frac{1}{4}\right)^1\left(\frac{3}{4}\right)^4=\frac{405}{1024}$ ❯ 50 %

답 구하기 따라서 구하는 확률은

$\frac{243}{1024}+\frac{405}{1024}=\frac{81}{128}$ ❯ 30 %

창의·융합 프로젝트

본문 74쪽

과제 1 예 우리 학급 학생이 20명일 때, 생일이 같은 학생이 있을 확률은 약 0.41이다.

과제 2 예 우리 학급 학생이 20명일 때, 나와 생일이 같은 학생이 있을 확률은 약 0.05이다.

III 통계

1 확률분포

준비학습

본문 78쪽

1 평균: 7, 분산: 1.2

2 (1) $\frac{2}{7}$ (2) $\frac{4}{7}$

3 (1) $\frac{3}{8}$ (2) $\frac{5}{16}$

1 확률변수와 확률분포

본문 79~83쪽

79쪽 **탐구 1** $\{HH, HT, TH, TT\}$

탐구 2 0, 1, 2

문제 1 (1) 1, 2, 3, 4, 5, 6 (2) $\frac{1}{6}$

80쪽 **탐구 1** 1, 2, 3, $\cdots$

탐구 2 $P(X=1)=\frac{2}{3}$

문제 2 (1)

X	-2	-1	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	1

(2) $\frac{3}{7}$

문제 3 (1)

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$	1

(2) $\frac{5}{6}$

82쪽 **탐구 1** $0\le X\le 5$

탐구 2 예 $\frac{2}{5}$

문제 4 (1) 연속확률변수 (2) 이산확률변수
(3) 연속확률변수

문제 5 (1) 1 (2) $\frac{3}{8}$

비교하기 (1) $P(0\le X\le 2)=\frac{3}{4}$, $P(0<X<2)=\frac{1}{4}$이므로
$P(0\le X\le 2)\ne P(0<X<2)$
(2) $P(0\le X\le 2)=\frac{1}{2}$, $P(0<X<2)=\frac{1}{2}$이므로
$P(0\le X\le 2)=P(0<X<2)$

2 이산확률변수의 평균과 표준편차 본문 84~90쪽

84쪽 탐구❶ 1600000원
탐구❷ 1600원

문제 1 $\frac{7}{3}$

문제 2 $a=\frac{1}{8}$, $E(X)=5$, $\sigma(X)=\frac{\sqrt{19}}{2}$

문제 3 $E(X)=2$, $\sigma(X)=1$

분석하기 X, W, Y

88쪽 탐구❶ $Y=100X$
탐구❷ 예 $E(Y)=100E(X)$

문제 4 (1) $E(-2X+3)=-97$, $\sigma(-2X+3)=6$
(2) $E\left(\frac{X-20}{3}\right)=10$, $\sigma\left(\frac{X-20}{3}\right)=1$

문제 5 (1) $E(T)=100$, $\sigma(T)=20$
(2) 120점
(3) 85

유추하기 1 $E(W)=\frac{7}{2}$, $\sigma(W)=\frac{\sqrt{105}}{6}$
2 $E(X)=\frac{27}{2}$, $\sigma(X)=\frac{\sqrt{105}}{6}$
$E(Y)=35$, $\sigma(Y)=\frac{5\sqrt{105}}{3}$

3 이항분포 본문 91~95쪽

91쪽 탐구✽

X	0	2
$P(X=x)$	${}_2C_0\left(\frac{7}{10}\right)^2$	${}_2C_2\left(\frac{3}{10}\right)^2$

문제 1 (1) $B(10,\ 0.75)$
(2) $P(X=x)={}_{10}C_x(0.75)^x(0.25)^{10-x}$ $(x=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 10)$

문제 2 0.52822

93쪽 탐구❶ $B\left(3,\ \frac{1}{2}\right)$
탐구❷

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

$E(X)=\frac{3}{2}$

문제 3 (1) $E(X)=4$, $\sigma(X)=\frac{4\sqrt{5}}{5}$
(2) $E(X)=300$, $\sigma(X)=10$

문제 4 $E(X)=7500$, $\sigma(X)=25\sqrt{3}$

판별하기 옳지 않다. 동전을 던지는 시행은 독립시행이므로 이전의 결과와 상관없이 앞면이 나올 확률과 뒷면이 나올 확률은 모두 $\frac{1}{2}$이다.

공학 도구 활용 본문 96쪽

활동 예 A 선수: 0.7212

4 정규분포 본문 97~103쪽

97쪽 탐구✽ 한가운데 지점을 중심으로 좌우 대칭이고, 양 끝으로 갈수록 상대도수가 점점 작아지는 모양으로 변한다.

문제 1 (1) $m_1<m_2$ (2) $\sigma_1>\sigma_2$

문제 2 (1) 0.1587 (2) 0.95
(3) 0.5371 (4) 0.099

문제 3 (1) 0.6853 (2) 0.0228

문제 4 2.17

문제 5 (1) 0.1359 (2) 14.999 km/L

102쪽 탐구✽ 정규분포의 확률밀도함수의 그래프 모양에 가까워진다.

문제 6 0.1587

문제 7 0.9938

공학 도구 활용 본문 104쪽

활동 1 대칭축의 위치는 바뀌지만 그래프의 모양은 변하지 않는다.

활동 2 σ의 값이 클수록 가운데 부분의 높이는 낮아지고 옆으로 퍼진 모양이 되고, σ의 값이 작을수록 가운데 부분의 높이는 높아지고 폭이 좁아진다.

수학 역량 플러스 본문 105쪽

활동 1 $Z_W=\frac{W-270}{60}$, $Z_X=\frac{X-350}{56}$, $Z_Y=\frac{Y-300}{75}$

활동 2 A: $0.62\ \%$, B: $10.56\ \%$, C: $5.48\ \%$

중단원 마무리 본문 106~108쪽

❶ 확률변수

❷ (1) $x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n$, $\{\mathrm{E}(X)\}^2$

(2) $a\mathrm{E}(X)+b$, $a^2\mathrm{V}(X)$, $|a|\sigma(X)$

❸ np, $np(1-p)$, $\sqrt{np(1-p)}$

❹ $\frac{X-m}{\sigma}$

1 (1) $\mathbf{\frac{1}{12}}$ (2) $\mathbf{\frac{7}{12}}$

2 $\mathbf{E(X)=3,\ V(X)=1,\ \sigma(X)=1}$

3 $\mathbf{E(Y)=-13,\ \sigma(Y)=8}$

4 $\mathbf{E(X)=20,\ V(X)=12}$

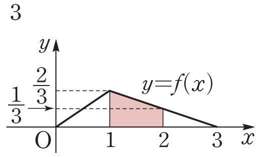
5 $\mathbf{0.0668}$

6 $\frac{1}{2}\times3\times k=1$이므로 $k=\frac{2}{3}$

따라서 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로

$\mathrm{P}(1\le X\le2)$

$=\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)\times1\times\frac{1}{2}=\mathbf{\frac{1}{2}}$



7 **문제 이해** 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 2, 3, 4이다. ❯ 10 %

해결 과정 $\mathrm{P}(X=2)=\frac{{}_3\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_3}=\frac{3}{10}$,

$\mathrm{P}(X=3)=\frac{{}_2\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_3}=\frac{2}{5}$, $\mathrm{P}(X=4)=\frac{{}_3\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_3}=\frac{3}{10}$이므로

확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	1

❯ 50 %

답 구하기 $\mathrm{E}(X)=2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{2}{5}+4\times\frac{3}{10}=3$

$\mathrm{V}(X)=2^2\times\frac{3}{10}+3^2\times\frac{2}{5}+4^2\times\frac{3}{10}-3^2$

$=\frac{3}{5}$ ❯ 40 %

8 $\mathrm{E}(2X-1)=3$에서 $2\mathrm{E}(X)-1=3$

$\mathrm{E}(X)=2$

$\mathrm{V}(2X-1)=4$에서 $2^2\mathrm{V}(X)=4$

$\mathrm{V}(X)=1$

이때 $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$이므로

$1=\mathrm{E}(X^2)-2^2$, $\mathrm{E}(X^2)=\mathbf{5}$

9 확률변수 X의 확률질량함수는

$\mathrm{P}(X=x)={}_5\mathrm{C}_xp^x(1-p)^{5-x}$ $(x=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 5)$

이므로 $\mathrm{P}(X=0)=\frac{1}{32}$에서

${}_5\mathrm{C}_0(1-p)^5=\frac{1}{32}$, $(1-p)^5=\left(\frac{1}{2}\right)^5$

$p=\frac{1}{2}$

따라서 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(5,\ \frac{1}{2}\right)$을 따르므로

$\mathrm{V}(X)=5\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\mathbf{\frac{5}{4}}$

10 두 확률변수 $Z_X=\frac{X-10}{4}$, $Z_Y=\frac{Y-28}{4}$은 모두 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로

$\mathrm{P}(X\le12)=\mathrm{P}\left(Z_X\le\frac{1}{2}\right)$

$\mathrm{P}(Y\ge k)=\mathrm{P}\left(Z_Y\ge\frac{k-28}{4}\right)$

이때 $\mathrm{P}(X\le12)=\mathrm{P}(Y\ge k)$이므로

$\frac{k-28}{4}=-\frac{1}{2}$, $k=\mathbf{26}$

11 직원 한 명의 음성 통화량을 X분이라고 하면 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(150,\ 15^2)$을 따르므로 확률변수 $Z=\frac{X-150}{15}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(X\ge120)=\mathrm{P}(Z\ge-2)$

$=\mathrm{P}(Z\ge0)+\mathrm{P}(0\le Z\le2)$

$=0.5+0.4772$

$=\mathbf{0.9772}$

12 $\mathrm{E}(X)=\frac{1}{6}n$이므로

$\frac{1}{6}n=30, \qquad n=180$

이때 180은 충분히 큰 수이므로 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}\left(30,\ 180\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\right)$, 즉 $\mathrm{N}(30,\ 5^2)$을 따른다.

따라서 확률변수 $Z=\frac{X-30}{5}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}\left(\frac{n}{12}\le X\le\frac{n}{6}\right)&=\mathrm{P}(15\le X\le 30)\\&=\mathrm{P}(-3\le Z\le 0)\\&=\mathrm{P}(0\le Z\le 3)=\mathbf{0.4987}\end{aligned}$$

13 $f(2-x)=f(2+x)$가 성립하므로 함수 $f(x)$의 그래프는 직선 $x=2$에 대하여 대칭이다.

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(2\le X\le 3)&=\mathrm{P}(1\le X\le 2)\\&=\mathrm{P}(0\le X\le 2)-\mathrm{P}(0\le X\le 1)\\&=\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\mathbf{\frac{1}{3}}\end{aligned}$$

14 한 개의 주사위를 세 번 던져서 짝수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 Y라고 하면 홀수의 눈이 나오는 횟수는 $3-Y$이므로

$X=2Y-(3-Y)=3Y-3$

한 개의 주사위를 던질 때 짝수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 Y는 이항분포 $\mathrm{B}\left(3,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

따라서 $\mathrm{E}(Y)=3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$, $\sigma(Y)=\sqrt{3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$$\mathbf{E(X)}=\mathrm{E}(3Y-3)=3\mathrm{E}(Y)-3=\mathbf{\frac{3}{2}}$$

$$\boldsymbol{\sigma(X)}=\sigma(3Y-3)=3\sigma(Y)=\mathbf{\frac{3\sqrt{3}}{2}}$$

15 문제 이해 휴식기 심장 박동 수를 X라고 하면 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(80,\ 10^2)$을 따른다.

따라서 확률변수 $Z_X=\frac{X-80}{10}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로 서맥이나 빈맥으로 분류될 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X\le 60)+\mathrm{P}(X\ge 100)&=\mathrm{P}(Z_X\le -2)+\mathrm{P}(Z_X\ge 2)\\&=(0.5-0.48)\times 2\\&=0.04\end{aligned}$$

30 %

해결 과정 조사 대상 대학생 600명 중에서 서맥이나 빈맥으로 분류된 학생 수를 Y라고 하면 확률변수 Y는 이항분포 $\mathrm{B}(600,\ 0.04)$를 따르므로

$\mathrm{E}(Y)=600\times 0.04=24$

$\sigma(Y)=\sqrt{600\times 0.04\times 0.96}=4.8$

이때 600은 충분히 큰 수이므로 확률변수 Y는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(24,\ 4.8^2)$을 따른다. 40 %

답 구하기 따라서 확률변수 $Z_Y=\frac{Y-24}{4.8}$는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(Y<12)&=\mathrm{P}(Z_Y<-2.5)\\&=\mathrm{P}(Z_Y\ge 0)-\mathrm{P}(0\le Z_Y\le 2.5)\\&=0.5-0.49\\&=0.01\end{aligned}$$

30 %

2 통계적 추정

준비학습 본문 109쪽

1 $\mathrm{E}(X)=\frac{5}{4}$, $\sigma(X)=\frac{\sqrt{19}}{4}$

2 (1) 0.8413 (2) 0.95

1 모집단과 표본 본문 110~115쪽

110쪽 탐구❶ 신형 자동차

탐구❷ 검사 후 모든 자동차가 훼손되므로 판매할 수 없다.

탐구❸ 예 일부만 검사한다.

문제 1 (1) 전수조사 (2) 표본조사 (3) 전수조사 (4) 표본조사

문제 2 (1) 1000 (2) 720

분석하기 1 고객 전체의 만족도를 잘 나타낼 수 없다.
시내버스를 주로 이용하는 사람은 버스를 이용하여 출퇴근을 하는 사람들이지만 이들은 대부분 조사 일시에 유선 전화를 사용하지 못한다.

2 예 조사 일시를 출퇴근 시간으로 바꾸고, 주요 버스 정류장에서 대면 조사를 실시한다.

112쪽 탐구❶ 69.7 $\mu\mathrm{g/m^3}$

탐구❷ 생략

탐구❸ 생략

문제 3 $\mathrm{E}(\overline{X})=50$, $\sigma(\overline{X})=1$

문제 4 $\mathrm{N}\left(32,\ \left(\frac{1}{2}\right)^2\right)$

문제 5 0.1587

비교하기 서윤: 0.1587, 시우: 0.0228, 도현: 0.0013
표본의 크기가 클수록 확률은 작아진다.

공학 도구 활용

본문 116쪽

활동 생략

2 모평균의 추정

본문 117~119쪽

117쪽 **탐구❶** 예 400
탐구❷ 모평균과 다를 수도 있다.

문제 1 $294.84 \le m \le 305.16$

문제 2 $69.51 \le m \le 70.49$

판별하기 혜영, 민석

중단원 마무리

본문 120~122쪽

❶ (1) 표본조사 (2) m, $\dfrac{\sigma^2}{n}$, $\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

❷ $1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $2.58\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $2.58\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

1 (1) **전수조사** (2) **표본조사**

2 (1) **20** (2) $\mathbf{\dfrac{2}{9}}$ (3) $\mathbf{\dfrac{\sqrt{2}}{3}}$

3 (1) **0.7745** (2) **0.0013**

4 (1) $\mathbf{318.12 \le m \le 329.88}$
(2) $\mathbf{308.52 \le m \le 339.48}$

5 $E(\overline{X})=25$에서 $\dfrac{n}{4}=25$이므로 $n=100$

$V(\overline{X})=\dfrac{\sigma^2}{n}$에서 $\dfrac{\sigma^2}{100}=\dfrac{1}{20}$이므로

$\sigma^2=5,\quad \sigma=\mathbf{\sqrt{5}}$

6 $E(X)=0\times\dfrac{1}{3}+1\times\dfrac{1}{6}+2\times\dfrac{1}{6}+3\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{3}{2}$이므로

$$V(X)=0^2\times\frac{1}{3}+1^2\times\frac{1}{6}+2^2\times\frac{1}{6}+3^2\times\frac{1}{3}-\left(\frac{3}{2}\right)^2$$
$$=\frac{19}{12}$$

따라서 $V(\overline{X})=\dfrac{19}{12}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{19}{48}$이므로

$$V(4\overline{X})=4^2V(\overline{X})=16\times\frac{19}{48}=\mathbf{\frac{19}{3}}$$

7 표본평균을 $\overline{X}$라고 하면 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(50,\ \dfrac{8^2}{16}\right)$, 즉 $N(50,\ 2^2)$을 따르므로 확률변수 $Z=\dfrac{\overline{X}-50}{2}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.
이때 $X=16\overline{X}$이므로

$$\begin{aligned}P(768\le X\le 832)&=P(48\le\overline{X}\le 52)\\&=P(-1\le Z\le 1)\\&=2P(0\le Z\le 1)\\&=2\times 0.3413=\mathbf{0.6826}\end{aligned}$$

8 **문제 이해** 표본평균을 $\overline{X}$라고 하면 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(m,\ \dfrac{20^2}{n}\right)$을 따르므로 확률변수 $Z=\dfrac{\sqrt{n}(\overline{X}-m)}{20}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다. ❯ 20 %

해결 과정 이때 $P(|\overline{X}-m|\le 1)=0.96$에서

$$P\left(|Z|\le\frac{\sqrt{n}}{20}\right)=0.96$$

$$P\left(0\le Z\le\frac{\sqrt{n}}{20}\right)=0.48$$ ❯ 40 %

답 구하기 $P(0\le Z\le 2)=0.48$이므로

$\dfrac{\sqrt{n}}{20}=2,\quad \sqrt{n}=40,\quad n=\mathbf{1600}$ ❯ 40 %

9 $n=900$, $\overline{x}=430$, $\sigma=3$이므로

$$430-1.96\times\frac{3}{\sqrt{900}}\le m\le 430+1.96\times\frac{3}{\sqrt{900}}$$

$\mathbf{429.804\le m\le 430.196}$

10 표본평균의 값을 $\overline{x}$라고 하면 모평균 m에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$\overline{x}-2.58\times\frac{5}{\sqrt{36}}\le m\le\overline{x}+2.58\times\frac{5}{\sqrt{36}}$$

$$\overline{x}-2.15\le m\le\overline{x}+2.15$$

$$-2.15\le m-\overline{x}\le 2.15$$

즉 $0\le|m-\overline{x}|\le 2.15$이므로 모평균과 표본평균의 차의 최댓값은 **2.15**이다.

11 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$\overline{x}-1.96\times\frac{40}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{x}+1.96\times\frac{40}{\sqrt{n}}$$

$$\overline{x}-\frac{78.4}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{x}+\frac{78.4}{\sqrt{n}}$$

따라서 $\overline{x}-\frac{78.4}{\sqrt{n}}=590.2$, $\overline{x}+\frac{78.4}{\sqrt{n}}=609.8$이므로 두 식을 연립하여 풀면 $\quad \boldsymbol{\overline{x}=600,\ n=64}$

12 $\overline{X}=2$이려면 1이 적힌 공과 3이 적힌 공을 각각 1번씩 꺼내야 하므로

$$P(\overline{X}=2)=\frac{1}{n+1}\times\frac{n}{n+1}+\frac{n}{n+1}\times\frac{1}{n+1}$$
$$=\frac{2n}{(n+1)^2}$$

따라서 $\frac{2n}{(n+1)^2}=\frac{3}{8}$이므로

$3n^2-10n+3=0, \qquad (3n-1)(n-3)=0$

$n=\frac{1}{3}$ 또는 $n=3$

이때 n은 자연수이므로 n의 값은 **3**이다.

13 문제 이해 확률변수 X가 정규분포 $N(100,\ 5^2)$을 따르므로 확률변수 $Z_1=\frac{X-100}{5}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

또 확률변수 $\overline{X}$가 정규분포 $N\left(100,\ \frac{5^2}{4}\right)$, 즉 $N(100,\ 2.5^2)$을 따르므로 확률변수 $Z_2=\frac{\overline{X}-100}{2.5}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다. 40 %

해결 과정 $P(X<110)=P(\overline{X}\geq a)$에서

$P(X<110)=P(Z_1<2)$,

$P(\overline{X}\geq a)=P\left(Z_2\geq\frac{a-100}{2.5}\right)$

이므로 $\quad P(Z_1<2)=P\left(Z_2\geq\frac{a-100}{2.5}\right)$ 30 %

답 구하기 즉 $\frac{a-100}{2.5}=-2$이므로

$a-100=-5, \qquad a=95$ 30 %

14 모표준편차를 σ, 크기가 50인 표본의 표본평균의 값을 $\overline{x_1}$, 크기가 n인 표본의 표본평균의 값을 $\overline{x_2}$라고 하면 각각의 모평균 m에 대한 신뢰구간은

$$\overline{x_1}-1.96\times\frac{\sigma}{5\sqrt{2}}\leq m\leq\overline{x_1}+1.96\times\frac{\sigma}{5\sqrt{2}}$$

$$\overline{x_2}-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\leq m\leq\overline{x_2}+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

따라서 $d-c=\frac{1}{2}(b-a)$에서

$b-a=2\times1.96\times\frac{\sigma}{5\sqrt{2}}=\frac{3.92\sigma}{5\sqrt{2}}$,

$d-c=2\times1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{3.92\sigma}{\sqrt{n}}$

이므로 $\quad \frac{3.92\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{1}{2}\times\frac{3.92\sigma}{5\sqrt{2}}, \qquad \boldsymbol{n=200}$

대단원 마무리

본문 123~125쪽

01 답 ①

02 X가 가질 수 있는 값은 1, 2, 3, 4이므로

$P(X\geq2)=1-P(X=1)$

두 수의 차가 1인 경우를 순서쌍으로 나타내면 (1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)의 4개이므로 구하는 확률은

$$1-P(X=1)=1-\frac{4}{{}_5C_2}=\boldsymbol{\frac{3}{5}}$$

03 $P(X=x)=k\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)$이므로

$$k\left(1-\frac{1}{2}\right)+k\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+k\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{11}\right)=1$$

$k\left(1-\frac{1}{11}\right)=1, \qquad \frac{10}{11}k=1, \qquad k=\boldsymbol{\frac{11}{10}}$

04 $P(X=0)=\frac{2}{3}\times{}_2C_0\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{3}\times{}_3C_0\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{5}{24}$

$P(X=1)=\frac{2}{3}\times{}_2C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^1+\frac{1}{3}\times{}_3C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{11}{24}$

$P(X=2)=\frac{2}{3}\times{}_2C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{3}\times{}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{7}{24}$

$P(X=3)=\frac{1}{3}\times{}_3C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{24}$

따라서 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{5}{24}$	$\frac{11}{24}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{1}{24}$	1

$$E(X)=0\times\frac{5}{24}+1\times\frac{11}{24}+2\times\frac{7}{24}+3\times\frac{1}{24}=\boldsymbol{\frac{7}{6}}$$

05 $\frac{1}{4}+a+2a=1$이므로 $\qquad 3a=\frac{3}{4}, \qquad a=\frac{1}{4}$

$E(X)=0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{2}=\frac{5}{4}$,

$V(X)=0^2\times\frac{1}{4}+1^2\times\frac{1}{4}+2^2\times\frac{1}{2}-\left(\frac{5}{4}\right)^2=\frac{11}{16}$이므로

$$V\left(\frac{X}{a}\right)=V(4X)=4^2V(X)$$
$$=16\times\frac{11}{16}=\boldsymbol{11}$$

06 확률변수 X는 이항분포 $B\left(20,\ \frac{1}{4}\right)$을 따르므로

$E(X)=20\times\frac{1}{4}=5$, $V(X)=20\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{15}{4}$

$$E(X)+V(2X)=E(X)+2^2V(X)$$
$$=5+4\times\frac{15}{4}=\boldsymbol{20}$$

07 $V(X)=\frac{15}{16}$에서 $np(1-p)=\frac{15}{16}$ ⋯⋯ ㉠

또 X의 확률질량함수는

$$P(X=x)={}_nC_x p^x(1-p)^{n-x}\ (x=0,\ 1,\ \cdots,\ n)$$

이므로 $15P(X=n)=P(X=n-1)$에서

$$15{}_nC_n p^n={}_nC_{n-1}p^{n-1}(1-p)$$
$$15p^n=np^{n-1}(1-p)$$
$$15p=n(1-p)$$

위의 식을 ㉠에 대입하면 $15p^2=\frac{15}{16}$이므로

$$p^2=\frac{1}{16},\quad p=\frac{1}{4}$$

$p=\frac{1}{4}$을 ㉠에 대입하면

$$\frac{3}{16}n=\frac{15}{16},\quad n=5$$
$$E(X)=np=\mathbf{\frac{5}{4}}$$

08 확률변수 X의 평균이 7이므로

$$\frac{a-1+a+3}{2}=7,\quad a+1=7,\quad a=\mathbf{6}$$

09 팝콘의 개수를 X라고 하면 확률변수 X는 정규분포 $N(68,\ 6^2)$을 따르므로 확률변수 $Z=\frac{X-68}{6}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

$$\begin{aligned}P(56\le X\le 74)&=P(-2\le Z\le 1)\\&=P(0\le Z\le 1)+P(0\le Z\le 2)\\&=0.3413+0.4772=0.8185\end{aligned}$$

따라서 $0.8185\times100=$**81.85 (%)**이다.

10 동전을 100번 던져서 앞면이 나오는 횟수를 X라고 하면 뒷면이 나오는 횟수는 $100-X$이므로 한 개의 동전을 100번 던져서 얻은 점수는

$$5X-2(100-X)=7X-200$$

확률변수 X는 이항분포 $B\left(100,\ \frac{1}{2}\right)$을 따르므로

$$E(X)=100\times\frac{1}{2}=50$$
$$\sigma(X)=\sqrt{100\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}=5$$

이때 100은 충분히 큰 수이므로 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $N(50,\ 5^2)$을 따른다.

따라서 확률변수 $Z=\frac{X-50}{5}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(7X-200\ge 220)&=P(X\ge 60)=P(Z\ge 2)\\&=P(Z\ge 0)-P(0\le Z\le 2)\\&=0.5-0.4772=\mathbf{0.0228}\end{aligned}$$

11 ㄱ. $E(\overline{X})=E(\overline{Y})=m$

ㄴ. $V(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n_1}$, $V(\overline{Y})=\frac{\sigma^2}{n_2}$이므로 $n_1<n_2$이면

$$V(\overline{X})>V(\overline{Y})$$

ㄷ. $\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n_1}}=\frac{\sigma}{\sqrt{2n_2}}=\frac{\sigma}{\sqrt{2}\sqrt{n_2}}$, $\sigma(\overline{Y})=\frac{\sigma}{\sqrt{n_2}}$이므로

$$\sqrt{2}\sigma(\overline{X})=\sigma(\overline{Y})$$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

12 표본평균 $\overline{X}$가 정규분포 $N\left(24,\ \frac{6^2}{4}\right)$, 즉 $N(24,\ 3^2)$을 따르므로 확률변수 $Z=\frac{\overline{X}-24}{3}$는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(18\le\overline{X}\le 21)&=P(-2\le Z\le -1)\\&=P(0\le Z\le 2)-P(0\le Z\le 1)\\&=0.4772-0.3413=\mathbf{0.1359}\end{aligned}$$

13 추출한 블루베리 100개의 평균 무게를 $\overline{X}$ g이라고 하면

$$E(\overline{X})=1.5,\ \sigma(\overline{X})=\frac{0.2}{\sqrt{100}}=0.02$$

확률변수 $\overline{X}$는 정규분포 $N(1.5,\ 0.02^2)$을 따르므로 확률변수 $Z=\frac{\overline{X}-1.5}{0.02}$는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

따라서 한 상자가 불량품으로 판정될 확률은

$$\begin{aligned}P(100\overline{X}<144)&=P(\overline{X}<1.44)=P(Z<-3)\\&=P(Z\ge 0)-P(0\le Z\le 3)\\&=0.5-0.4987=0.0013\end{aligned}$$

블루베리 100만 개, 즉 상자 10000개 중 불량품으로 판정될 상자의 개수 Y는 이항분포 $B(10000,\ 0.0013)$을 따르므로

$$E(Y)=10000\times0.0013=\mathbf{13}$$

14 $n=36$, $\overline{x}=7.5$, $s=0.6$이고 n이 충분히 크므로 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$7.5-1.96\times\frac{0.6}{\sqrt{36}}\le m\le 7.5+1.96\times\frac{0.6}{\sqrt{36}}$$
$$\mathbf{7.304\le m\le 7.696}$$

15 해결 과정 X가 가질 수 있는 값은 1, 2, 3, 4, 5이고

$$P(X=1)=\frac{1}{5},\quad P(X=2)=\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{5},$$
$$P(X=3)=\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{5},$$
$$P(X=4)=\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{5},$$
$$P(X=5)=\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{5}$$

이므로 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	1

60 %

답 구하기 따라서 구하는 평균은

$$\mathrm{E}(X)=1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{1}{5}+3\times\frac{1}{5}+4\times\frac{1}{5}+5\times\frac{1}{5}$$
$$=3$$

40 %

16 **문제 이해** 필기시험 점수를 X라고 하면 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(220,\ 40^2)$을 따르므로 확률변수 $Z=\frac{X-220}{40}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다. 30 %

해결 과정 필기시험 합격자의 최저 점수를 a라고 하면

$\mathrm{P}(X\geq a)=\frac{120}{2000}$, 즉 $\mathrm{P}(X\geq a)=0.06$이므로

$$\mathrm{P}\left(Z\geq\frac{a-220}{40}\right)=0.06$$
$$\mathrm{P}\left(0\leq Z\leq\frac{a-220}{40}\right)=0.44$$

40 %

답 구하기 이때 $\mathrm{P}(0\leq Z\leq 1.55)=0.44$이므로

$$\frac{a-220}{40}=1.55,\qquad a-220=62$$
$$a=282$$

따라서 최저 점수는 282점이다. 30 %

17 **문제 이해** 상자에서 임의추출한 1장의 카드에 적힌 수를 X라고 할 때, 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	1

20 %

해결 과정 $\mathrm{E}(X)$

$$=1\times\frac{1}{3}+2\times\frac{4}{15}+3\times\frac{1}{5}+4\times\frac{2}{15}+5\times\frac{1}{15}$$
$$=\frac{7}{3}$$

$$\mathrm{V}(X)=1^2\times\frac{1}{3}+2^2\times\frac{4}{15}+3^2\times\frac{1}{5}+4^2\times\frac{2}{15}$$
$$+5^2\times\frac{1}{15}-\left(\frac{7}{3}\right)^2$$
$$=\frac{14}{9}$$

$$\sigma(X)=\frac{\sqrt{14}}{3}$$

50 %

답 구하기 따라서 표본평균 $\overline{X}$의 표준편차는

$$\sigma(\overline{X})=\frac{\sqrt{14}}{3}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{7}}{3}$$

30 %

18 **문제 이해** 표본평균의 값을 $\overline{x}$라고 하면 모평균 m에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$\overline{x}-2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\leq m\leq\overline{x}+2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

40 %

해결 과정 따라서 $b-a=2\times2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{5.16\sigma}{\sqrt{n}}$이므로

$$\frac{5.16\sigma}{\sqrt{n}}\leq0.86\sigma,\qquad\sqrt{n}\geq6,\qquad n\geq36$$

50 %

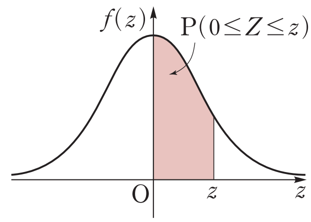
답 구하기 즉 자연수 n의 최솟값은 36이다. 10 %

창의·융합 프로젝트

본문 126쪽

과제 생략

표준정규분포표



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998