II 확률

베이즈
(Bayes, T., 1702~1761)
조건부확률을 확장한 개념인 '베이즈 정리'를 정립하였다.

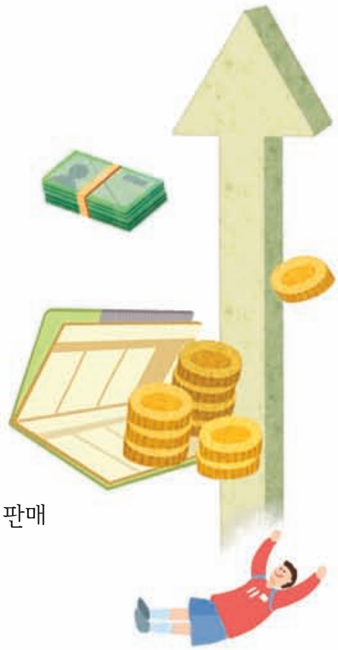
콜모고로프
(Kolmogorov, A. N., 1903~1987)
확률론을 공리적 방법으로 체계화하여 현대 확률론의 토대를 마련하였다.

학습목표

- **통계적 확률**과 **수학적 확률**의 의미를 이해한다.
- **확률의 기본 성질**을 이해한다.
- **확률의 덧셈정리**를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
- **여사건의 확률**의 뜻을 알고, 이를 활용할 수 있다.
- **조건부확률**의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.
- **사건의 독립과 종속**의 의미를 이해하고, 이를 설명할 수 있다.
- **확률의 곱셈정리**를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

확률로 미래를 대비한다

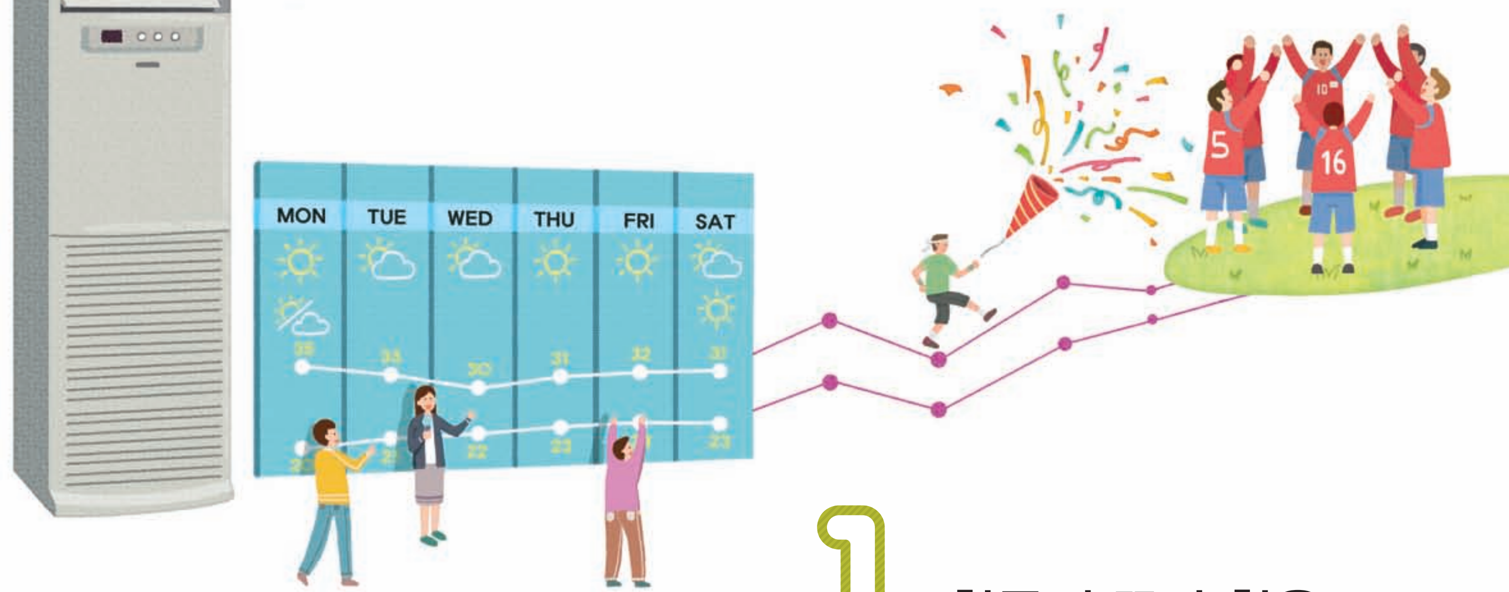
어떤 일이 일어날 가능성을 수로 나타낼 때가 있다. 예를 들어 운동 경기에서는 지난 경기 결과를 분석하여 패스 성공률이나 방어율 등을 수치로 나타내고 이를 활용하여 상대방에 대한 전략을 세운다. 또 식습관이나 생활 습관이 특정 질병을 일으킬 가능성을 수치로 나타내고 예방책을 마련하기도 한다. 이와 같이 어떤 사건이 일어날 가능성을 아는 것은 자연 현상이나 사회 현상을 분석하고 미래를 예측하는 데 유용하다.



어느 가전업체는 한 달 동안 최고 기온이 33 °C 이상인 날이 20일 이상이면 구매한 에어컨 가격의 절반을 돌려주는 행사를 진행했고, 어느 은행은 야구 대회나 축구 대회에서 특정 팀이 우승하면 금리를 더 주는 적금 상품을 판매했다.

이러한 마케팅은 최근 몇 년간의 날씨 정보나 특정 팀의 전력을 분석하여 사건이 일어날 확률을 계산한 다음 그 확률을 바탕으로 기획된다. 사건이 일어날 확률에 따라 적절한 혜택을 제공해야 고객의 관심을 끌면서도 금전적인 손해를 최소화할 수 있기 때문이다. 이와 같이 확률은 기업의 판매 전략에도 중요하게 활용된다.

이 단원에서는 확률의 뜻과 확률의 덧셈정리를 알아본다.



1 확률의 뜻과 활용

준비학습

1 전체집합 $U=\{n|n$은 10 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합 $A=\{1, 3, 5\}$, $B=\{1, 2, 3, 6\}$에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $A\cup B$　　(2) $A\cap B$　　(3) A^C

2 각 면에 1부터 12까지의 자연수가 하나씩 적힌 정십이면체를 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) 바닥에 놓인 면에 적힌 수가 4의 배수인 경우의 수

(2) 바닥에 놓인 면에 적힌 수가 소수인 경우의 수

1 확률

- 통계적 확률과 수학적 확률의 의미를 이해한다.
- 확률의 기본 성질을 이해한다.

시행이란 무엇일까

생각톡

동전과 주사위를 던지려고 한다.

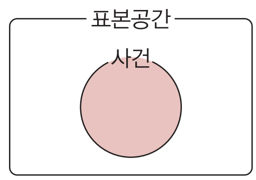
탐구 ① 한 개의 동전을 던질 때, 나오는 면을 모두 말해 보자.

탐구 ② 한 개의 주사위를 던질 때, 나오는 눈의 수를 모두 말해 보자.

동전이나 주사위를 던지는 것처럼 같은 조건에서 반복할 수 있고 그 결과가 우연에 의하여 결정되는 실험이나 관찰을 **시행**이라고 한다.

이때 어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 결과의 집합을 표본공간이라 하고, 표본공간의 부분집합을 사건이라고 한다. 또 한 개의 원소로 이루어진 사건을 근원사건이라고 한다.

표본공간(sample space)은 보통 S로 나타내고 공집합이 아닌 경우만 생각한다.



보기 1, 2, 3, 4가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드 중 임의로 1장의 카드를 뽑아 적힌 수를 확인하는 시행에서

❶ 표본공간 S는

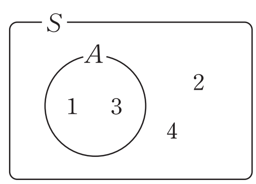
$S=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$

❷ 카드에 적힌 수가 홀수인 사건을 A라고 하면

$A=\{1,\ 3\}$

❸ 근원사건은

$\{1\},\ \{2\},\ \{3\},\ \{4\}$



문제 1 **1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20장의 카드 중 임의로 1장의 카드를 뽑는 시행에서 다음을 구하시오.**

(1) 표본공간

(2) 3의 배수가 적힌 카드를 뽑는 사건

(3) 20의 약수가 적힌 카드를 뽑는 사건

사건 $A \cup B$를 A와 B의 합사건이라 하고, 사건 $A \cap B$를 A와 B의 곱사건이라고 한다.

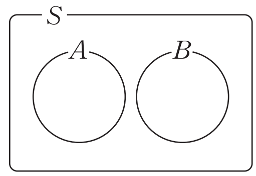
표본공간 S의 두 사건 A와 B에 대하여 A 또는 B가 일어나는 사건을 $A \cup B$와 같이 나타내고, A와 B가 동시에 일어나는 사건을 $A \cap B$와 같이 나타낸다.

절대로 일어나지 않는 사건은 $\varnothing$과 같이 나타낸다.

한편 사건 A와 사건 B가 동시에 일어나지 않을 때, 즉

$$A \cap B = \varnothing$$

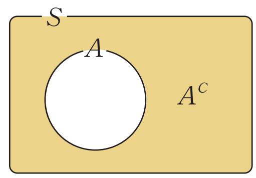
일 때, 사건 A와 사건 B는 서로 **배반사건**이라고 한다.



또 사건 A에 대하여 A가 일어나지 않는 사건을 A의 **여사건**이라 하고, 이것을 기호로

$$A^C$$

와 같이 나타낸다.



이때 $A \cap A^C = \varnothing$이므로 사건 A와 그 여사건 A^C는 서로 배반사건이다.

보기 한 개의 주사위를 던지는 시행에서 표본공간 S는

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

짝수의 눈이 나오는 사건을 A, 3의 약수의 눈이 나오는 사건을 B라고 하면

$$A = \{2, 4, 6\}, B = \{1, 3\}$$

❶ $A \cap B = \varnothing$이므로 A와 B는 서로 배반사건이다.

❷ A의 여사건은 $A^C = \{1, 3, 5\}$이다.

문제 2 **1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10개의 공이 들어 있는 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 수가 홀수인 사건을 A, 4의 배수인 사건을 B, 9의 약수인 사건을 C라고 하자. 다음에 답하시오.**

(1) A와 B, B와 C, C와 A 중 두 사건이 서로 배반사건인 것을 모두 찾으시오.

(2) $B \cup C$의 여사건을 구하시오.

적용하기

서로 다른 두 개의 동전을 동시에 던지는 시행에서 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T로 나타낼 때, 두 개 모두 앞면이 나오는 사건을 A라고 하면

$$A = \{\mathrm{HH}\}$$

이다. 사건 A와 배반인 사건을 모두 구해 보자.

수학적 확률이란 무엇일까

생각톡

축구 경기를 시작하기 전 심판은 양 팀 주장에게 동전의 앞면과 뒷면 중 하나를 임의로 정해 주고 동전을 던져 나온 면에 해당하는 팀이 진영을 고르게 한다.

탐구 ① 동전 던지기가 양 팀에게 공정한지 말해 보자.

탐구 ② 동전 던지기 대신 사용할 수 있는 방법을 말해 보자.

국제축구연맹이 주관하는 축구 경기에서 사용하는 동전

P(A)의 P는 확률을 뜻하는 Probability의 첫 글자이다.

어떤 시행에서 사건 A가 일어날 확률을 기호로

$$\mathbf{P(A)}$$

와 같이 나타낸다.

라플라스(Laplace, P. S., 1749~1827)
수학적 확률을 정의하였다.

어떤 시행에서 표본공간 S의 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대될 때, 사건 A가 일어날 확률 $\mathrm{P}(A)$를

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

로 정의하고, 이를 사건 A가 일어날 **수학적 확률**이라고 한다.

예제 1 **각 면에 1, 2, 3, 4가 하나씩 적힌 서로 다른 두 개의 정사면체를 동시에 던질 때, 밑면에 적힌 두 수의 합이 4일 확률을 구하시오.**

풀이 두 수를 순서쌍으로 나타낼 때, 표본공간을 S라고 하면

$$S=\{(1,\ 1),\ (1,\ 2),\ \cdots,\ (4,\ 3),\ (4,\ 4)\}$$

이므로 $n(S)=16$

밑면에 적힌 두 수의 합이 4인 사건을 A라고 하면

$$A=\{(1,\ 3),\ (2,\ 2),\ (3,\ 1)\}$$

이므로 $n(A)=3$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{16}$$

답 $\frac{3}{16}$

문제 3 **서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나온 두 눈의 수의 차가 3일 확률을 구하시오.**

예제 2 오른쪽과 같은 과자 안에는 운세가 적힌 종이가 1장씩 들어 있다. '행운'이라고 적힌 종이가 들어 있는 과자 3개를 포함하여 7개의 과자 중에서 임의로 3개의 과자를 동시에 택하여 운세를 확인할 때, '행운'이라고 적힌 종이가 2장 나올 확률을 구하시오.

풀이 표본공간을 S라고 하면

$$n(S)={}_7\mathrm{C}_3=35$$

'행운'이라고 적힌 종이가 2장 나오는 사건을 A라고 하면

$$n(A)={}_3\mathrm{C}_2\times{}_4\mathrm{C}_1=3\times4=12$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{12}{35}$$

답 $\frac{12}{35}$

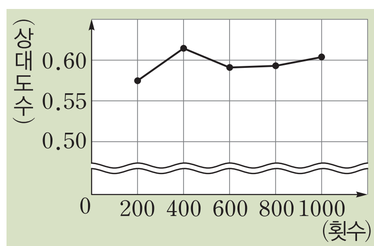
문제 4 1, 2, 3, 4, 5에서 임의로 서로 다른 세 개의 숫자를 택하여 세 자리 자연수를 만들 때, 만든 수가 짝수일 확률을 구하시오.

통계적 확률이란 무엇일까

비가 올 확률, 야구 선수가 안타를 칠 확률, 제품이 불량일 확률 등은 많은 자료를 수집하여 조사하거나 같은 실험을 여러 번 반복했을 때 나타나는 결과로 얻어지는 상대도수를 통하여 추측할 수 있다.

다음은 한 개의 윷짝을 여러 번 반복하여 던졌을 때 평평한 면이 나온 횟수에 대한 상대도수를 반올림하여 소수점 아래 셋째 자리까지 구해 표와 그래프로 나타낸 것이다.

윷짝을 던진 횟수	200	400	600	800	1000
평평한 면이 나온 횟수	115	246	354	475	601
상대도수	0.575	0.615	0.59	0.594	0.601



위에서 윷짝을 던진 횟수가 많아질수록 상대도수는 일정한 값 0.6에 가까워짐을 알 수 있다.

일반적으로 같은 시행을 n번 반복할 때 사건 A가 일어난 횟수를 r_n이라고 하면 n이 충분히 커짐에 따라 상대도수 $\frac{r_n}{n}$이 일정한 값 p에 가까워진다고 알려져 있다. 이때 p를 사건 A의 **통계적 확률**이라고 한다.

실제로 통계적 확률을 구할 때 n의 값을 한없이 크게 할 수 없으므로 n이 충분히 클 때의 상대도수 $\frac{r_n}{n}$으로 통계적 확률을 대신한다.

한편 n을 충분히 크게 하면 상대도수 $\frac{r_n}{n}$은 사건 A가 일어날 수학적 확률에 가까워진다는 사실이 알려져 있다.

보기 어느 제약 회사에서 새로 개발한 약을 독감 환자 1000명에게 투여했더니 840명이 완치되었다고 한다. 이 약을 한 독감 환자에게 투여할 때, 독감이 완치될 통계적 확률은

$$\frac{840}{1000}=0.84$$

문제 5

목제 주령구는 육각형 모양의 면 8개와 정사각형 모양의 면 6개로 이루어진 십사면체이다.

통일 신라 시대의 유물인 목제 주령구의 각 면에는 다양한 벌칙이 적혀 있다. 목제 주령구를 1000번 던졌을 때 '시 한 수 읊기'가 적힌 면이 72번 나왔다고 한다. 목제 주령구를 1번 던질 때, '시 한 수 읊기'가 적힌 면이 나올 통계적 확률을 구하시오.

문제 6

생명표란 현재의 연령별 사망 수준이 그대로 지속된다는 가정하에 특정한 출생 집단의 연령별 생존자 수를 정리한 표이다.

오른쪽 표는 우리나라에서 2015년에 출생한 남녀 각 10만 명 중에서 각 연령까지 생존할 것으로 예측되는 사람 수를 나타낸 생명표이다. 다음을 구하시오.

(1) 2015년에 출생한 남자가 40세까지 생존할 확률

(2) 2015년에 출생한 여자가 80세까지 생존할 확률

연령별	2015	
	생존자(남자)	생존자(여자)
0	100,000	100,000
10	99,585	99,659
20	99,403	99,552
30	98,896	99,274
40	98,038	98,738
50	95,883	97,759
60	90,910	95,965
70	80,804	91,877
80	56,521	77,662
90	18,652	37,755
100+	1,045	3,552

(출처: 국가통계포털, 2015)

확률의 기본 성질에는 어떤 것이 있을까

생각 톡

어느 슈퍼에서 임의로 1장의 종이를 뽑아 오른쪽과 같은 4개의 상품 중 1개를 주는 행사를 진행한다.

탐구 ① 행사에 참여할 때, 상품을 받을 확률을 구해 보자.

탐구 ② 행사에 참여할 때, 우유를 받을 확률을 구해 보자.

어떤 시행에서 표본공간 S의 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대될 때, 표본공간의 임의의 사건 A는 S의 부분집합이므로

$$0\le n(A)\le n(S)$$

이고, 이 부등식의 각 변을 $n(S)$로 나누면 다음과 같다.

$$0\le \frac{n(A)}{n(S)}\le 1,\ \text{즉 } 0\le \mathrm{P}(A)\le 1$$

특히 반드시 일어나는 사건 S와 절대로 일어나지 않는 사건 $\varnothing$에 대하여 다음이 성립한다.

$$\mathrm{P}(S)=\frac{n(S)}{n(S)}=1,\ \mathrm{P}(\varnothing)=\frac{n(\varnothing)}{n(S)}=0$$

일반적으로 다음이 성립한다.

확률의 기본 성질

표본공간이 S인 어떤 시행에서

❶ 임의의 사건 A에 대하여 $0\le \mathrm{P}(A)\le 1$

❷ 반드시 일어나는 사건 S에 대하여 $\mathrm{P}(S)=1$

❸ 절대로 일어나지 않는 사건 $\varnothing$에 대하여 $\mathrm{P}(\varnothing)=0$

보기 한 개의 주사위를 던질 때, 나온 눈의 수가 6 이하일 확률은 1이고, 7일 확률은 0이다.

문제 7 **흰 공 2개와 노란 공 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 다음을 구하시오.**

(1) 노란 공이 나올 확률

(2) 3개 모두 흰 공이 나올 확률

공학 도구 활용

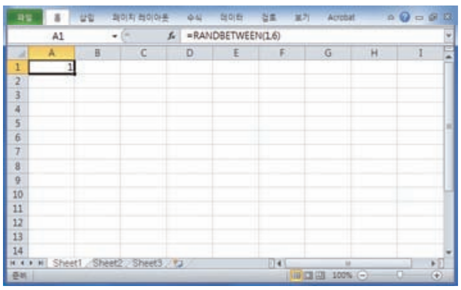
정보 처리 추론

통계적 확률 구하기

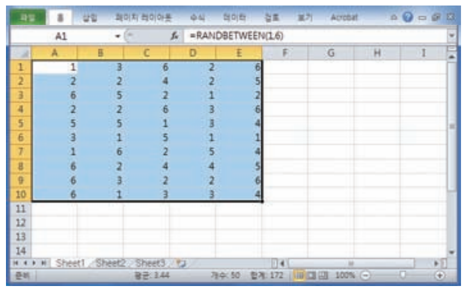
어떤 사건의 통계적 확률을 구하기 위해서는 시행을 충분히 많이 해야 하지만 실제로는 시간적 제약 때문에 많은 시행을 하는 것이 불가능한 경우가 많다. 이때 공학 도구를 활용하면 시행을 많이 했을 때의 결과를 빠르게 얻을 수 있다.

스프레드시트를 이용하여 한 개의 주사위를 50번 던질 때 나오는 각 눈의 수의 상대도수를 다음과 같은 방법으로 구할 수 있다.

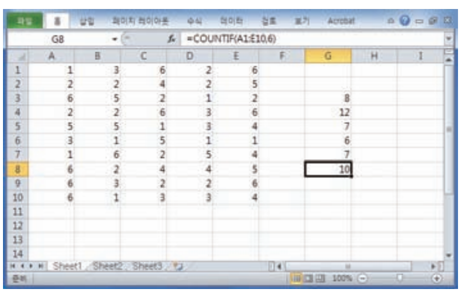
❶ A1셀에 '=RANDBETWEEN(1, 6)'을 입력한다.



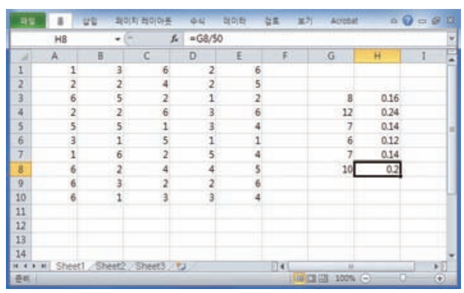
❷ 채우기 핸들을 이용하여 E10셀까지 드래그한다.



❸ G3셀에 '=COUNTIF(A1 : E10, 1)'을 입력하면 1의 개수가 구해진다. 같은 방법으로 2, 3, 4, 5, 6의 개수를 구한다.



❹ H3셀에 '=G3/50'을 입력하면 1의 상대도수가 구해진다. 같은 방법으로 2, 3, 4, 5, 6의 상대도수를 구한다.



활동 1 위와 같은 방법으로 한 개의 주사위를 50번 던질 때 나오는 각 눈의 수의 상대도수를 구하고, 수학적 확률 $\frac{1}{6}$과 비교해 보자.

활동 2 위와 같은 방법으로 한 개의 주사위를 500번, 1000번 던질 때 나오는 각 눈의 수의 상대도수를 구하고, 그 값이 수학적 확률에 가까워지는지 확인해 보자.

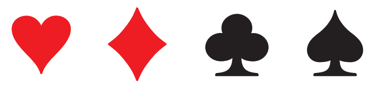
2 확률의 덧셈정리

- 확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
- 여사건의 확률의 뜻을 알고, 이를 활용할 수 있다.

확률의 덧셈정리란 무엇일까

생각 톡

빨간색 하트와 다이아몬드 무늬, 검은색 클로버와 스페이드 무늬가 각각 하나씩 그려진 카드가 13장씩 총 52장이 있다. 이 중에서 임의로 1장의 카드를 뽑으려고 한다.



탐구 ① 하트 무늬가 그려진 카드를 뽑을 확률과 다이아몬드 무늬가 그려진 카드를 뽑을 확률을 각각 구해 보자.

탐구 ② 무늬가 빨간색인 카드를 뽑을 확률을 구해 보자.

표본공간 S의 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대될 때, 두 사건 A와 B에 대하여 A 또는 B가 일어날 확률을 구하는 방법을 알아보자.

두 사건 A와 B에 대하여

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

이므로 양변을 $n(S)$로 나누면

$$\frac{n(A\cup B)}{n(S)}=\frac{n(A)}{n(S)}+\frac{n(B)}{n(S)}-\frac{n(A\cap B)}{n(S)}$$

이다. 따라서 사건 A 또는 사건 B가 일어날 확률 $\mathrm{P}(A\cup B)$는 다음과 같다.

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$$

A와 B가 서로 배반사건이면
$A\cap B=\varnothing$
이다.

특히 두 사건 A와 B가 서로 배반사건이면 $\mathrm{P}(A\cap B)=0$이므로

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$$

이다.

일반적으로 다음과 같은 확률의 덧셈정리가 성립한다.

확률의 덧셈정리

표본공간 S의 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$$

특히 두 사건 A, B가 서로 배반사건이면

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$$

예제 1

어느 학급 학생 32명을 대상으로 2018 평창 동계올림픽 중계방송에서 시청한 종목을 조사하였더니 스키 점프, 컬링, 아이스하키를 시청한 학생이 각각 18명, 7명, 5명이었다. 또 스키 점프와 컬링을 모두 시청한 학생은 5명이었고, 스키 점프와 아이스하키를 모두 시청한 학생은 없었다. 이 학급 학생 중 임의로 1명을 뽑을 때, 다음을 구하시오.

(1) 뽑힌 학생이 스키 점프 또는 컬링을 시청한 학생일 확률

(2) 뽑힌 학생이 스키 점프 또는 아이스하키를 시청한 학생일 확률

풀이 뽑힌 학생이 스키 점프를 시청한 학생인 사건을 A, 컬링을 시청한 학생인 사건을 B, 아이스하키를 시청한 학생인 사건을 C라고 하자.

(1) $\mathrm{P}(A)=\frac{18}{32}=\frac{9}{16}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{7}{32}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{5}{32}$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cup B)&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\\&=\frac{9}{16}+\frac{7}{32}-\frac{5}{32}=\frac{5}{8}\end{aligned}$$

(2) $\mathrm{P}(C)=\frac{5}{32}$이고 두 사건 A와 C는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cup C)&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(C)\\&=\frac{9}{16}+\frac{5}{32}=\frac{23}{32}\end{aligned}$$

답 (1) $\frac{5}{8}$ (2) $\frac{23}{32}$

문제 1

지혜네 반 학생 중 A 음원 사이트에 가입한 학생은 전체의 $\frac{3}{5}$, B 음원 사이트에 가입한 학생은 전체의 $\frac{1}{2}$이고, A와 B 음원 사이트에 모두 가입한 학생은 전체의 $\frac{1}{5}$이다. 지혜네 반 학생 중 임의로 한 명을 택할 때, 이 학생이 A 또는 B 음원 사이트에 가입한 학생일 확률을 구하시오.

문제 2

남자 5명과 여자 4명 중에서 임의로 3명을 뽑을 때, 뽑힌 사람이 모두 남자이거나 모두 여자일 확률을 구하시오.

여사건의 확률은 어떻게 구할까

생각톡

서준이를 포함하여 6명으로 이루어진 모둠에서 임의로 발표자 1명을 정하려고 한다.

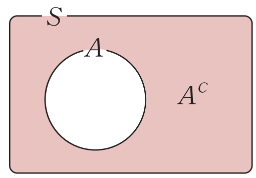
탐구 ① 서준이가 발표자로 정해질 확률을 구해 보자.

탐구 ② 서준이가 발표자로 정해지지 않을 확률을 구해 보자.

탐구 ③ **탐구 ①**과 **탐구 ②**의 결과의 합을 구해 보자.

표본공간 S의 사건 A에 대하여 그 여사건 A^C의 확률을 구하는 방법을 알아보자.

사건 A와 그 여사건 A^C는 서로 배반사건이므로 확률의 덧셈정리에 의하여



$$\mathrm{P}(A \cup A^C) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(A^C)$$

이다. 이때 $\mathrm{P}(A \cup A^C) = \mathrm{P}(S) = 1$이므로

$$\mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(A^C) = 1, \text{ 즉 } \mathrm{P}(A^C) = 1 - \mathrm{P}(A)$$

가 성립한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

여사건의 확률

사건 A의 여사건 A^C에 대하여

$$\mathrm{P}(A^C) = 1 - \mathrm{P}(A)$$

보기 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 같은 눈이 나오는 사건을 A라고 하면

$$\mathrm{P}(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

따라서 서로 다른 눈이 나올 확률은

$$\mathrm{P}(A^C) = 1 - \mathrm{P}(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

문제 3 **3개의 당첨 제비가 포함된 8개의 제비 중에서 임의로 2개의 제비를 동시에 뽑을 때, 적어도 1개가 당첨 제비일 확률을 구하시오.**

예제 2 **부모님을 포함한 5명의 가족이 일렬로 설 때, 부모님이 이웃하지 않을 확률을 구하시오.**

풀이 부모님이 이웃하게 서는 사건을 A라고 하면

$$\mathrm{P}(A)=\frac{4!\times 2!}{5!}=\frac{2}{5}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$$

답 $\frac{3}{5}$

문제 4 **1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10개의 공이 들어 있는 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 공에 적힌 두 수의 곱이 짝수일 확률을 구하시오.**

문제 5 **3명의 학생이 일주일에 하루씩 텃밭을 가꾸기로 했다. 3명이 각각 임의로 하나의 요일을 택할 때, 적어도 2명이 같은 요일을 택할 확률을 구하시오.**

적용하기

17세기 중반 프랑스의 한 귀족은 '서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던지는 시행을 24번 반복할 때, 나온 두 눈의 수의 합이 12인 경우가 적어도 1번 있다.'에 돈을 걸었다. 그는 이 내기가 자신에게 유리하다고 생각하였으나 돈을 잃었고, 프랑스 수학자 파스칼(Pascal, B., 1623~1662)에게 이 내기를 분석해 달라고 부탁하였다고 한다.

(출처: 허민, 『수학자의 뒷모습 Ⅱ』)

1 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 1번 던질 때, 나온 두 눈의 수의 합이 12가 아닐 확률을 구해 보자.

2 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던지는 시행을 24번 반복할 때, 나온 두 눈의 수의 합이 12인 경우가 한 번도 없을 확률을 반올림하여 소수점 아래 셋째 자리까지 구해 보자.

3 2를 이용하여 귀족이 이 내기에서 이길 확률을 구해 보자.

중단원 마무리

❶ 배반사건과 여사건

(1) 두 사건 A, B에 대하여 $A\cap B=\varnothing$일 때, 사건 A와 사건 B는 서로 $\boxed{}$이라고 한다.

(2) 사건 A에 대하여 A가 일어나지 않는 사건을 A의 $\boxed{}$이라 하고, 이것을 기호로 $\boxed{}$와 같이 나타낸다.

❷ 수학적 확률과 통계적 확률

(1) 어떤 시행에서 표본공간 S의 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대될 때, 사건 A의 수학적 확률은

$$\mathrm{P}(A)=\frac{\boxed{}}{n(S)}$$

(2) 같은 시행을 n번 반복할 때 사건 A가 일어난 횟수를 r_n이라고 하면 n이 충분히 커짐에 따라 상대도수 $\frac{r_n}{n}$이 가까워지는 값을 사건 A의 $\boxed{}$이라고 한다.

❸ 확률의 기본 성질

표본공간 S의 사건 A에 대하여

$$0\le \mathrm{P}(A)\le 1,\quad \mathrm{P}(S)=\boxed{},\quad \mathrm{P}(\varnothing)=\boxed{}$$

❹ 확률의 덧셈정리

표본공간 S의 두 사건 A, B에 대하여

① $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\boxed{}$

② A, B가 서로 $\boxed{}$이면

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$$

❺ 여사건의 확률

사건 A의 여사건 A^C에 대하여

$$\mathrm{P}(A^C)=1-\boxed{}$$

기본 문제

1 1부터 7까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 7장의 카드 중 임의로 1장의 카드를 뽑는 시행에서 6의 약수가 적힌 카드를 뽑는 사건을 A라고 할 때, 다음에 답하시오.

(1) 사건 A와 배반인 사건을 모두 구하시오.
(2) 사건 A의 여사건을 구하시오.

2 어느 농구 선수는 지금까지 1000번의 자유투를 던져 920번 성공했다고 한다. 이 선수가 자유투를 1번 던질 때, 성공할 확률을 구하시오.

3 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) 나온 두 눈의 수의 합이 3일 확률
(2) 나온 두 눈의 수의 합이 12 이하일 확률
(3) 나온 두 눈의 수의 합이 1일 확률

4 두 사건 A, B에 대하여 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{6}$일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$를 구하시오.

5 빨간 공 4개와 파란 공 3개가 들어 있는 상자에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 적어도 1개는 빨간 공일 확률을 구하시오.

표준 문제

서술형 **6** 1, 2, 3, 4, 5가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드 중에서 임의로 4장의 카드를 뽑아 네 자리 자연수를 만들려고 한다. 이때 만든 수가 4300 이상일 확률을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

7 5명이 가위바위보를 한 번 할 때, 2명이 이길 확률을 구하시오.

8 표본공간 S의 두 사건 A, B가 서로 배반사건이고 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{5}$일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값의 범위를 구하시오.

9 다음은 어느 고등학교 학생들을 대상으로 급식 만족도를 조사한 표이다. 이 조사에 참여한 학생 중에서 임의로 한 명을 택할 때, 그 학생의 급식 만족도가 '만족' 또는 '매우 만족'일 확률을 구하시오.

만족도	매우 불만	불만	보통	만족	매우 만족	합계
학생 수	13	26	49	65	47	200

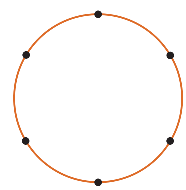
10 빨간색 펜 5자루와 검은색 펜 3자루가 들어 있는 필통에서 임의로 2자루의 펜을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 펜의 색깔이 같을 확률을 구하시오.

11 빨간 장미꽃 5송이와 노란 장미꽃 4송이 중에서 임의로 4송이의 장미꽃을 택하여 꽃다발을 만들 때, 노란 장미꽃이 2송이 이상 포함될 확률을 구하시오.

서술형 **12** 1부터 100까지의 자연수 중에서 임의로 한 개의 수를 택할 때, 택한 수가 6과 서로소일 확률을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

발전 문제

창의·융합 **13** 오른쪽 그림과 같이 원의 둘레를 6등분 하는 6개의 점이 있다. 이 중에서 임의로 세 개의 점을 택하여 그 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 만들 때, 만든 삼각형이 직각삼각형일 확률을 구하시오.



14 r개의 당첨 제비를 포함하여 10개의 제비가 들어 있는 상자에서 임의로 2개의 제비를 동시에 꺼낼 때, 적어도 1개가 당첨 제비일 확률이 $\frac{13}{15}$이라고 한다. 이때 자연수 r의 값을 구하시오.

문제 해결 **15** 1부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 8개의 공이 들어 있는 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 공에 적힌 수 중 연속하는 자연수가 2개 이상일 확률을 구하시오.