I 다항식

1 다항식의 연산

01 다항식의 덧셈과 뺄셈 13~15쪽

준비하기 (1) $7a+b$ (2) $-4x+2y+7$

생각 열기 ❶ 4, 4 ❷ ㄴ

문제 1 (1) $2x^3-3x^2y^2+xy^3-6y+1$
(2) $xy^3-3x^2y^2-6y+2x^3+1$

문제 2 (1) $A+B=4x^3-6x^2-5x-3$
$A-B=-2x^3+2x^2+5x+9$
(2) $A+B=3x^2-3xy-y^2$
$A-B=-x^2-5xy+5y^2$

함께하기 ❶ $A+B=3x^2+4x+8$
$B+A=3x^2+4x+8$
따라서 $A+B=B+A$
❷ $(A+B)+C=6x^2+6$
$A+(B+C)=6x^2+6$
따라서 $(A+B)+C=A+(B+C)$

문제 3 (1) $x^3-x^2+15x-13$
(2) $-x^3+4x^2+9x-20$

문제 4 $x^2+2x-1200$

생각 넓히기 $\frac{1}{12}(a^2-2ab+b^2)h$

02 다항식의 곱셈과 나눗셈 16~20쪽

준비하기 (1) $-16x^3y^3$ (2) $2x^2y$

생각 열기 큰 직사각형의 넓이는
$(x+a)(y+b)$
작은 직사각형의 넓이의 합은
$xy+bx+ay+ab$
따라서 $(x+a)(y+b)=xy+bx+ay+ab$

문제 1 (1) x^3-2x-1
(2) $6x^3-5x^2y+6xy^2+8y^3$

함께하기 ❶ 정사각형의 넓이는
$(a+b+c)^2$
직사각형의 넓이의 합은
$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$
따라서
$(a+b+c)^2$
$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$
❷ $(a+b+c)^2$
$=\{(a+b)+c\}^2$
$=(a+b)^2+2(a+b)c+c^2$
$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

문제 2 (1) $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
(2) a^3-b^3

문제 3 (1) $a^2+4b^2+9c^2+4ab+12bc+6ca$
(2) $8a^3-36a^2b+54ab^2-27b^3$
(3) x^3+8
(4) $27x^3-8y^3$

문제 4 -20

문제 5 (1) 몫: $x+5$, 나머지: 19
(2) 몫: $2x+1$, 나머지: 3

생각톡톡 나머지는 상수 또는 일차식이다.

문제 6 (1) $Q=3x^2+x$, $R=1$
$3x^3-5x^2-2x+1=(x-2)(3x^2+x)+1$
(2) $Q=2x+2$, $R=8x+7$
$2x^3-4x^2+5=(x^2-3x-1)(2x+2)+8x+7$

문제 7 x^3+3x^2-x+4

문제 8 현정이가 $x+1$로 나누었을 때의 나머지가 $3x-2$가 된다고 말한 것은 옳지 않다. 일차식으로 나누었을 때의 나머지는 상수이어야 하므로
$x^3+3x-1=(x+1)(x^2-x+4)-5$
따라서 다항식 x^3+3x-1을 $x+1$로 나누었을 때의 몫은 x^2-x+4이고 나머지는 -5이다.

생각 넓히기 ❶ (1) x^2-1 (2) x^3-1
(3) x^4-1 (4) x^5-1

❷ n이 2 이상의 자연수일 때, 다음 등식이 성립한다.

$$(x-1)(x^{n-1}+x^{n-2}+\cdots+x+1)$$
$$=x^n-1$$

❸ $x^{100}-1$

탐구 & 융합 21쪽

몫: $2x+1$, 나머지: 4

I-1 중단원 마무리하기 22~24쪽

01 (1) $x^3+x^2y+2x-3y^2$
(2) $5y^3+xy^2-y+2x^2-1$

02 (1) $6x^2-11xy+8y^2$
(2) $-7x^2-11xy+9y^2$

03 (1) $x^2+4y^2+z^2-4xy-4yz+2zx$
(2) $8a^3+36a^2b+54ab^2+27b^3$
(3) $8x^3+1$
(4) $27a^3-b^3$

04 (1) 몫: $2x^2-9x+18$, 나머지: -33
(2) 몫: $4x+10$, 나머지: $3x-27$

05 $-7x^3+16x^2+8x-12$

06 $A=2x^3+3x+1$, $B=x^3-3x^2-x-2$

07 (1) $x^6-3x^4y^2+3x^2y^4-y^6$
(2) $a^3+b^3+c^3-3abc$

08 (1) 6 (2) -6 (3) 19

09 -2

10 해결 과정 $x^3+x^2+10=A(x+2)+6$ ▶ 30 %
이므로 $A(x+2)=x^3+x^2+4$ ▶ 20 %
답 구하기 $A=(x^3+x^2+4)\div(x+2)$
$=x^2-x+2$ ▶ 50 %

11 $-x^2+3xy-2y^2$

12 $a+b=2$, $a^2+b^2=6$이므로
$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$에서
$2^2=6+2ab$, $ab=-1$
$(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$에서
$2^3=a^3+b^3+3\times(-1)\times2$, $a^3+b^3=14$
$(a^2+b^2)(a^3+b^3)=a^5+b^5+a^2b^3+a^3b^2$에서
$a^5+b^5=(a^2+b^2)(a^3+b^3)-(ab)^2(a+b)$
$=6\times14-(-1)^2\times2=82$

13 x^3+2x^2+ax+b를 x^2-x+1로 나누면

$$\begin{array}{r|l} & x+3 \\ \hline x^2-x+1 & x^3+2x^2+ax+b \\ & x^3-x^2+x \\ \hline & 3x^2+(a-1)x+b \\ & 3x^2-3x+3 \\ \hline & (a+2)x+b-3 \end{array}$$

이때 x^3+2x^2+ax+b는 x^2-x+1로 나누어떨어지므로 $(a+2)x+b-3=0$
즉 $a+2=0$, $b-3=0$에서 $a=-2$, $b=3$
따라서 $A=x^3+2x^2-2x+3$
그리고 x^3+2x^2-2x+3을 x^2-2로 나누면

$$\begin{array}{r|l} & x+2 \\ \hline x^2-2 & x^3+2x^2-2x+3 \\ & x^3-2x \\ \hline & 2x^2+3 \\ & 2x^2-4 \\ \hline & 7 \end{array}$$

따라서 구하는 나머지는 7이다.

14 문제 이해 직육면체의 가로, 세로의 길이와 높이를 각각 a, b, c라 하자. ▶ 10 %
해결 과정 직육면체의 겉넓이는
$2(ab+bc+ca)=94$ ▶ 30 %
$\overline{BD}^2+\overline{BG}^2+\overline{DG}^2=100$이므로
$(a^2+b^2)+(b^2+c^2)+(c^2+a^2)=100$,
$2(a^2+b^2+c^2)=100$, $a^2+b^2+c^2=50$ ▶ 30 %
즉, $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$
$=50+94=144$
이때 $a+b+c>0$이므로 $a+b+c=12$ ▶ 20 %
답 구하기 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은
$4(a+b+c)=48$ ▶ 10 %

2 나머지정리와 인수분해

01 항등식 26~27쪽

준비하기 (1) $-1, -6$ (2) $3, 3$

생각 열기 ❶ 1 ❷ 모든 실수

문제 1 $ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c'$에서 우변의 모든 항을 좌변으로 이항하면

$$(a-a')x^2+(b-b')x+(c-c')=0$$

위의 등식이 x에 대한 항등식이 되려면, 계수가 모두 0이 되어야 하므로

$$a-a'=0,\ b-b'=0,\ c-c'=0$$

따라서 $a=a',\ b=b',\ c=c'$

문제 2 (1) $a=-5,\ b=2,\ c=-3$
(2) $a=2,\ b=1,\ c=-1$

생각 넓히기 ❶ 연속하는 세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$이라 하면

$$x^2-1=(x+1)(x-1)$$

위의 등식에서 우변을 전개하면 좌변과 같으므로 이 등식은 항등식이다.

❷ 연속하는 세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$이라 하면

$$(x+1)^2-(x-1)^2=4x$$

위의 등식에서 좌변을 전개하면

$$\begin{aligned}&(x+1)^2-(x-1)^2\\&=x^2+2x+1-x^2+2x-1\\&=4x\end{aligned}$$

이고 우변과 같으므로 이 등식은 항등식이다.

02 나머지정리 28~32쪽

준비하기 (1) 몫: $x-4$, 나머지: 11
(2) 몫: x^2-1, 나머지: -3

생각 열기 ❶ -2
❷ $f(-1)=2\times(-1)^2+(-1)-3=-2$
따라서 ❶에서 구한 나머지와 $f(-1)$의 값이 같다.

문제 1 (1) -7 (2) 5 (3) -1

함께하기 $\dfrac{b}{a},\ -\dfrac{b}{a},\ -\dfrac{b}{a}$

문제 2 (1) 2 (2) $\dfrac{4}{27}$

문제 3 $2x+1$

문제 4 -1

문제 5 $a=-5,\ b=2$

문제 6 (1) 몫: x^2-x-1, 나머지: -7
(2) 몫: $2x^2-3x+9$, 나머지: -12

문제 7 (1) 몫: x^2+x-1, 나머지: -3
(2) 몫: $2x^2+x-1$, 나머지: 1

생각 넓히기 ❶ ①의 양변에 $x=1$을 대입하면
$1^{10}=(1-1)Q(1)+R$에서 $R=1$

❷ $Q(x)=x^9+x^8+\cdots+x+1$이고,
$Q(2018)=2018^9+2018^8+\cdots+2018+1$
이므로 $Q(2018)$은 자연수이다.

❸ ①에 $R=1$을 대입하면

$$x^{10}=(x-1)Q(x)+1$$

위의 식의 양변에 $x=2018$을 대입하면

$$2018^{10}=2017\times Q(2018)+1$$

따라서 2018^{10}을 2017로 나누었을 때의 나머지는 1이다.

공학적 도구 33쪽

확인 ❶ 몫: $3x^2-14x+49$, 나머지: -149
❷ 몫: $2x^3-3x^2-4x+2$, 나머지: 5

03 인수분해 34~37쪽

준비하기 (1) $ab(5a-3b)$ (2) $(x-2)(x-3)$

생각 열기 작은 직육면체의 부피의 합은

$$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

정육면체의 부피는

$$(a+b)^3$$

따라서 $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3$

문제 1 (1) $(x-3)^3$

(2) $(x-1)(x^2+x+1)$

(3) $(a-2b-c)^2$

(4) $(3a+2b)(9a^2-6ab+4b^2)$

문제 2 (1) $(x+y+5)(x+y-2)$

(2) $(x-1)(x-2)(x^2-3x+4)$

문제 3 (1) $(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$

(2) $(x+3)(x-3)(x^2+1)$

(3) $(x^2+2x+3)(x^2-2x+3)$

(4) $(x^2+3xy+3y^2)(x^2-3xy+3y^2)$

문제 4 $(x-y+1)(2x+y+1)$

문제 5 (1) $(x+2)(x^2-x-3)$

(2) $(x+1)(x-1)(x^2+2x-4)$

생각 넓히기 ❶ $x(x+2)+1=x^2+2x+1$

$=(x+1)^2$

$x^3-3x-2=(x+1)(x^2-x-2)$

$=(x-2)(x+1)^2$

❷ $\dfrac{x^3-3x-2}{x(x+2)+1}=\dfrac{(x-2)(x+1)^2}{(x+1)^2}$

$=x-2$

이므로 $x=997$을 위의 등식에 대입하면

$\dfrac{997^3-3\times997-2}{997\times999+1}=997-2$

$=995$

탐구 & 융합 38쪽

(1) $97^3+9\times97^2+27\times97+27$

$=97^3+3\times97^2\times3+3\times97\times3^2+3^3$

$=(97+3)^3$

$=100^3$

$=1000000$

(2) $999973=1000000-27$

$=100^3-3^3$

$=(100-3)(100^2+100\times3+3^2)$

$=97\times10309$

999973은 97과 10309의 배수이므로 소수가 아니다.

Ⅰ-2 중단원 마무리하기 39 ~ 41쪽

01 (1) $a=1$, $b=2$, $c=-3$

(2) $a=1$, $b=4$, $c=-1$

02 (1) 7 (2) $-\dfrac{49}{8}$ **03** 18

04 (1) $(4x-3y)(16x^2+12xy+9y^2)$

(2) $(2x-y)^3$

05 (1) $(x+3)(x-2)(x^2+x+1)$

(2) $(x+2)(x-3)(x-4)$

06 14 **07** $a=-1$, $b=-7$

08 해결 과정 $f(x)$를 $2x^2-3x-2$, 즉 $(x-2)(2x+1)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$라 하면

$f(x)=(x-2)(2x+1)Q(x)+ax+b$ ▶ 30 %

나머지정리에 의하여 $f(2)=7$, $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=2$이므로

$f(2)=2a+b=7$

$f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}a+b=2$ ▶ 40 %

답 구하기 위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=2$, $b=3$

따라서 구하는 나머지는 $2x+3$ ▶ 30 %

09 2 **10** 47

11 $a=3$, $f(x)=(2x-1)(x^2-x+1)$

12 2019

13 $(x^2-2x-1)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{10}x^{10}$ ⋯ ①

$x=1$을 ①에 대입하면

$-2^5=a_0+a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}$ ⋯ ②

$x=-1$을 ①에 대입하면

$2^5=a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{10}$ ⋯ ③

②−③을 하면

$-2\times2^5=2(a_1+a_3+a_5+a_7+a_9)$

따라서 $a_1+a_3+a_5+a_7+a_9=-2^5=-32$

14 해결 과정 $f(x)$는 $(x-1)^2$으로 나누어떨어지므로 $f(1)=0$에서

$1+a-7+b=0$, $b=6-a$ ⋯⋯ ①

다음과 같이 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a & -7 & 6-a \\ & & 1 & a+1 & a-6 \\ \hline & 1 & a+1 & a-6 & \boxed{0} \end{array}$$

$$\begin{aligned} f(x)&=x^3+ax^2-7x+6-a \\ &=(x-1)\{x^2+(a+1)x+a-6\} \end{aligned}$$ ▶ 40 %

$g(x)=x^2+(a+1)x+a-6$이라 하면 $g(1)=0$이므로

$1+(a+1)+a-6=0$, $2a-4=0$,

$a=2$

$a=2$를 ①에 대입하면 $b=4$ ▶ 40 %

답 구하기 따라서 구하는 값은 $ab=8$ ▶ 20 %

15 $P(t)=I(t)V(t)$에서

$t^3+9t^2+23t+a=(t+5)V(t)$ …… ①

즉, 다항식 $P(t)=t^3+9t^2+23t+a$가 $t+5$를 인수로 가지므로 인수정리에 의하여

$P(-5)=-125+225-115+a=0$

에서 $a=15$

$a=15$를 ①에 대입하면

$t^3+9t^2+23t+15=(t+5)V(t)$

다음과 같이 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -5 & 1 & 9 & 23 & 15 \\ & & -5 & -20 & -15 \\ \hline & 1 & 4 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

$$\begin{aligned} V(t)&=t^2+4t+3 \\ &=(t+1)(t+3) \end{aligned}$$

따라서 구하는 값은

$V(10)=11\times13=143$

I 대단원 평가하기 42~45쪽

01 $5x^2+3y^2$ **02** ④

03 x^6-1 **04** 12

05 $\sqrt{26}$ cm **06** 8

07 ① **08** ⑤

09 ③ **10** 11

11 $p=2$, $q=-1$ **12** 6

13 $x+2$

14 $f(x)+8$이 $(x+2)^2$으로 나누어떨어지므로

$f(x)+8=(x+2)^2(ax+b)$ …… ①

또, $1-f(x)$가 x^2-1로 나누어떨어지므로

$1-f(x)=(x^2-1)Q(x)$ …… ②

$x=-1$, $x=1$을 ②에 각각 대입하면

$1-f(-1)=0$, $1-f(1)=0$

이므로 $f(1)=f(-1)=1$

$x=1$을 ①에 대입하면

$9=9(a+b)$, $a+b=1$ …… ③

$x=-1$을 ①에 대입하면

$-a+b=9$ …… ④

③, ④를 연립하여 풀면 $a=-4$, $b=5$

$a=-4$, $b=5$를 ①에 대입하면

$f(x)=(x+2)^2(-4x+5)-8$

따라서 구하는 나머지는 $f(2)=-56$

15 ③

16 x^{12}을 $x-1$로 나누었을 때의 몫을 $Q_1(x)$, 나머지를 R_1이라 하면

$x^{12}=(x-1)Q_1(x)+R_1$

$x=1$을 위의 식에 대입하면 $R_1=1$이므로

$x^{12}=(x-1)Q_1(x)+1$ …… ①

$x=16$을 ①에 대입하면

$16^{12}=15\times Q_1(16)+1$

즉, 16^{12}을 15로 나누었을 때의 나머지는 $r_1=1$이다.

또, x^{13}을 $x+1$로 나누었을 때의 몫을 $Q_2(x)$, 나머지를 R_2라 하면

$x^{13}=(x+1)Q_2(x)+R_2$

$x=-1$을 위의 식에 대입하면 $R_2=-1$이므로

$x^{13}=(x+1)Q_2(x)-1$ …… ②

$x=17$을 ②에 대입하면

$$\begin{aligned} 17^{13}&=18\times Q_2(17)-1 \\ &=18\{Q_2(17)-1\}+17 \end{aligned}$$

즉, 17^{13}을 18로 나누었을 때의 나머지는 $r_2=17$이다.

따라서 구하는 값은 $r_1+r_2=18$

17 48 **18** 12

19 ③

20 x^4+ax^2+b는 $x+1$로 나누어떨어지므로

$a+b+1=0$ ⋯⋯ ①

이때 조립제법을 이용하여 x^4+ax^2+b를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 0 & a & 0 & b \\ & & -1 & 1 & -(a+1) & a+1 \\ \hline & 1 & -1 & a+1 & -(a+1) & \boxed{a+b+1} \end{array}$$

$x^4+ax^2+b=(x+1)\{x^3-x^2+(a+1)x-(a+1)\}$

이때 $x^3-x^2+(a+1)x-(a+1)$은 $x+1$로 나누어 떨어지므로

$(-1)^3-(-1)^2+(a+1)\times(-1)-(a+1)=0$,

$-2a-4=0$, $a=-2$

$a=-2$를 ①에 대입하면 $b=1$

따라서 $x^4-2x^2+1=(x+1)^2f(x)$이므로

$81-18+1=16\times f(3)$

즉, 구하는 값은 $f(3)=4$

21 14

22 (1) 다음과 같이 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ & & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & \boxed{0} \end{array}$$

따라서 $x^{30}-1$을 $x-1$로 나누었을 때의 몫은

$x^{29}+x^{28}+\cdots+x+1$ ▶ 30 %

(2) $x^{30}-1$을 $(x-1)^2$으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, $R(x)=ax+b$라 하면

$x^{30}-1=(x-1)^2Q(x)+ax+b$ ⋯ ①

$x=1$을 ①에 대입하면

$a+b=0$, $b=-a$ ▶ 30 %

$b=-a$를 ①에 대입하면

$x^{30}-1=(x-1)^2Q(x)+a(x-1)$ ⋯ ②

②의 양변을 $x-1$로 나누면

$x^{29}+x^{28}+\cdots+1=(x-1)Q(x)+a$

$x=1$을 위의 등식에 대입하면 $a=30$ ▶ 30 %

따라서 구하는 나머지 $R(x)$는

$R(x)=30x-30$ ▶ 10 %

23 해결 과정 $f(x)$를 $(x+1)^2(x-2)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, $R(x)=ax^2+bx+c$라 하면

$f(x)=(x+1)^2(x-2)Q(x)+ax^2+bx+c$

이때 $f(x)$를 $(x+1)^2$으로 나누었을 때의 나머지가 $-3x+1$이므로 ax^2+bx+c를 $(x+1)^2$으로 나누었을 때의 나머지는 $-3x+1$이 되어야 한다.

$f(x)=(x+1)^2(x-2)Q(x)$
$+a(x+1)^2-3x+1$ ⋯ ① ▶ 40 %

$f(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지가 4이므로

$f(2)=9a-6+1=4$, $9a=9$, $a=1$

$a=1$을 ①에 대입하면 $R(x)$는

$R(x)=(x+1)^2-3x+1=x^2-x+2$ ▶ 40 %

답 구하기 따라서 구하는 값은 $R(0)=2$ ▶ 20 %

24 문제 이해 $f(x)=x^3+5x^2+7x+a$,

$g(x)=x^2+5x+2a$,

$h(x)=x^3+8x^2+18x+4a$

라 하자. ▶ 20 %

해결 과정 인수정리에 의하여

$f(-1)=-1+5-7+a=0$, $a=3$

$a=3$을 세 다항식 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$에 대입하면

$f(x)=x^3+5x^2+7x+3$,

$g(x)=x^2+5x+6$,

$h(x)=x^3+8x^2+18x+12$

오른쪽과 같이 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 5 & 7 & 3 \\ & & -1 & -4 & -3 \\ \hline & 1 & 4 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=x^3+5x^2+7x+3$
$=(x+1)(x^2+4x+3)$
$=(x+1)^2(x+3)$

이므로 직사각형 A의 가로의 길이는 $x+3$

$g(x)=x^2+5x+6$
$=(x+3)(x+2)$

이므로 직사각형 B의 세로의 길이는 $x+2$ ▶ 30 %

다음과 같이 조립제법을 이용하여 $h(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 8 & 18 & 12 \\ & & -2 & -12 & -12 \\ \hline & 1 & 6 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$h(x)=x^3+8x^2+18x+12$
$=(x+2)(x^2+6x+6)$ ▶ 30 %

답 구하기 직사각형 C의 가로의 길이는 x^2+6x+6이므로 $b=6$, $c=6$

따라서 구하는 값은 $a+b+c=15$ ▶ 20 %

Ⅱ 방정식과 부등식

1 복소수와 이차방정식

01 복소수와 그 연산 51~56쪽

준비하기 (1) $3+\sqrt{3}$ (2) $13+2\sqrt{2}$ (3) $\frac{19-7\sqrt{7}}{9}$

생각 열기 제곱해서 음수가 되는 실수는 없으므로 출력값이 -1이 되는 실수 x는 없다.

문제 1 (1) 실수부분: 3, 허수부분: 2
(2) 실수부분: -7, 허수부분: 0
(3) 실수부분: 0, 허수부분: 4
(4) 실수부분: 5, 허수부분: -3

문제 2 (1) $a=2,\ b=3$ (2) $a=4,\ b=0$
(3) $a=3,\ b=-2\sqrt{5}$ (4) $a=-3,\ b=2$

생각톡톡 켤레복소수가 자기 자신과 같은 수는 허수부분이 0인 복소수이므로 실수이다.

문제 3 (1) $3+2i$ (2) $-1-\sqrt{3}i$ (3) -6 (4) $-2i$

문제 4 (1) $2-2i$ (2) $6+2i$

함께하기 ❶ ①: ac, ②: adi, ③: bci, ④: bdi^2
❷ $ac-bd,\ ad+bc$

문제 5 (1) $4+19i$ (2) 13

생각톡톡 복소수와 그 켤레복소수의 곱은 항상 실수이다.

문제 6 (1) $\frac{2}{29}+\frac{5}{29}i$ (2) $-\frac{3}{13}-\frac{11}{13}i$
(3) $-i$ (4) i

문제 7 $1+i$

문제 8 (1) $2i,\ -2i$ (2) $\frac{\sqrt{6}}{3}i,\ -\frac{\sqrt{6}}{3}i$

생각 넓히기 ❶

n	1	2	3	4	5	6	7	8	…
i^n	i	-1	$-i$	1	i	-1	$-i$	1	…

❷ $i,\ -1,\ -i,\ 1$이 반복된다. ❸ 0

02 이차방정식의 판별식 58~60쪽

준비하기 (1) $x=1$ 또는 $x=2$ (2) $x=1\pm\sqrt{2}$

생각 열기 ㄱ

생각톡톡 두 허근은 서로 켤레복소수이다.

문제 1 (1) $x=\frac{3\pm\sqrt{15}i}{2}$, 허근
(2) $x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$, 실근

생각 열기 $(-4)^2-4\times4\times1=0$, 실근
$(-3)^2-4\times1\times4=-7<0$, 허근

문제 2 (1) 서로 다른 두 실근 (2) 중근
(3) 서로 다른 두 허근 (4) 서로 다른 두 허근

문제 3 (1) $a=2$ (2) $a<2$

문제 4 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 판별식 D는
$D=b^2-4ac$
이때 a와 c의 부호가 다르므로
$ac<0$
즉, $-4ac>0$이고 $b^2\geq0$이므로
$D=b^2-4ac>0$
따라서 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 a와 c의 부호가 다르면 이 이차방정식은 항상 서로 다른 두 실근을 갖는다.

03 이차방정식의 근과 계수의 관계 61~65쪽

준비하기 (1) $2\alpha\beta$ (2) $\alpha+\beta$

생각 열기 ❶ 두 근의 합: 2, x의 계수: -2
따라서 두 근의 합은 x의 계수와 부호만 다르다.
❷ 두 근의 곱: -8, 상수항: -8
따라서 두 근의 곱은 상수항과 같다.

문제 1 (1) 두 근의 합: 3, 두 근의 곱: 3
(2) 두 근의 합: $-\frac{5}{2}$, 두 근의 곱: -2
(3) 두 근의 합: $\frac{4}{3}$, 두 근의 곱: 0
(4) 두 근의 합: $-\frac{7}{2}$, 두 근의 곱: -3

문제 2 (1) $\frac{9}{4}$ (2) $-\frac{55}{32}$

문제 3 (1) $a=-2,\ b=2$ (2) $x=1\pm i$

함께하기 $\alpha+\beta,\ \alpha\beta,\ \alpha+\beta,\ \alpha\beta$

문제 4 (1) $x^2+x-6=0$ (2) $x^2-2\sqrt{5}x+4=0$
(3) $x^2+6x+10=0$ (4) $x^2-8x+18=0$

문제 5 (1) $x^2+\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}=0$ (2) $x^2+x-\frac{3}{2}=0$

문제 6 (1) $(x-2\sqrt{2}i)(x+2\sqrt{2}i)$
(2) $\left(x+\frac{5}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(x+\frac{5}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$
(3) $(x-4-2\sqrt{3})(x-4+2\sqrt{3})$
(4) $3\left(x-\frac{1}{3}-\frac{2\sqrt{2}}{3}i\right)\left(x-\frac{1}{3}+\frac{2\sqrt{2}}{3}i\right)$

생각 넓히기 ❶ $x^2-10x+40=0$
❷ $5+\sqrt{15}i,\ 5-\sqrt{15}i$

Ⅱ-1 중단원 마무리하기 66 ~ 68쪽

01 (1) $x=3,\ y=2$ (2) $x=3,\ y=-6$

02 (1) $-3-4i$ (2) $-5-\sqrt{2}i$

03 (1) $3-2i$ (2) $1+i$ (3) $-5+5i$ (4) $\frac{2}{25}-\frac{11}{25}i$

04 (1) 서로 다른 두 실근
(2) 중근
(3) 서로 다른 두 허근

05 (1) 3 (2) 4 (3) $-\frac{1}{2}$ (4) 6

06 5

07 13

08 $\frac{13}{34}-\frac{5}{34}i$

09 $a>5$

10 해결 과정 이차방정식 $x^2+ax-6=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계로부터

$\alpha+\beta=-a,\quad \alpha\beta=-6 \quad \cdots\cdots ①$ ▶ 30 %

또, 이차방정식 $x^2+bx+18=0$의 두 근이 $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$이므로 근과 계수의 관계로부터

$\alpha+\beta+\alpha\beta=-b \quad \cdots\cdots ②$

$(\alpha+\beta)\alpha\beta=18 \quad \cdots\cdots ③$ ▶ 30 %

답 구하기 ①을 ②와 ③에 각각 대입하면

$-a-6=-b,\quad 6a=18$

따라서 $a=3$, $b=9$이므로 구하는 값은

$a+b=12$ ▶ 40 %

11 (1) $\begin{cases}\alpha=2+i\\ \beta=2-i\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}\alpha=2-i\\ \beta=2+i\end{cases}$

(2) $\begin{cases}\alpha=1+\sqrt{5}\\ \beta=1-\sqrt{5}\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}\alpha=1-\sqrt{5}\\ \beta=1+\sqrt{5}\end{cases}$

12 $z=a+bi$ (a, b는 실수)라 하면

$b\neq 0$

$z+\overline{w}=0$에서 $\overline{w}=-z=-a-bi$이므로

$w=-a+bi$

ㄱ. $w-\overline{z}=(-a+bi)-(a-bi)$
$=-2a+2bi$

ㄴ. $i(z+w)=i\{(a+bi)+(-a+bi)\}$
$=-2b$

이므로 항상 실수이다.

ㄷ. $z\overline{w}=(a+bi)(-a-bi)=-(a+bi)^2$
$=-a^2+b^2-2abi$

ㄹ. $\frac{\overline{z}}{w}=\frac{a-bi}{-a+bi}=-1$이므로 항상 실수이다.

이상에서 항상 실수인 것은 ㄴ, ㄹ이다.

13 주어진 이차방정식의 판별식 D가 $D=0$이어야 하므로
$D=\{2(a+b)\}^2-4\{(a-b)^2+3ab-5a-3b-2\}$
$=0$

이 식을 전개하여 정리하면

$ab+5a+3b+2=0,$

$a(b+5)+3(b+5)=13,$

$(a+3)(b+5)=13$

이때 a, b는 정수이므로 ab의 값을 다음 네 가지 경우로 나누어 구할 수 있다.

(i) $a+3=1$, $b+5=13$인 경우

$a=-2$, $b=8$이므로 $ab=-16$

(ii) $a+3=13$, $b+5=1$인 경우

$a=10$, $b=-4$이므로 $ab=-40$

(iii) $a+3=-1$, $b+5=-13$인 경우

$a=-4$, $b=-18$이므로 $\quad ab=72$

(iv) $a+3=-13$, $b+5=-1$인 경우

$a=-16$, $b=-6$이므로 $\quad ab=96$

(i)~(iv)에서 ab의 값 중 가장 큰 값은 96이다.

14 해결 과정 $ax^2+bx+c=0$에서 a와 c를 바르게 보고 풀었을 때의 두 근이 -2와 $\frac{1}{3}$이므로 두 근의 곱은

$$\frac{c}{a}=(-2)\times\frac{1}{3}=-\frac{2}{3},\quad c=-\frac{2}{3}a \quad \cdots\cdots ①$$

또, $ax^2+bx+c=0$에서 a와 b를 바르게 보고 풀었을 때의 두 근이 2와 $-\frac{5}{2}$이므로 두 근의 합은

$$-\frac{b}{a}=2-\frac{5}{2}=-\frac{1}{2},\quad b=\frac{1}{2}a \quad \cdots\cdots ②$$

▶ 50 %

①, ②를 $ax^2+bx+c=0$에 대입하면

$$ax^2+\frac{1}{2}ax-\frac{2}{3}a=0$$

▶ 20 %

답 구하기 이때 $a\neq0$이므로 양변에 $\frac{6}{a}$을 곱하면

$$6x^2+3x-4=0$$

따라서 처음 이차방정식의 근은

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{105}}{12}$$

▶ 30 %

2 이차방정식과 이차함수

01 이차방정식과 이차함수 70~73쪽

준비하기 (1) 서로 다른 두 허근
(2) 중근
(3) 서로 다른 두 실근

생각 열기 ❶ -1, 2 ❷ -1, 2 ❸ 같다.

문제 1 (1) 1, 3 (2) $\frac{1}{2}$, 3

문제 2 (1) 서로 다른 두 점에서 만난다.
(2) 서로 다른 두 점에서 만난다.
(3) 한 점에서 만난다. (접한다.)
(4) 만나지 않는다.

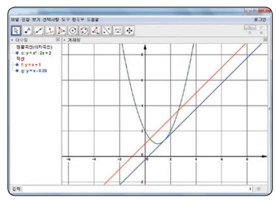
문제 3 (1) $k>-2$ (2) $k=-2$ (3) $k<-2$

문제 4 (1) 서로 다른 두 점에서 만난다.
(2) 한 점에서 만난다. (접한다.)
(3) 만나지 않는다.

문제 5 4

문제 6 (1) 주어진 이차함수의 그래프와 직선 $y=6$은 서로 다른 두 점에서 만난다. 또, 주어진 이차함수의 그래프와 직선 $y=7$은 만나지 않는다.
(2) 높이가 6 m인 가로대는 뛰어넘을 수 있지만 높이가 7 m인 가로대는 뛰어넘을 수 없다.

공학적 도구

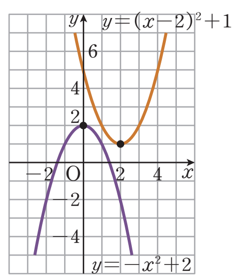


이차함수 $y=x^2-2x+2$의 그래프와 직선 $y=x+1$은 서로 다른 두 점에서 만난다.
또, 이차함수 $y=x^2-2x+2$의 그래프와 직선 $y=x-\frac{1}{4}$은 한 점에서 만난다. (접한다.)

02 이차함수의 최대, 최소 75~78쪽

준비하기 (1) $(3,\ -2)$ (2) $\left(\frac{2}{3},\ -\frac{2}{3}\right)$

생각 열기



❶ 2 ❷ 1

문제 1 (1) 최솟값: -23, 최댓값: 없다.
(2) 최댓값: $\frac{7}{2}$, 최솟값: 없다.

함께하기 $f(p)$, $f(\beta)$, $f(\beta)$, $f(\alpha)$, $f(\alpha)$,
$f(\beta)$, $f(\alpha)$, $f(\beta)$, $f(\beta)$, $f(\alpha)$

문제 2 (1) 최댓값: 2, 최솟값: -2
(2) 최댓값: 16, 최솟값: 8

문제 3 최댓값: 320만 원, 최솟값: 240만 원

문제 4 50 m^2

Ⅱ-2 중단원 마무리하기 79~81쪽

01 (1) 서로 다른 두 점에서 만난다.
(2) 한 점에서 만난다. (접한다.)
(3) 만나지 않는다.

02 (1) 서로 다른 두 점에서 만난다.
(2) 한 점에서 만난다. (접한다.)
(3) 만나지 않는다.

03 $a<-1$

04 (1) 최솟값: -5, 최댓값: 없다.
(2) 최댓값: 11, 최솟값: 없다.

05 (1) 최댓값: 11, 최솟값: 2
(2) 최댓값: 12, 최솟값: 4

06 1 **07** 2 **08** 88

09 해결 과정 $x^2-2x+2=x+k$에서
$x^2-3x+2-k=0$
이 이차방정식의 판별식 D가 $D>0$이므로
$D=(-3)^2-4\times1\times(2-k)=1+4k>0$
따라서 $k>-\frac{1}{4}$ …… ① ▶ 40 %
또, $x^2+2x+3=x+k$에서 $x^2+x+3-k=0$
이 이차방정식의 판별식 D가 $D<0$이므로
$D=1^2-4\times1\times(3-k)=-11+4k<0$
따라서 $k<\frac{11}{4}$ …… ② ▶ 40 %
답 구하기 ①, ②에서 실수 k의 값의 범위는
$-\frac{1}{4}<k<\frac{11}{4}$ ▶ 20 %

10 18

11 가로의 길이: 20 m, 세로의 길이: 10 m

12 조건 (가)로 부터
$f(x)=(x-2)^2+k$ (k는 실수) …… ①
조건 (나)로 부터
$(x-2)^2+k=-1$에서 $x^2-4x+k+5=0$
이 이차방정식의 판별식 D가 $D=0$이어야 하므로
$D=(-4)^2-4\times1\times(k+5)$
$=-4-4k=0$
에서 $k=-1$
$k=-1$을 ①에 대입하면 $f(x)=(x-2)^2-1$
즉, 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축이 만나는 점의 좌표는
$(x-2)^2-1=0$, $x^2-4x+3=0$
$(x-3)(x-1)=0$에서 $x=1$ 또는 $x=3$
따라서 구하는 점의 좌표는 $(1, 0)$, $(3, 0)$

13 ㄱ. $-x^2+ax+b=0$의 판별식 D가 $D>0$이므로
$D=a^2-4\times(-1)\times b=a^2+4b>0$
ㄴ. $a=3>0$, $b=-2<0$일 때 이차함수
$f(x)=-x^2+3x-2$의 그래프는 x축과 서로 다른 두 점 $(1, 0)$, $(2, 0)$에서 만난다.
ㄷ. 이차함수 $f(x)=-x^2+ax+b$의 그래프는 직선 $x=\frac{a}{2}$에 대하여 대칭이고 위로 볼록이므로 $x=0$ 또는 $x=a$일 때 함수 $f(x)$의 최솟값은 b이다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

14 문제 이해 점 A의 좌표를 $(t, 0)$ $(0<t<3)$이라 하면
$B(6-t, 0)$, $D(t, -t^2+6t)$
에서 $\overline{AB}=6-2t$, $\overline{AD}=-t^2+6t$ ▶ 40 %
해결 과정 직사각형 ABCD의 둘레의 길이는
$2(\overline{AB}+\overline{AD})=2(6-2t-t^2+6t)$
$=-2(t-2)^2+20$ ▶ 30 %
답 구하기 $0<t<3$이므로 $t=2$일 때 최댓값은 20이다. 즉, 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 20이다. ▶ 30 %

3 여러 가지 방정식과 부등식

01 삼차방정식과 사차방정식 83~85쪽

준비하기 (1) $(x-1)^2(x+2)$
(2) $(x+1)(x-2)(x^2+x+1)$

생각 열기 $x^3-8=0$

문제 1 (1) $x=-3$ 또는 $x=\dfrac{3\pm3\sqrt{3}i}{2}$

(2) $x=\pm2$ 또는 $x=\pm\sqrt{2}i$

문제 2 (1) $x=1$ 또는 $x=-3$ 또는 $x=2$

(2) $x=-1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=\dfrac{3}{2}$

(3) $x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=\pm\sqrt{3}$

(4) $x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=1\pm i$

문제 3 (1) $a=-4$, $b=3$

(2) 1, 3, $-i$

문제 4 5 m

생각 넓히기 ❶ ω는 $x^3-1=0$의 근이므로

$$\omega^3-1=0, \qquad \omega^3=1$$

또, $x^3-1=0$의 좌변을 인수분해하면

$$(x-1)(x^2+x+1)=0$$

따라서 $x-1=0$ 또는 $x^2+x+1=0$

이때 ω는 $x^2+x+1=0$의 근이므로

$$\omega^2+\omega+1=0$$

❷ $1+\omega^2+\omega^4=0$, $\omega^{100}+\dfrac{1}{\omega^{100}}=-1$

02 연립이차방정식 87 ~ 88쪽

준비하기 (1) $x=3$, $y=0$ (2) $x=2$, $y=-2$

생각 열기 $2x+2y=14$, $x^2+y^2=25$

문제 1 (1) $\begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$

문제 2 (1) $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는

$\begin{cases} x=\sqrt{6} \\ y=\dfrac{\sqrt{6}}{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{6} \\ y=-\dfrac{\sqrt{6}}{3} \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x=-4 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$ 또는

$\begin{cases} x=-4 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=-4 \end{cases}$

생각 넓히기 $\begin{cases} x+y=9 \\ x^2+9=y^2 \end{cases}$, $x=4$, $y=5$

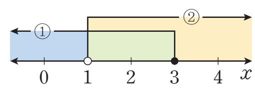
03 연립일차부등식 89 ~ 93쪽

준비하기 (1) $x\geq4$ (2) $x>-\dfrac{1}{2}$

생각 열기 ❶ $x+30<100$ ❷ $3x+20\geq100$

함께하기 ❶ $x\leq3$, $x>1$

❷



❸ 1, 3

문제 1 (1) $-1<x<3$ (2) $3\leq x\leq5$

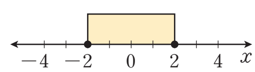
(3) $x>3$ (4) $x\leq-1$

문제 2 (1) 해는 없다. (2) 해는 없다.

문제 3 (1) $-2<x<5$ (2) $-2<x\leq0$

생각 열기 ❶ 2, -2

❷



문제 4 (1) $-10<x<4$ (2) $x<4$ 또는 $x>8$

(3) $-1\leq x\leq2$ (4) $x\leq-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x\geq3$

문제 5 (1) $-1\leq x\leq3$ (2) $x<-3$ 또는 $x>\dfrac{11}{3}$

문제 6 주황

공학적 도구 94쪽

$x<-\dfrac{5}{2}$ 또는 $x>\dfrac{3}{2}$

04 이차부등식과 연립이차부등식 95 ~ 98쪽

준비하기 (1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 한 점에서 만난다. (접한다.)

(3) 만나지 않는다.

생각 열기 ❶ $x<-1$ 또는 $x>2$

❷ $-1<x<2$

문제 1 (1) $-2<x<3$ (2) $x\le -5$ 또는 $x\ge 3$

(3) $x<-\frac{1}{3}$ 또는 $x>2$ (4) $-1\le x\le \frac{5}{2}$

문제 2 (1) $x\ne 2$인 모든 실수 (2) $x=-\frac{1}{3}$

(3) 모든 실수 (4) 해는 없다.

문제 3 (1) 모든 실수 (2) 모든 실수

(3) 해는 없다. (4) 해는 없다.

문제 4 $-4<k<-1$

문제 5 (1) $3<x\le 6$ (2) $-1<x\le 3$

생각 넓히기 $6<x\le 7$

Ⅱ-3 중단원 마무리하기 99 ~ 101쪽

01 (1) $x=-1$ 또는 $x=1$ 또는 $x=5$

(2) $x=\pm 2$ 또는 $x=\pm i$

02 (1) $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=7 \\ y=-4 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는

$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$

03 (1) $-1\le x<4$ (2) $3<x\le 5$

04 (1) $x<-2$ 또는 $x>\frac{4}{3}$ (2) $-\frac{1}{2}\le x\le \frac{11}{2}$

05 (1) $-7<x<1$ (2) $x\le -2$ 또는 $x\ge \frac{1}{2}$

06 $4\le x<\frac{11}{2}$

07 $a=-4$, $b=6$, 나머지 두 근: 2, $1-i$

08 -6

09 2

10 문제 이해 가로와 세로의 길이를 각각 x m, y m라 하면

$\begin{cases} 8x+4y=56 & \cdots\cdots ① \\ 2x^2+2xy=66 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ ▶ 20 %

해결 과정 ①에서

$y=14-2x$ ······ ③

③을 ②에 대입하면

$2x^2+2x(14-2x)=66$, $x^2-14x+33=0$,

$(x-3)(x-11)=0$, $x=3$ 또는 $x=11$

$x=3$을 ③에 대입하면 $y=8$

$x=11$을 ③에 대입하면 $y=-8$ ▶ 60 %

답 구하기 $y>0$이므로 $x=3$, $y=8$

즉, 가로의 길이는 3 m, 세로의 길이는 8 m이다.

▶ 20 %

11 18

12 20

13 해결 과정 $\begin{cases} x^2-2x-3\le 0 & \cdots\cdots ① \\ (x-a)(x-2)>0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①에서 $(x+1)(x-3)\le 0$

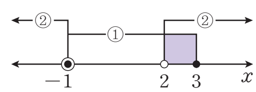
$-1\le x\le 3$ ▶ 20 %

$-1\le x\le 3$일 때 부등식 ②의 해는 다음과 같다.

(i) $a>2$일 때, $x<2$ 또는 $x>a$

이므로 연립부등식의 해가 $2<x\le 3$이 될 수 없다.

(ii) $a<2$일 때, $x<a$ 또는 $x>2$



▶ 50 %

답 구하기 따라서 연립부등식의 해가 $2<x\le 3$이 되도록 하려면 $a\le -1$이어야 한다. ▶ 30 %

14 $x=-1$을 $x^3+ax^2+bx-3=0$에 대입하면

$-1+a-b-3=0$, 즉 $b=a-4$

$x^3+ax^2+bx-3=x^3+ax^2+(a-4)x-3$

$=(x+1)\{x^2+(a-1)x-3\}=0$

나머지 두 근을 각각 α, β라 하면 근과 계수의 관계로부터 $\alpha+\beta=-(a-1)$, $\alpha\beta=-3$

두 근의 제곱의 합이 6이므로

$6=\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(a-1)^2+6$

따라서 $(a-1)^2=0$

즉 $a=1$, $b=-3$이므로 구하는 값은

$a^2+b^2=10$

15 $\begin{cases} x^2-4xy+3y^2=0 & \cdots\cdots ① \\ x^2+3xy+2y^2=5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 좌변을 인수분해하면 $(x-y)(x-3y)=0$

따라서 $x=y$ 또는 $x=3y$

(i) $x=y$를 ②에 대입하면

$$y^2+3y^2+2y^2=5, \quad y^2=\frac{5}{6}$$

이때 $\quad xy=y^2=\frac{5}{6}$

(ii) $x=3y$를 ②에 대입하면

$$9y^2+9y^2+2y^2=5, \quad y^2=\frac{1}{4}$$

이때 $\quad xy=3y^2=\frac{3}{4}$

(i), (ii)에서 xy의 최댓값은 $\quad \frac{5}{6}$

16 실수 x, $x+1$, $x+2$가 삼각형의 세 변의 길이가 되려면

$x+(x+1)>x+2$에서 $\quad x>1 \quad \cdots\cdots$ ①

이 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하려면

$x^2+(x+1)^2<(x+2)^2$에서

$$x^2-2x-3<0, \quad (x+1)(x-3)<0$$

따라서 $\quad -1<x<3 \quad \cdots\cdots$ ②

①, ②의 공통부분은 $\quad 1<x<3$

II 대단원 **평가하기** 102 ~ 105쪽

01 33	**02** ③	**03** $-\frac{1}{25}$
04 3	**05** ③	**06** -1
07 $a=b$인 이등변삼각형		**08** ①
09 $-\frac{9}{7}$	**10** 24	**11** 2
12 2	**13** 14	**14** ③
15 ②	**16** 11	**17** ④
18 7	**19** $a\le 2-\sqrt{5}$	
20 0 m 초과 2 m 이하		

21 $|2x-1|>1$이면

$$2x-1<-1 \text{ 또는 } 2x-1>1$$

따라서 $\quad x<0$ 또는 $x>1 \quad \cdots\cdots$ ①

$2x^2-11x+5\le 0$에서

$$(2x-1)(x-5)\le 0, \quad \frac{1}{2}\le x\le 5 \quad \cdots\cdots ②$$

①, ②의 공통부분은 $\quad 1<x\le 5$

따라서 주어진 연립부등식을 만족시키는 모든 정수 x의 값의 합은

$$2+3+4+5=14$$

22 (1) 이차방정식 $x^2-3x+4=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계로부터

$\alpha+\beta=3, \quad \alpha\beta=4$ ▶ 30 %

(2) 이차방정식 $x^2-(2a+1)x+b=0$의 두 근이 $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$이므로 근과 계수의 관계로부터

$(\alpha+\beta)+\alpha\beta=2a+1$에서

$$2a+1=7, \quad a=3$$

$(\alpha+\beta)\alpha\beta=b$에서 $\quad b=12$ ▶ 40 %

따라서 구하는 값은 $\quad b^2-a^2=135$ ▶ 30 %

23 해결 과정 $y=-2x^2-2ax-3$

$$=-2\left(x+\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{2}-3$$

$x=-\frac{a}{2}$일 때, 최댓값은 $\frac{a^2}{2}-3$이므로

$\frac{a^2}{2}-3=-1$에서 $\quad a^2=4, \quad a=\pm 2$

그런데 $a>0$이므로 $\quad a=2$ ▶ 50 %

$a=2$를 주어진 이차함수의 식에 대입하면

$$y=-2x^2-4x-3=-2(x+1)^2-1$$

$-3\le x\le 0$에서 $x=-3$일 때, 최솟값은 -9이므로

$m=-9$ ▶ 30 %

답 구하기 따라서 구하는 값은

$a+m=2+(-9)=-7$ ▶ 20 %

24 문제 이해 네 귀퉁이를 잘라 내어 만든 상자의 부피가 96 cm³이므로

$$x(14-2x)(10-2x)=96,$$

$x^3-12x^2+35x-24=0 \ (0<x<5)$ ▶ 30 %

해결 과정 $f(x)=x^3-12x^2+35x-24$라 하면

$f(1)=0$이므로 $x-1$은 $f(x)$의 인수이다.

오른쪽과 같이 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -12 & 35 & -24 \\ & & 1 & -11 & 24 \\ \hline & 1 & -11 & 24 & \boxed{0} \end{array}$$

$$f(x)=(x-1)(x^2-11x+24)$$

$=(x-1)(x-3)(x-8)$ ▶ 50 %

답 구하기 따라서 $\quad x=1$ 또는 $x=3$ 또는 $x=8$

그런데 $0<x<5$이므로 $\quad x=1$ 또는 $x=3$ ▶ 20 %

III 도형의 방정식

1 평면좌표

01 두 점 사이의 거리 111~113쪽

준비하기 13

생각 열기 ❶ 4 km, 3 km ❷ 5 km

문제 1 (1) 10 (2) 5

문제 2 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $2\sqrt{10}$ (3) 3 (4) 5

문제 3 $\angle A=90°$인 직각삼각형

문제 4 $(0,\ -2)$

생각톡톡 0

문제 5 (1) (가) $a^2+b^2+c^2$ (나) a^2+b^2 (2) $\sqrt{33}$

02 선분의 내분점과 외분점 114~119쪽

준비하기 4 cm

생각 열기 3 : 7

생각톡톡 선분의 중점은 그 선분을 1 : 1로 내분한다.

문제 1 (1) -5 (2) -3

문제 2 (1) 26 (2) -9

문제 3 점 B는 선분 AC를 $(m-n):n$으로 내분한다.

함께하기 ❶ $\overline{PB}$, n, $\dfrac{mx_2+nx_1}{m+n}$

❷ $\overline{PB}$, n, $\dfrac{my_2+ny_1}{m+n}$

❸ $\left(\dfrac{mx_2+nx_1}{m+n},\ \dfrac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$

문제 4 (1) $\left(4,\ -\dfrac{5}{2}\right)$ (2) $(17,\ -22)$ (3) $(3,\ -1)$

문제 5 $(-2,\ 2)$

생각 넓히기 ❶ 2 kg ❷ $\dfrac{n}{m-n}$ kg

탐구 & 융합 120쪽

$1\times\dfrac{8}{9}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{32}{81}$

III-1 중단원 마무리하기 121~123쪽

01 (1) 4 (2) 7 (3) $\sqrt{41}$ (4) $\sqrt{10}$

02 (1) 2 (2) -22 (3) 3

03 (1) $(-4,\ 1)$ (2) $(-16,\ 9)$ (3) $\left(-\dfrac{5}{2},\ 0\right)$

04 $(2,\ 2)$

05 7

06 -4

07 $\dfrac{5}{2}$

08 $(0,\ 3)$

09 1

10 2

11 문제 이해 $2\overline{AB}=\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}:\overline{BC}=1:2$ ▶ 20 %

해결 과정 점 C는 $\overline{AB}$를 1 : 2로 외분하는 점이거나 3 : 2로 외분하는 점이다. ▶ 20 %

답 구하기 (i) $\overline{AB}$를 1 : 2로 외분할 때, 점 C의 좌표는

$\left(\dfrac{1\times4-2\times(-2)}{1-2},\ \dfrac{1\times7-2\times(-1)}{1-2}\right)$에서

$(-8,\ -9)$ ▶ 30 %

(ii) $\overline{AB}$를 3 : 2로 외분할 때, 점 C의 좌표는

$\left(\dfrac{3\times4-2\times(-2)}{3-2},\ \dfrac{3\times7-2\times(-1)}{3-2}\right)$에서

$(16,\ 23)$ ▶ 30 %

12 $xy+x+y-2=0$에서

$x(y+1)+(y+1)-3=0,\ (x+1)(y+1)=3$

위의 x, y에 대한 방정식을 만족시키는 정수 $(x,\ y)$는

$(-4,\ -2),\ (-2,\ -4),\ (2,\ 0),\ (0,\ 2)$

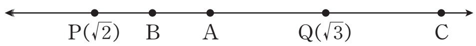
이 점들을 꼭짓점으로 하는 사각형은 직사각형이고, 한 대각선의 길이는

$\sqrt{\{0-(-2)\}^2+\{2-(-4)\}^2}=2\sqrt{10}$

직사각형의 두 대각선의 길이는 같으므로 구하는 값은

$2\sqrt{10}\times2\sqrt{10}=40$

13 점 A는 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 중점, 점 B는 $\overline{\mathrm{PQ}}$를 $1:3$으로 내분하는 점, 점 C는 $\overline{\mathrm{PQ}}$를 $3:1$로 외분하는 점이므로 세 점 A, B, C를 수직선 위에 나타내면



이다. 따라서 세 점 A, B, C의 좌표의 크기를 비교하면 다음과 같다.

$$\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{1+3}<\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}<\frac{3\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-1}$$

14 문제 이해 $\angle\mathrm{POQ}$의 이등분선과 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 교점을 M이라 하면 각의 이등분선의 성질에 의하여

$\overline{\mathrm{OP}}:\overline{\mathrm{OQ}}=\overline{\mathrm{PM}}:\overline{\mathrm{MQ}}$

가 성립한다. ▶ 40 %

해결 과정 $\overline{\mathrm{OP}}=\sqrt{2^2+(\sqrt{5})^2}=3$,

$\overline{\mathrm{OQ}}=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$

이므로 점 M은 $\overline{\mathrm{PQ}}$를 $3:5$로 내분하는 점이다. ▶ 30 %

답 구하기 따라서 구하는 교점의 x좌표는

$\dfrac{3\times3+5\times2}{3+5}=\dfrac{19}{8}$ ▶ 30 %

2 직선의 방정식

01 직선의 방정식 125 ~ 127쪽

준비하기 (1) 기울기: 4, y절편: -1

(2) 기울기: $\dfrac{1}{4}$, y절편: $\dfrac{1}{2}$

생각 열기 $y=-2x+4$

문제 1 (1) $y=3x+10$ (2) $y=5$

함께하기 (i) y_2-y_1, y_1, y_2-y_1, x_1

(ii) x_1, x_1

문제 2 (1) $y=-x+7$ (2) $y=\dfrac{4}{3}x+\dfrac{17}{3}$

(3) $y=6$ (4) $x=5$

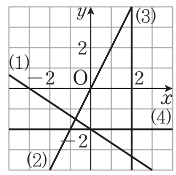
문제 3 x절편이 a이고 y절편이 b인 직선은 두 점 $(a, 0)$, $(0, b)$를 지나므로

$$y-0=\frac{b-0}{0-a}(x-a),$$

$$y=-\frac{b}{a}(x-a),\qquad \frac{b}{a}x+y=b$$

$b\neq0$이므로 양변을 b로 나누면 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$

문제 4



02 두 직선의 위치 관계 128 ~ 130쪽

준비하기 (1), (4)

생각 열기 ❶ 서로 평행하다. ❷ 서로 같다.

문제 1 (1) $y=-x+2$ (2) $y=\dfrac{2}{3}x-3$

문제 2 (1) $y=2x$ (2) $y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{8}{3}$

생각 넓히기 [선우] 두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{2-(-2)}{3-(-1)}=1$이므로 이 직선에 수직인 직선의 기울기는 -1이다.

두 점 A, B의 중점의 좌표를 (x, y)라 하면

$$x=\frac{-1+3}{2}=1,\quad y=\frac{-2+2}{2}=0$$

에서 중점의 좌표는 $(1, 0)$

즉, 점 $(1, 0)$을 지나고 기울기가 -1인 직선의 방정식은

$$y-0=-(x-1),\qquad y=-x+1$$

[동현] $\overline{\mathrm{AB}}$의 수직이등분선 위의 점을 $\mathrm{P}(x, y)$라 하면 $\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}$이므로

$\sqrt{(x+1)^2+(y+2)^2}=\sqrt{(x-3)^2+(y-2)^2}$,

$x^2+2x+y^2+4y+5=x^2-6x+y^2-4y+13$

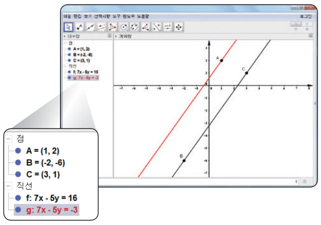
즉, $8x+8y-8=0$에서

$y=-x+1$

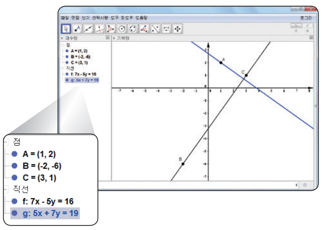
선우와 동현이의 방법으로 구한 결과는 서로 같다.

공학적 도구 131쪽

(1) [평행한 직선의 방정식]



[수직인 직선의 방정식]



(2) 평행한 직선의 방정식: $y=\frac{7}{5}x+\frac{3}{5}$

수직인 직선의 방정식: $y=-\frac{5}{7}x+\frac{19}{7}$

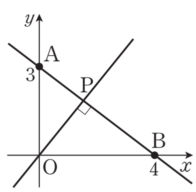
(1)에서 구한 결과를 정리하면 위의 식과 서로 같다.

03 점과 직선 사이의 거리 132 ~ 134쪽

준비하기 $\sqrt{41}$

생각 열기 ❶ 원점 O에서 직선 AB에 내린 수선의 발이다.

❷



두 직선 AB와 OP는 서로 수직이다.

문제 1 (1) $\frac{4}{5}$ (2) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

문제 2 $\frac{\sqrt{10}}{2}$

문제 3 (1) $3x-4y+5=0$ 또는 $3x-4y-5=0$

(2) $2x+y+3\sqrt{5}-1=0$ 또는

$2x+y-3\sqrt{5}-1=0$

생각 넓히기 ❶ $\sqrt{29}$ ❷ $\frac{16\sqrt{29}}{29}$ ❸ 8

Ⅲ-2 중단원 마무리하기 135 ~ 137쪽

01 (1) $y=-3x-10$ (2) $y=1$

02 (1) $y=-x+8$ (2) $y=4x-9$
(3) $y=-x-4$ (4) $x=-5$

03 (1) $-\frac{3}{2}$ (2) $\frac{8}{3}$

04 $\frac{1}{13}$

05 10

06 10

07 $y=3x-4$

08 $-\frac{1}{2}$

09 -3

10 1

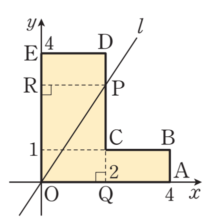
11 해결 과정 두 점 $\mathrm{A}(-1, 0)$, $\mathrm{D}(0, 3)$을 지나는 직선 AD의 방정식은

$y=3x+3,\quad 3x-y+3=0$ ▶ 40 %

답 구하기 두 직선 AD, BC 사이의 거리는 점 $\mathrm{B}(5, 0)$과 직선 $3x-y+3=0$ 사이의 거리이므로

$\frac{|3\times5-0+3|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\frac{18}{\sqrt{10}}=\frac{9\sqrt{10}}{5}$ ▶ 60 %

12 직선 l과 선분 CD의 교점을 P라 하고 점 P에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하면 △OQP의 넓이와 △OPR의 넓이가 서로 같으므로 □ABCQ와 □DERP의 넓이가 서로 같다.



$\overline{\mathrm{ER}}=1$이므로 점 P의 좌표는 $(2, 3)$

직선 l은 두 점 O, P를 지나는 직선이므로 그 기울기는

$\frac{3-0}{2-0}=\frac{3}{2}$

13 해결 과정 직선 AB를 x축으로 하고, 직선 BC를 y축으로 하는 좌표평면에서 점 A의 좌표는 $(-6, 0)$, 점 B의 좌표는 $(0, 0)$, 점 C의 좌표는 $(0, 3)$이다. ▶ 20 %

점 A를 지나고 주어진 조건을 만족시키는 직선의 방정식은

$y=\sqrt{3}(x+6)$, $\sqrt{3}x-y+6\sqrt{3}=0$ ▶ 50 %

답 구하기 등대와 배 사이의 최단 거리는 점 C와 위의 직선 사이의 거리와 같으므로

$$\frac{|\sqrt{3}\times 0-3+6\sqrt{3}|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}}=\frac{6\sqrt{3}-3}{2}$$

따라서 구하는 최단 거리는 $\frac{6\sqrt{3}-3}{2}$ km ▶ 30 %

3 원의 방정식

01 원의 방정식 139 ~ 142쪽

준비하기 5

생각 열기 100

문제 1 (1) $x^2+(y-2)^2=4$ (2) $x^2+y^2=25$

문제 2 $(x+2)^2+(y+3)^2=41$

문제 3 (1) $(2, 0)$, 2 (2) $(1, 4)$, $3\sqrt{3}$

문제 4 (1) $\left(0, -\frac{B}{2}\right)$, $\frac{\sqrt{B^2-4C}}{2}$ (단, $B^2-4C>0$)

(2) $B=0$, $A^2-4C>0$

문제 5 $x^2+y^2-3x+y=0$

탐구 & 융합 143쪽

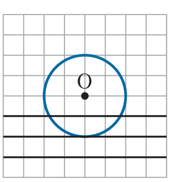
두 백화점 A, B로부터 배송 비용이 동일한 지점은 원 $(x+8)^2+y^2=144$ 위에 위치한 지점이다.

02 원과 직선의 위치 관계 144 ~ 148쪽

준비하기 (1) $a<-2$ 또는 $a>2$ (2) $a=\pm 2$

(3) $-2<a<2$

생각 열기 ❶



❷ 2, 1, 0

문제 1 (1) 접한다. (2) 만나지 않는다.

문제 2 (1) $k=\pm\sqrt{5}$ (2) $k<-\sqrt{5}$ 또는 $k>\sqrt{5}$

함께하기 (m^2+1), (m^2+1), $r\sqrt{m^2+1}$, $r\sqrt{m^2+1}$

문제 3 (1) $y=x\pm 2\sqrt{3}$ (2) $y=-3x\pm 2\sqrt{10}$

문제 4 (1) $x-\sqrt{3}y=8$ (2) $y=3$

생각톡톡 2개

문제 5 $x+y=-2$, $7x+y=10$

생각 넓히기 ❶ $(x-1)^2+(y-1)^2=1$

❷ $3x-4y+6=0$, $x=2$

❸ -2, 2

❹ 6

Ⅲ-3 중단원 마무리하기 149 ~ 151쪽

01 (1) $(x-2)^2+(y-1)^2=3$

(2) $(x-1)^2+(y-3)^2=10$

(3) $x^2+y^2-2x-4y=0$

02 4

03 (1) $-2\sqrt{10}<k<2\sqrt{10}$

(2) $k=\pm 2\sqrt{10}$

(3) $k<-2\sqrt{10}$ 또는 $k>2\sqrt{10}$

04 $x-3y=-10$

05 4

06 $(x+6)^2+(y+3)^2=20$

07 3

08 $(1, -2)$

09 $(x+1)^2+(y+1)^2=1$, $(x+5)^2+(y+5)^2=25$

10 $\frac{49}{5}$

11 해결 과정 접점을 $P(x_1, y_1)$이라 하면 접선의 방정식은

$x_1x+y_1y=9$

이 직선이 점 $(4, 3)$을 지나므로

$4x_1+3y_1=9$, $y_1=-\frac{4}{3}x_1+3$ …… ①

또, 점 P는 원 위의 점이므로 $\quad x_1^2+y_1^2=9 \quad \cdots\cdots$ ②

①을 ②에 대입하면

$$x_1^2+\left(-\frac{4}{3}x_1+3\right)^2=9, \qquad 25x_1^2-72x_1=0$$

따라서 $\quad x_1=0$ 또는 $x_1=\frac{72}{25}$ ▶ 50 %

위에서 구한 x_1의 값을 ①에 대입하면

$x_1=0$일 때, $y_1=3$이고 기울기는 $\quad 0$

$x_1=\frac{72}{25}$일 때, $y_1=-\frac{21}{25}$이고 기울기는 $\quad \frac{24}{7}$ ▶ 30 %

답 구하기 양수인 기울기는 $\frac{24}{7}$이므로 구하는 값은

$$p+q=7+24=31$$ ▶ 20 %

12 y축과 만나는 점 A의 좌표를 $(0,\ a)$, 점 B의 좌표를 $(0,\ b)$라 하면 $\overline{\mathrm{AB}}=6$이므로

$$\sqrt{(0-0)^2+(a-b)^2}=6, \qquad (a-b)^2=36 \quad \cdots ①$$

두 점 A, B의 y좌표는 주어진 원의 방정식에 $x=0$을 대입하여 얻은 이차방정식 $y^2+2y+k=0$의 두 근과 같으므로 근과 계수의 관계로부터

$$a+b=-2, \qquad ab=k \quad \cdots ②$$

①, ②를 $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$에 대입하면

$36=(-2)^2-4k$에서 $\qquad k=-8$

13 원 $x^2+y^2=4$ 위를 움직이는 점 A와 직선 $y=x-4\sqrt{2}$ 사이의 거리는 삼각형 ABC의 높이이므로 원의 중심인 점 $(0,\ 0)$과 직선 $x-y-4\sqrt{2}=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-4\sqrt{2}|}{\sqrt{2}}=4$$

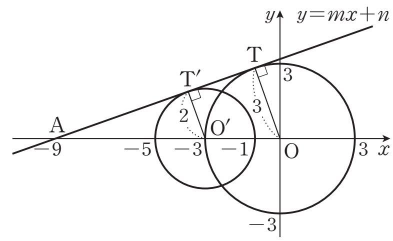
원의 반지름의 길이는 2이므로 정삼각형이 되는 삼각형 ABC의 넓이가 최소일 때의 삼각형의 높이는 $4-2=2$이고 이때의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times\frac{4}{\sqrt{3}}\times 2=\frac{4\sqrt{3}}{3}$$

삼각형 ABC의 넓이가 최대일 때의 삼각형의 높이는 $4+2=6$이고 이때의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times\frac{12}{\sqrt{3}}\times 6=12\sqrt{3}$$

14 해결 과정 두 원의 중심을 O, O′이라 할 때, 주어진 직선과 두 원 O, O′이 만나는 점을 각각 T, T′이라 하고 x축이 만나는 점을 A라 하면 삼각형 AO′T′과 삼각형 AOT는 닮음이고, 닮음비는 $2:3$이다. ▶ 10 %



따라서 점 A의 좌표는 $(-9,\ 0)$이므로

$$-9m+n=0, \qquad n=9m$$ ▶ 20 %

원점과 직선 $mx-y+n=0$ 사이의 거리는 3이므로

$$\frac{|n|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=3, \qquad \frac{|9m|}{\sqrt{m^2+1}}=3$$

$$m^2=\frac{1}{8}$$ ▶ 50 %

답 구하기 따라서 구하는 값은

$$32mn=32\times 9m^2=36$$ ▶ 20 %

4 도형의 이동

01 평행이동 153 ~ 155쪽

준비하기 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

생각 열기 도마뱀 ⑤

문제 1 (1) $(2,\ 4)$ (2) $(7,\ -5)$

문제 2 (1) $2x-y-14=0$ (2) $(x-5)^2+(y+6)^2=6$

문제 3 $a=4,\ b=-1$

생각 넓히기 [방법 1] ❶ 점 A′의 좌표는 $(0,\ 0)$

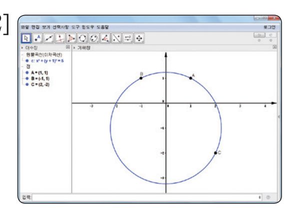
점 B′의 좌표는 $(-2,\ 0)$

점 C′의 좌표는 $(1,\ -3)$

❷ $(x+1)^2+(y+2)^2=5$

❸ $x^2+(y+1)^2=5$

[방법 2]

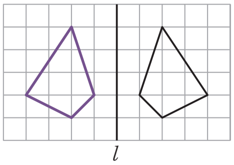


$x^2+(y+1)^2=5$

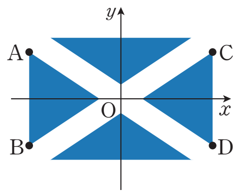
[방법 1]과 [방법 2]를 이용하여 구한 원의 방정식은 서로 같다.

02 대칭이동 157~161쪽

준비하기



생각 열기 ❶



❷ 점 B의 좌표는 $(-6,\ -3)$
점 C의 좌표는 $(6,\ 3)$
점 D의 좌표는 $(6,\ -3)$

문제 1 (1) $(4,\ 6)$ (2) $(-4,\ -6)$ (3) $(-4,\ 6)$

생각톡톡 같다.

문제 2 (1) x축: $2x+y+1=0$
y축: $2x+y-1=0$
원점: $2x-y-1=0$
(2) x축: $x^2+y^2-4x-6y=0$
y축: $x^2+y^2+4x+6y=0$
원점: $x^2+y^2+4x-6y=0$

문제 3 $(x+1)^2+(y+3)^2=4$

함께하기 ❶ $\left(\dfrac{x+x'}{2},\ \dfrac{y+y'}{2}\right)$
❷ $y+y',\ x+x',\ -1,\ y,\ x$

문제 4 (1) $(7,\ -10)$ (2) $(-6,\ 0)$

생각톡톡 $y=-x$

문제 5 (1) $x+3y+2=0$
(2) $x^2+y^2+4x-2y=0$

탐구 & 융합 162쪽

(1) $40\sqrt{5}$ cm
(2) 점 A의 좌표는 $(50,\ 0)$
점 B의 좌표는 $(0,\ 25)$

III-4 중단원 마무리하기 163~165쪽

01 $a=-5,\ b=4$

02 (1) $x-3y+9=0$
(2) $(x-3)^2+(y-1)^2=16$

03 (1) $(5,\ 2)$ (2) $(-5,\ -2)$
(3) $(-5,\ 2)$ (4) $(-2,\ 5)$

04 (1) $(x-11)^2+(y-7)^2=9$
(2) $(x+11)^2+(y+7)^2=9$
(3) $(x+11)^2+(y-7)^2=9$
(4) $(x+7)^2+(y-11)^2=9$

05 $(6,\ -1)$ **06** 2

07 14 **08** -9 또는 $-\dfrac{17}{3}$

09 3 **10** 2

11 $3\sqrt{2}+2$

12 해결 과정 포물선 $y=x^2-2x$를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면
$$y-n=(x-m)^2-2(x-m)$$
이므로 $y=x^2-2(m+1)x+m^2+2m+n$
위의 포물선이 포물선 $y=x^2+8x+10$과 일치하므로
$$m=-5,\ n=-5$$ ▶ 30 %
직선 l: $x-2y+1=0$을 x축의 방향으로 -5만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동하면
$(x+5)-2(y+5)+1=0$이므로
$$l': x-2y-4=0$$ ▶ 40 %
답 구하기 두 직선 l과 l' 사이의 거리는 직선 l: $x-2y+1=0$ 위의 점 $(-1,\ 0)$과 직선 l': $x-2y-4=0$ 사이의 거리와 같으므로
$$\frac{|-1-0-4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\sqrt{5}$$ ▶ 30 %

13 원 $x^2+y^2+6x=4$를 원점에 대하여 대칭이동하면
$$x^2+y^2-6x=4 \quad \cdots\cdots ①$$
①을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면
$$x^2+y^2-6y=4 \quad \cdots\cdots ②$$

$y=0$을 ②에 대입하면

$x^2=4$, $\quad x=-2$ 또는 $x=2$

즉, 점 A의 좌표는 $\quad(-2, 0)$

점 B의 좌표는 $\quad(2, 0)$

따라서 구하는 선분 AB의 길이는 4이다.

14 해결 과정 점 A(8, 4)를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 C라 하면 점 C의 좌표는

$(4, 8)$ ▶ 20 %

$\overline{PA}+\overline{PB}$가 최소가 되도록 하는 점 P는 $\overline{BC}$와 직선 $y=x$의 교점이다.

직선 BC의 방정식은

$y-5=\frac{8-5}{4-7}(x-7)$,

$y=-x+12$ ▶ 50 %

답 구하기 따라서 점 P의 좌표는 두 직선 $y=-x+12$와 $y=x$의 교점의 좌표이므로

$(6, 6)$

즉, 구하는 점 P의 x좌표는 6이다. ▶ 30 %

III 대단원 평가하기 166~169쪽

01 $(3, 3)$ **02** ③

03 $-1, 6$ **04** $11\sqrt{2}$

05 ④ **06** $(2, 7)$

07 ⑤ **08** 145

09 5 **10** 8

11 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **12** $k<12$

13 3 **14** ①

15 두 원의 중심인 점 $(3, -1)$과 점 $(-5, 3)$은 직선 l에 대하여 대칭이므로 직선 l은 두 원의 중심을 이은 선분의 수직이등분선이다.

두 점 $(3, -1)$, $(-5, 3)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{3-(-1)}{-5-3}=-\frac{1}{2}$

이므로 직선 l의 기울기를 m이라 하면

$-\frac{1}{2}\times m=-1$, $\quad m=2$

또, 두 원의 중심을 이은 선분의 중점의 좌표는

$\left(\frac{3+(-5)}{2}, \frac{-1+3}{2}\right)$에서 $\quad(-1, 1)$

따라서 직선 l은 기울기가 2이고 점 $(-1, 1)$을 지나므로

$y-1=2(x+1)$, $\quad y=2x+3$

16 70

17 직선 AP의 기울기를 m이라 하면 이 직선이 점 $(-8, 0)$을 지나므로

$y=m(x+8)$, $\quad mx-y+8m=0$

원의 중심인 점 $(0, 0)$과 직선 AP 사이의 거리가 $3\sqrt{2}$이므로

$\frac{|8m|}{\sqrt{m^2+1}}=3\sqrt{2}$, $\quad |8m|=3\sqrt{2(m^2+1)}$,

$64m^2=18m^2+18$, $\quad m^2=\frac{9}{23}$

$m=\pm\frac{3\sqrt{23}}{23}$

따라서 직선 AP의 기울기의 최댓값은 $\frac{3\sqrt{23}}{23}$이다.

18 ① **19** 26

20 ⑤ **21** $\frac{2}{3}$

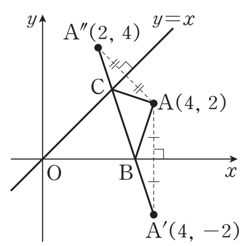
22 (1) 점 B는 x축 위의 점이고, 점 C는 직선 $y=x$ 위의 점이다.

다음 그림과 같이 점 A를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A′이라 하면 점 A′의 좌표는

$(4, -2)$

점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 A″이라 하면 점 A″의 좌표는

$(2, 4)$



$\overline{\mathrm{BA'}}=\overline{\mathrm{BA}}$, $\overline{\mathrm{CA''}}=\overline{\mathrm{CA}}$이므로 직선 A'A''이 x축, 직선 $y=x$와 만나는 점이 각각 B, C일 때, 삼각형 ABC의 둘레의 길이가 최소가 된다. ▶ 30 %

따라서 삼각형 ABC의 둘레의 길이의 최솟값은

$$\overline{\mathrm{A'A''}}=\sqrt{(2-4)^2+\{4-(-2)\}^2}$$
$$=2\sqrt{10}$$ ▶ 20 %

(2) 두 점 A'(4, −2), A''(2, 4)를 지나는 직선의 방정식은

$$y-4=\frac{4-(-2)}{2-4}(x-2),$$
$$y=-3x+10$$ ▶ 20 %

점 B는 직선 A'A''의 x절편이고, 점 C는 직선 A'A''과 직선 $y=x$의 교점이므로

점 B의 좌표는 $\left(\frac{10}{3},\ 0\right)$

점 C의 좌표는 $\left(\frac{5}{2},\ \frac{5}{2}\right)$

따라서 $a=\frac{10}{3}$, $b=\frac{5}{2}$ ▶ 30 %

23 해결 과정 (i) 직선 $5x-ky-15=0$이 다른 두 직선 중 하나와 평행할 때,

$k=-5$ 또는 $k=5$ ▶ 40 %

(ii) 세 직선이 한 점에서 만날 때,

직선 $5x-ky-15=0$이 나머지 두 직선의 교점 $(1,\ 1)$을 지나므로 $k=-10$ ▶ 40 %

답 구하기 (i), (ii)에서 모든 실수 k의 값의 합은

$-5+5+(-10)=-10$ ▶ 20 %

24 해결 과정 x축과 만나는 두 점 A, B를 이은 선분의 수직이등분선이 원의 중심을 지나므로 중심의 x좌표는

$$a=\frac{-2+4}{2}=1$$ ▶ 30 %

y축과 만나는 두 점 C, D를 이은 선분의 수직이등분선이 원의 중심을 지나므로 중심의 y좌표는

$$b=\frac{2+2\sqrt{3}+2-2\sqrt{3}}{2}=2$$ ▶ 30 %

원의 중심의 좌표 $(1,\ 2)$와 점 $\mathrm{A}(-2,\ 0)$ 사이의 거리는 반지름의 길이와 같으므로

$$r^2=(-2-1)^2+(0-2)^2=13$$ ▶ 30 %

답 구하기 따라서 구하는 값은

$a+b+r^2=16$ ▶ 10 %

IV 집합과 명제

1 집합

01 집합 175 ~ 177쪽

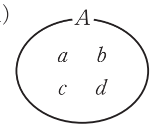
준비하기 (1) 1, 3, 5, 7, 9 (2) 4, 8

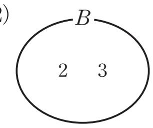
생각 열기 ❶ A, C
❷ 크다의 기준이 명확하지 않아 정확하게 가려낼 수 없다.

문제 1 집합: (1), (3)
(1)의 원소는 1, 2, 3, 4, 6, 12
(3)의 원소는 1, 2

문제 2 (1) $\in$ (2) $\in$ (3) $\notin$

문제 3 (1) $\{x\,|\,x$는 9의 약수$\}$ (2) $\{x\,|\,x$는 5의 배수$\}$
(3) $\{-1,\ 1\}$ (4) $\{1,\ 3,\ 5,\ \cdots,\ 99\}$

문제 4 (1)


(2)


생각톡톡 $\varnothing$은 원소가 하나도 없는 집합이고, 집합 $\{0\}$은 0을 원소로 갖는 원소가 1개인 집합이다.

문제 5 (1) 3 (2) 50 (3) 0 (4) 1

02 집합 사이의 포함 관계 178 ~ 179쪽

준비하기 (1) $\{1,\ 3,\ 5,\ 15\}$ (2) $\{8,\ 16,\ 24,\ \cdots\}$

생각 열기 속한다.

문제 1 (1) $A\subset B$ (2) $A\subset B$, $B\subset A$
(3) $A\subset B$, $B\subset A$ (4) $B\subset A$
(1)~(4)에서 $A=B$인 것은 (2), (3)이다.

문제 2 (1)

원소의 개수	부분집합
0	$\varnothing$
1	$\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$
2	$\{a,\ b\}$, $\{a,\ c\}$, $\{b,\ c\}$
3	$\{a,\ b,\ c\}$

(2) 부분집합의 개수: 8, 진부분집합의 개수: 7